الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين ومدى توفرها في تدريس الرياضيات بالمرحلة الثانوية

إعـداد
د. محمد بن مفرح الزهراني
أستاذ المناهج وطرق تدريس الرياضيات المساعد
كلية التربية-جامعة طيبة
ص. ب: ١٣٤٣
بريد الكتروني: zahranimma@hotmail.com

الملخص:

هدفت الدراسة إلى تحديد معايير ومؤشرات للممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين، وإلى تعرّف مستوى توفر هذه المعايير في الممارسات التدريسية لمعلمات الرياضيات بالمرحلة الثانوية في المدينة المنورة، إضافة إلى معرفة ما إذا كان هناك اختلافاً معنوياً في المستوى العام لتحقق هذه المعايير في الممارسات التدريسية تبعاً للمتغيرات التالية: سنوات الخبرة التدريسية، كثافة عدد الطالبات في الفصل، الصف الذي تدرِّس له المعلمة. واتبعت الدراسة المنهج الوصفي التحليلي، كما استخدمت بطاقة الملاحظة لجمع المعلومات عن عينة الدراسة المكونة من (٤٨) معلمة. وخرجت الدراسة بتحديد قائمة مؤلفة من (٤) معايير، و(٢٩) مؤشراً لدعم التواصل الرياضي في بيئات تعليم وتعلُّم الرياضيات، كما بيّنت النتائج ضعفاً عاماً في مستوى تحقق معايير دعم التواصل الرياضي، وفي مستوى تحقق كل معيار منها على حدةٍ. ولم تظهر النتائج تباينات جوهرية في المستوى العام لتحقق معايير دعم التواصل الرياضي تبعاً لاختلاف متغيرات عينة الدراسة.

كلمات مفتاحية: معايير ممارسات تدريس الرياضيات، التواصل الرياضي، تعليم وتعلُّم الرياضيات، مُعلِّم الرياضيات بالمرحلة الثانوية، تنمية التواصل الرياضي للمتعلمين.

Abstract

This study aimed at identifying a list of standards and indicators for the mathematics teaching practices that supports developing students' mathematical communication, determining the level of achieving these standards in the teaching practices of the female teachers of Mathematics at the Secondary stage in Al-Madinah Al-Munawarah, and if there is an significant differences in the general level of achieving these standards in the teaching practices according to some variables namely; years of experience in teaching, number of students in classroom and grade being taught. Descriptive analytical method is followed, with an observation sheet was developed for collecting data related to the 48 female teachers. A document of standards was the major outcome of the study. It consisted of 4 standards, 29 indicators of teaching practices that support developing students' mathematical communication. In addition, the results of the study showed that there is a weakness in the general achieving level of the standards in the teaching practices of the female teachers of Mathematics at the Secondary stage and in the achievement of each standard in particular. There were no significant differences among the sample of the study with regard to the variables of the study.

Keywords: Standards of mathematics teaching practices, Mathematical communication, Teaching and learning mathematics, Mathematics teachers of secondary stage, Developing students' mathematical communication.

مقدمة:

تُعد القدرة على التواصل مع الآخرين من المتطلبات الأساسية لتكيُّف الفرد مع بيئة سواء أكان ذلك على مستوى الحياة الاجتماعية العامة له، أم على مستوى حياته العملية والوظيفية. وكلمة اتصال (Communication) مشتقة من الأصل اللاتيني (Communis)، وهي أصل الكلمة الإنجليزية (Common) التي تعني عام أو مشترك، أما في اللغة العربية فتحمل أي من المعنيين: إما الربط بين كائنين أو شخصين، أو بلوغ غاية ما. ومن الناحية التربوية يُعبر مفهوم التواصل عن عملية تفاعل اجتماعي، يؤثر فيها شخص ما على أفكار ومشاعر شخص آخر بهدف تقوية الصلة والتوصل إلى تفاهم مشترك بينهما أو التباعد (السليتي، ٢٠٠٨، ص١٩٣).

وقد أكدت وزارة العمل بالولايات المتحدة في تقريرها الموسوم بـ: "ما العمل المطلوب من المدارس" حاجة القوى العاملة لامتلاك المهارات الأساسية، التي من بينها القدرة على تنظيم الأفكار والتواصل للتعبير عنها كتابياً وشفهياً، وحثت المدارس على تنمية مهارات التواصل لدى المتعلمين (SCANS, 1991, p. xviii). كما بيّن رجال التربية وأصحاب العمل في الولايات المتحدة الأمريكية حاجة المتعلمين لتعلُّم التواصل الفعّال لنقل أفكارهم والتعبير عنها(NMSA, 2004).

وانعكس هذا الإهتمام بضرورة تنمية التواصل لدى المتعلمين على توجهات تعليم وتعلُّم الرياضيات، فكان التواصل الرياضي من أبرز الموضوعات التي حظيت بعناية خاصة في معظم الحركات الدولية لإصلاح مناهج الرياضيات المدرسية، وباهتمام كثير من المتخصصين بتربويات الرياضيات (Martinho and Pont, 2009; Quinnell, 2010)، حيث يؤكد عبيد (٢٠٠٤، ص٥٢) أن تنمية مهارات الاتصال بلغة رياضية صحيحة لا بد وأن يكون أحد أهداف تعلُّم الرياضيات، وموضع

اهتمام كل من مُعلِّم الرياضيات، وصانع المنهج، ومؤلف الكتاب المدرسي.

ونتيجة لهذه التوجهات ألزمت وزارة التربية والتدريب الكندية معلمي الرياضيات بالمرحلة الثانوية بتقييم انجاز المتعلمين المتعلق بقدرتهم على التواصل الرياضي وتقديم تقرير بذلك (Franks, and Jarvis, 2001)، وأشار كنغ وهاماجوتشي وأوتاني (Khaing, Hamaguchi, and Ohtani, 2007) إلى أن نمو مستوى التواصل الرياضي لدى المتعلمين اليابانيين جاء نتيجة لتحوّل تركيز المناهج المطوَّرة على الأنشطة الرياضية، مما أتاح للمتعلمين فرصاً أكبر للتفاعل مع بعضهم البعض من خلال التواصل الرياضي.

وأظهر المجلس القومي لمعلمي الرياضيات بالولايات المتحدة الأمريكية National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) اهتماماً مستمراً بموضوع التواصل الرياضي؛ حيث تبنته وثيقة "معايير منهج الرياضيات المدرسية وتقويمها" معياراً ثانياً من معايير المنهج لكل مرحلة دراسية (K-4, 5-8, 9-12)، ثم جاء معياراً سادساً لتقويم تعلُّم الرياضيات، إضافة لظهور بعض المؤشرات المرتبطة به (القدرة على استخدام اللغة الرياضية لتوصيل الأفكار، والقدرة على تقديم التبريرات وتحليل الأفكار) كمؤشرات لتقويم القوة الرياضية لدى المتعلمين (NCTM, 1989). كما برز معيار التواصل الرياضي ضمن وثيقة "مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية" لعام ٢٠٠٠ م كونه أحد المعايير الخمسة للعمليات الرياضية التي أكدت دور الكتابة والتحدث والاستماع في تطوير الفهم الرياضي للمتعلمين، حيث وجه المعيار إلى أن على بنية البرامج الرياضية تمكين جميع المتعلمين من (NCTM,2000, pp. 60-63):

- تنظيم وتقوية تفكيرهم الرياضي من خلال التواصل.
- نقل تفكيرهم الرياضي بوضوح وترابط لزملائهم، ومعلميهم وللآخرين.

- تحليل وتقويم التفكير الرياضي واستراتيجياته التي يستخدمها الآخرون.
- استخدام لغة الرياضيات للتعبير عن الأفكار الرياضية بدقة.

ويُعبِّر التواصل الرياضي للمتعلم عن قدرته على التعبير عن أفكاره الرياضية، وعن فهم وتفسير وتقييم الأفكار المعروضة، إضافة إلى استخدامه للمفردات والرموز والبنّية الرياضية لعرض أفكاره ووصف العلاقات، وتجسيد المواقف والحالات (NCTM, 1989, p. 214). كما عرَّفه الرويس (٢٠١١، ص٢٨٨) بأنه: "قدرة الطالب على استخدام لغة الرياضيات من مفردات ومصطلحات ورموز ورسوم وأشكال وغيرها، في التعبير عن الأفكار والعلاقات الرياضية وتوضيحها للآخرين تحدثاً، وكتابةً، وتمثيلاً".

وقدم عصر (٢٠٠٦) تفسيراً للتواصل الرياضي ضمن إطار القوة الرياضية؛ فبيّن أن التواصل الرياضي في الفهم المفاهيمي؛ يتمثل في: إنتاج الأمثلة واللامثلة للمفاهيم واستخدام الأشكال والرسومات للتعبير عن المفاهيم, بالإضافة إلى استخدام المعالجات الرياضية اليدوية والتكنولوجية والذهنية, ونمذجة المفاهيم وترجمتها إلى دلالات وأفكار رياضية. أما التواصل الرياضي في المعرفة الإجرائية فيتم من خلال: استخدام الخوارزميات للتعبير عن الأفكار والمفاهيم الرياضية وإدراك العلاقة بين الأداء الكتابي والذهني للخوارزميات, بالإضافة إلى استخدام الرياضيات وتوظيفها في كتابة أبحاث ومقالات ترتبط بالخبرات الرياضية المتنوعة. كما أن التواصل الرياضي في حل المشكلات يتم من خلال: استخدام المعرفة الرياضية في حل المشكلات, وجمع البيانات والمعلومات مع إدراك البيانات المهمة والمرتبطة, إضافة إلى صياغة مشكلات رياضية في ضوء مجموعة من المعطيات مع عرض ومناقشة طرائق حلها في مجموعات عمل وكتابة تقارير عن ذلك.

إن الممارسات والمهارات التي يقوم بها المتعلّم خلال عمليات التواصل الرياضي كالتحدث والكتابة والتفكير وتحليل الأفكار والمناقشة وطرح الأسئلة، وربط ذلك بالحياة اليومية يدخل ضمن مفهوم التعلُّم النشط Active Laearning المرتبط بمفاهيم النظرية البنائية التي تؤكد دور المتعلّم الإيجابي في عملية التعلُّم (سعادة وعقيل وزامل وإشتية وأبو عرقوب، ٢٠٠٦، ص ص ٢٩-٣٢)، ففي ضوء النظرية البنائية المعرفية المنطلقة من أعمال بياجيه Piaget يتم التركيز على تفاعل المتعلّم مع بيئة التعلُّم بغرض تحقيق التوازن من خلال تشكيل المعنى لموضوع التعلُّم في ضوء الخبرات السابقة، بينما تؤكد البنائية الاجتماعية المتأثرة بنظرة فيجوتسكي Vygotsky للتعلُّم بناء المعرفة من خلال سياق اجتماعي تفاعلي بين المتعلّم وأقرانه (الرويس، ٢٠٠٨). وأيّاً كان التصوُّر التربوي لعملية التعلُّم في سياق النظرية البنائية؛ فإن التواصل الرياضي عملية أساسية سواء أكانت جسراً لبناء المعرفة وإعادة تنظيم البُنى العقلية، أم لتصحيح وتعديل الفهم الخطأ وتحقيق التعلُّم والإدراك الصحيح لمادة التعلُّم.

إن التواصل الرياضي يُمثل قاعدةً أساسية لتشييد أبراج الإنجازات الرياضية للمتعلمين ضمن سياق التوجهات الحديثة لنتاجات التعلُّم الرياضي، فهو أحد المكونات الرئيسة لمفهوم القوة الرياضية Mathematical Power التي تمثل معياراً لتقييم تعلُّم الرياضيات (NCTM, 1989, pp. 205-208; NAGB, 2002, pp. 10-12)، كما أن المناقشات التي تتم حول المقارنة بين الأساليب الفردية والحلول التي يتم التوصل إليها خلال التواصل الرياضي يوفر فرصاً لتطوير القدرة الرياضية Mathematical Ability بما تتضمنه من الفهم المفاهيمي والإجرائي للموضوعات الرياضية (Takahashi, 2006)، وهو وسيلة لمشاركة الأفكار وتوضيح الفهم، ومعه تتحول الأفكار إلى موضوعات للمناقشة والتحقق بما يساعد على بناء المعنى، وبقاء أثر الأفكار وشيوعها بين المتعلمين الذين يكتسبون القدرة

على التوضيح والإقناع لما يتوصلون إليه من أفكار استدلالية (NCTM, 2000, p. 60; Kosko, and Wilkins, 2010)، فما يمارسه المتعلّم خلال عمليات التواصل الرياضي المختلفة كقراءة الرياضيات وكتابتها والاستماع إلى مفاهيمها ونظرياتها ومناقشة موضوعاتها، وفهم وإدراك قواعد التعبير بها أو التعبير عنها؛ يمثل عمليات أساسية لتعلُّمِها (عبيد، ٢٠٠٤، ص٥٢)، وإن توفير الفرص المناسبة التي تشجِّع المتعلمين على هذه الممارسات في فصول الرياضيات يؤتي ثماره على تعلُّمِهم التواصل من أجل تعلُّم الرياضيات، وأيضاً التواصل رياضياً (باللغة الرياضية) (NCTM, 2000, p.60)، فلغة الرياضيات ذات خصوصية ينبغي تعلُّمها، وهي في الوقت نفسه أداة أساسية للنجاح في الرياضيات، ولبناء التفكير الرياضي (الرويس، ٢٠١١، ص٣٨٨).

وتؤكد نتائج الدراسات أن دعم وتشجيع التواصل الرياضي في بيئات تعليم وتعلُّم الرياضيات يعمِّق فهم المتعلمين الرياضي (Hirschfeld-Cotton, 2008; Wilson, 2009)، ويساعدهم على فهم البرهان الرياضي، وينمي قدراتهم على إجراء عمليات البرهنة والإثباتات الرياضية (Uğurel, and Morali, 2010)، إضافة إلى الإسهام في تغيير اتجاهاتهم إيجابياً نحو تعلُّم الرياضيات (Hirschfeld-Cotton, 2008). ونتيجة لذلك تظهرت العلاقة الإيجابية بين القدرة على التواصل الرياضي لدى المتعلمين والتفوق في الرياضيات (الصباغ، ٢٠٠٧؛ مهدي وناصر والذارحي، ٢٠٠٨).

وبالرغم من أهمية مستوى انجاز المتعلمين المتعلق بقدرتهم على التواصل الرياضي إلا أن واقع الميدان التربوي يعكس ضعفاً غير مقبول تربوياً لدى المتعلمين في هذا الجانب (مهدي وآخرون، ٢٠٠٨). ولا شك أن مُعلِّم الرياضيات ومدى تمكنه التربوي يمثل أحد أبرز العوامل المؤثرة في ذلك (Pugalee, Bissell, Lock, and Douville, 2003).

إن أدب تربويات الرياضيات يزخر بالكثير من المبادئ والتوجيهات التي يمكن الإفادة منها في رسم ملامح مشرقة للممارسات التدريسية الداعمة للتواصل الرياضي لدى المتعلمين في وقتٍ تهيمن فيه نماذج التدريس التقليدية على تعليم وتعلُّم الرياضيات وبخاصة في مدارس المرحلة الثانوية (Wachira,Pourdavood, andSkitzki, 2013). فتصميم وطرح أسئلة تثير اهتمام المتعلمين وتشركهم وتتحدى تفكيرهم، والاستماع بعناية واهتمام لأفكارهم، والطلب منهم توضيح وتبرير تلك الأفكار مشافهة وكتابة، من المهام الأساسية التي يجب على مُعلِّم الرياضيات القيام بها لتنفيذ حوار صفي مُنظم (NCTM, 1991, p. 35) يسهم في رفع مستوى التواصل الرياضي لدى المتعلمين. كما يساعد على ذلك أيضاً تعويد المتعلمين على المشاركة في الحوار الصفي لبناء المعاني الرياضية، واستخدام استراتيجيات الحلول المختلفة، والاستماع لآراء الآخرين وطرق تفكيرهم وتحليلها، وتوفير فرص مناسبة للمناقشة الصفية، والكتابة الصحفية، والكتابة خلال درس الرياضيات (الصباغ، ٢٠٠٧).

ويتأثر مستوى التواصل الرياضي للمتعلمين إيجاباً باستخدام المُعلِّم لبعض الأساليب والاستراتيجيات التدريسية الحديثة؛ مثل: التعلُّم التعاوني، والألعاب التعليمية، والعصف الذهني، واستراتيجية "فكر، زاوج، شارك"، وكرسي عالم الرياضيات، واستراتيجية "داخل، خارج الدائرة"، والكتابة الجماعية، واستراتيجية "فكر، تحدث، أكتب"، واستراتيجية "موافق، غير موافق" مع التبرير، ونوافذ التفكير، وحصيرة المكان (بدوي، ٢٠٠٧، ص166). كما أن طرح المُعلِّم لأسئلة مفتوحة النهاية، والطلب من المتعلمين تقديم تبريرات لإجاباتهم يهيئ الفرص لتنمية مستوى التواصل الرياضي لديهم (Wichelt, 2009). إضافة إلى السماح لتفكيرهم بتشكيل الحوار الصفي، وتوجيههم إلى استخدام الرسوم التخطيطية لربط الأفكار الرياضية، وتلخيص فحوى المناقشات التي تتم (Cirillo, 2013).

وعلى الرغم من التوجيهات التربوية للمؤسسات المشرفة على تمهين معلم الرياضيات قبل الخدمة أوأثنائها، ولمعلمي الرياضيات أنفسهم بضرورة الاهتمام بتنمية التواصل الرياضي للمتعلمين، إلا أن من المُلاحظ غياب توفر إطار علمي يُقنن هذه الممارسات التدريسية يمكن أن يساعد في مقابلة المطالب الملحة بضرورة تطوير برامج الإعداد لتمكين معلمي المستقبل من مفاهيم التواصل الرياضي، واكسابهم الممارسات الداعمة لتنميته لدى المتعلمين (Brendefur, and Frykholm, 2000)، إضافة إلى ما يمكن أن يقدمه من فوائد لبرامج تمهين مُعلّم الرياضيات أثناء الخدمة من تقييم وتطوير للممارسات التدريسية المتعلقة بدعم وتنمية التواصل الرياضي للمتعلمين، مما يشير إلى حاجة المكتبة التربوية لمثل هذا الجهد العلمي.

مشكلة الدراسة:

يُعد مستوى انجاز المتعلمين الرياضي وتتبع سُبل الارتقاء به همّاً شاغلاً للمتخصصين في تربويات الرياضيات، ولعل من أبرز التوجهات التي تبنتها حركات اصلاح تعليم وتعلُّم الرياضيات ونادى بها المتخصصون في تربويات الرياضيات الاهتمام بمفهوم التواصل الرياضي وتنميته لدى المتعلمين. وهو مطلب تربوي تنشده جهود تطوير تعليم وتعلُّم الرياضيات في المملكة العربية السعودية، حيث جاءت مقررات الرياضيات المطوَّرة مُحققة في بنيتها لمؤشرات معيار التواصل الرياضي وفقاً لوثيقة مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية لعام ٢٠٠٠ م (الرويس، ٢٠١١).

إلا أن واقع الإنجاز الرياضي للمتعلمين كما يَخبُره الباحث من خلال تواصله مع المشرفين التربويين للرياضيات يشير إلى ضعفٍ في مستوى قدرات المتعلمين على التواصل الرياضي، وهو ما تؤكده نتائج الدراسات التربوية ذات العلاقة (مهدي وآخرون، ٢٠٠٨).

ولا يخفى على الجميع التأكيد على الدور التربوي والتدريسي لمعلم الرياضيات عموماً، وفيما يتصل بدعم وتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين على وجه الخصوص. ولعل هذا الجانب المُعتم من ممارسات مُعلّم الرياضيات المتصلة بدعم وتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين لم ينعم بأضواء البحث العلمي لتأطير ممارساته وتعرّف واقعه، وتقديم ما يسهم بتحسينه.

لذا جاءت هذه الدراسة كمحاولة لإعداد إطارٍ بمعايير ومؤشرات مقترحة للممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين، وتحديد مدى توفرها في ممارسات تدريس الرياضيات بالمرحلة الثانوية.

أسئلة الدراسة: تمثل السؤال الرئيس للدراسة في التالي:

"ما معايير ومؤشرات الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين، وما مدى توفر هذه المعايير في ممارسات تدريس الرياضيات بالمرحلة الثانوية في المدينة المنورة؟"

وتفرع عنه الأسئلة التالية:

١- ما معايير ومؤشرات الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين؟
٢- ما مدى توفر معايير الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمات في ممارسات تدريس الرياضيات بالمرحلة الثانوية في المدينة المنورة؟
٣- هل يختلف المستوى العام لتوفر معايير الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمات في ممارسات التدريس لمعلمات الرياضيات بالمرحلة الثانوية في المدينة المنورة تبعاً لـ: سنوات الخبرة التدريسية، كثافة عدد الطالبات في الفصل، الصف الذي تدرس له المعلّمة؟.

أهداف الدراسة: هدفت الدراسة إلى:

١- تحديد معايير ومؤشرات مقترحة للممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين.
٢- تعرُّف مدى توفر معايير الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمات في ممارسات التدريس لمعلمات الرياضيات بالمرحلة الثانوية.
٣- تعرُّف مدى اختلاف المستوى العام لتوفر معايير الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمات في ممارسات التدريس لمعلمات الرياضيات بالمرحلة الثانوية في المدينة المنورة تبعاً لبعض المتغيرات (سنوات الخبرة التدريسية، كثافة عدد الطالبات في الفصل، الصف الذي تدرس له المعلمة).

أهمية الدراسة: يمكن إبراز أهمية الدراسة في النقاط التالية:

١- أهمية موضوع التواصل الرياضي والاهتمام به في فصول تعليم الرياضيات؛ لِما يُبنى عليه من فوائد تنعكس على قدرات المتعلمين وانجازاتهم الرياضية المختلفة، أكدتها أدبيات تربويات الرياضيات، وحثت على الاهتمام بها وبموضوع التواصل.
٢- قلة الدراسات المهتمة بالتواصل الرياضي لمعلم الرياضيات، وعدم وجود دراسات تُعنى بتقييم ممارساته التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين.
٣- الاسهام بِلَبِنةٍ علمية في مكتبة تربويات الرياضيات، من خلال توفير قائمة بمعايير ومؤشرات الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين.
٤- توفير أداة جمع معلومات (بطاقة ملاحظة) يمكن الإفادة منها في تقييم الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين في بيئات تعليم وتعلُّم الرياضيات.
٥- تقدم لمؤسسات إعداد مُعلِّم الرياضيات نتائج يمكن الإفادة منها في مراجعة وتقويم برامجها، أو تطويرها بما ينسجم والاهتمام العالمي بموضوع التواصل الرياضي.

٦- تقدم معلومات يمكن أن تفيد المؤسسات المشرفة على تمهين مُعلّم الرياضيات أثناء الخدمة، بما في ذلك الإشراف التربوي والتطوير التربوي، وما يرتبط بهما من عمليات تقويمية، وتطويرية لبرامج التنمية المهنية ونحوها.

٧- توفر لمعلم الرياضيات قائمة بمعايير ومؤشرات الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين يمكنه استخدامها للتقييم الذاتي، وتحسين ممارساته التدريسية.

حدود الدراسة:

تمثلت حدود الدراسة في إعداد قائمة مقترحة بمعايير ومؤشرات الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين. إضافة إلى تعُّرف مستوى توفر هذه المعايير في الممارسات التدريسية لدى معلمات الرياضيات بالمرحلة الثانوية بالمدارس الحكومية التابعة لوزارة التربية والتعليم بمدينة المدينة المنورة في الفصل الثاني من العام الدراسي ١٤٣٤/٣٣هـ، وقد اقتصر قياس توفر معايير الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمات على ممارسات المعلمة خلال مرحلة تنفيذ الدرس دون أن تتعداها لمرحلتي التخطيط والتقويم، وعلى معلمات الرياضيات دون المعلمين نظراً لإمكانية إجراء الملاحظات للمعلمات من قبل طالبات الماجستير اللآئي درسن لدي مقرر التقويم والاختبارات التحصيلية في الفصل الدراسي المحدد وأبدين الحماس لإجراء الملاحظات في الميدان التربوي. كما اهتمت الدراسة بمدى اختلاف المستوى العام لتوفر هذه المعايير تبعاً لكل من المتغيرات التالية: سنوات الخبرة التدريسية، كثافة عدد الطالبات في الفصل، الصف الذي تدرس له المعلّمة.

مصطلحات الدراسة:

الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين:
كل ما يصدُر عن مُعلّم الرياضيات من أقوال أو أفعال أو إجراءات (تخطيط، تنفيذ، تقويم) تسعى في مجملها إلى تشجيع التواصل الرياضي وتنميته لدى المتعلمين، من خلال تهيئة الفرص الملائمة أمامهم، وتقديم التوجيه المستمر لهم نحو استخدام لغة الرياضيات في بناء الأفكار الرياضية وتعزيزها، والتعبير عنها تمثيلاً وتفسيراً وتحليلاً وتقويماً.

معيار الممارسة التدريسية:
عبارة عن مرشد أوموجه لما يجب أن يقوم به المعلم، وهو يوضح الحد أو المستوى الأدائي للممارسة التدريسية (تخطيط، تنفيذ، تقويم) التي يجب أن يحققها المعلم.

معايير الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين:
هي مجموعة من المحددات أو الموجهات للممارسات التدريسية المهنيِّة الخاصة بدعم وتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين كما حددتها الدراسة، والتي يمكن وصف كل منها وتعرُّف مدى توفره من خلال قياس درجة تحقق المؤشرات المتصلة به في الممارسات التدريسية لمعلم الرياضيات.

منهجية الدراسة وإجراءاتها

أولاً: منهج الدراسة:

اتبعت الدراسة المنهج الوصفي التحليلي لملاءمته لطبيعتها واهدفها، حيث يمكّن من وصف الظاهرة المدروسة (ملاحظة الممارسات التدريسية لمعلمة الرياضيات في ضوء مؤشرات معايير دعم التواصل الرياضي لدى المتعلمات بالمرحلة الثانوية) كما توجد في الواقع، والخروج باستنتاجات متصلة باهتمامات الدراسة.

ثانياً: مجتمع الدراسة والعينة:

تمثل مجتمع الدراسة في جميع معلمات الرياضيات في مدارس المرحلة الثانوية داخل المدينة المنورة للفصل الثاني من العام الدراسي ١٤٣٤/٣٣هـ، والبالغ عددهن (٢٧٣) معلمةً يعملن في (٦٦) مدرسة ثانوية، أما عينة الدراسة فقد تم اختيارها بالطريقة العنقودية العشوائية؛ حيث تم الاختيار العشوائي لعدد (١٢) مدرسة لتطبيق أداة الدراسة على معلمات الرياضيات فيها، والبالغ عددهن (٤٨) معلمةً، مثلن نسبة قاربت (١٨٪) من مجتمع الدراسة. وقد تم اختيار المرحلة الثانوية كونها تقع في نهاية التعليم الأساسي، وفيها يمكن أن يتهيأ لمعلمة الرياضيات فرصاً أكبر لإظهار قدراتها على اتباع الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمات؛ نظراً لما يتمتعن به المتعلمات في هذه المرحلة الدراسية من خبرات تراكمية تم اكتسابها خلال دراستهن السابقة، تتمثل في مستوى قدارتهن العقلية واللغوية، إضافة إلى النضج الاجتماعي بما يتضمنه من تقبل للآخرين وتقديرهم. وجاء توزيع العينة تبعاً لمتغيراتها كما هو مبيّن في الجدول التالي:

جدول (١): توزيع العينة وفقًا للمتغيرات

المتغير	الفئة	توزيع عينة الدراسة		المجموع الكلي	
		التكرار	النسبة المئوية	التكرار	النسبة المئوية
سنوات الخبرة التدريسية	أقل من ١٥ سنة	٢٠	٤١.٧%	٤٨	١٠٠%
	من ١٥ سنة فأكثر	٢٨	٥٨.٣%		
كثافة عدد الطالبات في الفصل	أقل من ٣٠ طالبة	٢٥	٥٢.١%	٤٨	١٠٠%
	من ٣٠ طالبة فأكثر	٢٣	٤٧.٩%		
الصف الدراسي	الأول الثانوي	١٦	٣٣.٣%	٤٨	١٠٠%
	الثاني الثانوي	١٦	٣٣.٣%		
	الثالث الثانوي	١٦	٣٣.٣%		

ثالثاً: إجراءات الدراسة:

لتحقيق أهداف الدراسة سارت الإجراءات البحثية وفقاً لمجموعة من الخطوات التي يمكن تصنيفها ضمن مرحلتين أساسيتين؛ على النحو التالي:

المرحلة الأولى:

إعداد قائمة بمعايير ومؤشرات الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين:

لتحقيق الهدف الأول المتعلق بإعداد قائمة بمعايير ومؤشرات الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين تم اتباع الخطوات التالية:

١. الإطلاع على الأدب التربوي المهتم بموضوع التواصل الرياضي في بيئات تعليم وتعلُّم الرياضيات؛ بما اشتمل عليه من كتب ودراسات محلية وإقليمية وعالمية.
٢. متابعة وثائق معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات بالولايات المتحدة الأمريكية (NCTM, 1989; 1991; 2000) فيما يتعلق بالتواصل الرياضي.
٣. بناء قائمة مبدئية بمعايير الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين، ومجموعة من المؤشرات لكل معيار منها. وقد ظهرت هذه القائمة متضمنة خمسة معايير ومؤشراتها؛ كالتالي:

المعيار الأول: بناء التفكير الرياضي من خلال التواصل:

يمتلك مُعلِّم الرياضيات القدرة على تنمية ودعم بناء وتنظيم التفكير الرياضي لدى المتعلمين من خلال عمليات التواصل الرياضي المختلفة؛ بحيث تظهر دلائل على أنه يوجه ويشجع المتعلِّم على:

- توضيح طريقته في التفكير وحل المشكلات، بما في ذلك تبرير الاستدلات المنطقية التي يجريها.
- صياغة وطرح أسئلة حول الجوانب الرياضية التي تحيره.
- استخدام التواصل الرياضي لتعلم المفاهيم الرياضية الجديدة، وتصحيح الفهم الخطأ لها.
- إعادة النظر في الاستنتاجات الرياضية المختلفة.

- توضيح الإجابات التي يقدمها، وتفسيرها.
- استخدام الترجمة الرياضية من شكل تعبيري إلى آخر لتطوير الفهم والتفكير الرياضي.
- الكتابة التي تتطلب إعادة التفكير في الأعمال والأفكار الرياضية والتصورات المختلفة.
- إعادة قراءة ما تم كتابته حول الأفكار الرياضية، وتأمله.

المعيار الثاني: نقل التفكير الرياضي بوضوح للآخرين:

يمتلك مُعلّم الرياضيات القدرة على تشجيع ودعم ممارسات المتعلّم نحو إيصال أفكاره الرياضية وتوضيحها بشكل متسلسل ومترابط للآخرين؛ بحيث تظهر دلائل على أنه يوجه ويشجع المتعلّم على:

- التعبير الكتابي عن الأفكار والتعميمات التي يتم التوصل إليها.
- تأسيس كتابة الأفكار الرياضية على أهداف محددة، واستشعار أهمية وضوحها للآخرين.
- وصف التفكير الرياضي مشافهةً وكتابةً بطريقته الخاصة (باستخدام اللغة المعتادة، والرسوم التخطيطية).
- تفسير العلاقات الرياضية التي يتضمنها النص الرياضي وتوضيحها لزملائه وللآخرين.
- توضيح التعميمات الرياضية المستخدمة.
- تلخيص فهمه الرياضي للأفكار والإجراءات والحلول، وعرضها على الآخرين.

المعيار الثالث: تحليل وتقييم التفكير الرياضي للآخرين:

يمتلك مُعلّم الرياضيات القدرة على تشجيع ودعم ممارسات المتعلّم نحو الاستماع الجيد للأفكار الرياضية التي يطرحها الآخرين، ومن ثم محاولة فهمها وتحليلها وتقييمها؛ بما يساعد المتعلّم على اكتساب مهارات نوعية في معالجة الأفكار وتعرف أنماط مختلفة من طرق التفكير؛ بحيث تظهر دلائل على أن المُعلّم يهتم بـ:

- إيجاد فرص تعلمية تلائم طرح حلول متعددة من قبل المتعلمين، تمكّن المتعلّم من تعرُّف رؤى أخرى وأنماط مختلفة من التفكير يظهرها زملائه.

- توفير فرص لتشارك المتعلمين في التساؤل وعمليات التحقق والتفكير مع بعضهم البعض لتطوير فهم أفكارهم الرياضية.
- التوجيه بضرورة الاستماع الجيد لما يتم طرحه خلال حصة الرياضيات، ويتابع التقيد بذلك من قبله، ومن قبل المتعلمين.
- تشجيع النقد الإيجابي للأفكار لغرض دعم تعلم الرياضيات، وتجنب النقد السلبي الذي يتعرض للشخصيات.

المعيار الرابع: استخدام اللغة الرياضية لتوضيح الأفكار بدقة:

يمتلك مُعلّم الرياضيات القدرة على تشجيع ودعم ممارسات المتعلّم لاستخدام اللغة الرياضية السليمة في التعبير عن الأفكار الرياضية؛ بحيث تظهر دلائل على أن المعلم:

- يستخدم أساليب ترفع من مستوى المشاركة والتفاعل الصفي للمتعلمين، كالسماح لهم بالتعبير عن فهمهم الرياضي بلغتهم الخاصة المألوفة.
- يستخدم أمثلة من مواقف حياة المتعلمين اليومية لمساعدتهم على تعرُّف معاني المفاهيم الرياضية بدقة؛ لتطوير لغتهم الرياضية.
- يتابع استخدام المتعلمين وتوظيفهم للمفاهيم الرياضية في تعبيراتهم اللفظية والكتابية بصورة دقيقة وسليمة.
- يوفر فرصاً تمكن المتعلمين من قراءة النصوص الرياضية المكتوبة بصورة سليمة تساعد على الفهم.

المعيار الخامس: تطوير بيئات تعلُّم داعمة للتواصل الرياضي:

يمتلك مُعلّم الرياضيات القدرة على بناء وتطوير بيئات تعلُّم فاعلة تشجع وتدعم عمليات التواصل الرياضي بينه وبين المتعلمين، أو بين المتعلمين أنفسهم؛ بحيث تظهر دلائل على أن هذه البيئات توفر:

- الرؤية الواضحة للمتعلمين حول الأهداف التي يسعون إلى تحقيقها.
- متابعة استمرار التواصل الرياضي من خلال طرح الأسئلة من قبل المُعلّم من حين لآخر، وبخاصة الأسئلة ذات النهايات المفتوحة.
- تقديم التغذية الراجعة للمتعلمين؛ لتعزيز الفهم السليم، ودقة

التعبيرات الرياضية، وصحة التمثيلات الرياضية، ووضوح التفسيرات والبرهان الرياضي.
- الشعور بالارتياح من قبل المتعلمين للتعبير عن أفكارهم الرياضية.
- أدوات التقنية الحديثة (الآلة الحاسبة ، الكمبيوتر، ....)؛ لتوضيح الأفكار الرياضية.
- التنظيم الزمني الملائم لدعم عمليات التواصل الرياضي لدى المتعلمين.
- تَحميل المتعلمين مسؤولية المشاركة في جميع المناقشات الصفية خلال حصة الرياضيات.
- فرصاً عادل لمشاركة المتعلمين في عمليات التواصل الرياضي.
- استخدام أساليب واستراتيجيات متنوعة لتنمية التواصل الرياضي.

٤. عرض قائمة المعايير والمؤشرات على (١٣) عضو هيئة تدريس في تخصص طرق تدريس الرياضيات، وكانت عمليات التحكيم في معظمها عبارة عن ورشات عمل مكونة من الباحث وعضو أو عضوين من الأعضاء المحكمين. وقد نتج عن ذلك العديد من الملحوظات والمقترحات، من أبرزها: ضرورة اهتمام قائمة المعايير بأبعاد التدريس الثلاثة (التخطيط، التنفيذ، التقويم)، واستبعاد المعيار الرابع نظراً لقلة أهمية بعض مؤشراته أو لارتباط بعض منها بالمعايير الأخرى، كما تم اقتراح حذف بعض المؤشرات، وإضافة مؤشرات أخرى، إضافة إلى ملحوظات تعلقت بإعادة صياغة بعض المؤشرات والمعايير، وأيضاً العبارات الوصفية لكل معيار، وبضرورة وضع ترقيم تسلسلي للمعايير ومؤشراتها بغرض التمييز وسهولة التعامل معها.
٥. إجراء التعديلات وفقاً لملحوظات المحكمين ومقترحاتهم.
٦. مناقشة قائمة المعايير ومؤشراتها بعد إجراء التعديلات اللازمة ضمن ورشة عمل خاصة بذلك، تألفت من الباحث وعضوين من

أعضاء هيئة التدريس ممن سبقت لهما المشاركة في التحكيم الأولي لقائمة المعايير ومؤشراتها.

٧. إعادة القائمة لمراجعتها من قبل (٧) من الأعضاء الذين أسهموا في التحكيم الأولي (غير العضوين المشاركين في ورشة العمل الموضحة في الخطوة رقم: ٦)، ولم يتنج عن هذه العملية أي مقترحات أو ملحوظات جوهرية يمكن ذكرها.

٨. إخراج قائمة معايير الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين ومؤشراتها في صوتها النهائية (كما هو موضح في الإجابة عن السؤال الأول للدراسة) بعد أن حظيت باتفاق الأعضاء المحكمين.

المرحلة الثانية: إعداد أداة الدراسة وتطويرها، ومن ثم تطبيقها في الميدان التربوي:

لتحقيق كل من الهدفين الثاني والثالث من أهداف الدراسة تم إعداد بطاقة ملاحظة لقياس درجة توفر مؤشرات معايير دعم وتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمات في الممارسات التدريسية لمعلمات الرياضيات بالمرحلة الثانوية خلال مرحلة تنفيذ التدريس في حصة الرياضيات. وقد مرت عملية إعداد وتطوير بطاقة الملاحظة بالإجراءات التالية:

١- بناء بطاقة الملاحظة بالاعتماد على قائمة معايير دعم وتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين ومؤشرات كل معيار منها (التي حددتها الدراسة)، واشتملت البطاقة على (٢٩) عبارة؛ تصف كل منها سلوكاً مرتبطاً بممارسة تدريسية محددة تدعم تنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمات، وتعكس أحد المؤشرات التي تضمنتها قائمة معايير دعم وتنمية التواصل الرياضي للمتعلمين. وجاء توزيع هذه العبارات تبعاً للمعايير كما هو موضح في الجدول التالي:

جدول (٢): توزيع بنود بطاقة الملاحظة وفقاً لمعايير دعم التواصل الرياضي لدى المتعلمات

المعايير	عدد العبارات
دعم تنمية التفكير الرياضي للمتعلمات	٨
دعم توضيح المتعلمات لأفكارهن الرياضية للآخرين	٦
دعم تنمية تقييم المتعلمات للأفكار الرياضية للآخرين	٦
تطوير بيئات تعلُّم داعمة للتواصل الرياضي	٩
المجموع	**٢٩**

وقد تم تحديد درجة تحقق كل عبارة ضمن مقياس خماسي التدريج، كما هو موضح في الجدول التالي:

جدول (٣): تفسير مقياس تحقق مؤشرات ومعايير دعم التواصل الرياضي في الممارسات التدريسية

تدرج مستويات المقياس	تكرار الممارسة المرتبطة بالمؤشر	تقدير تحقق المؤشر	فترة المتوسط الحسابي
عالية جداً	**من (٨) فأكثر**	**٥**	**٤.٢ ≤ م □ ٥.٠**
عاليــة	**من (٦) إلى أقل من (٨)**	**٤**	**٣.٤ ≤ م □ ٤.٢**
متوسطــة	**من (٤) إلى أقل من (٦)**	**٣**	**٢.٦ ≤ م □ ٣.٤**
منخفضة	**من (٢) إلى أقل من (٤)**	**٢**	**١.٨ ≤ م □ ٢.٦**
منخفضة جداً	**أقل من (٢)**	**١**	**١.٠≤ م □ ١.٨**

٢- الحصول على موافقة إدارة التربية والتعليم بالمدينة المنورة لإجراء الملاحظة بالمدارس الثانوية (بنات).

٣- التحقق من الخصائص السيكومترية لبطاقة الملاحظة على النحو التالي:

صدق بطاقة الملاحظة:

للتحقق من الصدق الظاهري لبطاقة الملاحظة تم عرضها على عدد (١٠) محكمين من أعضاء هيئة التدريس المتخصصين في مناهج وطرق تدريس الرياضيات، بهدف إبداء مرئياتهم حول وضوح كل عبارة تضمنتها البطاقة ودقتها في التعبير عن المؤشر المرتبط بها، وإجرائيتها في عملية القياس. وفي ضوء ذلك تم تعديل عبارات البطاقة لتصبح بصيغة التأنيث، وأُخرجت البطاقة في صورتها الأولية، ثم طُبقت استطلاعياً بملاحظة الممارسات التدريسية لعدد (٥) معلمات رياضيات بالمرحلة الثانوية، بواسطة ملاحظتين من طالبات الدراسات العليا (ماجستير) ممن سبق لهن

العمل في تدريس الرياضيات بالمرحلة الثانوية، بعد أن تم تدريبهما جيداً على فهم بنود بطاقة الملاحظة، وعلى كيفية إجراء الملاحظة. وبيّنت نتائج التطبيق وضوح جميع العبارات التي تضمنتها الأداة، وإمكانية ملاحظة كل منها.

ثبات بطاقة الملاحظة:

للتحقق من ثبات بطاقة الملاحظة تم حساب معامل الارتباط بين تقدير الملاحِظتين لدرجة تحقق مؤشرات معايير دعم تنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمات في الممارسات التدريسية لخمس معلمات رياضيات بالمرحلة الثانوية؛ نظراً لكون تقدير السلوك في بطاقة الملاحظة متدرج القياس (أبو علام، ٢٠٠٩، ص٤٩٧). وقد تمت ملاحظة ممارسات التدريس لكل معلمة منهن من قبل الملاحِظتين في الوقت نفسه وبشكل مستقل (حصة تدريسية كاملة لكل معلمة)، وبحساب معامل ارتباط سبيرمان للمعلومات التي تم تقديرها من قبل الملاحظتين وُجد أنه يساوي (٠.٩١).

كما تم التحقق من صدق الاتساق الداخلي لبطاقة الملاحظة بحساب معامل بيرسون لارتباط درجة توفر كل مؤشر بدرجة تحقق المعيار الذي يتبعه، وأيضاً حساب ارتباط درجة تحقق المعيار بالدرجة الكلية لتوفر معايير الممارسات الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمات. وتراوحت معاملات الارتباط بين (٠.٣٧٦) وَ(٠.٩٦٠) وجميعها كانت دالة عند مستوى ($\alpha \leq$ 0.01)، كما هو موضح في الجدول التالي:

جدول (٤): معامل ارتباط المؤشر مع معياره، وارتباط كل معيار بإجمالي الأداء

دعم تنمية التفكير الرياضي للمتعلمات		دعم توضيح الأفكار الرياضية للآخرين		دعم تقييم التفكير الرياضي للآخرين		تطوير بيئات تعلُّم داعمة للتواصل الرياضي	
م المؤشر	معامل الارتباط	م المؤشر	معامل الارتباط	م المؤشر	معامل الارتباط	م المؤشر	معامل الارتباط
١.١	**0.828	١.٢	**0.856	١.٣	**0.738	١.٤	**0.696
٢.١	**0.857	٢.٢	**0.772	٢.٣	**0.865	٢.٤	**0.377
٣.١	**0.779	٣.٢	**0.773	٣.٣	**0.877	٣.٤	**0.543
٤.١	**0.808	٤.٢	**0.775	٤.٣	**0.734	٤.٤	**0.697
٥.١	**0.376	٥.٢	**0.884	٥.٣	**0.733	٥.٤	**0.679
٦.١	**0.629	٦.٢	**0.871	٦.٣	**0.884	٦.٤	**0.675
٧.١	**0.631					٧.٤	**0.769
٨.١	**0.707					٨.٤	**0.564
٩.١						٩.٤	**0.766
0.928		**0.960**		**0.900**		**0.881**	

: دالة عند مستوى ≤ ٠.٠١ ، م : متسلسل.

٤- إجراء الملاحظة الفعلية بعد أن تم التحقق من الخصائص السيكومترية لبطاقة الملاحظة والتأكد من إمكانية استخدامها، حيث أجريت الملاحَظات بواسطة الملاحظتين السابقتين إضافة إلى أربع ملاحِظات من طالبات الدراسات العليا أبدين الرغبة في ذلك، ثم خضعن للتدريب على كيفية استخدام بطاقة الملاحظة وطريقة تطبيقها في حصة تدريس الرياضيات.

٥- تفريغ البيانات التي تم جمعها عن عينة الدراسة بواسطة بطاقة الملاحظة.

رابعاً: المعالجة الإحصائية:

قام الباحث بتحليل البيانات التي تم جمعها من خلال أداة الدراسة باستخدام برنامج الرزم الإحصائية (SPSS V, 17.0)؛ حيث تم حساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية والنسب المئوية لدرجة تحقق مؤشرات معايير دعم وتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمات في الممارسات التدريسية لمعلمات الرياضيات بالمرحلة الثانوية، كما

تم استخدام اختبار "ت" t-test ، وتحليل التباين الأحادي One-Way ANOVA؛ لتعرّف دلالة الفروق بين متوسطات درجة تحقق المعايير في الممارسات التدريسية لعينة الدراسة وفقاً للمتغيرات المحددة.

خامساً: نتائج الدراسة ومناقشتها:

النتيجة المتعلقة بالسؤال الأول الذي ينص على: "ما معايير ومؤشرات الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين؟".

للإجابة عن السؤال تم اتباع الخطوات المبيّنة في إجراءات الدراسة، وخلصت النتائج إلى إعداد قائمة مؤلفة من أربعة معايير للممارسات التدريسية الدعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين، وعدد (٢٩) مؤشراً، كما تم تنظيم قائمة المعايير بحيث يتبع كل معيار عبارة وصفية تبين الفكرة الأساسية للمعيار، يليها ويرتبط بها بشكل مباشر مؤشرات المعيار؛ وجاءت قائمة المعايير على النحو التالي:

١ **دعم تنمية التفكير الرياضي للمتعلمين:**

يمتلك مُعلّم الرياضيات القدرة على دعم وتعزيز عمليات بناء المتعلمين لأفكارهم الرياضية وتنظيمها من خلال ممارستهم للقراءة والكتابة والتحدث والاستماع وتمثيل العلاقات الرياضية بصور مختلفة؛ بحيث تظهر دلائل على أن مُعلّم الرياضيات يخطط لإجراءاته التدريسية والتقويمية، وينفذها على نحو يتضمن قيام المتعلّم بـ:

١.١ استخدام الترجمة الرياضية من صورة رياضية إلى أخرى لبناء الفهم والتفكير الرياضي.

٢.١ توضيح فهمه الرياضي الجديد لزملائه وللمعلم لتعزيز الفهم الصحيح وتصحيح الفهم الخطأ.

٣.١ تبرير الإجراءات والاستدلات المنطقية التي قام بها.

٤.١ تقييم الإجراءات والطرق التي اتبعها للوصول إلى استنتاجاته الرياضية المختلفة.

٥.١ طرح أسئلة حول المعرفة الرياضية والإجراءات التي تحيره، أو الصعوبات التي تعوق تعلّمه.

٦.١ كتابة الأفكار الرياضية والتصورات البديلة وتخمين النتائج.

٧.١ قراءة ما تم كتابته حول الأفكار الرياضية وتأمله.
٨.١ تلخيص فهمه الرياضي للأفكار والإجراءات والحلول التي تم الوصول إليها.

٢ **دعم توضيح الأفكار الرياضية للآخرين:**
يمتلك مُعلّم الرياضيات القدرة على تشجيع ودعم ممارسات المتعلّم في استخدام التواصل الرياضي مشافهةً وكتابةً لتوضيح أفكاره الرياضية بشكل متسلسل ومترابط وواضح ودقيق للآخرين من الزملاء والمعلم وغيرهم؛ بحيث تظهر دلائل على أن مُعلّم الرياضيات يخطط لإجراءاته التدريسية والتقويمية، وينفذها على نحو يتضمن قيام المتعلّم بـ:
١.٢ التعبير كتابياً أو شفهياً عن الأفكار والتعميمات التي توصل إليها بصورة تمكّن من عرضها على الآخرين.
٢.٢ تأسيس كتابة الأفكار الرياضية على أهداف محددة تساعد على وضوحها للآخرين.
٣.٢ تفسير الإجابات التي توصَّل إليها للآخرين.
٤.٢ توضيح طريقته في التفكير وحل المشكلات مشافهةً أو كتابةً (باستخدام اللغة الرياضية، والرسوم التخطيطية،...) للآخرين.
٥.٢ تفسير فهمه للعلاقات الرياضية التي يتضمنها النص الرياضي لزملائه وللآخرين.
٦.٢ تبرير إستخدامه لإجراءات أو تعميمات رياضية معينة للآخرين.

٣ **دعم تقييم التفكير الرياضي للآخرين:**
يمتلك مُعلّم الرياضيات القدرة على تشجيع ودعم ممارسات المتعلّم نحو الاستماع الجيد للأفكار الرياضية التي يطرحها الآخرون، ويحفزه نحو محاولة فهمها وتحليلها وتقييمها؛ بما يساعد على اكتساب مهارات نوعية في معالجة الأفكار، وتعرّف أنماطاً مختلفةً من طرق التفكير؛ بحيث تظهر دلائل على أن مُعلّم الرياضيات يخطط لإجراءاته التدريسية والتقويمية، وينفذها على

نحو يتضمن قيام المتعلّم بـ:

١.٣ الاستماع الجيد لما يطرحه الآخرون من أفكار رياضية.
٢.٣ توضيح فهمه لما يطرحه الآخرون من أفكار رياضية.
٣.٣ مشاركة زملائه في عمليات التفكير الرياضي الجماعي التي تتطلب طرح تساؤلات واقتراح حلول والتحقق منها.
٤.٣ النقد الإيجابي للأفكار الرياضية، وتجنب النقد السلبي الذي يتعرض للشخصيات.
٥.٣ تقديم أدلة تؤكد صحة استنتاجاته حول جوانب القصور في الأفكار الرياضية التي يقدمها الآخرون.
٦.٣ تصويب أو إقتراح تصورات بديلة لما يطرحه الآخرون من أفكار رياضية.

٤ تطوير بيئات تعلُّم داعمة للتواصل الرياضي:

يمتلك مُعلّم الرياضيات القدرة على بناء وتطوير بيئات تعلُّم داعمة لعمليات التواصل الرياضي تشجع استخدام اللغة الرياضية السليمة بينه وبين المتعلمين من جهة، وبين المتعلمين أنفسهم من جهة أخرى؛ بحيث تظهر دلائل على أن مُعلّم الرياضيات قد هيأ بيئة تعلم فاعلة توفر للمتعلمين:

١.٤ فرصاً متنوعة لممارسة التواصل الرياضي قراءة وكتابة وتحدثاً واستماعاً.
٢.٤ أمثلةً مرتبطة بحياتهم اليومية؛ لاستثارة اهتمامهم ورفع مستوى تفاعلهم.
٣.٤ أهدافاً واضحة للمهام والأنشطة الرياضية التي يقومون بها.
٤.٤ أسئلةً سابرة من حين لآخر وبخاصة الأسئلة ذات النهايات المفتوحة.
٥.٤ أدوات التقنية الحديثة (الآلة الحاسبة ، الكمبيوتر، ....)؛ لتنمية اللغة الرياضية، واستخدام الأشكال الرسومية، والرموز الرياضية، لتوضيح الأفكار الرياضية للآخرين.
٦.٤ تنظيماً زمنياً ملائماً لممارستهم عمليات التواصل الرياضي (بحيث لا يستأثر إلقاء المُعلّم للمعلومات بأكثر

من ٥٠٪ من وقت الحصة).

٧.٤ فرصاً عادلة بينهم لممارسة عمليات التواصل الرياضي.

٨.٤ أساليباً واستراتيجيات متنوعة لتنمية التواصل الرياضي (كرسي عالم الرياضيات، التعليم التعاوني، داخل/ خارج الدائرة، موافق/ غير موافق، فكر/ زاوج/شارك، الكتابة الجماعية، الألعاب التعليمية، نوافذ التفكير، العصف الذهني، حصيرة المكان، القبعات الست، ...).

٩.٤ تغذية راجعة مناسبة لتعزيز تعلّمهم (سلامة الفهم، دقة التعبيرات الرياضية، صحة التمثيلات، وضوح التفسيرات، منطقية الاستدلات الرياضية، ...) .

* طريقة الترقيم: مثال (٣.٢) تعني: المؤشر الثالث للمعيار الثاني.

النتائج المتعلقة بالسؤال الثاني الذي ينص على: "ما مدى توفر معايير الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمات في ممارسات تدريس الرياضيات بالمرحلة الثانوية في المدينة المنورة؟".

للإجابة عن السؤال الثاني تم حساب النسب المئوية، والمتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لدرجة تحقق معايير الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي، وظهرت البيانات كما هي ملخصة في الجدول التالي:

جدول (٥): النسب المئوية والمتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لتحقق معايير دعم التواصل الرياضي

عدد	المعيار	تحقق المعيار في الممارسات التدريسية			
		النسبة ٪	المتوسط من(٥)	الانحراف المعياري	الترتيب النسبي
١	دعم تنمية التفكير الرياضي للمتعلمات	٤٥٪	٢.٢٧	١.١٩	٢
٢	دعم توضيح الأفكار الرياضية للآخرين	٤٧٪	٢.٣٣	١.٤٧	١
٣	دعم تقييم التفكير الرياضي للآخرين	٤٢٪	٢.٠٨	١.٤١	٣
٤	تطوير بيئات تعلّم داعمة للتواصل الرياضي	٣٨٪	١.٩١	٠.٨٣	٤
المجموع		**٤٣٪**	**٢.١٣**	**١.١١**	-

يبيّن جدول (٥) انخفاض متوسطات درجة توفر معايير الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمات في ممارسات التدريس لمعلمات الرياضيات بالمرحلة الثانوية، وجاءت النسبة المئوية لتحقق كل معيار من معايير دعم التواصل الرياضي الأربعة دون (٥٠٪)، وبمتوسطات حسابية تراوحت في مداها بين (١.٩١) وَ(٢.٣٣) أي أن مستويات توفر هذه المعايير في ممارسات معلمات الرياضيات التدريسية كان منخفضاً (أنظر الجدول:٣). وقد انعكست هذه النتائج على المستوى العام لتوفر معايير دعم تنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمات بالمرحلة الثانوية، إذا بلغت النسبة العامة لتوفرها في الممارسات التدريسية لمعلمات الرياضيات (٤٣٪) وبمتوسط حسابي (٢.١٣) وانحراف معياري (١.١١)، ووفقاً للجدول (٣) فإن المستوى العام لتحقق معايير دعم تنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمات في الممارسات التدريسية لمعلمات الرياضيات بالمرحلة الثانوية كان ضعيفاً.

وتنسجم هذه النتائج المؤكدة لضعف هذا الجانب المهم من الممارسات التدريسية النوعية للمعلم مع ما أشارت إليه دراسة كل من وكيرا وبوردافود واسكتزكي (Wachira, Pourdavood, and Skitzki, 2013) التي أكدت هيمنة نماذج التدريس التقليدية على تعليم الرياضيات وبخاصة في مدارس المرحلة الثانوية. كما تتماشى النتائج الحالية للدراسة مع ما توصلت إليه دراسة القرشي (٢٠١٢) التي بيّنت أن درجة التمكُّن من مهارات التواصل الرياضي لدى معلمي الرياضيات بالصفوف العليا للمرحلة الابتدائية في محافظة الطائف كان ضعيفاً بشكل عام، وأيضاً مع خرجت به دراسة (سلمان وفارس، ٢٠٠٧) التي أكدت ضعف مستوى توافر مهارات التواصل الرياضي لدى مدرسي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة في محافظة بغداد. ولعل ما بينته الدراسات من ضعفٍ في مهارات التواصل لدى مُعلّم الرياضيات قد أسهم في ضعف مستوى الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى معلمات الرياضيات بالمرحلة الثانوية، كما أن قصور برامج الإعداد لمهنة تدريس الرياضيات عن الاهتمام بإكساب وتنمية ممارسات دعم التواصل الرياضي لدى الطلاب

المعلمين قد يمثل سبباً وجيهاً لهذا الضعف (سلمان وفارس، ٢٠٠٧)، إضافة إلى افتقار الميدان التربوي لبرامج تنمية مهنية تهتم بموضوع التواصل الرياضي بشكل عام فضلاً عن الاهتمام بالممارسات التدريسية الداعمة له، حيث بيّنت المعلومات التي تم جمعها عن عينة الدراسة أن جميع أفرادها لم يتلقوا أي برنامج تدريبي متصل بالتواصل الرياضي خلال فترة عملهم بتدريس الرياضيات، وهذا ما تؤكده وتفسره دراسة الأسطل (٢٠١١) التي أظهرت وجود حاجة قائمة لتدريب المعلمين على مهارات التواصل الرياضي.

النتائج المتعلقة بالسؤال الثالث الذي ينص على: "هل يختلف المستوى العام لتوفر معايير الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي في ممارسات التدريس لمعلمات الرياضيات بالمرحلة الثانوية في المدينة المنورة تبعاً لـ: سنوات الخبرة التدريسية، كثافة عدد الطالبات في الفصل، الصف الذي تدرس له المعلّمة؟".

لتعرّف ما إذا كان هناك اختلافات معنوية في المستوى العام لتوفر معايير الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمات وفقاً لمتغيري "سنوات الخبرة التدريسية"، و"كثافة عدد الطالبات في الفصل"، تم حساب قيمة (ت) لمعرفة دلالة الفروق بين متوسطات مجموعتي عينة الدراسة لكل متغير، وظهرت النتائج كما هو مبيّن في الجدول التالي:

جدول (٦): اختبار (ت) للتعرف على دلالة الفروق بين متوسطي مجموعتي عينة الدراسة لكل من المتغيرين

متغيرات عينة الدراسة	فئة المتغير	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	درجة الحرية	قيمة (ت)	دلالتها عند (٠.٠٥)
سنوات الخبرة التدريسية	أقل من ١٥ سنوات	٢٠	١.٨٧	١.١٤	٤٦	-١.٤٤	٠.١٥٨ غير دالة
	من ١٥ سنوات فأكثر	٢٨	٢.٣٣	١.٠٦			
كثافة عدد الطالبات في الفصل	أقل من ٣٠ طالبة	٢٥	٢.٣٠	١.٢٦	٤٦	١.١٢	٠.٢٦٨ غير دالة
	من ٣٠ طالبة فأكثر	٢٣	١.٩٥	٠.٩٠			

يوضح الجدول (٦) عدم وجود فروقاً دالة إحصائياً عند مستوى ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسطي درجات توافر معايير دعم التواصل الرياضي في الممارسات التدريسية لمجموعتي عينة الدراسة تبعاً لأي من متغيري "سنوات الخبرة التدريسية"، و"كثافة عدد الطالبات في الفصل". وتتفق هذه النتيجة مع ما خرجت به دراسة القرشي (٢٠١٢) التي أكدت عدم وجود تباين معنوي في درجة التمكن من مهارات التواصل يمكن أن يُعزى إلى متغير سنوات الخبرة التدريسية. وترجع الدراسة عدم وجود تباين دال إحصائياً وفقاً لاختلاف المتغيرين المحددين إلى انخفاض المستوى العام للممارسات التدريسية الداعمة للتواصل الرياضي، الأمر الذي سبب ضيقاً لمدى الدرجات التي تحصل عليها أفراد العينة فيما يتصل بتوافر معايير دعم التواصل الرياضي، وبالتالي لم يسمح هذا الانحسار في الدرجات بتباينات معنوية بين المتوسطات الحسابية.

ولمعرفة ما إذا كان هناك اختلافاً في المستوى العام لتحقق معايير الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمات في ممارسات التدريس لمعلمات الرياضيات بالمرحلة الثانوية وفقاً لمتغير "الصف الذي تدرس له المعلّمة"؛ تم إجراء تحليل التباين الأحادي، حيث ظهرت النتائج كما هي موضحة في الجدول التالي:

جدول (٧): نتائج تحليل التباين الأحادي لتحقق معايير التواصل الرياضي تبعاً لمتغير الصف الدراسي

متغيرات عينة الدراسة	مصدر التباين	$\sum d^2$	مجموع مربع الانحرافات	متوسط مربع الانحرافات	ف	الدلالة عند (٠.٠٥)
الصف الذي تدرِّس له المعلمة	بين المجموعات	٢	٥.٤٣	٢.٧٢	٢.٣٥	٠.١١ غير دالة
	داخل المجموعات	٤٥	٥٢.٠٠	١.١٦		
	الكلي	٤٧	٥٧.٤٣			

يتضح من الجدول (٧) عدم وجود فروقاً دالة إحصائياً عند مستوى ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسطات درجات توافر معايير دعم التواصل الرياضي في الممارسات التدريسية لمعلمات الرياضيات عينة الدراسة

تبعاً لمتغير "الصف الدراسي الذي تدرس له المعلّمة"، وتعزو الدراسة ذلك إلى التشابه الكبير في بينة مقررات الرياضيات للصفوف الثلاثة بالمرحلة الثانوية، وبالتالي قد لا تختلف كثيراً عن بعضها البعض فيما يتصل بتوجهاتها وأسس بنائها ومكوناتها المرتبطة بالتواصل الرياضي وتشجيعه لدى المتعلمات، حيث أن هذه المقررات تمثل جزءاً من سلسلة مقررات شركة ما جروهيل الأمريكية التي تمت مواءمتها للتتناسب وبيئة المملكة العربية السعودية، كما أن مكونات بيئات التعلُّم بشكل عام هي ذاتها للصفوف الثلاثة، إضافة إلى ذلك يمكن أن يكون للضعف العام في مستوى توافر معايير دعم تنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمات في الممارسات التدريسية لمعلمات الرياضيات دور في عدم ظهور تباين دال إحصائياً كما أشير سابقاً.

التوصيات:

١- ضرورة اهتمام مؤسسات إعداد معلم الرياضيات بالمملكة العربية السعودية بإكساب معلمي المستقبل المهارات اللازمة لدعم وتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين، ويمكن أن يساعد تبني هذه المؤسسات لمعايير الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين (التي أعدتها الدراسة) في تطوير هذا الجانب من برنامج الإعداد، إضافة إلى إسهامه بتوفير محكاك يمكن الإفادة منها في تقييم الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين في ممارسات التدريس للطلبة خلال برنامج التربية العملية.

٢- التأكيد على إدارات التعليم والأقسام المعنية فيها بما في ذلك الإشراف التربوي (رياضيات)، والتطوير التربوي بضرورة الاهتمام بتنمية ممارسات التدريس الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين، والإفادة مما قدمته الدراسة الحالية من معايير ومؤشرات للممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين كأساس لتقييم ممارسات معلمي الرياضيات المتصلة بدعم التواصل الرياضي، ولبناء البرامج التدريبية المتخصصة في هذا الجانب.

٣- ينبغي على معلمي الرياضيات الاهتمام بممارساتهم التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين، والإفادة من قائمة معايير ومؤشرات الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي (التي حددتها الدراسة) كأساس للتقييم الذاتي وتحسين ممارساتهم التدريسية ذات الصلة.

دراسات مقترحة:

١- تقييم برامج إعداد مُعلّم الرياضيات في ضوء معايير الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين التي حددتها الدراسة.

٢- فاعلية برنامج تدريبي قائم على معايير الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين في رفع مستوى التواصل في فصول تعليم الرياضيات.

٣- عوامل تدني مستوى أداء معلي الرياضيات في ضوء معايير الممارسات التدريسية الداعمة لتنمية التواصل الرياضي لدى المتعلمين.

٤- درجة اهتمام إدارات التعليم في المحافظات المختلفة بالمملكة العربية بممارسات المعلمين الداعمة للتواصل الرياضي، وتصور مقترح لتطويرها.

المراجع:

أبو علام، رجاء محمود. (٢٠٠٩). *مناهج البحث في العلوم النفسية والتربوية*. ط (٦)، القاهرة: دار النشر للجامعات.

الأسطل، إبراهيم حامد. (٢٠١١). الاحتياجات التدريبية لمعلمي الرياضيات بالمرحلة الأساسية العليا في مدارس قطاع غزة في ضوء معايير الرياضيات المدرسية "بيت حانون نموذجاً". *المؤتمر الأول لبلدية بيت حانون "التعليم في مدينة بيت حانون بين الواقع والمأمول"، مارس ٣٠– ٣١، ٢٠١١*، (١٩٢–٢٥٨).

بدوي، رمضان مسعد. (٢٠٠٧). *تدريس الرياضيات الفعّال*. عمان: دار الفكر.

الرويس، عبدالعزيز محمد. (٢٠١١). دراسة تحليلية لمعياري الترابط والتواصل الرياضي في مصفوفة المدى والتتابع للرياضيات خلال الصفوف (١-٨) في المملكة العربية السعودية. *مجلة كلية التربية- جامعة الأزهر*، (١٤٥) الجزء الثاني، مارس، ٣٧٨-٤٠٩.

الرويس، عبدالعزيز محمد. (٢٠٠٨). النظرية البنائية وتعليم الرياضيات تصور مقترح. *دراسة مقدمة للندوة العلمية "علم النفس وقضايا التنمية الفردية والمجتمعية" المنعقدة في كلية التربية بجامعة الملك سعود، نوفمبر ٢٨ - ٢٩، ٢٠٠٨*.

سعادة، جودت أحمد وعقيل، فواز وزامل، مجدي وإشتية، جميل وأبو عرقوب، هدى. (٢٠٠٦). *التعلُّم النشط بين النظرية والتطبيق*. عمان: دار الشروق.

سلمان، ميعاد جاسم وفارس، إلهام جبار. (٢٠٠٧). مهارات التواصل الرياضي لدى مدرسي رياضيات المرحلة المتوسطة. *مجلة كلية التربية الأساسية*، (٥٠)، ٤٧٣-٤٩٢.

السليتي، فراس. (٢٠٠٨). *استراتيجيات التعلُّم والتعليم النظرية والتطبيق*. إربد: عالم الكتب الحديث.

الصباغ، سميلة أحمد. (٢٠٠٧). استراتيجيات التواصل الرياضي التي يتسخدمها الطلاب المتفوقون بالمرحلة الأساسية العليا في الأردن. *دراسات العلوم التربوية*، ٣٤ (٢).

عبيد، وليم. (٢٠٠٤). *تعليم الرياضيات لجميع الأصفال في ضوء متطلبات المعايير وثقافة التفكير*. عمان: دار المسيرة للنشر والتوزيع.

عصر، رضا مسعد السعيد. (٢٠٠٦). القوة الرياضية مدخل حديث لتطوير تقويم تعلُّم الرياضيات في مراحل التعليم العام. *ورقة عمل مقدمة للمؤتمر العلمي الثالث لتربويات الرياضيات، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، جامعة عين شمس، أكتوبر ٨-٩، ٢٠٠٦*.

القرشي، محمد عواض. (٢٠١٢). *درجة تمكن معلمي الرياضيات من مهارات التواصل الرياضي*. رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية جامعة أم القرى.

مهدي، عبدالله عباس وناصر، محمد علي، والذارحي، فاطمة يحيى. (٢٠٠٨). التواصل الرياضي لدى تلاميذ الصف الثامن من التعليم الأساسي وعلاقته بالتحصيل. *مجلة الأندلس للعلوم الاجتماعية والتطبيقية-جامعة الأندلس بالجمهورية اليمنية*، مارس (٣). ١٥٥- ٢٠٠.

Brendefur, J., and Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: Two preservice teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education, 3*(2), 125-153.

Cirillo, M. (2013). What are some strategies for facilitating productive classroom discussions?. *National Council of Teachers Mathematics*, Retrieved from: http://www.nctm.org/uploadedFiles/Research_News_and_Advocacy/Research/Clips_and_Briefs/research%20brief%2020%20-%20strategies%20of%20discussion.pdf

Franks, D., and Jarvis, D. (2001). "Communication in the secondary mathematics classroom: Exploring new ideas." In A. Rogerson (ed.), *The Mathematical Education into the 21st Century Project: International Conference on New Ideas in Mathematics Education* (pp. 62–66). Palm Cove, Australia: Autograph.

Hirschfeld-Cotton, K. (2008). Mathematical communication, conceptual understanding, and students' attitudes toward mathematics . *University of Nebraska-Lincoln* , Retrieved from http://scimath.unl.edu/MIM/files/research/CottonK.pdf

Khaing, T. T., Hamaguchi, K. & Ohtani, M. (2007). Development Mathematical Communication in the Classroom, *Proceeding of APEC-TSUKUBA International Conference III, Innovation of Classroom Teaching and Learning through Lesson Study, Focusing on Mathematical Communication*, (9-14 December), Tokyo and Kanazawa, Japon.

Kosko, K. W., and Wilkins, J. L. M. (2010). Mathematical communication and its relation to the frequency of manipulative use. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 5*(2), 79-90.

Martinho, M. H., and Ponte, J. P. (2009). Communication in the classroom: Practice and reflection of a mathematics teacher. *Quaderni di Ricerca in Didattica (Matematica)*, Supplemento n.2 al n. 19.

National Assessment Governing Board(NAGB) (2002). *Mathematics framework for the 2003 national assessment of educational progress.* National Assessment Governing Board U.S. Department of Education.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Professional standards for teaching mathematics*. Reston, VA: Author.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

National Middle School Association (NMSA) (2004). *Position paper of the National Middle School Association middle level curriculum: A work in progress. Wester ville,* OH: NMSA.

Pugalee, D., Bissell, B., Lock, C. & Douville, P. (2003). The Treatment of Mathematical Communication in Mainstream Algebra Texts. The Mathematics Educatioan into the 21th Century Project. *Proceedings of the International Conference "The Decidable and the Undecidable in Mathematics Education" Brno, Czech Republic,* (19-25 September). Hal: 238-241. Retrieved from http://math.unipa.it/~grim/21_project/21_brno_03.htm

Quinnell, L. (2010). Why are mathematical investigations important?. *Australian Mathematics Teacher, 66*(3), 35-40.

Secretary's Commission on Achieving Necessary Skills (SCANS) (1991*). What work requires of schools: A SCANS report for America 2000*. Washington, DC: U.S. Depar tment of Labor. (NTIS No. PB92-146711INZ).

Takahashi, A. (2006). Characteristics of Japanese mathematics lessons. *Tsukuba Journal of Educational Study in Mathematics*. Hamamatsu: Maeda Printing Co., Ltd.

Uğurel, I. and Morali, S. (2010). A Close View on the Dissussion in Relation to A Activity about Proving A Theorem in A High School Mathematics Lesson via Students Discourse. *Buca Faculty of Education Journal, 28*, 134-154.

Wachira, P. Pourdavood, R. G. & Skitzki, R. (2013). Mathematics Teacher's Role in Promoting Classroom Discourse. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, Jan 2013. Retrieved from http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/wachira.pdf

Wichelt, L. (2009). "Communication: A Vital Skill of Mathematics" . *Action Research Projects*. Paper 18. Retrieved from http://digitalcommons.unl.edu/mathmidactionresearch/18

Wilson, B. (2009). Mathematical Communication through Written and Oral Expression. *Action Research Projects*. Paper 16. Retrieved from http://digitalcommons.unl.edu/mathmidactionresearch/16