فعالية إكساب الطلاب/ المعلمين الأسس المنطقية للبرهان الرياضى وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية في تنمية التفكير الرياضى الإبداعى ومهارات تدريس الهندسة إبداعياً لديهم

د/ حفنى إسماعيل محمد

فعالية إكساب الطلاب / المعلمين الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية في تنمية التفكير الرياضي الإبداعي ومهارات تدريس الهندسة إبداعياً لديهم

د. حفني إسماعيل محمد*

مشكلة الدراسة وأهميتها

إن معظم الإنجازات العلمية والتكنولوجية التي حققتها البشرية في القرن العشرين هي نتاجات أفكار المبدعين. ولكن العلم في الماضي كان يصمم لعالم مستقر، أما الآن فإن مجتمعنا يعيش في عالم سريع التغير تحيطه تحديات محلية وعالمية لعل من أهمها الانفجار المعرفي والتطور التكنولوجي والانفتاح على العالم نتيجة سرعة الاتصالات والمواصلات حتى أصبح العالم (قرية صغيرة)... وكذلك ظهور التكتلات الاقتصادية والتنافس الشديد بينها وظهور ما يسمى بالنظام العالمي الجديد... كل ذلك يحتاج منا السرعة في تنمية عقليات مفكرة قادرة على حل المشكلات التي تنتج عن هذه التحديات ومواجهة الأزمات وإدارتها والقدرة على الحوار والتفاوض واتخاذ القرارات. ففي ظل هذه التحديات أصبح من المستحيل أن تظل عملية التفكير وحل المشكلات عملية يقوم بها فرد واحد، وصار من المحتم أن تقوم بها مجموعة من المفكرين في تخصصات متنوعة تعمل على "إنتاج الأفكار" و"حلول المشكلات" مستخدمين أنواعاً مختلفة من التفكير (جانبي – ناقد – إبداعي...) شأنها في ذلك شأن أي مجموعة تصنع وتنتج. وتعتبر تنمية هذه العقليات المفكرة مسؤولية كل مؤسسات الدولة وعلى رأسها المؤسسات التعليمية. فمن المعلوم أن تنمية تفكير الفرد يمكن أن تتم من خلال المناهج الدراسية المختلفة داخل المؤسسات التعليمية، وتعد مناهج الرياضيات أحد المناهج التي تساهم في تنمية التفكير والقدرة على حل المشكلات لدى الطلاب وتسهم في زيادة قدراتهم في أنواع التفكير المختلفة إذا توفر لتدريسها الإمكانات اللازمة.

فالقدرات الإبداعية موجودة عند كل الأفراد بنسب متفاوتة، وهي بحاجة إلى الإيقاظ والتدريب لكي تتوقد. وإن النمطية في الأساليب التعليمية توقف أو تعيق تلك القدرات ولا تؤدي إلى إعداد أفراد يمتازون بالفكر قادرين على الإنتاج المتنوع والجديد، والذي تحتاجه التنمية الشاملة لمجتمعاتنا في القرن الحادي والعشرين.

فنحن اليوم بحاجة أكثر من قبل إلى استراتيجيات تعليم وتعلم تمدنا بآفاق تعليمية واسعة ومتنوعة ومتقدمة تساعد طلابنا على إسراء معلوماتهم وتنمية مهاراتهم العقلية المختلفة وتدريبهم على الإبداع وإنتاج الجديد والمختلف. وهذا لا يتأتى بدون وجود المعلم المتخصص الذي يعطي طلابه فرصة المساهمة في وضع التعميمات وصياغتها وتجربتها، وذلك من خلال تزويدهم بالمصادر المناسبة وإثارة اهتماماتهم وحثهم على الاستغراق في التفكير الإبداعي وقيادتهم نحو الإنتاج الإبداعي. "وأن تكون لديه القدرة على إبداء الاهتمام بأفكار الطلاب واستخدام أساليب بديلة لمعالجة المشكلات، وعرض خطوات التفكير عند معالجة المشكلة بدلاً من عرض النتيجة فقط" (٧٦:٤). مما يدفعهم نحو تطوير نماذج التفكير والقدرة على تقييم نتائج التعلم بشكل فعال.

---

* أستاذ مساعد المناهج وطرق تدريس الرياضيات – كلية التربية بقنا – جامعة جنوب الوادي.

حيث أوضحت العديد من الندوات والمؤتمرات في كثير من الدراسات والأبحاث المقدمة بها ومن خلال توصياتها دور المعلم كمحور أساسي في تنمية التفكير الإبداعي لدى الطلاب ونادت بتغيير وتطوير برامج إعداده بكليات التربية على النحو الذي يؤهله للقيام بهذا الدور.

فقد ورد ضمن توصيات ندوة دور المدرسة والأسرة والمجتمع في تنمية الابتكار والمقامة في كلية التربية بقطر في الفترة من ٢٥-٢٨ مارس ١٩٩٦م (٢٥) ما يلي:-

- إجراء الدراسات الأساسية لفهم طبيعة الابتكار باستخدام مداخل ومناهج بينية تستفيد من كل مجالات المعرفة.
- إعداد معلم فئات خاصة (تخصص تفوق علمي وابتكار).
- إعداد برامج تدريبية أثناء الخدمة لتنمية ابتكارية المعلم حتى يستطيع تشجيع واستثمار وتنمية ابتكارية الطلاب.
- أن تشمل المقررات الدراسية بكليات التربية مقرراً للأسس النفسية للابتكار (سيكلوجية الابتكار) لزيادة الوعي لدى المعلمين بالابتكارية وتدريبهم على مهارات التفكير الابتكاري.
- مناشدة القائمين على كليات التربية ومخططي برامجها وسياساتها في جامعات الوطن العربي التأكيد على دورها في إعداد المعلم الحافز والمشجع على الابتكار في صفوف الطلاب.

كما ورد ضمن توصيات المؤتمر العالمي السابع للتفكير المنعقد في سنغافورة في الفترة من ١-٦ يونيو ١٩٩٧م (٢٦: ٤٨-٥٢) دعوة إلى التغيير وإعادة النظر في المناهج والمقررات وجدولتها وكذلك الحاجة إلى التدريب والتخطيط ووضع السياسات التعليمية المناسبة للقيام بمثل ذلك التغيير وذلك من خلال طرح ٦٧ موضوعاً منها ٢٩ موضوعاً في مجال المناهج وطرق التدريس كان من أهمها في مجال تدريس الرياضيات: تدريس وسائل التدليل التحليلي – البراهين المنطقية – التعليل الرياضي – العوامل المرتبطة بتصور المعلمين لوسائل حل المشكلات – إشاعة التفكير النقدي والإبداعي والعلمي من خلال حل المشكلات – تحسين التفكير والإبداع من خلال تدريس الرياضيات. والتي يظهر من خلالها ضرورة تدريب المعلمين على التدريس من أجل تنمية الإبداع من خلال إعادة النظر في المناهج واستراتيجيات التدريس.

كما ظهر الاهتمام واضحاً بتنمية القدرات الإبداعية لدى الطلاب من خلال برامج موجهة واستراتيجيات تدريس مختلفة مثل: التعلم التعاوني – الألعاب والألغاز – الأنشطة الإثرائية – التعلم بالاكتشاف – أسلوب العصف الذهني – حل المشكلات – دورة التعلم – الاستقصاء – الأنشطة المفتوحة – الاختبار الحر... وغيرها، والتي طبقتها ورصدت نتائجها العديد من الدراسات العربية والأجنبية منها:

محمد المفتي ١٩٩١(١٥)، أحمد حيد ١٩٩٣(١)، عبدالجواد بهوت ١٩٩٣(٧)، محمد سيف ١٩٩٣(١٧)، سوكس Schock 1993(٣٨:٣٧)، هاري وشوشان B. Harry & B. Susan 1993 (٢٩)، ولدنجتون وبيرنز 1993 Waldingtion & Burns(٤١:٤١-٥٢)، عادل عبدالله ١٩٩٤(٦)، ناديا هايل السرور ١٩٩٦(٢٢)، محمد حسن ١٩٩٦(١٨)، هلر وزجلر Heller & Zigler 1996(٣٦:٤٠)، مديحة حسن ١٩٩٨(١٩:٧٠-١٥١)، مصطفى الشيخ ١٩٩٨(٢٠).

وقد أثبتت نتائج هذه الدراسات أن تعليم التفكير يؤثر بشكل إيجابي على العديد من النواحي مثل تكوين اتجاهات إيجابية لدى الطلاب وتحسين القدرة على التفكير التباعدي والجانب الشكلي واللفظي للإبداع لديهم، بالإضافة إلى توسيع آفاق التفكير بشكل عام والدافعية للإنجاز والتحصيل الأكاديمي.

ومن خلال دراسة سابقة للباحث (٥) كان الهدف منها قياس مدى فعالية البرهنات غير المألوفة والألغاز الرياضية في تنمية التفكير الرياضي الإبداعي والتحصيل والاتجاه نحو الرياضيات لدى طلاب الصف الأول الثانوي، تم تجربة دمج البرهنات غير المألوفة والألغاز الرياضية كأنشطة إثرائية ضمن مقرر الرياضيات وذلك لحفز الإبداع لدى الطلاب من خلال رؤيتهم لنتاج إبداعات الآخرين وتتبع مسارات تفكيرهم والبحث عن حلول وأفكار جديدة غير مألوفة مما يزيد دوافعهم نحو التفكير الإبداعي، ورغم حدوث تحسن في القدرات الإبداعية لدى الطلاب مجموعة الدراسة فقد لوحظ أن هناك معوقات للتفكير الإبداعي لديهم من أهمها عدم معرفتهم بأساليب وأسس التفكير الإبداعي والناتج عن عدم معرفة المعلمين أنفسهم بها... وأن كثيراً من المعلمين لا تتوافر لديهم القدرات الإبداعية في التدريس، ويفتقدون لمعرفة الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وكذلك أساليب البرهنة، مما يؤثر على أدائهم التدريسي في الهندسة بخاصة والرياضيات بعامة... وينعكس ذلك بالسلب على قدرات طلابهم الإبداعية. وهذا ما أيدته بعض الدراسات التي اهتمت بقياس مدى استخدام المعلمين لمهارات التفكير الإبداعي مع طلابهم مثل: مجدات أبو عميرة ١٩٩١(١٢:١٨١-٢١٨)، نصرة رضا الباقر ١٩٩٣(٢٤)، منير خليل ١٩٩٦(٢١)، محمد الكوش ١٩٩٧(١٣)، مجدي السيد، محرز الغنام ١٩٩٨(١٤). والتي أكدت على انخفاض مستوى المهارات الأساسية التي تيسر عملية الإبداع لدى معظم المعلمين.

ومن خلال ما أوضحته العديد من المؤتمرات والندوات الخاصة بتنمية الإبداع وكذلك نتائج وتوصيات الدراسات السابقة من أهمية دور المعلم في تنمية التفكير الإبداعي. كانت هذه الدراسة لإكمال محاولات سابقة وذلك لمعرفة مدى: فعالية إكساب الطلاب/ المعلمين "الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية" في تنمية التفكير الرياضي الإبداعي ومهارات تدريس الهندسة إبداعياً لديهم.

أهداف الدراسة

يجب على المعلم أن يكون نموذجاً يحتذى به في مجال التفكير الإبداعي العميق، وعليه أن يزيد من نشاط التفكير عند طلابه كجزء أساسي من وظيفته. ولذا فإن هناك حاجة لتعرض المعلمين قبل الخدمة وفي أثنائها لبيئات تعليمية معززة لمهارات التفكير بصفة عامة ومهارات ا لتفكير الناقد والتفكير الإبداعي بصفة خاصة، وأن هناك ضرورة لزيادة التفكير لدى كل من المعلم والطالب في نفس الوقت وتحسين الاتجاهات والمهارات لدى المعلمين المبتدئين (٣٩:٥٦:٥-٦). لذا تهدف هذه الدراسة إلى:

١) إعداد وحدة "الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية" وتدريب الطلاب/ المعلمين بشعبة الرياضيات بكلية التربية على أساليب البرهنة بطريقة إبداعية.

٢) قياس مدى فعالية إكساب الطلاب/ المعلمين بشعبة الرياضيات بكلية التربية للأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية في تنمية التفكير الرياضي الإبداعي ومهارات تدريس الهندسة إبداعياً لديهم.

أسئلة الدراسة:

تحددت مشكلة الدراسة في الإجابة عن الأسئلة التالية:

١) ما مدى فعالية تدريس وحدة "الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية" على إلمام الطلاب المعلمين بشعبة الرياضيات بكلية التربية بالمفاهيم والعلاقات الرياضية المتضمنة بالوحدة؟

٢) ما مدى فعالية إكساب الطلاب/المعلمين بشعبة الرياضيات بكلية التربية "الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية" في تنمية التفكير الرياضي الإبداعي لديهم؟

٣) ما مدى فعالية إكساب الطلاب/ المعلمين بشعبة الرياضيات بكلية التربية "الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية" في تنمية مهارات تدريس الهندسة إبداعياً لديهم؟

٤) ما مدى الارتباط بين قدرات الطلاب/ المعلمين بشعبة الرياضيات بكلية التربية على التفكير الرياضي الإبداعي ومهاراتهم في تدريس الهندسة إبداعياً؟

فروض الدراسة

يحاول الباحث التأكد من صحة الفروض التالية:

١) توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى (٠,٠١) بين متوسط درجات الطلاب/ المعلمين (مجموعة الدراسة) في التطبيق القبلي للاختبار التحصيلي للمفاهيم والعلاقات الرياضية المتضمنة بوحدة "الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية" وبين متوسط درجاتهم في التطبيق البعدي للاختبار التحصيلي في صالح التطبيق البعدي.

٢) توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى (٠,٠١) بين متوسط درجات الطلاب/المعلمين (مجموعة الدراسة) في التطبيق القبلي لمقياس التفكير الرياضي الإبداعي وبين متوسط درجاتهم في التطبيق البعدي للمقياس في صالح التطبيق البعدي.

٣) توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى (٠,٠١) بين متوسط درجات الطلاب/ المعلمين (مجموعة الدراسة) في التطبيق القبلي لبطاقة الملاحظة لقياس مهارات تدريس الهندسة إبداعياً وبين متوسط درجاتهم في التطبيق البعدي للبطاقة في صالح التطبيق البعدي.

٤) توجد علاقة ارتباطية موجبة بين درجات الطلاب/ المعلمين (مجموعة الدراسة) في مقياس التفكير الرياضي الإبداعي وبين درجاتهم في بطاقة الملاحظة لقياس مهارات تدريس الهندسة إبداعياً.

مسلمات الدراسة

١) تنمية التفكير الرياضي الإبداعي لدى الطلاب أحد الأهداف العامة لتدريس الرياضيات.

٢) أساليب البرهنة الإبداعية تتوقف إلى حد كبير على الأسس المنطقية للبرهان الرياضي.

٣) تنمية التفكير الرياضي الإبداعي لدى الطلاب يتطلب معلم رياضيات مبدع ومتفهم لطبيعة الإبداع الرياضي و كيفية تنميته.

مصطلحات الدراسة

- الأسس المنطقية للبرهان الرياضي: هي عبارة عن مجموعة من القواعد والأساليب المشتقة من المنطق الرمزي (أي العمليات والعلاقات المنطقية) والتي تستخدم للحكم عما إذا كان استنتاج تقرير منطقي ما من تقرير أو تقارير سابقة عليه ممكنا أم لا.

- البرهان الرياضي: تتبنى الدراسة الحالية تعريف وليم عيد وآخرين (١٦٧:٢٨) للبرهان الرياضي على أنه "معالجة لفظية أو رمزية تتمثل في تتابع من العبارات تستنبط كل منها من سابقتها استنادا إلى شواهد معترف بصحتها (مثل المسلمات والنظريات والمعطيات) واستنباطا بأساليب يقرها النطق. ويكون البرهان الرياضي صحيحا إذا وفقط إذا:

أ- كانت الاستراتيجية المستخدمة تعتمد على توتولوجية منطقية.

ب- كانت العبارات المستخدمة كشواهد مقبولا بصحتها".

- التفكير الرياضي الإبداعي: هو نشاط عقلي يظهر قدرة الطالب/المعلم على إدراك العلاقات الأساسية في المشكلة التي تواجهه وتكوين أو إنتاج أفكار جديدة تمهد لتكوين برهان رياضي غير تقليدي مناسب لحلها، أي قدرته على الفصل بكفاءة بين الأفكار المتصلة بالمشكلة والأفكار الأخرى وتحديد العمليات الرياضية وتنظيم هذه الأفكار والتي بتتابع استخدامها يصل إلى البرهان الرياضي لها وإلى أفكار جديدة تتصف بأنها ماهرة. ويقاس التفكير الرياضي الإبداعي بمقدار ما يحصل عليه الطالب/ المعلم من درجات في المقياس المعد لذلك (من إعداد الباحث).

- مهارات تدريس الهندسة إبداعيا: يقصد بها سلوكيات التدريس التي يقوم بها الطالب/المعلم داخل حجرة الدراسة والتي يمكن ملاحظتها أثناء تدريسه للهندسة (أي المهارات الأدائية والنتاجية المتصلة بالحساسية للمشكلات والطلاقة والمرونة والأصالة والتحليل والتركيب والتفكير الناقد والتي يتوقع أن يظهرها المعلم أثناء تدريسه للهندسة) والتي تعمل على استثارة وتنمية التفكير الإبداعي لدى طلابه. وتقاس مهارات تدريس الهندسة إبداعيا بمقدار ما يحصل عليه الطالب/ المعلم من درجات في المقياس المعد لذلك (من إعداد البحث).

حدود الدراسة

اقتصرت تجربة الدراسة على مجموعة من الطلاب/ المعلمين بالمستوى الثامن شعبة الرياضيات بكلية التربية بالطائف–جامعة أم القرى، المملكة العربية السعودية العام الجامعي ١٩٩٩م/ ٢٠٠٠م.

أدوات الدراسة

١) وحدة "الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية" (من إعداد الباحث).

٢) اختبار تحصيلي لقياس مدى إلمام أفراد مجموعة الدراسة بالمفاهيم والعلاقات الرياضية المتضمنة بوحدة "الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية" (من إعداد الباحث).

٣) مقياس التفكير الرياضي الإبداعي لدى أفراد مجموعة الدراسة (من إعداد الباحث).

٤) بطاقة ملاحظة لقياس مهارات تدريس الهندسة إبداعياً لدى أفراد مجموعة الدراسة (من إعداد الباحث).

الإطار النظري للدراسة

أولاً: الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة:

تعريف البرهان الرياضي:

البرهان – على وجه العموم – هو أية مناقشة أو تقديم لشواهد تقنع شخصاً ما بقضيه معينة (١٤١:٩).

ويعرف البرهان الرياضي على أنه "معالجة لفظية أو رمزية تتمثل في تتابع من العبارات تستنبط كل منها من سابقتها استناداً إلى شواهد معترف بصحتها (مثل المسلمات والنظريات والمعطيات) واستنباطاً بأساليب يقرها المنطق. ويكون البرهان الرياضي صحيحاً إذا وفقط إذا:

أ- كانت الاستراتيجية المستخدمة تعتمد على توتولوجية منطقية.

ب–كانت العبارات المستخدمة كشواهد مقبولاً بصحتها" (١٦٧:٢٨).

أي أن البرهان الرياضي يستند دائماً على توتولوجية منطقية (تقرير مركب دائم الصواب) وإلا فإنه لا يصلح برهاناً رياضياً، ولكن البرهان الرياضي – على الرغم من أنه مبني على مناقشات منطقية – إلا أنه ينتهي باشتقاق نتائج من فروض، فإذا افترضنا صحة مجموعة من الفروض فإنه يمكننا استخدام المناقشات الاستنباطية الصحيحة لإثبات صحة النتائج. لذا يختلف البرهان عن الإقناع إذ أن مجرد الإقناع لا يعني أن هناك برهاناً، فوسائل الإقناع متعددة وتعتمد على شواهد جزئية كالاستنتاج والاستناد إلى السلطة والتجريب أي يعتمد على أحد شرطي البرهان فقط.

الأسس المنطقية للبرهان الرياضي:

المنطق علم مستقل بذاته له أصوله ومقوماته الخاصة به، ولكن هناك علاقة وثيقة بين المنطق والرياضيات حيث أن جميع القضايا في الرياضيات قضايا منطقية. فالرياضيات عبارة عن استنباطات من الأصول المنطقية، والعمليات الرياضية هي عمليات منطقية، لذا فإن الأسس المنطقية للبرهان الرياضي تشتق من المنطق الرمزي وهو عبارة عن مجموعة من القواعد والأساليب التي تستخدم للحكم عما إذا كان استنتاج تقرير ما من تقرير أو تقارير سابقة عليه ممكناً أم لا.

ويرى الفزي، وعبيد (٢:٢٨-٦١) أن الأسس المنطقية للبرهان الرياضي هي العمليات المنطقية مثل:

(١) النفي (ن) (٢) العطف "و" (٨).

(٣) الفصل "أو" (٧) (٤) الشرط "إذا كان ... فإن" (⟵)

(٥) الشرط الثنائي "إذا وفقط إذا" (⟷).

كذلك العلاقات المنطقية مثل:

(١) التكافؤ (≡). (٢) التضمين أو التوتولوجي (□).

ودراسة المنطق الرياضي مهمة لتنظيم عملية التفكير والمناقشة وإخضاعها لأسس موضوعية من خلال قواعد وعلاقات منطقية وترجمتها إلى نسق من المفاهيم المنطقية التي تمثل الحقائق الرياضية وبراهينها تمثيلاً رمزياً. ولذا يرى فريدرك.هـ.بل (٩:١٦٠) أنه قبل أن يستوعب الطلاب البراهين الرياضية لابد أن يفهموا الصور المنطقية التي تستند إليها تلك البراهين.

أساليب البرهان الرياضي:

نظراً لأن الطرق الاستنباطية هي التي تستخدم في البراهين الرياضية، فإن الصعوبة الأولى التي تسبق برهنة النظريات هي تحديد مكونات المناقشة الاستنباطية الصالحة. وقد حدد فريدرك.هـ.بل (٩:١٤٤-١٥٨) نوعين عامين للبرهان الاستنباطي مع ربط الطريقة بالأساس المنطقي الذي تعتمد عليه كالتالي:

أ- البرهان المباشر (المناقشة المباشرة) وله سبعة أنواع هي:

(١) قانون الوضع المنطقي. (٢) الانتقالية.

(٣) قانون الرفع المنطقي. (٤) نظرية الاستنباط.

(٥) عكس النقيض. (٦) البرهان باستنفاذ جميع الحالات.

(٧) الاستنتاج الرياضي.

ب- البرهان بإثبات استحالة التناقض وله نوعان:

(١) البرهان بفكرة المثال المضاد. (٢) البرهان غير المباشر.

ويرى عبيد وآخران (٢٨: ١٧٣-١٩٣) أن هناك عشر استراتيجيات للبرهان الرياضي وهي:

(١) البرهان على صدق عبارة شرطية. (٢) استخدام سلسلة من العبارات الشرطية.
(٣) استنفاذ جميع الحالات. (٤) البرهان على وجود حل.
(٥) إثبات صحة عبارة ما. (٦) البرهان باستخدام الاستقراء الرياضي.
(٧) إثبات الشرط اللازم والكافي. (٨) استخدام مبدأ عدم التعارض.
(٩) استنفاذ الإمكانات الأخرى. (١٠) استخدام عكس النقيض.

ويتضح مما سبق أن البرهان الرياضي ينقسم إلى نوعين أحدهما برهان مباشر ويقصد به إثبات صحة المطلوب نفسه، أي أن تتابع العبارات المستخدمة في البرهان يؤدي مباشرة إلى العبارة التي تمثل المطلوب ذاته، وللبرهان المباشر عدة أنواع، أما النوع الثاني للبرهان فهو البرهان غير المباشر وهو البرهان الذي تثبت فيه عبارة تكافئ المطلوب منطقيا، فقد يطلب مثلا (إثبات أن أ ⟹ ب فلا نستطيع ذلك مباشرة ولكننا نثبت العبارة المكافئة ن أ ⟹ ن ب ولذا فإن عكس النقيض يعد أحد صور البرهان غير المباشر عكس ما يرى (فريدرك هـ.بل) وهذا ما يؤيده (عبيد وآخران) وسوف يأخذ به الباحث عند إعداده وحدة الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية.

أهمية إلمام المعلمين بأساليب البرهان الرياضي:

يعد البرهان الرياضي من أهم المفاهيم التي ينبغي أن يستوعبها معلم الرياضيات وطلابه ويتدربون على أساليبه، لذا يجب أن يكون المعلم ملما بطبيعة البرهان الرياضي وأسسه المنطقية حيث أن تعلم مهارات البرهان الرياضي تؤثر في تقدم الطالب وتحصيله في الرياضيات. وتجعله قادرا على تطبيق أسلوب حل المشكلات في الحياة العملية.

وترجع أهمية تدريس البرهان الرياضي إلى ما يلي (٩: ١٦٠-١٦١):

- من أهداف تدريس البرهان الرياضي توسيع المعارف الرياضية وإزالة الشكوك حول صحتها.
- البراهين النظرية يمكن أن تكون مثيرة وتجذب انتباه الطلاب إذا ما عولجت كلعبة منطقية، وهذا في حد ذاته يعتبر مبررا لدراستها.
- البراهين النظرية يمكن أن تساعد الطلاب على اكتساب فهم أفضل للطرق التي يستخدمها الرياضيون، ولطبيعة تركيب وبنية الرياضيات.
- دراسة البراهين النظرية تكون عند الطلاب تقدير وتقدير للاساليب الاستنباطية وتمكنهم من اختيار الصيغ الاستنباطية الجديدة التي تقدم لهم، إلى جانب ممارسة استخدامها وتطبيقها وتحسينها.

- تعد البراهين النظرية نوعاً هاماً من مهارات حل المشكلات، وأحد أهداف تدريس الرياضيات هو مساعدة الطلاب على تعلم الاستراتيجية العامة والتي يمكن انتقالها في حل المشكلات.

- والبراهين الرياضية لا تحقق صحة المبادئ والعلاقات الرياضية فحسب ولكنها توفر شواهد جديد تساعد الطلاب على استيعاب القوانين المنطقية وتذكر الحقائق والمفاهيم والمبادئ الرياضية وذلك عن طريق بناء علاقات بينها.

- تساعد البراهين النظرية على تكوين بنيات تعلم موحدة لدى الطلاب تحتوي على شبكات من الخبرات الرياضية وعلاقات متبادلة بين تلك الخبرات، وبهذا المعنى يمكن أن تؤدي البراهين النظرية دور المنظمات البعدية لخبرات رياضية سبق دراستها، كما تقوم بدور منظمات خبرة متقدمة لخبرات تعلم جديدة.

مما سبق تتضح أهمية تمكن معلم الرياضيات من أساليب البرهنة الرياضية وذلك لمساعدة طلابه على كيفية إثبات القضايا الرياضية وتدريبهم على مهارات حل المشكلات وعلى فهم طبيعة وتركيب الرياضيات، حيث يرجع ضعف الطلاب في البرهان إلى أن كثيراً من المعلمين لا يدرسون الطرق المختلفة للبراهين الرياضية بأسلوب محبب للطلاب مما يدفعهم لتكوين أفكار خاطئة عن البرهان الرياضي. لذا فإن تدريس البرهان الرياضي بمعناه الصحيح يحتاج إلى جهد كبير من جانب المعلمين للقضاء على المفاهيم غير الصحيحة عن البرهان عند طلابهم، واتباع استراتيجية التدريس الحلزوني للبرهان الرياضي مع تدريب طلابهم على استخدام المناقشات المنطقية وبعض طرق التفكير الاستنباطي التي تستخدم في البراهين الرياضية.

ثانياً: التفكير الرياضي الإبداعي وكيفية تنميته لدى معلمي الرياضيات:

تعريف التفكير الإبداعي Creative Thinking:

"الإبداع Creativity هو إنتاج الجديد النادر المختلف المفيد فكراً أو عملاً وهو بذلك يعتمد على الإنجاز الملموس" (٢٣:١٤).

ويرى (ديفز Davis 1989 (٣١:٣٣) أن "الإبداع نمط حياة، وسمة شخصية، وطريقة لإدراك العالم، فالحياة الإبداعية: هي تطوير مواهب الفرد واستخدامه لقدراته، وهذا يعني استنباط أفكار جديدة وتطوير حساسيته لمشاكل الآخرين".

كما يرى (جوردن Gordon 1995 (٣٥:٣٥) أن "الإبداع هو الموهبة للانتاج ويحدث التغيير القوي والمفيد في حل أقوى المشكلات".

ويعرف (ديفيد بيركنز D. Perkins 1997 (٢٦:٥٠) التفكير الإبداعي بأنه: "غير المعقول ولكن بطريقة منطقية".

ويرى بعض الباحثين أمثال: [أوسبورن Osborn 1991 (٣٧)، جوردن Gordan1995(٣٥:٢٢-٢٤)، فريمان Freeman 1996 (٣٣)] أن عملية التفكير الإبداعي تتم خلال أربع مراحل متتالية هي:

١) مرحلة التحضير أو الإعداد Preparation : وهي الخلفية الشاملة والمتعمقة في الموضوع الذي يبدع فيه الفرد وفسرها (جوردن Gordon) بأنها مرحلة الإعداد المعرفي والتفاعل معه.

٢) مرحلة الكمون والاحتضان Incubation : وهي حالة من القلق والخوف اللاشعوري والتردد بالقيام بالعمل والبحث عن الحلول، وهي أصعب مراحل التفكير الإبداعي.

٣) مرحلة الإشراق Illumination : وهي الحالة التي تحدث بها الومضة أو الشرارة التي تؤدي إلى فكرة الحل والخروج من المأزق، وهذه الحالة لا يمكن تحديدها مسبقاً فهي تحدث في وقت ما، في مكان ما، وربما تلعب الظروف المكانية والزمانية والبيئة المحيطة دوراً في تحريك هذه الحالة، ووصفها الكثيرون بلحظة الإلهام.

٤) مرحلة التحقيق Verification : وهي مرحلة الحصول على النتائج الأصلية المفيدة والمرضية، وحيازة المنتج الإبداعي على الرضى الاجتماعي.

ويتضح من التعريفات السابقة أن معظمها قد ركز على الإنتاج الإبداعي للفرد المبدع عن طريق مطابقة الأفكار وإنتاج المعاني، أو تركيب وتطوير الجديد ذي القيمة، أو الأفكار ذات القيمة، ووصفه البعض بخطوات حل المشكلات بطريقة مفيدة وأصيلة، ابتداءً من تحديد المشكلة أو الإعداد للحل وغزارة الاستجابات وتثبيت النواتج.

مما سبق يتضح أن التفكير الرياضي الإبداعي هو: نشاط عقلي يظهر قدرة الطالب على إدراك العلاقات الأساسية في المشكلة التي تواجهه وتكوين وإنتاج أفكار جديدة تمهد لتكوين برهان رياضي غير تقليدي مناسب لحلها، أي قدرته على الفصل بكفاءة بين الأفكار المتصلة بالمشكلة والأفكار الأخرى وتحديد العمليات الرياضية وتنظيم هذه الأفكار والتي بتتابع استخدامها يصل إلى الحل الأمثل للمشكلة وإلى أفكار جديدة تتصف بأنها ماهرة.

العوامل التي تكون القدرة على التفكير الإبداعي:

هناك عوامل متشابكة تكون القدرة على التفكير الإبداعي وتؤثر فيه إلى حد كبير ويحتاج تحديدها ومعرفة أثرها إلى العديد من الدراسات، ولكن لحاجة وطبيعة البحث الحالي نورد بعضاً منها. فقد أورد (تورانس

Torrance 1990 (٤٠) القدرات الإبداعية تحت تسميات: المرونة، الأصالة، الطلاقة، الإسهاب، العنونة، والخروج من مرحلة الإغلاق، الخيال.

كما صنف (ديفز Davis 1996 (٣٢) القدرات الإبداعية إلى:

الطلاقة	تطوير التفسيرات	القدرة على التنبؤ بالنتائج
الإسهاب	الحساسية تجاه المشاكل	التفكير المنطقي
المرونة	القدرة على التعرف على المشاكل	القدرة على التواجع
الأصالة	التفكير المقارن والمجازي	التحليل
التحويل	التقييم	التركيب
التصور، التخيل	الحدث	
التركيز		

ويرى الباحثون في مجال الإبداع أنه لا مجال للاعتراف بالقدرات الإبداعية الكامنة أن لم تكن متضمنة تفكيرا إبداعيا وخاصة في مجال حل المشكلات. لذا يجب النظر إلى الأداء الإبداعي الذي تقيسه اختبارات الإبداع على أنه قياس لقدرات إبداعية ونوع من التنبؤ بالإنتاجية الإبداعية للفرد إذا ما أخذ بعين الاعتبار عدة عوالم مثل: السمات الشخصية للأفراد المبدعين بأنواعها العديدة، تعقد النماذج المتعددة من العمليات الإبداعية والقدرات الذكائية، الحوافز والدوافع المتضمنة للتفكير الإبداعي، التدريب والمعلومات المتوفرة عند الفرد، البيئة الاجتماعية والنفسية التي تدعم التفكير الإبداعي... وهي بجملتها عوامل مساهمة في معادلة الظهور الإبداعي(٢٣:٢١٥).

وإذا تكلمنا عن جانب واحد وهو السمات الشخصية للأفراد المبدعين والتي حددتها كثير من الكتابات التربوية مثل: حب الاستطلاع، والبحث والتقصي والتساؤلات والدهشة، المثابرة، القدرة على التركيز، تقبل الذات،... وغيرها والتي أدرجها (ديفز Davis 1996(٣٢) ضمن ١٢ بعدا على النحو التالي: "الأصالة: الحدس، الفن، تفكير متفتح، المغامرة، حيوي، فضولي، مستقل، يملك روح الدعابة والمرح والسخرية، منجذب نحو التعقيد، يحتاج إلى وقت للانعزال، مدرك للإبداعية". نجد أنها تحتاج إلى دراسات عديدة لمعرفة أثرها مع الأخذ في الاعتبار بقية العوامل الأخرى المؤثرة في القدرات الإبداعية عند الأفراد المبدعين.

أساليب تنمية التفكير الرياضي الإبداعي لدى المعلمين والطلاب:

هناك أساليب مختلفة لتنمية التفكير الرياضي الإبداعي لدى المعلمين والطلاب منها:

أ) التفاكر (العصف الذهني) Brain Storming :

ويقصد به توليد وإنتاج أفكار وآراء إبداعية من الأفراد والمجموعات لحل مشكلة معينة، وتكون هذه الأفكار والآراء جيدة ومفيدة، وهناك أربع قواعد أساسية للتفاكر كما ذكرها (أوسبورن Osborn 1963) (عن ١٤٥:٨):

١) النقد المؤجل: وهذا يعني أن الحكم المضاد للأفكار يجب أن يؤجل حتى وقت لاحق حتى لا نكبت أفكار الآخرين وندعهم يعبرون عنها ويشعرون بالحرية لكي يعبروا عن أحاسيسهم وأفكارهم بدون تقييم.

٢) الترحيب بالانطلاق الحر: فكلما كانت الأفكار أشمل وأوسع كان هذا أفضل.

٣) الكم مطلوب: كلما ازداد عدد الأفكار ارتفع رصيد الأفكار المفيدة.

٤) التركيب والتطوير عاملان يكون السعي لإحرازهما: فالمشتركون بالإضافة إلى مساهمتهم في أفكار خاصة بهم يخمنون الطرق التي يمكنهم بها تحويل أفكار الآخرين إلى أفكار أكثر جودة أو كيفية إدماج فكرتين أو أكثر في فكرة أخرى أفضل.

ويرى (ديفيز Davis 1986) (٣٠) أن عملية التفاكر هامة لتنمية التفكير الإبداعي وحل المشكلات لدى الطلاب للأسباب التالية:

١) للتفاكر جاذبية بدهية (حدسية): حيث إن الحكم المؤجل للتفاكر ينتج المناخ الإبداعي الأساسي عندما لا يوجد نقد أو تدخل مما يخلق مناخا حرا للجاذبية البدهية بدرجة كبيرة.

٢) التفاكر عملية بسيطة: لأنه لا توجد قواعد خاصة تقيد إنتاج الفكرة ولا يوجد أي نوع من النقد أو التقييم.

٣) التفاكر عملية مسلية: فعلى كل فرد أن يشارك في مناقشة الجماعة أو حل المشكلة جماعيا والفكرة هنا هي الاشتراك في الرأي أو المزج بين الأفكار الغريبة وتركيبها.

٤) التفاكر عملية علاجية: كل فرد من الأفراد المشاركين في المناقشة تكون له حرية الكلام دون أن يقوم أي فرد برفض رأيه أو فكرته أو حله للمشكلة.

٥) التفاكر عملية تدريبية: فهي طريقة هامة لاستثارة الخيال والمرونة والتدريب على التفكير الإبداعي.

وقد أوضح (روشكا A. Rochka 1989) (٣:١٨٣-١٨٤) ثلاث مراحل لعملية التفاكر هي:

- المرحلة الأولى: ويتم فيها توضيح المشكلة وتحليلها إلى عناصرها الأولية التي تنطوي عليها، ثم تبويب هذه العناصر من أجل عرضها على المشاركين الذين يفضل أن تتراوح أعدادهم ما بين (١٠-١٢) فردا، ثلاثة منهم على علاقة بالمشكلة موضوع التفاكر والآخرون بعيدوا الصلة عنها، ويفضل أن يختار المشاركون رئيسا للجلسة يدير الحوار ويكون قادرا على خلق الجو المناسب للحوار

وإثارة الأفكار وتقديم المعلومات ويتسم بالفكاهة. كما يفضل أن يقوم أحد المشاركين بتسجيل كل ما يعرض في الجلسة دون ذكر أسماء.

-المرحلة الثانية: ويتم فيها وضع تصور للحلول من خلال إدلاء الحاضرين بأكبر عدد ممكن من الأفكار وتجميعها وإعادة بنائها. وتبدأ هذه المرحلة بتذكير رئيس الجلسة للمشاركين بقواعد التفاكر وضرورة الالتزام بها وأهمية تجنب النقد وتقبل أية فكرة ومتابعتها.

-المرحلة الثالثة: ويتم فيها تقديم الحلول واختيار أفضلها.

ومن خلال القيام بعملية التفاكر حسب القواعد التي ذكرها (أوسبورن) والمراحل التي ذكرها (روشكا) أثبت التفاكر نجاحه في كثير من المواقف التي تحتاج إلى حلول إبداعية لأنه يتسم بإطلاق أفكار الأفراد دون تقويم، وذلك لأن انتقاد الأفكار أو الإسراف في تقييمها خاصة عند بداية ظهورها قد يؤديان إلى خوف الشخص أو إلى اهتمامه بالكيف أكثر من الكم فيبطئ تفكيره وتنخفض نسبة الأفكار المبدعة لديه. وهذا يوضح أهمية عملية التفاكر في تنمية التفكير الإبداعي وحل المشكلات للأسباب التي ذكرها (ديفيز).

ب- حل المشكلات Problem Solving:

إدراك المشكلة هو القدرة على التعرف على هذه المشكلة وإيجاد الحلول المناسبة لها، وهذا متصل بالعوامل المرتبطة بالإبداع (الحساسية للمشكلات - التحليل والتركيب - التفكير الناقد... وغيرها)،لذا فإن حل المشكلة يعد واحدا من الطرق الهامة التي تنمي قدرات التفكير الإبداعي لدى الطلاب.

ويرى (ديفيز Davis 1986) (٣٠) أن عملية الإبداع هي عملية تركيبية لعدد كبير من الأفكار وترتبط بحل المشكلة والتي يمكن أن تسير بواسطة المراحل والخطوات التالية:

١) تحديد المشكلة.

٢) وضع الحلول المناسبة لصعوبة المشكلة.

٣) التغيير الإداري والتمويل عندما تنتج أفكارا جديدة فجأة.

٤) أخيرا يمكن استخدام الطرق والخطط التي يمكن أن يستعملها الفرد لتسهيل حل المشكلة.

كما يرى (جيهلباش Gehlbach 1987) (٣٤:٢٧-٣٧) أن عملية الإبداع هي حل لمشكلة ما حسب الخطوات التالية:

١) التعرف على المشكلة أو فهم المشكلة.

٢) التعريف بالمشكلة لكي نصل إلى حل.

٣) استخدام طريقة التفاكر (العصف الذهني) للوصول إلى حلول ممكنة للمشكلة.

٤) اختيار الحلول الممكنة للمشكلة.

٥) اكتشاف أفضل حل للمشكلة.

وقد قسم (ديفيد بيركنز D. Perkins 1997) (٥٠:٢٦) المشكلات إلى أربعة أنواع من حيث عوائق حلها، والتي فضل استعمال مصطلح "الفخ" أو "المصيدة" للتعبير عنها، واستعمال الاستعارة من الطبيعة في وصفها على النحو التالي: فخ القفر أو البرية Wilderness، فخ الوادي الضيق Canyon فخ الواحة Oasis، وأخيرا فخ السهل الواسع Plateau. وقد أكد على أن الحلول لتلك المشاكل (الفخاخ) تكون على النحو التالي:

١) النظر في المشكلة جزئية بجزئية بطريقة منتظمة والبعد عن التكرار.

٢) البحث عن أي إشارات خفية بين الإشارات الواضحة الجلية لإيجاد إطار وصفي آخر للمشكلة.

٣) البحث عن حلول أخرى للمشكلة.

٤) البحث عن تعريف أو تعريفات أخرى للمشكلة من شأنها أن تغير حدود تركيبها أو شكلها العام.

٥) البحث عن بدائل أخرى للحل.

٦) التفكير في الحل "العكسي".

وعلى ذلك فإن عملية التفكير الإبداعي هي نشاط فكري ينمو ويتواصل لدى الفرد حينما يتعرض إلى مشكلة يصعب عليه حلها، فيحاول النظر إليها من جميع جوانبها ليتفهمها مستخدما طريقة التفاكر، ويضع بعض الحلول لها من خلال إعادة تنظيم الأفكار والجوانب المختلفة للمشكلة، ثم البحث عن حلول أخرى جديدة أو بدائل للحل أو التفكير في الحل العكسي حتى يصل إلى أفضل الحلول.

جـ – الأسئلة السابرة:

وهي الأسئلة المعروفة بأسئلة الفحص الدقيق التي يقوم فيها المعلم بتوجيه الطلاب وتنشيطهم وتيسير تواصلهم الفكري وكشف الترابط بين إجاباتهم، من خلال تعليقه على الإجابة عن سؤال سبق إلقاؤه، فقد تكون إجابة الطالب سطحية ولا تتصف بالعمق في التفكير أو غير كاملة وسيئة التنظيم. وينبغي على المعلم عدم قبولها وكذلك عدم رفضها إنما ينبغي عليه المطالبة باكمال الإجابة ووضوحها وتحقيق الترابط بين الأفكار، وذلك بدفع الطالب لتحسين إجابته أو لاستثارة طالب آخر للمشاركة من خلال طرح بعض الأسئلة. وهناك أنواع مختلفة من الأسئلة السابرة منها (٨)، (١١):

١-أسئلة السبر المباشر: والتي يقصد بها المعلم مساعدة الطالب على إعادة النظر في إجابته لتحسينها بزيادة دقتها أو وضوحها أو تبريرها، وذلك من خلال اتباع الإجابة الأولى للطالب بسؤال سابر يركز على مواطن الضعف في إجابته الأولى. مثل: لماذا أخذت بهذا الرأي؟ ما الذي تقصده بذلك؟ قدم دليلاً على إجابتك؟ ما اعتراضك على هذه الفكرة؟ ماذا يحدث لو كان كذا؟

٢-أسئلة السبر المخول: والتي يقصد بها المعلم زيادة إسهامات الطلاب ومشاركتهم في المناقشة الدائرة بينه وبين أحد الطلاب لتعزيز إجابته أو لإثراء المناقشة أو لتحقيق التعلم بالمشاركة. أي يحول أو يوجد المعلم السؤال الذي طرحه لطالب آخر بدلا من متابعة التوجه به إلى نفس الطالب، وهو ما يسمى (التوجيه المغاير للسؤال). مثل: هل توافق على رأي زميلك؟ وما هي مبرراتك؟ أذكر مزيدا من الأمثلة؟

٣-أسئلة السبر الترابطي: والتي يقصد بها المعلم أن يقوم الطلاب بالتوصل إلى تعميمات من خلال ربط الإجابات الجزئية التي قدمها زملاؤهم أو ربط ما تعلموه في هذا الدرس بما تعلموه في درس سابق. أي يقوم المعلم بتوجيه سؤال يتطلب من الطلاب سبر الأفكار التي أدلى بها زملاؤهم والبناء عليها للتوصل إلى معلومات وتعميمات مترابطة أو تطبيقات.

*مثال: بعد أن يذكر عدد من الطلاب الخواص المشتركة للمثلثات المتشابهة.

يطرح المعلم السؤال التالي: هل تستطيع تحديد شروط تشابه أي شكلين؟

وتتطلب إجابة هذا السؤال مقارنة عدد من الأمثلة وتحقيق الترابط بينها في تعميم معين.

ولقد كان من توصيات المؤتمر العالمي السابع للتفكير (٢٦:٥١-٥٢) الاهتمام بتنمية التفكير الإبداعي وتحفيزه داخل الفصل وذلك بواسطة:

١) إثارة الأسئلة الموجهة وبخاصة سؤال الطلاب عن آرائهم وتشجيعهم على الاستنباط والاستنتاج.

٢) تعويد الطلاب على أن يسألوا بأنفسهم، ورفع مستوى يقظتهم أو اهتمامهم بالمستويات المختلفة للأسئلة.

٣) الاهتمام بنوعية الأسئلة التي تمكن من الاستيعاب (أسئلة سابرة) مثل:

- ما الأشياء التي مازلت بحاجة لفهمها عن كذا...؟ - ماذا أحتاج أن أعرفه عن...؟
- ما درجة جودة الدليل المستخدم للبرهنة على...؟ - لماذا هذه المنهجية؟
- ما النتيجة المستخلصة؟ - ماذا تظن سيقع لو...؟

واقترح الحاضرون تكليف الطلاب بواجبات يقومون فيها بتوجيه (٣-٥) أسئلة مثلا عن قضية ما، أو يكلفون نهاية كل درس أن يكتبوا أسئلة عن هذا الدرس.

وهذه الأسئلة بمستوياتها وأنواعها المختلفة وسيلة جيدة تمكن المعلم من تدريب الطلاب على مهارات التفكير الإبداعي.. والأسئلة لا يوجهها المعلم فقط إنما يتلقاها أيضا من طلابه، والمدرس المبدع هو الذي يشجع طلابه على إلقاء السؤال ويستحثهم على ذلك ويعلمهم فنونه، ويحترم الأسئلة التي يطرحونها ويقابلها بجدية إن كانت سليمة الصياغة مرتبطة بالموضوع، ويظهر نواحي القصور فيها إن كانت غير ذلك، ويشرك الطلاب الآخرين في الإجابة عنها، وهكذا يحول المعلم موقف السؤال والجواب إلى موقف مناقشة مفتوحة يتعلم الطلاب

من خلاله التحدث بشكل إبداعي والإنصات بشكل إبداعي أيضا. ويكتسبون من خلالها مهارات التفكير الإبداعي.

د- البرهان الرياضي (مألوف - غير مألوف):

من خلال تعريفنا السابق للبرهان الرياضي والأسس المنطقية التي يعتمد عليها وكذلك أساليب البرهنة وأهمية إكسابها للمعلمين والطلاب اتضح أن تمكن المعلمين والطلاب من أساليب البرهان الرياضي يساعد على كيفية إثبات القضايا الرياضية واكتساب مهارات حل المشكلات وفهم طبيعة وتركيب الرياضيات.

ولا شك أن تدريس البراهين الرياضية الواردة في الكتب المدرسية تعد من الممارسات المألوفة التي تتناقلها الأجيال بدون تغيير عليها إلا في أساليب تقديمها ومعالجتها (مثل براهين هندسة قليدس، ... والنظريات الشهيرة كنظرية فيثاغورث...)، وعندما يتعامل معها الطالب ويدرسها فأنه يمثلها في ذهنه وتصبح مألوفة لديه كالآخرين (فالمألوف هو ما اعتاده الناس وأصبح معروفا لديهم وشائعا بينهم).

والشيء المألوف دائما يزهده الناس، أما غير المألوف فدائما يثير في النفس الشغف لكشفه ومعرفته، والبرهان الرياضي بطبيعته الرياضية من الأمور التي يتخوف منها كثير من الطلاب حتى لو ألفوها، ولكن حينما تقدم البراهين الرياضية لهم كنوع من الممارسات المشوقة كألعاب منطقية وبراهين محسوسة - وربما لغير الرياضيين - لنفس النظريات والعلاقات الرياضية التي ألف الناس براهين معينة ثابتة لها، فإن ذلك يثير في النفس حب الاستطلاع والاكتشاف ويدفع الطلاب إلى تكرار هذه الممارسات وتتبع مسارات تفكير الآخرين فتتوالد الأفكار الإبداعية لديهم ويصلون إلى أفكار جديدة تكشف عن جوانب إبداعاتهم.

فالبرهنات غير المألوفة هي نوع من الممارسات التلقائية - ربما لغير الرياضيين - التي توفر معالجات واسعة للبراهين الرياضية بأساليب وطرق متنوعة متصلة بالبيئة الثقافية الاجتماعية والمختلفة نوعا ما عن أساليب البرهنة في الرياضيات الأكاديمية المدرسية.

هـ- الألعاب والألغاز الرياضية:

يخلط البعض بين الألعاب الرياضية والألغاز الرياضية (الأحاجي) Puzzles لاشتراكهما في نفس الأهداف المعرفية والوجدانية والمتعة والإثارة والدافعية للتعلم وغيرها، ولكن ما يميز الألغاز عن الألعاب، هو أن حل اللغز نشاط ذهني يقوم به طالب واحد فقط ويعمل على تنمية التفكير أكثر من اللعبة، أما اللعبة فهي نشاط يقوم به الطلاب من خلال استخدامهم لمواد ووسائل محسوسة.

حيث تعرف اللعبة الرياضية بأنها: "أية وسيلة لعمل ممتع لها أهداف رياضية معرفية قابلة للقياس وأهداف رياضية وجدانية محددة يمكن مشاهدتها" (٩:١١١).

كما تعرف اللعبة الرياضية بأنها: "نوع من النشاط الهادف الذي يتضمن أفعالا معينة يقوم بها الطالب أو فريق من الطلاب في ضوء قواعد معينة يتبعها بقصد إنجاز مهمة محددة وقد تتضمن نوعا من التنافس البرئ بين طالبين أو فريقين من الطلاب لبلوغ الهدف" (٢٧:٥٣).

وفي ضوء ذلك يمكن تعريف اللغز الرياضي بأنه: "نوع من النشاط العقلي الهادف الذي يقوم به الطلاب عند مواجهتهم مشكلة رياضية محيرة بقصد اكتشاف ما يسمى بمفتاح اللغز ومن ثم الوصول إلى حل المشكلة في نوع من التنافس البرئ المحبب بينهم".

وحيث إن الألعاب والألغاز الرياضية تستخدم بقصد إنجاز مهام رياضية محددة من خلالها، لذا فإن استخدامها في تعليم الرياضيات هام ويرجع ذلك إلى أنها (٩:١٠٩-١١٨):

- تعمل على زيادة دافعية الطلاب للتعلم، حيث يرغب معظم الطلاب في القيام بها بدلا من القيام بأنشطة أخرى يميلون إليها بنفس الدرجة، وهذا يعني رغبتهم في استقبال ما تحويه اللعبة أو اللغز من معلومات رياضية، وتزيد من استمتاعهم بتعلم الرياضيات.
- تساهم في زيادة فهم وتطبيق واستبقاء المهارات الرياضية، حيث تساعد على معرفة وفهم رياضيات أكثر مما تحتويه اللعبة أو اللغز، أي أنها تستخدم لتحقيق أهداف معرفية في الرياضيات عندما يتطلب استخدامها مهارات حسابية أو جبرية أو هندسية، بالإضافة إلى تحقيق الأهداف الوجدانية.
- تساعد على التفكير المنظم الموجه نحو هدف محدد هو حل المشكلة التي تتضمنها اللعبة أو اللغز، وهو ما يسمى بالأداء الاكتشافي لمفتاح اللغز الذي يبنى على شكل مشكلة رياضية تحفز عند الطالب سلوكا لحلها.

ويتضح مما سبق أن الألعاب والألغاز الرياضية من الأنشطة المحببة للطلاب والتي يميلون إلى القيام بها، حيث تساعدهم على التفكير المنظم نحو هدف محدد هو حل المشكلة التي تتضمنها اللعبة أو اللغز الرياضي بعد اكتشاف ما يسمى بمفتاح حل اللغز.

يتضح مما سبق أن التفكير الرياضي الإبداعي هو نشاط عقلي مركب تسهم في تكوينه قدرات عقلية مختلفة، وإن أهم صفات الطالب المبدع حب الاستطلاع والبحث والتقصي والحيرة، والقدرة على إنتاج أفكار جديدة غير مألوفة باستمرار والقدرة على حل الألغاز، وأن عملية العصف الذهني (التفاكر) مندمجة مع الأسئلة السابرة في موقف حل المشكلات من أهم أساليب تنمية التفكير الرياضي الإبداعي عند الطلاب والمعلمين، والبرهنات المألوفة وغير المألوفة وكذلك الألعاب والألغاز الرياضية تعد أيضا من المشكلات الرياضية التي تتحدى قدرات الطلاب وتساعد على تنمية تفكيرهم، ولذا تعد من أساليب تنمية التفكير الرياضي الإبداعي. ومن ثم يمكن استخدم عملية العصف الذهني للطلاب ومناقشتهم باستخدام الأسئلة السابرة فينشط النقاش وينمو التفكير ويتوصل الطلاب إلى الحل والبرهنة لتلك المشكلات.

التصميم التجريبي للدراسة

أولا: اختيار مجموعة الدراسة:

تم اختيار طلاب المستوى الثامن شعبة الرياضيات بكلية التربية بالطائف-جامعة أم القرى لتطبيق تجربة الدراسة عليهم، وبطريقة عشوائية تم اختيار ٣٧ طالبا يمثلون أفراد مجموعة الدراسة، ١٢ طالبا لإجراء التجربة الاستطلاعية عليهم.

ثانيا: إعداد وحدة الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية:

بعد الاطلاع على بعض الكتابات الخاصة بعلم المنطق الرياضي والكتابات التي تناولت أساليب البرهان الرياضي أمكن إعداد وحدة عن الأسس المنطقية التي يعتمد عليها البرهان الرياضي وكذلك أساليب البرهنة التي يمكن للمعلمين استخدامها في مدارسنا، وقد روعي أن تتضمن الوحدة نبذة مختصرة عن الأسس المنطقية التي يعتمد عليها البرهان الرياضي بصورة منفصلة أولا ثم إدماج مبادئ المنطق مع كل أسلوب من أساليب البرهان حسب نوعه ونوع التقرير المنطقي الذي يتطلبه وكيفية تطبيق ذلك في البرهنة مدعما بالأمثلة الرياضية الهندسية.

وبعد صياغة محتوى الوحدة تم عرضها على بعض أساتذة المناهج وطرق تدريس الرياضيات بكليات التربية وبعض أساتذة الرياضيات بكليات العلوم لمعرفة مدى صحة صياغة محتواها الرياضي، وفي ضوء آراء السادة المحكمين أمكن تعديل صياغة بعض أساليب البرهنة وإضافة بعض الأمثلة الرياضية عليها، وبذلك أصبحت الوحدة معدة للتطبيق في صورتها النهائية.*

ثالثا: إعداد الاختبار التحصيلي:

الهدف من الاختبار هو إعداد مقياس ثابت وصادق لقياس مدى إلمام أفراد مجموعة الدراسة بالمفاهيم والعلاقات الرياضية المتضمنة بوحدة الأسس المنطقية وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية.

وقد تمت صياغة مفردات الاختبار لتغطي المفاهيم والعلاقات الرياضية المتضمنة بالوحدة، وللحكم على مدى صلاحية الاختبار لتحقيق الهدف منه تم عرضه على بعض أساتذة المناهج وطرق التدريس بكليات التربية وبعض أساتذة الرياضيات بكليات العلوم، وقد وافق السادة المحكمون على بنود الاختبار وقد اعتبرت هذه الموافقة دلالة على صدقه.

ولحساب معامل ثبات الاختبار تم تطبيقه على أفراد المجموعة الاستطلاعية (١٢ طالب)، ثم استخدمت طريقة التجزئة النصفية للاختبار لجتمان Guttman (١٠: ٣٨٧-٣٨٩)، وبإيجاد معامل الارتباط بين نصفي الاختبار اتضح أن معامل ثبات الاختبار = ٠,٨٣ وكذلك معامل الصدق له = ٠,٩١ (بحساب الجذر التربيعي لمعامل الثبات) وبذلك يكون الاختبار التحصيلي معدا للتطبيق.**

---

* ملحق (١) وحدة الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية.

** ملحق (٢) الاختبار التحصيلي.

رابعا: بناء مقياس التفكير الرياضي الإبداعي:

الهدف من المقياس هو قياس مستوى التفكير الرياضي الإبداعي لدى الطلاب/ المعلمين بشعبة الرياضيات بكلية التربية للحكم على مدى فعالية وحدة "الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية" في تنمية التفكير الرياضي الإبداعي لديهم.

ولعل الباحث هنا استخدم مفهوم "التفكير الرياضي الإبداعي" لعلاقة التضمين والاحتواء بين التفكير الرياضي وأنماط التفكير الأخرى الاستدلالي، الناقد، المنطقي، ... والإبداعي بعوامله وقدراته المختلفة كالحساسية لحل المشكلات والطلاقة والمرونة والأصالة ... وغيرها، حيث إن مقياس التفكير الرياضي الإبداعي يتضمن هذه الأنواع مندمجة تشكل مزيجا مشتركا للتفكير أفضل من قياس كل منها على حدة بعلاقة التأثير المباشر بينها واعتمادها على بعضها البعض لأن موقف حل المشكلات يتضمن معظم هذه الأنماط والقدرات، لذا وضعت مفردات هذا المقياس لقياس التفكير الرياضي الإبداعي بشكل عام.

ولقد تمت الاستفادة من مقياس التفكير الرياضي الإبداعي من إعداد الباحث (٥) حيث تم تعديل بعض الصياغات للمفردات به وحذف وإضافة بعض المفردات الأخرى ليتناسب مع مستوى الطلاب/المعلمين. وبعد صياغة المقياس في صورته الجديدة تم عرضه على بعض أساتذة المناهج وطرق التدريس وعلم النفس التعليمي بكليات التربية وبعض أساتذة العلوم، حيث تمت الموافقة بعد التعديلات على ١٦ مفردة، كما أقر السادة المحكمون صحة الصياغة اللغوية والرياضية لمفردات المقياس، وقد اعتبرت هذه الموافقة دلالة على صدق المقياس.

ولحساب معامل ثبات المقياس تم تطبيقه على أفراد المجموعة الاستطلاعية (١٢ طالب) ثم استخدمت طريقة التجزئة النصفية لأسئلة المقياس لجتمان Guttman (١٠ : ٣٨٧-٣٨٩) ، وبإيجاد معامل الارتباط بين نصفي المقياس (الأسئلة الفردية والأسئلة الزوجية) وهو مسار لمعامل ثبات المقياس، حيث وجد أن معامل ثبات المقياس =٠,٧٦ وهو معامل ثبات مناسب وكذلك الصدق له = ٠,٨٧ وبعد التأكد من صدق وثبات المقياس أصبح معدا للتطبيق*

خامسا: بناء بطاقة الملاحظة لقياس مهارات تدريس الهندسة إبداعيا:

الهدف من بطاقة الملاحظة هو قياس مدى تمكن الطلاب/ المعلمين بشعبة الرياضيات بكلية التربية من مهارات تدريس الهندسة إبداعيا.

ومن خلال استعراض الباحث للكتابات التي اهتمت بالتفكير الإبداعي بعامة ومهارات التدريس الإبداعي بخاصة والدراسات المرتبطة بها في مجال تدريس الرياضيات أمكن تحديد قائمة مبدئية بالمهارات الخاصة بتدريس الهندسة إبداعيا اشتملت على ٣٨ عبارة موزعة على ستة أبعاد رئيسة هي: الحساسية للمشكلات – الطلاقة – المرونة – الأصالة – التحليل والتركيب – التفكير الناقد.

---

* ملحق (٣) مقياس التفكير الرياضي الإبداعي.

وقد حدد لكل مهارة خمسة مستويات للأداء وهي: ممتاز (٤ درجات)، جيد (٣درجات) متوسط (درجتان)، ضعيف (درجة)، منعدم (صفر).

وبعد إعداد القائمة في صورتها المبدئية تم عرضها على مجموعة من أساتذة المناهج وطرق تدريس الرياضيات بكليات التربية بهدف معرفة آرائهم في صياغة عبارات القائمة ومدى وصف هذه العبارات للأداء المراد ملاحظته داخل كل بعد من أبعاد القائمة. وفي ضوء آراء السادة المحكمين تم حذف وإضافة بعض العبارات وتعديل صياغة بعض العبارات وترتيبها تحت البعد الذي تنتمي إليه، لتتكون القائمة في صورتها النهائية من ٣٣ عبارة موزعة على الأبعاد الرئيسة التالية:

١) مهارات الحساسية للمشكلات	(٧) عبارات.
٢) مهارات الطلاقة.	(٧) عبارات.
٣) مهارات المرونة.	(٦) عبارات.
٤) مهارات الأصالة.	(٥) عبارات
٥) مهارات التحليل والتركيب	(٥) عبارات
٦) مهارات التفكير الناقد.	(٣) عبارات

وقد أقر السادة المحكمون صلاحية بطاقة الملاحظة للاستخدام، مما يؤكد صدق البطاقة، ولحساب ثبات بطاقة الملاحظة تم استخدام طريقة اتفاق الملاحظين حيث قام الباحث وبمساعدة آخر بتطبيق البطاقة على أفراد المجموعة الاستطلاعية (١٢ طالب) وباستخدام معادلة Cooper لحساب نسبة الاتفاق (٦٢:١٦):

$$\text{نسبة الاتفاق} = \frac{\text{عدد مرات الاتفاق}}{\text{عدد مرات الاتفاق + عدد مرات عدم الاتفاق}} \times ١٠٠$$

تم حساب نسبة الاتفاق لكل طالب وتم حساب متوسط نسب الاتفاق المئوية للطلاب الاثني عشر حيث وجد أن نسبة الاتفاق المئوية = ٨٨,٢٣٪. وهذا يدل على أن البطاقة تتمتع بمستوى عال من الثبات، حيث إن نسبة الاتفاق إذا كانت أقل من ٧٠٪ فهذا يدل على انخفاض ثبات بطاقة الملاحظة وإذا كانت نسبة الاتفاق ٨٥٪ فأكثر فهذا يدل على ارتفاع ثبات بطاقة الملاحظة (٦٢:١٦).

وبعد التأكد من صدق وثبات بطاقة الملاحظة أصبحت معدة في صورتها النهائية* لقياس مهارات تدريس الهندسة إبداعيا لدى الطلاب المعلمين بشعبة الرياضيات بكلية التربية.

---

* ملحق (٤) بطاقة الملاحظة لقياس مهارات تدريس الهندسة إبداعيا.

تجربة الدراسة ونتائجها

بعد الانتهاء من إعداد أدوات الدراسة وتقنينها أجريت تجربة الدراسة بهدف معرفة مدى فعالية إكساب الطلاب المعلمين "الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية" في تنمية التفكير الرياضي الإبداعي ومهارات تدريس الهندسة إبداعيا لديهم. وقد تمت تجربة الدراسة خلال الفترة من ١٧/١٠/١٩٩٩ - ٥/١/٢٠٠٠م حسب الخطوات التالية:

- تطبيق الاختبار التحصيلي ومقياس التفكير الرياضي الإبداعي وبطاقة الملاحظة لقياس مهارات تدريس الهندسة إبداعيا (قبلي) على أفراد مجموعة الدراسة لمعرفة مدى إلمامهم بالأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة ومستوى تفكيرهم الرياضي الإبداعي وكذلك مدى تمكنهم من مهارات تدريس الهندسة إبداعيا قبل التدريس والتدريب بأسلوب التدريس المصغر.
- تدريس وحدة "الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية" لأفراد مجموعة الدراسة وتدريبهم على أساليب البرهنة للمشكلات الهندسية بطريقة إبداعية باتباع أسلوب التدريس المصغر.
- تطبيق الاختبار التحصيلي ومقياس التفكير الرياضي الإبداعي وبطاقة الملاحظة لقياس مهارات تدريس الهندسة إبداعيا (بعدي) على أفراد مجموعة الدراسة، وذلك لمعرفة هل هناك فروق في التحصيل والتفكير الرياضي الإبداعي ومهارات تدريس الهندسة إبداعيا لدى أفراد مجموعة الدراسة بين التطبيق القبلي والتطبيق البعدي.

هذا وقد التزم الباحث في عرضه لنتائج الدراسة بعد معالجتها إحصائيا بالتحقق من صحة فروض الدراسة كالتالي:

التحقق من صحة الفرض الأول :

ينص الفرض الأول من فروض الدراسة على أنه: " توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى (٠,٠١) بين متوسط درجات الطلاب المعلمين (مجموعة الدراسة) في التطبيق القبلي للاختبار التحصيلي للمفاهيم والعلاقات الرياضية المتضمنة بوحدة الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية و بين متوسط درجاتهم في التطبيق البعدي للاختبار التحصيلي في صالح التطبيق البعدي".

للتحقق من صحة هذا الفرض تم حساب المتوسط الحسابي لدرجات أفراد مجموعة الدراسة في الاختبار التحصيلي (قبلي، بعدي)، وكذلك مجموع مربعات انحرافات فروق الدرجات (البعدية – القبلية) عن متوسط هذه الفروق، وحساب قيمة "ت" لدلالة فروق المتوسطات المرتبطة التي قد توجد بين متوسطي الدرجات، كما يتضح من الجدول التالي:

جدول (١)

متوسط درجات أفراد مجموعة الدراسة في الاختبار التحصيلي (قبلي، بعدي) ومربعات انحرافات فروق الدرجات (البعدية – القبلية) عن متوسط هذه الفروق والدلالة الإحصائية لهذه الفروق.

البيان / التطبيق	عدد الطلاب	المتوسط الحسابي م	مج ح^{2} ف	قيمة "ت"	مستوى الدلالة
القبلي	٣٧	٢١,٩٧	٢٣١٥,٤١	٣٩,٢٠	دال عند مستوى ٠,٠١
البعدي	٣٧	٧٣,٥٤			

النهاية العظمى للاختبار التحصيلي = ٩٠ درجة.

يتضح من جدول (١) أن هناك فرقا ذا دلالة إحصائية عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطي درجات أفراد مجموعة الدراسة في التطبيق البعدي والقبلي للاختبار التحصيلي لصالح التطبيق البعدي، مما يعزي أثره إلى تدريس الوحدة وتدريب المعلمين على أساليب البرهنة للمشكلات الهندسية، وهذه النتيجة تحقق صحة الفرض الأول للدراسة وبالتحقق من صحة الفرض الأول للدراسة يكون قد أجاب الباحث عن السؤال الأول من أسئلة الدراسة.

التحقق من صحة الفرض الثاني :

ينص الفرض الثاني من فروض الدراسة على أنه: "توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى (٠,٠١) بين متوسط درجات الطلاب | المعلمين (مجموعة الدراسة) في التطبيق القبلي لمقياس التفكير الرياضي الإبداعي وبين متوسط درجاتهم في التطبيق البعدي للمقياس في صالح التطبيق البعدي".

للتحقق من صحة هذا الفرض تم حساب المتوسط الحسابي لدرجات أفراد مجموعة الدراسة في مقياس التفكير الرياضي الإبداعي (قبلي، بعدي)، وكذلك مجموع مربعات انحرافات الدرجات (البعدية – القبلية) عن متوسط هذه الفروق، وحساب قيمة "ت" لدلالة فروق المتوسطات المرتبطة التي قد توجد بين متوسطي الدرجات كما يتضح من الجدول التالي:

جدول (٢)

متوسط درجات أفراد مجموعة الدراسة في مقياس التفكير الرياضي الإبداعي (قبلي، بعدي) ومربعات انحرافات فروق الدرجات (البعدية-القبلية) عن متوسط هذه الفروق والدلالة الإحصائية لهذه الفروق.

البيان / التطبيق	عدد الطلاب	المتوسط الحسابي م	مج ح^2 ف	قيمة "ت"	مستوى الدلالة
القبلي	٣٧	٢٩,٣٢	١٢٦٨,٥٣	٣٧,٢٦	دال عند مستوى ٠,٠١
البعدي	٣٧	٦٧,٨٤			

يتضح من جدول (٢) أن هناك فرقا ذا دلالة إحصائية عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطي درجات أفراد مجموعة الدراسة في التطبيق البعدي والقبلي لمقياس التفكير الرياضي الإبداعي لصالح التطبيق البعدي مما يدل على أن إكساب الطلاب/المعلمين "الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية" له أثر فعال في تنمية التفكير الرياضي الإبداعي لديهم.

ولمعرفة مدى فعالية إكساب الطلاب/المعلمين "الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية" في تنمية التفكير الرياضي الإبداعي لديهم. تم حساب نسبة الكسب المعدل لبلاك كما يتضح من الجدول التالي.

جدول (٣)

متوسط درجات أفراد مجموعة الدراسة في مقياس التفكير الرياضي الإبداعي (قبلي، بعدي) ونسبة الكسب المعدل لبلاك.

البيان / التطبيق	النهاية العظمى للدرجة	المتوسط الحساب م	نسبة الكسب المعدل
القبلي	٨٠	٢٩,٣٢	١,١٨
البعدي	٨٠	٦٧,٨٤	

يتضح من جدول (٣) أن نسبة الكسب المعدل لأفراد مجموعة الدراسة في مقياس التفكير الرياضي الإبداعي قد تعدت القيمة التي عندها يمكن اعتبار الفعالية مقبولة (أكبر من الواحد الصحيح)، لذلك يمكن القول أن إكساب الطلاب/المعلمين "الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية" أدى إلى

تنمية التفكير الرياضي الإبداعي لديهم، وبناء على ذلك يمكن قبول صحة الفرض الثاني للدراسة. وبالتحقق من صحة الفرض الثاني للدراسة يكون قد أجاب الباحث عن السؤال الثاني من أسئلة الدراسة.

التحقق من صحة الفرض الثالث :

ينص الفرض الثالث من فروض الدراسة على أنه: " توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى (٠,٠١) بين متوسط درجات الطلاب / المعلمين (مجموعة الدراسة) في التطبيق القبلي لبطاقة الملاحظة لقياس مهارات تدريس الهندسة إبداعيا وبين متوسط درجاتهم في التطبيق البعدي للبطاقة في صالح التطبيق البعدي".

للتحقق من صحة هذا الفرض تم حساب المتوسط الحساب لدرجات أفراد مجموعة الدراسة في بطاقة الملاحظة لقياس مهارات تدريس الهندسة إبداعيا (قبلي، بعدي)، وكذلك مجموع مربعات انحرافات الدرجات (البعدية-القبلية) عن متوسط هذه الفروق، وحساب قيمة "ت" لدلالة فروق المتوسطات المرتبطة التي قد توجد بين متوسطي الدرجات كما يتضح من الجدول التالي:

جدول (٤)

متوسط درجات أفراد مجموعة الدراسات في بطاقات الملاحظة لقياس مهارات تدريس الهندسة إبداعيا (قبلي، بعدي) ومربعات انحرافات فروق الدرجات (البعدية-القبلية) عن متوسط هذه الفروق والدلالة الإحصائية لهذه الفروق.

البيان / مهارات	عدد الطلاب	المتوسط الحسابي م		مج ح٢ف	قيمة "ت"
		قبلي	بعدي		
الحساسية للمشكلات	٣٧	١١,٦٣	٢٠,٨٤	١٥٧,٤٣	٢١,٤٢*
الطلاقة	٣٧	١٣,٠٤	٢٤,٥٦	١٤٨,١٧	٣٤,٩٠*
المرونة	٣٧	٩,٨٧	٢٠,١٩	١٦٧,١٢	٢٩,٤٨*
الأصالة	٣٧	٧,٤١	١٦,٠٤	٢٣٤,٩١	٢٠,٥٥*
التحليل والتركيب	٣٧	٩,١٣	١٨,٢١	١٢٨,٩٧	٢٩,٢٩٠*
التفكير الناقد	٣٧	٤,٣٢	٩,٤٧	٢١٩,٠٣	١٢,٥٦*
المجموع	٣٧	٥٥,٤٠	١٠٩,٣١	٢٦٩٢,٤٩	٣٨,٢٣*

* دال عند مستوى ٠,٠١

يتضح من جدول (٤) أن هناك فرقا ذا دلالة إحصائية عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطي درجات أفراد مجموعة الدراسة في التطبيق البعدي والقبلي لبطاقة الملاحظة لقياس مهارات تدريس الهندسة إبداعيا لصالح التطبيق البعدي في الأبعاد الستة لبطاقة الملاحظة وكذلك البطاقة ككل، مما يدل على أن إكساب الطلاب المعلمين "الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية" وتدريبهم عليها باستخدام أسلوب التدريس المصغر أدى إلى تحسن واضح في مستوى مهارات تدريسهم للهندسة إبداعيا.

ولمعرفة مدى فعالية إكساب الطلاب/المعلمين "الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية" وتدريبهم عليها بأسلوب التدريس المصغر في تنمية مهارات تدريس الهندسة إبداعيا لديهم تم حساب نسبة الكسب المعدل لبلاك كما يتضح من الجدول التالي:

جدول (٥)

متوسط درجات أفراد مجموعة الدراسة في بطاقة الملاحظة لقياس مهارات تدريس الهندسة إبداعيا (قبلي،بعدي) ونسبة الكسب المعدل لبلاك.

البيان / مهارات	النهاية العظمى للدرجة	المتوسط الحسابي م		نسبة الكسب المعدل
		قبلي	بعدي	
الحساسية للمشكلات	٢٨	١١,٦٣	٢٠,٨٤	٠,٨٩
الطلاقة	٢٨	١٣,٠٤	٢٤,٥٦	١,١٨
المرونة	٢٤	٩,٨٧	٢٠,١٩	١,١٦
الأصالة	٢٠	٧,٤١	١٦,٠٤	١,١٢
التحليل والتركيب	٢٠	٩,١٣	١٨,٢١	١,٢٨
التفكير الناقد	١٢	٤,٣٢	٩,٤٧	١,١٠
البطاقة ككل	١٣٢	٥٥,٤٠	١٠٩,٣١	١,١١

يتضح من جدول (٥) أن نسبة الكسب المعدل لأفراد مجموعة الدراسة في جميع أبعاد البطاقة عدا بعد (الحساسية للمشكلات) قد تعدت النسبة التي عندها يمكن اعتبار الفعالية مقبولة (أكبر من الواحد الصحيح)، وكذلك البطاقة ككل لذلك يمكن القول أن إكساب الطلاب/المعلمين "الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية" وتدريبهم عليها بأسلوب التدريس المصغر أدى إلى تنمية مهارات تدريس الهندسة إبداعيا لديهم في جميع المهارات عدا مهارات الحساسية للمشكلات وإن كان هناك تحسن واضح فيها أدى إلى وجود

فرقا دالا إحصائيا كما يتضح من جدول (٤) وبناء على هذه النتائج يمكن قبول صحة الفرض الثالث للدراسة. وبالتحقق من صحة الفرض الثالث للدراسة يكون قد أجاب الباحث عن السؤال الثالث من أسئلة الدراسة.

التحقق من صحة الفرض الرابع :

ينص الفرض الرابع من فروض الدراسة على أنه: " توجد علاقة إرتباطية موجبة بين درجات الطلاب / المعلمين (مجموعة الدراسة) في مقياس التفكير الرياضي الإبداعي وبين درجاتهم في بطاقة الملاحظة لقياس مهارات تدريس الهندسة إبداعيا ".

للتحقق من صحة هذا الفرض تم رصد درجات أفراد مجموعة الدراسة في التطبيق البعدي لمقياس التفكير الرياضي الإبداعي وبطاقة الملاحظة لقياس مهارات تدريس الهندسة إبداعيا وحساب المتوسط الحساب لدرجاتهم في كل مقياس وكذلك الانحرافات عن كل متوسط والانحراف المعياري للدرجات كل مجموعة في كل مقياس، ثم استخدمت طريقة الانحرافات المعيارية لحساب معامل الارتباط بين درجات أفراد مجموعة الدراسة في التطبيق البعدي لمقياس التفكير الرياضي الإبداعي وبطاقة الملاحظة لقياس مهارات تدريس الهندسة إبداعيا، كما يتضح من الجدول التالي:

جدول (٦)

المتوسط الحسابي والانحراف المعياري ومجموع حاصل ضرب الانحراف عن متوسطي درجات أفراد مجموعة الدراسة في التطبيق البعدي لمقياس التفكير الرياضي الإبداعي وبطاقة الملاحظة لقياس مهارات تدريس الهندسة إبداعيا ومعامل ارتباط الدرجات ومستوى الدلالة.

البيان / المقياس	المتوسط الحسابي م	الانحراف المعياري ع	مج(ج س × ح ص)	معامل الارتباط	مستوى الدلالة
مقياس التفكير الرياضي الإبداعي	٦٧,٨٤	٥,١٧	٦٧٧,٦٣	٠,٨٢	دال عند مستوى ٠,٠١
بطاقة الملاحظة لقياس مهارات تدريس الهندسة إبداعيا	١٠٩,٣١	٤,٣٢			

يتضح من جدول (٦) أن هناك ارتباطا موجبا بين درجات أفراد مجموعة الدراسة في مقياس التفكير الرياضي الإبداعي وبين درجاتهم في بطاقة الملاحظة لقياس مهارات تدريس الهندسة إبداعيا، وبالكشف عن قيمة (ر) في الجداول الإحصائية عند ما تكون ن=٣٧ وجد أن هناك دلالة إحصائية لمعامل الارتباط عند مستوى ٠,٠١ ولهذا يمكن القول أن مستوى قدرات الطلاب/المعلمين بشعبة الرياضيات بكلية التربية على التفكير الرياضي الإبداعي يؤثر على مستوى مهاراتهم في تدريس الهندسة إبداعيا ويزيد منه، وهذا يؤكد صحة الفرض الرابع للدراسة.وبالتحقق من صحة الفرض الرابع للدراسة يكون قد أجاب الباحث عن السؤال الرابع من أسئلة الدراسة.

مناقشة النتائج وتفسيرها:

بناء على النتائج التي تم التوصل إليها من خلال تدريس وحدة الأسس المنطقة للبرهان الرياضي وتدريب الطلاب المعلمين على أساليب البرهنة للمشكلات الهندسية باستخدام التدريس المصغر، والتطبيق القبلي والبعدي للاختبار التحصيلي ومقياس التفكير الرياضي الإبداعي وبطاقة الملاحظة لقياس مهارات تدريس الهندسة إبداعيا، يمكن تحليل هذه النتائج وتفسيرها على النحو التالي:

- اتضح من جدول (١) أن هناك فرقا ذا دلالة إحصائية عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطي تحصيل أفراد مجموعة الدراسة في التطبيق البعدي والقبلي للاختبار التحصيلي في صالح التطبيق البعدي مما يدل على أن دراسة الطلاب/المعلمين لوحدة "الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية" أدى إلى إكسابهم المفاهيم والمهارات الرياضية المتضمنة في الوحدة، ويرجع ذلك إلى أن الطلاب/المعلمين لم يقوموا بدراسة الأسس المنطقية للبرهان الرياضي من قبل سواء بصورة منفصلة أو مرتبطة مع أساليب البرهنة.
- اتضح من جدول (٢) أن هناك فرقا ذا دلالة إحصائية عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطي درجات أفراد مجموعة الدراسة في التطبيق البعدي والقبلي لمقياس التفكير الرياضي الإبداعي في صالح التطبيق البعدي مما يدل على أن اكتساب الطلاب/المعلمين للأسس المنطقية للبرهان الرياضي وتدريبهم على أساليب البرهنة للمشكلات الهندسية قد أدى إلى تنمية مستوى تفكيرهم الرياضي الإبداعي بفعالية مرتفعة كما يتضح من جدول (٣).
- اتضح من جدول (٤) أن هناك فرقا ذا دلالة إحصائية عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطي درجات أفراد مجموعة الدراسة في التطبيق البعدي والقبلي لبطاقة الملاحظة لقياس مهارات تدريس الهندسة إبداعيا في صالح التطبيق البعدي مما يدل على أن اكتساب الطلاب المعلمين للأسس المنطقة للبرهان الرياضي وتدريبهم على أساليب البرهنة باستخدام أسلوب التدريس المصغر قد أدى إلى تنمية مهاراتهم في تدريس الهندسة بشكل إبداعي غير تقليدي بفعالية مرتفعة في جميع المهارات عدا مهارات الحساسية للمشكلات كما اتضح من جدول (٥) وربما يرجع السبب في ذلك إلى تعود الطلاب/المعلمين من قبل على حل المشكلات المعروضة عليهم في الكتب المدرسية دون التفكير في مشكلات رياضية قريبة الصلة بها أو مشكلات لها أكثر من حل رياضي أو أسئلة ذات نهايات مفتوحة... حيث إن تفكيرهم كان مقيدا بالنتيجة الحتمية للمشكلات المطروحة عليهم.
- اتضح من جدول (٦) أن هناك علاقة ارتباطية موجبة ودالة عن مستوى ٠,٠١ بين درجات أفراد مجموعة الدراسة في التطبيق البعدي لمقياس التفكير الرياضي الإبداعي وبين درجاتهم في التطبيق البعدي لبطاقة الملاحظة لقياس مهارات تدريس الهندسة إبداعيا. مما يدل على أن ارتفاع مستوى التفكير لدى أفراد مجموعة الدراسة صاحبه بالفعل ارتفاعا في مهاراتهم في تدريس الهندسة إبداعيا.

وبعد مناقشة النتائج وتفسيرها يمكن القول:

أنه قد حدث تحسن وتو واضح لدى أفراد مجموعة الدراسة في مستوى التفكير الرياضي الإبداعي ومهارات تدريس الهندسة إبداعيا بعد دراستهم لوحدة "الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية" وتدريبهم على أساليب البرهنة بأسلوب التدريس المصغر والتركيز على المشكلات الهندسية التي لها أكثر من حل والتطبيقات لكل أسلوب من أساليب البرهنة على حدة.

القيمة التربوية للدراسة:

إن أي اتجاه يتعلق بإصلاح حقيقي للتعليم ليعتمد على التفكير وليس التلقين يجب أن يصحبه سعي دائم إلى تحسين مستوى إعداد المعلم والارتقاء بمستواه ليكون معلما مبدعا يمكنه أن يساعد طلابه على الإبداع والتفكير المنظم المنتج.

وحيث إن تنمية التفكير الإبداعي لدى المعلم من الأمور الهامة التي توليها كثير من المؤتمرات والندوات العناية والاهتمام. كانت هذه الدراسة محاولة لإكمال محاولات سابقة لتجريب تنمية الإبداع بعامة والتفكير الرياضي الإبداعي بخاصة من خلال تدريس محتوى رياضي متصل بما يقوم المعلم بتدريسه في التعليم العام وهو موضوع البرهان الرياضي وذلك من خلال تدريس وحدة "الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية" بطريقة إبداعية ومعرفة أثرها على تنمية التفكير الرياضي الإبداعي ومهارات تدريس الهندسة إبداعيا لدى الطلاب/المعلمين بشعبة الرياضيات بكلية التربية.

وقد أظهرت نتائج الدراسة فعالية "الوحدة المقترحة في تنمية التفكير الرياضي الإبداعي ومهارات تدريس الهندسة إبداعيا لدى (أفراد مجموعة الدراسة). وتظهر القيمة التربوية للدراسة في الأوجه التالية:

- إعداد وحدة "الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسية" يمكن للباحثين والمهتمين بتدريس الرياضيات الاستفادة منها.
- إعداد مقياس للتفكير الرياضي الإبداعي يمكن للمهتمين بتنمية الإبداع الاستفادة منه.
- إعداد بطاقة ملاحظة لقياس مهارات تدريس الهندسة إبداعيا لدى المعلم يمكن الاستفادة منها في تقويم الأداء التدريسي بطريقة إبداعية لدى معلمي الرياضيات.

توصيات ومقترحات الدراسة:

بناء على ما توصلت إليه الدراسة من نتائج يوصي الباحث بما يلي:

- إعداد نموذج مقنن لقياس الإبداع بعامة والإبداع الرياضي بخاصة لدى الطلاب لتحديد مستويات إبداعهم وكذلك لدى المعلمين.

- إعادة النظر في أساليب التدريس المتبعة في تدريس الرياضيات واستغلال الاتجاهات الإيجابية للطلاب في تعلم الرياضيات.

- تعديل وتطوير البرامج الدراسية بحيث تساهم في تنمية التفكير الرياضي الإبداعي لدى الطلاب.

- إجراء دراسات تحدد الكفايات المطلوب توافرها في معلم الرياضيات لكي يكون مبدعا يسهم في تنمية الإبداع لدى طلابه.

واستكمالا لهذه الدراسة يقترح الباحث القيام بالدراسات التالية:

- دراسة تقويمية لبرامج إعداد معلمي الرياضيات بكليات التربية في ضوء الكفايات الواجب توافرها في معلم الرياضيات المبدع.

- أثر استخدام أسلوب التدريس المصغر في تنمية مهارات تدريس الرياضيات إبداعيا لدى الطلاب/المعلمين بكليات التربية.

- أثر اكتساب المعلمين لمهارات تدريس الرياضيات إبداعيا على تنمية التفكير الرياضي الإبداعي والاتجاه نحو الرياضيات لدى طلابهم.

مراجع الدراسة:

١) أحمد محمد سيد حميد، "فعالية مدخل مقترح لتنمية التفكير الإبداعي في الرياضيات لدى طلاب المرحلة الثانوية"، رسالة دكتوراه غير منشورة، كلية التربية جامعة عين شمس، ١٩٩٣.

٢) السيد محمد الغزي، وليم عبيد، الرياضيات العامة، برنامج تأهيل معلمي المرحلة الابتدائية للمستوى الجامعي، القاهرة، مطابع مجموعة مؤسسات افلال، ١٩٨٥/١٩٨٦.

٣) الكسندرروشكا، الإبداع العام والخاص، ترجمة: غسان أبو فخر، الكويت، مكتبة عالم المعرفة، ١٩٨٩.

٤) جيمس كيف، هوبرت ويلبرج، التدريس من أجل تنمية التفكير، ترجمة: عبدالعزيز عبدالوهاب البابطين، الرياض، مكتب التربية العربي لدول الخليج، ١٩٩٥.

٥) حفني إسماعيل محمد، "فعالية البرهنات غير المألوفة والألغاز الرياضية في تنمية التفكير الرياضي الإبداعي والتحصيل والاتجاه نحو الرياضيات لدى طلاب الصف الأول الثانوي"، اللقاء الرابع للجمعية السعودية للعلوم الرياضية (منهج الرياضيات في المرحلة الثانوية)، الرياض، جامعة الملك سعود، ٩-١٠ مارس ١٩٩٩.

٦) عادل عبدالله محمد، "أثر برنامج (دي بو نو) لتعليم التفكير على بعض قدرات التفكير الابتكاري لطلاب الصف الأول الثانوي من الجنسين"، القاهرة، مجلة دراسات نفسية، ع٤، م٤، يناير ١٩٩٤.

٧) عبدالجواد بيوت، "فعالية استخدام نموذج (بوست وبرنبات) في تنمية أداء المشكلات الهندسية والتفكير الابتكاري لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي"، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية بطنطا، ١٩٩٣.

٨) عبدالله طه الصافي، التفكير الإبداعي بين النظرية والتطبيق، جدة، مطابع دار البلاد، ١٩٩٧

٩) فريدرك.هـ.بل، تدريس الرياضيات، ترجمة: محمد أمين المفتي، ممدوح سليمان، القاهرة، الدار العربية للنشر والتوزيع، ط٢، ١٩٩٧.

١٠) فؤاد البهي السيد،علم النفس الإحصائي وقياس العقل البشري،ط ٣،القاهرة،دار الفكر العربي،١٩٧٩.

١١) مجدي عزيز إبراهيم، استراتيجيات في تعليم الرياضيات، القاهرة، مكتبة النهضة المصرية،١٩٨٩.

١٢) محبات أبو عميرة، "دور معلم الرياضيات في تنمية الإبداع لدى الطلاب (دراسة تجريبية)" ندوة الإبداع في التعليم العام، القاهرة، المركز القومي للبحوث التربوية والتنمية، ١٩٩١

١٣) محمد أحمد الكوشن، "السلوكيات المطلوبة لعملية الابتكار ومدى توافرها لدى عينة من معلمي الرياضيات في المرحلة الثانوية بدولة قطر"، مجلة كلية التربية بقطر، ع١٢٢، قطر،١٩٩٧.

١٤) محمد السيد علي، محرز عبده يوسف الغنام، "فعالية برنامج مقترح في إكساب الطلاب المعلمين مهارات

التدريس الابتكاري وتنمية اتجاهاتهم نحوه في مجال العلوم وأثر ذلك على تنمية التفكير الابتكاري لدى تلاميذهم"، مجلة كلية التربية بالمنصورة، جامعة المنصورة، ع٣٧، مايو ١٩٩٨.

١٥) محمد أمين المفتي، "دور الرياضيات المدرسية في تنمية الإبداع لدى المتعلم"، ندوة الإبداع في التعليم العام، القاهرة، المركز القومي للبحوث التربوية والتنمية، ١٩٩١.

١٦) _____، سلوك التدريس، سلسلة معالم تربوية، القاهرة، مؤسسة الخليج العربي، ١٩٩٦.

١٧) محمد سيف، "مدى استخدام أسلوب الاختيار الحر في تدريس الرياضيات على تنمية التفكير الابتكاري لدى تلاميذ الحلقة الثانية"، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية البنات، جامعة عين شمس، ١٩٩٣.

١٨) محمد محمد حسن، "أثر استراتيجية التعليم التعاوني في تدريس الرياضيات على تنمية التفكير الابتكاري والتحصيل لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية"، مجلة كلية التربية بالزقازيق، جامعة الزقازيق، ع١٥، ١٩٩٦.

١٩) مديحة محمد حسن، "برنامج مقترح في الرياضيات لتنمية التفكير الابتكاري لدى التلميذ الكفيف في المرحلة الابتدائية في مصر والولايات المتحدة الأمريكية"، تدريس الرياضيات للمكفوفين، القاهرة، عالم الكتب، ١٩٩٨.

٢٠) مصطفى محمد الشيخ، "فعالية استخدام دورة التعلم في تنمية دافعية الإنجاز والتفكير الابتكاري في الفيزياء لدى تلاميذ الصف الأول الثانوي"، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية بكفر الشيخ، جامعة طنطا، ١٩٩٨.

٢١) منير كامل ميخائيل، "تنمية القدرة الابتكارية لدى معلم العلوم"، ورقة عمل مقدمة إلى ندوة التربية العملية ومتطلبات التنمية في القرن الحادي والعشرين، القاهرة، مركز تطوير تدريس العلوم، جامعة عين شمس، ٤-٥ ديسمبر ١٩٩٦.

٢٢) ناديا هايل السرور، "فعالية برنامج (الماستر ثنكر Master Thinker) في تنمية القدرات الإبداعية لدى طلبة كلية العلوم التربوية في الجامعة الأردنية"، مجلة مركز البحوث التربوية، جامعة قطر، قطر، يونيو ١٩٩٦.

٢٣) _____، مدخل إلى تربية المتميزين والموهوبين، عمان، دار الفكر للطباعة والنشر والتوزيع، ١٩٩٨.

٢٤) نصره رضا الباقر، " كفايات معلم الرياضيات الخاصة بتنفيذ الدرس ومدى توافرها في معلمات المرحلة الابتدائية القطريات"، مجلة دراسات تربوية، م٨، ج٥٦، عالم الكتب، القاهرة ١٩٩٣.

٢٥) ورقة توصيات ندوة دور المدرسة والأسرة والمجتمع في تنمية الابتكار، ٢٥-٢٨ مارس ١٩٩٦، كلية التربية جامعة قطر، الدوحة، قطر، ١٩٩٦.

٢٦) وزارة المعارف السعودية، "تقرير عن المؤتمر العالمي السابع للتفكير – المنعقد في سنغافورة في المدة من ١– ٦ يونيو ١٩٩٧" مجلة المعرفة، ع ٣٣، مارس ١٩٩٨.

٢٧) وليم عبيد وآخرون، طرق تدريس الرياضيات (١)، برنامج تأهيل معلمي المرحلة الابتدائية للمستوى الجامعي، القاهرة، وزارة التربية والتعليم بالاشتراك مع الجامعات المصرية، ١٩٨٥/١٩٨٦.

٢٨) _____ وآخران، تربويات الرياضيات، القاهرة، دار أسامة للطباعة والنشر، ١٩٨٧.

29) ***Bohan Hary & Bohan Susan***, "Extending the Regular Curricullum Through Creative Problem Solving", Arithmetic Teacher, vol.41, No.2, October 1993.

30) ***Davis, G.A.,*** Creativitv is for Ever, 2nd ed, Dibugue, IA, Kendll & Hunt Publishing Company, Inc., 1986.

31) _____, "Objective and activities for Teaching Creative Thinking Gifted Child Quarterly", Gifted Education International, 1989.

32) _____, "Measuring and Predicting Issues and Strategy paper presented at the Family and Society in the Development of Creativity", University of Qatar, Doha, 25-28 March 1996.

33) ***Freeman, J.***, Encouraging Creativity in the Gifted paper presented in "The Region workshop", Amm-an, Jordan, 1996.

34) ***Gehlbach, R.***, "Creativity & Instruction", Journal of Creative Behaviour, 1987.

35) ***Gordan, Rawland***, "Instructional design and creativity: A response to Criticized". Educational Technologv, 1995.

36) ***Heller, K. & Ziegler, A.***, "Gender differences in Mathematics and the sciences attributional retroning improve the performance of gifted females". Gifted Child Quarterlv, 1996.

37) ***Osborn, Alex***, Yaur Creative Power, Motorola University Press, Schaumburg, Illinois, 1991.

38) ***Schock, G.D.***, "Effects of Crative Problem – solving Curricullum in Students of varying ability Levels". Gifted Child Quarterlv, 1993.

39) ***Sheppard, Cynthiac.***, "A Strategy for incorsorating Critical Thinking into the conducting Curricullum", Dissertation Abstracts International, No.54,(6)A, 1993.

40) ***Torrance, E.P.*** and others, Torrance Test of Creative Thinking Scholastic Testing Service, Inc. Bensenville, Illinois, USA, 1990.

41) ***Waldingtion, E. & Burns, J.M.,*** "Math Instructional Practices within pre school / Kindergarten gifted Programs", Journal for the Education of the Gifted, N1, 1993.