أثر استخدام نموذج 4E × 2 في تدريس وحدة مقترحة في الحساب الذهني على تنمية مهارات الاستدلال الرياضي والحساب الذهني والطلاقة الحسابية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية

إعداد

د. مريم موسى متى عبد الملاك
مدرس بكلية التربية بالوادي الجديد
جامعة أسيوط

الملخص:

هدف البحث الحالي إلى دراسة أثر استخدام نموذج 4E × 2 في تدريس وحدة مقترحة في الحساب الذهني على تنمية مهارات الاستدلال الرياضي والحساب الذهني والطلاقة الحسابية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية بمدينة الخارجة بالوادي الجديد. تكونت عينة البحث من ٦٤ تلميذاً وتلميذة تم تقسيمهم إلى مجموعتين: إحداهما تجريبية والأخرى ضابطة. تضمنت أدوات الدراسة اختبار مهارات الاستدلال الرياضي، اختبار الحساب الذهني، اختبار الطلاقة الحسابية. كشفت نتائج البحث على وجود أثر ذو دلالة إحصائية لاستخدام نموذج 4E × 2 في تنمية مهارات الاستدلال الرياضي والحساب الذهني والطلاقة الحسابية في الضرب والقسمة الذهنية. وفي ضوء ما أسفرت عنه النتائج يوصي البحث بضرورة تدريب المعلمين على استخدام نموذج 4E × 2 في تدريس موضوعات الرياضيات، وتشجيع المعلمين على تنمية مهارات الاستدلال الرياضي والحساب الذهني والطلاقة الحسابية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية.

Abstract:

The study aimed at investigating the effect of using 4E × 2 model in teaching a suggested unit in mental computation on developing mathematical reasoning, mental computation, and computational fluency among 4th grade pupils in Elkharga city, New Valley. The study sample included 64 pupils, divided into two groups: the control and experiment group. The study instruments consisted of mathematical reasoning test, mental computation test, and computational fluency test. The results revealed that there was a statistically significant effect for using 4E × 2 model in developing mathematical reasoning, mental computation, and computational fluency in mental multiplication and division. The study recommended the necessity of training teachers to use the 4E × 2 model in teaching mathematics, and encouraging teachers to develop mathematical reasoning, mental computation, and computational fluency among primary pupils.

مقدمة:

يعد الاستدلال الرياضي مهارة أساسية في الرياضيات، وبالتالي فهو أساسي لتعلم الرياضيات في المدرسة (Ball & Bass, 2003; Coetzee et al., 2010). فتعلم الرياضيات والاستدلال الرياضي هما شيئان مترابطان ولا يمكن فصلهما لأن الرياضيات تُفهم من خلال الاستدلال الرياضي وقدرات الاستدلال الرياضي تدعم مهارات الرياضيات (Ayal, Kumsuma, Sabandar, & Dahlan, 2016) . كما يعد الاستدلال الرياضي أساس الفهم وعمليات حل المشكلات، فالفهم يؤدي إلى الاستدلال، ويؤدي الاستدلال إلى تحسين الفهم (Napitupulu, 2017) . وبذلك فإن الاستدلال ضروري لفهم المفاهيم الرياضية، ولاستخدام الأفكار والإجراءات الرياضية بمرونة، ولإعادة بناء المعرفة الرياضية التي تم فهمها، ولكن تم نسيانها (Ball & Bass, 2003) . ولذلك يستطيع التلاميذ الذين يتمتعون بمهارات الاستدلال الرياضي التعامل مع مشاكل الرياضيات بنجاح (Ayal et al., 2016). وذلك لأن الاستدلال الرياضي ينطوي على تشكيل مسار بين فكرة أو مفهوم والذي يليه، عندما يقوم التلاميذ بتكوين هذه المسارات فإنهم يستمتعون بالرياضيات، ويفهمون أسباب صحة (أو خطأ) الأفكار المطروحة، ويطورون شكل من أشكال المعرفة القوية، ولكن عندما لا ينخرط التلاميذ في الاستدلال، فإنهم غالباً لا يعرفون أن هناك مسارات بين الأفكار الرياضية المختلفة، ويعتقدون أن الرياضيات هي مجموعة من الحقائق والأساليب المنعزلة التي يجب تذكرها (Coetzee et al., 2010). لذلك يجب أن تهتم دراسة الرياضيات بالاستدلال؛ فليس من الكاف مطالبة التلاميذ بحفظ الصيغ وتطبيق الاجراءات لتعلم الرياضيات، ولكن يجب أن يكون التلاميذ قادرين أيضا على التفكير والاستدلال حتى يتمكنوا من الفهم (Napitupulu, 2017). رغم من أهمية الاستدلال الرياضي، يولي معلمي الرياضيات قليل من الاهتمام لتنمية الاستدلال الرياضي لدى تلاميذهم (محمود، ٢٠٠١، موافى، ٢٠٠٣ بدر، ٢٠٠٣، بيومي، الجندي، ٢٠١٧، بدر، ٢٠١٠)، وبالتالي أصبح نمط تعلم التلاميذ هو الاستظهار والميكانيكية، هذا جعل التلاميذ يميلون إلى التفكير بطريقة ميكانيكية، ولذا عندما يواجه التلاميذ مشاكل جديدة يجدون صعوبة في حلها (Ayal et al., 2016). لذلك هناك حاجة إلى استراتيجية تعليم مناسبة تتمكن من تحسين قدرات التلاميذ على الاستدلال الرياضي.

كذلك يتمثل أحد الأهداف الرئيسة لمنهج الرياضيات الابتدائية في السعي إلى مساعدة كل طفل للحصول على مستوى من الحساب ضروري للمشاركة الناجحة في التعليم والعمل والحياة اليومية. يمكن أن يتحقق جزء كبير من هذا الهدف من خلال تعليم

الأطفال الحساب الذهني. الحساب الذهني هو حساب يتم ذهنيا وباستخدام استراتيجيات معينة، عادة ما يحدث بدون استخدام الورقة والقلم، على الرغم من أنه يمكن أن يتم باستخدام الورقة والقلم لعمل ملاحظات تدعم الذاكرة (Varol & Farran, 2007) . يمكن القول أن الحساب الذهني هو أحد أكثر المهارات الرياضية استخداما التي يأخذها الأطفال معهم في حياتهم خارج المدرسة (Green, 2005 , Rogers, 2009) ، ويشير بحث (Mcintosh, 2004) إلى أن الكبار يستخدمون الحساب الذهني في أكثر من ثلاثة أرباع حساباتهم، بينما يستخدمون الحساب المكتوب والآلة الحاسبة في أقل من ١٥% من حساباتهم. هذا يقودنا إلى التساؤل حول المقدار الكبير من وقت التدريس الموجه نحو تقديم وممارسة الحسابات المكتوبة. من المنطقي أنه إذا كانت المدارس تعد الأطفال للتعامل مع الحياة فينبغي أن يكون التركيز على الحساب الذهني.

إن التركيز المستمر على الحسابات المكتوبة هو خطر يحول دون تفكير الأطفال في الارقام ويثبط تطور الحس العددي بالإضافة إلى ارتباك فهم الأطفال للقيمة المكانية (Rogers, 2009) . كما أن التركيز فقط على استخدام القلم والورقة لحل المشكلات يشجع الأطفال على اتباع خطوات معينة دون التفكير في ما يفعلونه ودون فهم معناها (Varol & Farran, 2007) . أنتج هذا التركيز على الورقة والقلم في إجراء الحسابات طلاب يعانون من ضعف في الحساب الذهني ويظهرون إحساسًا ضعيفًا بالرقم والعلاقات الحسابية (Green, 2005). فنجد كثيراً من غير المتعلمين لديهم قدرة كبيرة على الحساب الذهني نتيجة لتدريبهم على هذا النوع من الحساب في تعاملاتهم الحسابية اليومية بحكم مهنتهم، في حين يفتقر كثير من المتعلمين إلى القدرة على الحساب الذهني ويستعملون الآلة الحاسبة أو الورقة والقلم عند احتياجهم لإجراء الحسابات في البيع والشراء (السعدي، الطائي، ٢٠١١). يرجع السبب في هذا أنه يتم تدريس معظم الرياضيات في المدرسة على الورق مع توقع أن التلاميذ سيحلون المشاكل على الورق، ولكن هناك قيمة مدى الحياة في القدرة على القيام بالرياضيات في الذهن (Benjamin, 2011). يواجه التلاميذ أرقامًا في حياتهم اليومية خارج المدرسة، بما في ذلك العديد من المواقف التي لا يكون فيها عمليًا استخدام الآلة الحاسبة.

فمن الضروري تقليل مقدار الوقت الذي يتم إنفاقه على تعليم الحسابات بالقلم والورقة والبدء في استكشاف صريح للحسابات العقلية (Varol & Farran, 2007). ففي مجتمع اليوم، هناك حاجة أيضا إلى الحساب الذهني. إن الحسابات الرياضية تنطوي على كل من الحساب المكتوب والذهني، ولكل منهما مكان في منهج الرياضيات،

ويمكن للمهارات المرتبطة بالحساب الذهني والمكتوب أن تكمل بعضها البعض. على سبيل المثال، يسمح الفهم العميق للحساب الذهني للأطفال بالتحقق من مدى معقولية حساباتهم المكتوبة (Rogers, 2009). كما أن القدرة على القيام بحساب ذهني سريع يمكن أن يساعد التلاميذ على تحقيق أعلى الدرجات في الاختبارات ويمكن أن يبقي العقل نشيط مع التقدم في العمر(Benjamin, 2011). ولذا يجب تطوير القدرة على الحساب الذهني لدى التلاميذ جيدا قبل تعليمهم الحسابات المكتوبة (Rogers, 2009).

كما تعد الطلاقة مع الطرق والعمليات الحسابية هي قلب منهج الرياضيات الابتدائية، حيث تعد الطلاقة الحسابية أحد المكونات الحيوية لتطوير القدرة الرياضية (Fuson, 2003). ولذا تعد الطلاقة الحسابية أساسية للنجاح في الرياضيات. أظهرت عدد من الدراسات أن الطلاقة الحسابية تعد مؤشراً للنجاح الرياضي (e.g., Singer-Dudek, & Greer, 2005; Smith, Marchand-Martella, &Martella, 2011; Parcutilo & Luna, 2016). وجد (Parcutilo & Luna, 2016) أن للطلاقة الحسابية تأثير قوي على تحصيل التلاميذ للجبر وبقاء أثر التعلم، مما يجعل الطلاقة الحسابية مهارة مهمة لنجاح التلاميذ في الرياضيات. فالطلاقة في العمليات الرياضية الأساسية ضروري لإتقان مهارات الرياضيات العليا مثل مشكلات الجبر متعددة الخطوات (Smith et al., 2011) . فالتلاميذ الذين يطورون مهارات الرياضيات إلى درجة الطلاقة يحتفظون بالمهارات الرياضة لفترة أطول، وقادرون على البقاء على المهمة لفترات أطول من الزمن، ويكونون أكثر قدرة على مقاومة مشتتات الذهن (Rhymer, Dittmer, Skimmer, & Jackson, 2000) . كما أن التلاميذ الذين يمكنهم أن يستجيبوا بطلاقة وبدقة أكثر نجاحا في تطبيق تلك المهارات في مهام رياضية جديدة (Rhymer et al., 2000)، وذلك لأن الأفراد الذين يتمتعون بطلاقة عالية يتمكنون من أداء المهام بسرعة وبدقة، وبالتالي الاحتفاظ بمصادر معرفية أكثر (مثل الانتباه، الذاكرة العاملة) والتي يمكن استخدامها في الفهم وتعلم مهام أكثر تعقيدا (Ramos-Christian, Schleser, & Varn, 2008) . كذلك التلاميذ الذين يتمتعون بمستويات عالية من الطلاقة الحسابية يظهرون مستويات منخفضة من القلق الرياضي (Cates & Rhymer, 2003) مما يسهم في تحصيل عال في الرياضيات. هذه العلاقة بين الطلاقة الحسابية والنجاح في الرياضيات أدت إلى زيادة الاهتمام بتطوير الطرق التربوية التي تهدف إلى تنمية الطلاقة الحسابية (Tikhomirova et al., 2017). وعلى وجه الخصوص، هناك حاجة لتنمية الطلاقة في ضرب وقسمة الاعداد متعددة الأرقام (مثل ٢٣×٢٤، ٢٢٥ ÷١٥). فعلى

الرغم من أهمية الطلاقة الحسابية، إلا أن الأطفال يجدون صعوبة في التعامل بطلاقة مع مشكلات الضرب والقسمة متعددة الأرقام، كما أن الأبحاث المتاحة عن فهم الأطفال لضرب وقسمة الاعداد متعددة الارقام أقل مما هي عليه في جمع وطرح الاعداد ذات الرقم الواحد (Fuson, 2003). لذلك هناك حاجة إلى استراتيجية تعليم مناسبة تتمكن من تحسين قدرة التلاميذ على الطلاقة في ضرب وقسمة الأعداد متعددة الأرقام.

بناء على ما سبق، من الواضح أن الاستدلال الرياضي والحساب الذهني والطلاقة الحسابية مطلوبون بشكل كبير لتعلم الرياضيات. من أجل تحسين قدرة التلاميذ على الاستدلال الرياضي والحساب الذهني والطلاقة الحسابية، من الضروري تعليم الرياضيات من خلال منح التلاميذ فرصة للاستدلال ولأداء العمليات الحسابية ذهنيا وبطلاقة. يلعب التعليم القائم على البحث والاستقصاء Inquiry Based Instruction دورا هاما في تعزيز قدرة التلاميذ على الاستدلال والحساب الذهني. فقد أثبتت نتائج بعض الدراسات (e.g Fielding-Wells, Dole & Makar, 2014; Lawson & Johnson, 1998; Yumiati & Noviyanti, 2017) فعالية التعليم القائم على البحث والاستقصاء في تنمية مهارات الاستدلال. كما أثبتت عدد من الدراسات (e.g., Baker & Baker, 1991; Jurat, 1992; Mcintosh, De Nardi, & Swan, 1991) فعالية التعليم القائم على البحث والاستقصاء في تنمية الحساب الذهني لدى التلاميذ. كما أن استخدام الحساب الذهني يلعب دورا في تحسين الطلاقة الحسابية لدى التلاميذ. فقد أثبتت نتائج بعض الدراسات (مثل: السواط، ٢٠١٣، بشاي، ٢٠١٦، عويضة، ٢٠٠٩) فعالية استراتيجيات الحساب الذهني في تنمية الطلاقة الحسابية لدى التلاميذ.

تعددت النماذج التي تشجع التعليم القائم على البحث والاستقصاء مثل دورة التعلم، ونموذج 5E، ونموذج 2× 4E. تتبنى النماذج الثلاثة السابقة الفكرة البنائية التي تفيد بأن التعلم يبدأ بفهم وإشراك المعرفة السابقة للتلاميذ، كما تؤكد النماذج الثلاثة على أهمية الاستكشاف للسماح لجميع التلاميذ للبحث والتفاعل مع ظاهرة أو مفهوم، كما تتفق هذه النماذج الثلاثة على أنه يتم إنشاء المعنى عند استيعاب التلاميذ للنتائج وللاكتشافات الجديدة (Marshall, Smart, & Horton, 2011). ولكن نموذج 2× 4E يتقدم النماذج السابقة لاستخدامه لثلاث تراكيب تعليمية هامة: التعليم القائم على البحث والاستقصاء، والتقييم التكويني، والتأمل، والتي أثبت كل منها فعاليته في تحسين تعلم التلاميذ. كما هو الحال في نموذج 5E ، يحتوي نموذج 2× 4E على المكونات الأساسية للتعليم القائم على البحث والاستقصاء (الدمج، الاستكشاف، الشرح

والتفسير، التوسع)، على الرغم من أن التقييم هو أيضًا مكون أساسي لكلا النموذجين، يربط نموذج 4E ×2 بشكل واضح التقييم التكويني وتأمل المعلم (وبالتالي ال × ٢) في كل مراحل الاستقصاء (Marshall, Smart, & Alston, 2017).

قد نال نموذج 4E ×2 الكثير من الاهتمام في الآونة الأخيرة لأسباب عديدة. أولا: يوفر نموذج 4E ×2 نموذجًا متطورًا للتدريس، لا سيما في تخصصات العلوم والرياضيات حيث تعتبر مراحل الدمج، والاستكشاف، والشرح والتفسير، والتوسع، والتي تشكل العمود الفقري لعملية الاستقصاء، ضرورية للتعلم القوي القائم على البحث الذي هو عنصر ضروري لعملية التعلم (Marshall, 2013). ثانيا: يؤدي دمج التقييم التكويني بشكل واضح في جميع مراحل عملية البحث والاستقصاء إلى التعلم الفعال، حيث تشير العديد من الدراسات (Black, Harrison, Lee, Marshall, & Wiliam, 2004; Keeley, Eberle, & Farrin, 2005; Marzano, 2006) إلى وجود تأثير إيجابي كبير للتقييم التكويني على تحصيل التلاميذ والذي ينتج عندما يصبح التقييم التكويني جزءًا لا يتجزأ من عملية التعليم والتعلم. ثالثا: يؤدي دمج التأمل ما وراء المعرفي للمعلم طوال عملية التعليم إلى تحسن كفاءة المعلم وأداء التلاميذ، حيث تشير الأبحاث (Cavalluzzo, 2004; Goldhaber, 2004; Vandevoort, Amrein-Beardsley, & Berliner, 2004) إلى أن جودة التدريس تتحسن عندما يتأمل المعلمون في ممارستهم مما يؤدي إلى زيادة أداء التلاميذ. يؤدي تآزر هذه المكونات (مكونات البحث والاستقصاء، التقييم التكويني، تأمل المعلم) إلى تحسين فعالية التلاميذ وكفاءة المعلم (Marshall, 2013).

في ضوء ما سبق فقد اهتمت الدراسة الحالية باستخدام نموذج 4E ×2 لتنمية مهارات الاستدلال الرياضي والحساب الذهني والطلاقة الحسابية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية وذلك من خلال استخدام نموذج 4E ×2 لتدريس وحدة مقترحة في الضرب والقسمة الذهنية.

مشكلة البحث:

رغم من أهمية الاستدلال في مجال الرياضيات إلا أن هناك تدني في مهارات الاستدلال الرياضي لدى التلاميذ في المراحل الدراسية المختلفة، ولا سيما لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية. فقد أشارت كثير من الدراسات أن هناك قصوراً في مهارات التفكير الاستدلالي لدى التلاميذ مثل دراسة (محمود، ٢٠٠١)، (موافى، ٢٠٠٣)، (بدر، ٢٠٠٣)، (بدر، ٢٠١٠)، (بيومي، الجندي، ٢٠١٧).

كذلك هناك ضعف في القدرة على الحساب الذهني لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية. فقد اشارت كثير من الدراسات إلى انخفاض مستوى الأداء الذهني للعمليات الحسابية وعدم إتقانها لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية وعدم القدرة على توظيفها في المواقف والتطبيقات الحياتية مثل دراسة (البلوشي،٢٠٠٣)، (السعدي، الطائي، ٢٠١١)، (العجمي، ٢٠١٤)، ففي دراسة اجراها (السعدي، الطائي، ٢٠١١) حول الصعوبات التي تواجه تلاميذ المرحلة الابتدائية في الحساب الذهني من وجهة نظر معلميهم، وجدا ضعف قدرة التلاميذ على إعطاء فكرة شفهية سريعة تكون قريبة من الواقع بدون إجراء العميات الحسابية بالورقة والقلم، وكذلك ضعف القدرة الذهنية للتلاميذ في الوصول إلى نتيجة مضبوطة من خلال استخدام خواص الأعداد والنظام العشري للعدد.

كذلك هناك ضعف في الطلاقة الحسابية لدي تلاميذ المرحلة الابتدائية. فقد أشارت كثير من الدراسات إلى انخفاض مستوى الطلاقة الحسابية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية مثل دراسة (السواط، ٢٠١٣)، (بشاي، ٢٠١٦)، (Lin & Kubina Jr., 2005). فقد أظهرت دراسة (Lin & Kubina Jr., 2005)، التي بحثت الطلاقة الحسابية لتلاميذ الصف الخامس الابتدائي، أن التلاميذ لديهم ضعف في الطلاقة الحسابية لمشكلات الضرب متعدد الأرقام.

وقد شعرت الباحثة بتلك المشكلة من خلال:

١ـ ملاحظة الباحثة:

لاحظت الباحثة من خلال حضورها لبعض حصص الرياضيات في المرحلة الابتدائية أثناء التدريب الميداني عدم قدرة التلاميذ على استخدام ما يملكونه من معارف ومعلومات من أجل رسم استنتاج منطقي وعدم قدرتهم على الربط بين الأفكار المختلفة لتطوير أفكار رياضية جديدة وعدم قدرتهم على شرح وتفسير تفكيرهم، مما يوضح ضعف قدرتهم على الاستدلال الرياضي. علاوة على ذلك، يولي معظم المعلمين في تدريس التلاميذ اهتماماً قليلاً للقدرة على الاستدلال، فيبقى المعلم مركز الفصل (يحاضر، يشرح، يقود المناقشات) ويعمل التلاميذ بشكل كبير كمتلقين للمعرفة (يدونون الملاحظات، يجيبون على أسئلة المعلم)، هذا يجعل التلاميذ يميلون إلى التفكير الآلي وعدم الاعتماد على الاستدلال، بحيث عندما يواجه التلاميذ مشكلات جديدة يجدون صعوبة في حلها.

كما لاحظت الباحثة أن تعليم الفصل الدراسي يركز فقط على استخدام القلم والورقة لحل المشكلات الرياضية، ولذا يتوجه التلاميذ مباشرة لحل أي مسألة مهما كانت

درجة صعوبتها إلى استخدام الآلة الحاسبة أو استخدام الورقة والقلم مما أدى إلى عدم قدرتهم على الحساب ذهنيا حتى مع الأرقام البسيطة.

كذلك لاحظت الباحثة ضعف قدرة تلاميذ المرحلة الابتدائية على إجراء العمليات الحسابية بدقة وبسرعة، ولا سيما ضرب وقسمة الأعداد متعددة الأرقام، مما يوضح ضعف الطلاقة الحسابية لديهم.

٢ـ الدراسة الاستطلاعية:

لتدعيم الإحساس بالمشكلة، أجرت الباحثة دراسة استطلاعية عن طريق تطبيق اختبار مهارات الاستدلال الرياضي واختبار الحساب الذهني في ضرب وقسمة الأعداد على مجموعة من تلاميذ الصف الرابع الابتدائي وعددهم ٣٥ تلميذا. جدول (١) يبين نتائج تطبيق اختبار الاستدلال الرياضي.

جدول (١): النسب المئوية لمهارات الاستدلال الرياضي لدى تلاميذ الصف الرابع الابتدائي

المهارة	متوسط نسب كل مهارة
استخدام العلاقات	٢٥.٥٪
البرهنة والاثبات	٢٩.٣٣٪
التفسير	٢٤.٤٢٪
الاستنتاج	٢٢.٤٥٪
متوسط نسب الاختبار ككل	٢٥.٤٣٪

عند إعطاء التلاميذ مسائل تتطلب ضرب أعداد متعددة الأرقام مثل (٤٦ × ٤=...، ١٣٥× ٦=.....، ١٤×١٢=.....، ٣٣٢× ٣٢) تمكن ٣ تلاميذ فقط من حساب ٤٦ × ٤ ذهنيا (مع السماح لهم بكتابة ملاحظات قليلة)، أما باقي عمليات الضرب (ولاسيما ضرب عدد مكون من رقمين في عدد مكون من رقمين، ضرب عدد مكون من ثلاث أرقام في عدد مكون من رقمين) لم يتمكن أي من التلاميذ من إجراء الضرب ذهنيا، وعند إعطائهم مسائل تتطلب قسمة أعداد متعددة الأرقام مثل (١٣٨ ÷ ٦=...، ١٦٢÷ ١٨=...، ٦٢٥٥٠ ÷٢٥=.....) لم يتمكن أي من التلاميذ إجراء القسمة ذهنيا.

وبذلك تتحدد مشكلة البحث في تدني مهارات الاستدلال الرياضي والحساب الذهني والطلاقة الحسابية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية.

أسئلة البحث:

حاول البحث الإجابة عن السؤال الرئيس التالي:

ما أثر استخدام نموذج 4E ×2 في تدريس وحدة مقترحة في الحساب الذهني على تنمية مهارات الاستدلال الرياضي والحساب الذهني والطلاقة الحسابية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية؟

ويتفرع من هذا السؤال الرئيس الأسئلة التالية:

١- ما أثر استخدام نموذج 4E ×2 في تدريس وحدة مقترحة في الحساب الذهني على تنمية مهارات الاستدلال الرياضي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية؟

٢- ما أثر استخدام نموذج 4E ×2 في تدريس وحدة مقترحة في الحساب الذهني على تنمية مهارات الحساب الذهني لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية؟

٣- ما أثر استخدام نموذج 4E ×2 في تدريس وحدة مقترحة في الحساب الذهني على تنمية الطلاقة الحسابية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية؟

فروض البحث:

حاول البحث اختبار صحة الفروض التالية:

١- لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في اختبار مهارات الاستدلال الرياضي في التطبيق البعدي لصالح المجموعة التجريبية.

٢- لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في اختبار مهارات الحساب الذهني في التطبيق البعدي لصالح المجموعة التجريبية.

٣- لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في اختبار الطلاقة الحسابية في التطبيق البعدي لصالح المجموعة التجريبية.

أهداف البحث:

تمثلت أهداف البحث فيما يلي:

١- تعرف أثر استخدام نموذج 4E ×2 في تدريس الضرب والقسمة الذهنية على تنمية مهارات الاستدلال الرياضي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية.

٢- تعرف أثر استخدام نموذج 4E ×2 في تدريس الضرب والقسمة الذهنية على تنمية مهارات الحساب الذهني لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية.

٣- تعرف أثر استخدام نموذج 4E × 2 في تدريس الضرب والقسمة الذهنية على تنمية الطلاقة الحسابية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية.

٤- تنمية مهارات الاستدلال الرياضي، الحساب الذهني، الطلاقة الحسابية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية.

أهمية البحث:

تمثلت أهمية البحث في ما يلي:

١- تقديم وحدة مقترحة في الضرب والقسمة الذهنية يمكن تضمينها في محتوى كتاب الرياضيات للصف الرابع الابتدائي.

٢- تحديد أهم استراتيجيات الحساب الذهني لتدريس الضرب والقسمة والمناسبة لتلاميذ المرحلة الابتدائية.

٣- تجريب نموذج 4E × 2 في تدريس الرياضيات، والذي يمثل أحد النماذج الحديثة في تشجيع التلاميذ على البحث والاكتشاف مع دمج التقييم التكويني والتأمل في كل مراحل التعليم والتعلم.

٤- تقديم تصور لاستخدام نموذج 4E × 2 في تدريس وحدة الضرب والقسمة الذهنية مما يمكن من معالجة وحدات أخرى بذات الطريقة.

٥- تنمية مهارات الاستدلال الرياضي لدى تلاميذ الصف الرابع الابتدائي.

٦- تنمية مهارات الحساب الذهني والطلاقة الحسابية لدى تلاميذ الصف الرابع الابتدائي.

٧- تقديم اختبار لمهارات الاستدلال الرياضي قد يفيد كلا من المعلمين والتلاميذ في عملية التقويم.

٨- تقديم اختبار للحساب الذهني والطلاقة الحسابية قد يفيد كلا من المعلمين والتلاميذ في عملية التقويم.

حدود البحث:

اقتصر البحث على الحدود التالية:

١- وحدة مقترحة في الضرب والقسمة الذهنية للأعداد متعددة الأرقام، يرجع سبب اختيار هذه الوحدة إلى:

- ضعف قدرة تلاميذ المرحلة الابتدائية على الضرب والقسمة الذهنية للأعداد متعددة الأرقام (Kurovski, 2010; Fuson, 2003; Luccngeli et al., 2003) .

- ندرة الابحاث التي ركزت على الضرب والقسمة الذهنية للأعداد متعددة الأرقام، حيث ركزت معظم الابحاث على الجمع والطرح الذهني للأعداد احادية الرقم أو متعددة الأرقام مثل (Carpenter et al., 1998; Ghazali, Alias, Ariffin, & Ayub, 2010; Heirdsfield & Cooper, 2004; Torbeyns, 2016) ، (بشاي، ٢٠١٦؛ كتانة، الكيلاني، ٢٠١٥).

- تعتبر الوحدة حقلا مناسبا لتجريب نموذج 2× 4E لأنها تتناول العديد من المفاهيم والعلاقات السابق تناولها بالنسبة للمتعلم مما يمكن البناء عليها أثناء البحث والاستقصاء للوصول إلى المعارف والعلاقات الجديدة.

٢- بعض استراتيجيات الضرب والقسمة الذهنية للأعداد متعددة الأرقام والمناسبة لتلاميذ المرحلة الابتدائية، وهي:

- الضرب باستراتيجية التقسيم:Split Strategy
- الضرب باستراتيجية التعويض: Compensation Strategy
- الضرب باستراتيجية الضرب الرأسي وبالعرض Vertically and Crosswise
- القسمة باستراتيجية التقسيم:Split Strategy
- القسمة باستراتيجية اليسار إلى اليمين. Right - to- Left Strategy
- القسمة باستراتيجية التنصيف: Halving Strategy
- القسمة باستراتيجية العوامل: Factor Strategy

٣- مجموعة من تلاميذ الصف الرابع الابتدائي بمدرسة صلاح الدين الابتدائية بمدينة الخارجة محافظة الوادي الجديد.

٤- مهارات الاستدلال الرياضي: الاستنتاج، استخدام العلاقات، البرهنة والإثبات، التفسير.

٥- مهارات الحساب الذهني: ضرب عدد مكون من رقمين في عدد مكون من رقم واحد ذهنيا، ضرب عدد مكون من ثلاث أرقام في عدد مكون من رقم واحد ذهنيا، ضرب عدد مكون من رقمين في عدد مكون من رقمين ذهنيا، ضرب عدد مكون من ثلاث أرقام في عدد مكون من رقمين ذهنيا، قسمة عدد مكون من

ثلاث أرقام على عدد مكون رقم واحد ذهنيا، قسمة عدد مكون من أربعة أرقام على عدد مكون رقم واحد ذهنيا، قسمة عدد مكون من ثلاث أرقام على عدد مكون رقمين ذهنيا، قسمة عدد مكون من أربعة أرقام على عدد مكون من رقمين ذهنيا، قسمة عدد مكون من خمسة أرقام على عدد مكون من رقمين ذهنيا.

٦- مهارات الطلاقة الحسابية: الدقة والسرعة.

مصطلحات البحث:

تبنى البحث المصطلحات الإجرائية التالية:

نموذج 4E × 2 :

نموذج 4E× 2 هو نموذج تدريسي يجمع بين المكونات الأساسية للتعليم القائم على الاستقصاء (الدمج، الاستكشاف، الشرح والتفسير، التوسع)، مع التقييم التكويني والتأمل، حيث يتم دمج التقييم التكويني والتأمل في كل مكون من مكونات الاستقصاء الأربعة السابقة.

الاستدلال الرياضي:

الاستدلال الرياضي هو القدرة على الوصول إلى استنتاجات منطقية والقدرة على تبريرها تبريرا منطقيا مستندا إلى الحجج والبراهين.

الحساب الذهني:

الحساب الذهني هو القدرة على إيجاد ناتج عمليتي الضرب والقسمة ذهنيا وباستخدام استراتيجيات معينه دون استخدام القلم والورق والآلات الحاسبة.

الطلاقة الحسابية:

الطلاقة الحسابية هي القدرة على إيجاد ناتج عمليتي الضرب والقسمة بدقة وبسرعة.

منهج البحث والتصميم التجريبي:

اعتمد البحث على المنهج شبة التجريبي القائم على اختيار مجموعتين إحداهما تجريبية تدرس الضرب والقسمة الذهنية المتضمنة بالوحدة المقترحة باستخدام نموذج 4E× 2 ، والأخرى ضابطة تدرس الضرب والقسمة المتضمنة بالكتاب المدرسي وفقا للطريقة التقليدية، وتم تطبيق أدوات البحث على المجموعتين قبليا وبعديا.

مجموعة البحث:

تكونت مجموعة الدراسة من ٦٤ تلميذاً من تلاميذ الصف الرابع الابتدائي، تم تقسيمهم إلى مجموعتين إحداهما تجريبية والأخرى ضابطة، كل منها تكون من ٣٢ تلميذاً وتلميذة.

مواد وأدوات البحث:

تم إعداد واستخدام المواد التجريبية التالية:

١- دليل المعلم لتدريس وحدة الضرب والقسمة الذهنية وفقا لنموذج 4E ×2.
٢- أوراق عمل التلميذ وفقا لنموذج 4E ×2 لمحتوى الوحدة المقترحة "الضرب والقسمة الذهنية" لتلاميذ الصف الرابع الابتدائي.

كما تم إعداد واستخدام أدوات القياس التالية:

١- اختبار مهارات الاستدلال الرياضي في عمليتي الضرب والقسمة.
٢- اختبار الحساب الذهني في عمليتي الضرب والقسمة.
٣- اختبار الطلاقة الحسابية في عمليتي الضرب والقسمة.

خطوات البحث وإجراءاته:

١- الاطلاع على البحوث والدراسات والأدبيات التي تناولت نموذج 4E ×2 ، واستراتيجيات الضرب والقسمة الذهنية، ومهارات الاستدلال الرياضي، والحساب الذهني، والطلاقة الحسابية.
٢- تحديد استراتيجيات الضرب والقسمة الذهنية المناسبة لتلاميذ المرحلة الابتدائية.
٣- إعداد موضوعات وحدة الضرب والقسمة الذهنية وفقا لنموذج 4E ×2
٤- إعداد دليل المعلم في وحدة الضرب والقسمة الذهنية وفقا لنموذج 4E ×2.
٥- إعداد أوراق عمل التلميذ في وحدة الضرب والقسمة الذهنية وفقا لنموذج 4E ×2.
٦- إعداد اختبار مهارات الاستدلال الرياضي في عمليتي الضرب والقسمة.
٧- إعداد اختبار مهارات الحساب الذهني في عمليتي الضرب والقسمة.
٨- إعداد اختبار الطلاقة الحسابية في عمليتي الضرب والقسمة.
٩- اختيار مجموعة البحث وتقسيمها إلى مجموعتين تجريبية وضابطة.
١٠- تطبيق أدوات البحث والمتمثلة في مهارات الاستدلال الرياضي والحساب الذهني والطلاقة الحسابية تطبيقا قبليا.

١١- تدريس موضوعات وحدة الضرب والقسمة الذهنية المقترحة وفقا لنموذج 4E 2× للمجموعة التجريبية، وتدريس موضوعات الضرب والقسمة الموجودة بالكتاب المدرسي بالطريقة التقليدية للمجموعة الضابطة.
١٢- تطبيق أدوات البحث: (اختبار مهارات الاستدلال الرياضي والحساب الذهني والطلاقة الحسابية) تطبيقا بعديا.
١٣- رصد النتائج ومعالجتها إحصائيا.
١٤- تفسير النتائج، وتقديم مجموعة من التوصيات والمقترحات.

الاطار النظري والدراسات السابقة:

أولا: نموذج 4E ×2:

قدم (Marshall, Horton, & Smart, 2008) نموذج جديد 4E ×2 للتعلم القائم على البحث والاستقصاء. أشتق مارشال ورفاقه نموذج 4E ×2 عن نموذج 5E في محاولة لجعل المرحلة الخامسة لنموذج 5E (التقويم) موزعة بشكل أكثر وضوحًا خلال عملية التعلم وليس فقط في نهاية الدرس أو الوحدة. على الرغم من أن نموذج 5E يدمج التلاميذ في خبرات التعلم القائم على الاستقصاء، إلا أنه لا يعالج بوضوح أهمية التقييم والتأمل ما وراء المعرفي الذي يجب أن يحدث أثناء كل مرحلة من مراحل البحث (Marshall et al., 2008). وبذلك يعتمد نموذج 4E ×2 على جوهر نموذج 5E (الدمج، الاستكشاف، الشرح والتفسير، التوسع)، ومن هنا جاءت ال 4E ، في حين يربط بشكل صريح التقييم التكويني وتأمل المعلم (ومن هنا جاءت ال × ٢) في كل مراحل الاستقصاء (Marshall et al., 2017). تضمنت أهداف إنشاء نموذج جديد (4E ×2) ما يلي: (١) توفير نموذج قائم على الأبحاث يسمح للمعلمين بتطوير وتنفيذ تجارب تعلم عميقة وذات مغزى قائمة على الاستقصاء، (٢) تسهيل ممارسة تعليمية تركز صراحة على التقييم التكويني، (٣) تقديم مساعدة تشخيصية للمعلمين لتقييم مجالات الضعف في ممارساتهم التعليمية، (٤) توفير طريقة عملية لتعزيز نقاط الضعف التعليمية (Marshall et al., 2008).

وبذلك يتكون نموذج 4E ×2 من ثلاثة عناصر رئيسة للتعلم، أثبت كل منها علي حده فعاليته في تحسين تعلم التلاميذ (Marshall, 2013; Marshall et al., 2008; Marshall et al., 2017):

١- التعليم القائم على البحث والاستقصاء، مع أربع مراحل (الدمج، الاستكشاف، الشرح والتفسير، التوسع).

٢- التقييم التكويني.

٣- تأمل المعلم.

حيث يتم دمج التقييم التكويني والتأمل بشكل واضح في كل مرحلة من مراحل البحث والاستقصاء (الدمج، الاستكشاف، الشرح والتفسير، التوسع).

خطوات التدريس بنموذج 2 × 4E:

التدريس وفق لنموذج 2× 4E يتم خلال الخطوات التالية (Marshall, 2013; Marshall et al., 2008):

١- الدمج Engage

تتضمن أول مرحلة من مراحل نموذج 2× 4E جذب المتعلم لموضوع الدرس، فجذب انتباه المتعلمين وإثارة فضولهم واهتمامهم بموضوع الدرس يؤدي إلى بدء أفضل لعملية التعلم. في نموذج2× 4E تتضمن مرحلة الدمج الاتي:

- تنشيط المعرفة السابقة.
- تحديد المفاهيم البديلة والمفاهيم الخاطئة.
- توفير الدوافع والمحفزات التي تثير الاهتمام.
- تطوير أسئلة علمية.

يلعب المعلم دوراً أساسياً في تحديد درجة الجذب والتحفيز التي يحتاجها كل درس، فمثلا إذا كان الدرس محفزا بشكل كبير فمن الأفضل للمعلم قضاء الوقت في التركيز على الكشف عن المعرفة السابقة للطلاب والمفاهيم الخاطئة لديهم.

يعد طرح الأسئلة الفعالة أمراً ضرورياً في جميع مراحل التعلم القائم على الاستقصاء. من الأسئلة التي يمكن للمعلم استخدامها أثناء مرحلة الدمج:

- ماذا تعرف عن...؟
- ما الذي رأيته من قبل ويشبه هذا؟
- ما الذي سمعته عن.... ولست متأكداً أنه صحيح؟
- ما الذي تريد أن تبحثه فيما يتعلق ب....؟

تعد الأسئلة المقصودة الفعالة ضرورية، ولكنها ليست كافية، لتحديد ما إذا كان الفصل جاهزا للانتقال إلى مرحلة الاستكشاف، أو إنهم بحاجة إلى مراجعة سريعة، أو إنهم بحاجة إلى معالجة قبل إجراء مزيد من البحث. تساعد التقييمات التكوينية على التحقق من فهم التلاميذ ولاتخاذ القرار بالانتقال للخطوة التالية في تعلمهم. قد تتضمن

التقييمات التكوينية لمرحلة الدمج: عرضا علميا مثيرا للذهن يبرز فضول التلاميذ بقوة، اختبار قبلي لقياس المفاهيم الخاطئة، مخططات KWHL. مخطط KWHL هو منظم رسومي يسهل التعلم من خلال جعل التلاميذ يجيبون عن الأسئلة التالية:

- ماذا أعرف؟
- ماذا أريد أن أعرف؟
- كيف أعرف؟
- ماذا تعلمت؟

دمج التقييمات التكوينية في مرحلة الدمج يزود المعلمين بنموذج قوى لكيفية إشراك التلاميذ في نتائج التعلم الأولية. تتطلب مثل هذه التقييمات أيضا من التلاميذ التفكير بطريقة ما وراء معرفية، مما يجعلهم مدركين لتفكيرهم. كما تساعد التقييمات التكوينية المعلم على الانتباه لممارساته التدريسية وتشجع التلاميذ على استثمار تعلمهم. مع مرور الوقت، ستساعد هذه العملية على رفع مستوى تحصيل جميع التلاميذ وخصوصاً التلاميذ من منخفضي التحصيل.

عندما يتأمل المعلمون في ما حدث أثناء مرحلة الدمج ، فإنهم يكتسبون معلومات قيمة تثري قراراتهم للخطوات التالية لممارساتهم التدريسية. على سبيل المثال، من خلال طرح المعلم على نفسه السؤال: ماذا تخبرني معرفة تلاميذي السابقة عن استعدادهم للتعلم؟ فهو مطالب بتلبية احتياجات التلاميذ قبل الانتقال إلى المرحلة التالية في تدريسه. قد يصبح من الواضح أن مجموعة من التلاميذ أو حتى الفصل بأكمله يحتاجون إلى بعض العلاج قبل متابعة التدريس. هناك خيار آخر يتمثل في معالجة منطقة عجز مع استمرار متابعة الدرس ولكن قبل اكتماله. بناء على هذه التأملات يتخذ المعلم القرارات بقصد تحسين تعلم التلاميذ. يتناقض هذا النهج مع تغطية المواد ثم معرفة في نهاية الوحدة أن ٦٠% أو أكثر من التلاميذ فشلوا في فهم المفهوم الأساسي الذي يتم دراسته. بدلا من ذلك يسمح التأمل بأن يستهدف التدريس حاجات التلاميذ.

٢- الاستكشاف: Explore

بعد أن يقوم المعلم بجذب التلاميذ للتعلم، يقوم المعلم بتوجيه التلاميذ إلى مرحلة الاستكشاف. يعد الاستكشاف مكون ضروري وحيوي لكل خبرات الاستقصاء الناجحة. تتضمن مرحلة الاستكشاف قيام التلاميذ بالتعمق في واحدة أو أكثر من الأنشطة التالية: التنبؤ، التصميم، الاختبار، جمع المعلومات، التفكير. من الأسئلة الفعالة للمساعدة في توجيه هذه المرحلة:

- ماذا لو ...؟
- كيف يمكنك دراسة هذه المشكلة بشكل أفضل؟
- ماذا يحدث عندما ....؟
- ما المعلومات/البيانات التي تحتاج إلى جمعها؟
- لماذا اخترت هذه الطريقة لدراسة المشكلة؟

مثل مرحلة الدمج، فإن التأمل ما وراء المعرفي والتقييم التكويني ضروريان لتوجيه التلاميذ خلال تعلمهم. يمكن وضع التقييمات في سياق المعرفة أو في سياق العمليات التي تركز على الفرد أو المجموعات الصغيرة. وهنا يتخذ المعلم دوراً إيجابيا في تزويد التلاميذ بتوجيهات لتشجيع الأفراد أو المجموعات على التفكير بشكل أكثر عمقا في البحث الذي بأيديهم.

قد يبدأ مكون التأمل خلال مرحلة الاستكشاف بمراجعة مدخلات التلاميذ في سجلاتهم أو ملاحظة كفاءة التلاميذ في الاستجابة للجزء H من مخطط KWHL (كيف يمكنني دراسة هذا السؤال/المشكلة بشكل فعال؟). علاوة على ذلك، يمكن للمعلمين أن يجعلوا التلاميذ يحددوا ثم يوضحوا مواطن الضعف والقلق في خططهم. في مرحلة الاستكشاف، ينبغي على المعلم تأمل أسئلة مثل "ما مدى نجاح التلاميذ في إعداد دراسة علمية؟ ما مدى فائدة البيانات التي جمعوها؟ ما مدى قدرة التلاميذ على تبرير طريقتهم والدفاع عنها؟

٣- الشرح والتفسير Explain :

خلال مرحلة الشرح والتفسير، يبدأ التلاميذ في فهم كيفية تطابق المعرفة السابقة والمفاهيم البديلة من مرحلة الدمج مع نتائج مرحلة الاستكشاف. يحدث هذا الفهم عندما يبدأ التلاميذ التحدث عن النتائج والأدلة. خلال مرحلة الاستكشاف يتم التركيز على العمليات عندما يتعامل التلاميذ مع الأفكار، ثم يصبح المحتوى محوريا خلال مرحلة الشرح والتفسير، حيث يتم استخدام العمليات لدعم مهارات التفكير العليا مثل التفسير، التبرير، التحليل. يعد مشاركة التلاميذ في دورة تكرارية بين الأدلة والتفسيرات هو محور مرحلة التفسير. تشمل الجوانب الأساسية لمرحلة الشرح والتفسير:

١- تفسير البيانات والنتائج.
٢- تقديم أدلة.
٣- مشاركة النتائج مع الأخرين بشكل مكتوب أو شفهي أو باستخدام التكنولوجيا.
٤- تقديم تفسيرات بديلة للنتائج.

تتضمن الأسئلة الفعالة التي يمكن أن يستخدمها المعلم لتوجيه التلاميذ خلال مرحلة الشرح والتفسير:

١- ما النمط أو الأنماط التي لاحظتها؟
٢- ما دليلك على صحة ادعائك؟
٣- كيف يمكنك شرح/عرض نتائجك على أفضل وجه؟
٤- ما هي بعض التفسيرات الأخرى لنتائجك؟

يتضمن التقييم خلال مرحلة الشرح والتفسير كتابة التقارير، وعروض تقديمية، ومناقشات. هذه التقييمات قد تكون تكوينية أو ختامية. إذا سمح للتلاميذ بإعادة تقديم العمل أو إذا تم توجيههم إلى مراجعة عملهم على أساس تقييم أقرانهم وما يقدمونه من تغذية مرتجعة، فإن التقييم يصبح تقييما تكوينيا ويؤكد على عملية التعلم أكثر من ناتج التعلم. يجب أن تكون معايير التقييم واضحة ولكنها مرنة بحيث تسمح بالأفكار المبدعة.

يستلزم التأمل خلال مرحلة الشرح والتفسير أن يراعي المعلم النقاط: ما مدى قوة الادعاءات التي يقدمها التلاميذ؟ ما مدى قدرة التلاميذ على نقل المعرفة بالمفاهيم الأساسية؟ ما مدى دقة ادعاءاتهم؟ خلال مرحلة الشرح والتفسير ، يبدأ التلاميذ في ربط معرفتهم السابقة باستقصاءاتهم.

غالبا ما يكون المعلمون مرتبكين فيما يتعلق بكيفية ومكان استكشاف التلميذ وشرح المعلم في دروس الاستقصاء. إن كلا من هذين العنصرين أساسيين لإكمال الفهم واتقان المهارات، لذا فهي مسألة متى يستكشف التلميذ ومتى يشرح المعلم وليس تفضيل أي منهما (استكشاف التلميذ وشرح المعلم) على الأخر. في هذه المرحلة، لازال يحتاج المعلم أن يوضح ويشرح ويجمع الاجزاء معا. تأتي هذه المناقشة في نهاية مرحلة الشرح والتفسير بعد أن يتصارع التلاميذ مع الافكار. ويجد المعلمون أن ما كان محاضرة لمدة ٤٠ دقيقة أصبح الآن مراجعة لمدة ١٠ إلى ١٥ دقيقة، وغالبا ما يحتاج التلاميذ إلى مزيد من الممارسة مع المفهوم او العملية الحسابية أو الفكرة أو ما يشير إليه معلمو الرياضيات الطلاقة الحسابية. الآن هو الوقت المناسب لهذه الممارسة بعد أن يستكشف التلاميذ الفكرة ولديهم فهم للمفهوم أو المعادلة.

٤- التوسع: Extend

تلعب مرحلة التوسع دورًا حاسمًا في الاستقصاء الفعال. إذا توقف التعلم بعد مرحلة التفسير، عندما يبدأ الفهم المفاهيمي في الحدوث، قد يعود التلاميذ بسرعة إلى الفهم

والمعرفة السابقة (وربما المفاهيم الخاطئة) التي كانت موجودة قبل البحث. إن توفير فرصة واحدة أو أكثر للطلاب لتطبيق معرفتهم في سياقات ذات معنى يساعد التلاميذ على البدء في ترسيخ فهمهم المفاهيمي وتطوير تمثيل عقلي دائم. تبدأ تجربة اختلال التوازن التي تحدث عند التلاميذ أثناء مرحلة الدمج ومرحلة الاستكشاف الآن في الوصول إلى حل حيث يتم تطبيق الفهم والمعرفة الناتجين خلال مرحلة الشرح والتفسير على المواقف الجديدة والمفاهيم السابقة التي تمت دراستها. أثناء مرحلة التوسع، يُطلب من التلاميذ تطبيق المعرفة وتوضيحها ونقلها وتعميمها إلى مواقف جديدة. تتضمن الأسئلة المناسبة لمرحلة التوسع ما يلي:

(١) كيف تظن أن ... ينطبق على ...؟ (٢) ماذا سيحدث إذا ...؟ (٣) أين يمكن استخدام هذا في العالم الحقيقي؟ (٤) ما هي العواقب / الفوائد / المخاطر المصاحبة لبعض القرارات؟

قد يتضمن التقييم التكويني خلال هذه المرحلة قيام التلاميذ بالتفكير بشكل أعمق في عملهم. على سبيل المثال، يمكن تقسيم التلاميذ إلى فرق صغيرة لإجراء بحث جديد أو حل مشكلة جديدة تركز على المفاهيم الرئيسية التي يتم دراستها.

يتم تصميم التأمل للتعبير صراحا عما إذا كان المحتوى قد تم إتقانه أو ما زال بحاجة إلى مذيد من العمل. هذا التأمل يمكن أن يعطي المعلم معلومات قيمة تساعده أن يقرر ما يجب القيام به بعد ذلك وكيفية تحسين التدريس في المستقبل. خلال مرحلة التوسع، يجب أن تتاح للطلاب فرصة لتعميق معرفتهم وترسيخ معرفتهم في مفهوم معين. في هذه المرحلة، يريد المعلم أن يفهم إلى أي درجة ينجح التلاميذ في نقل المعرفة إلى أفكار جديدة وجودة الفهم الذي يمكن للطلاب إثباته. يركز التأمل في هذه المرحلة على درجة الفهم لتحديد مستوى الكفاءة وعمق الفهم المتوقع من جميع التلاميذ.

يجب تشجيع فرص متعددة للتوسع لدعم نقل المعرفة إلى أفكار جديدة من خلال دمج المعرفة السابقة. يمكن أن يستند قرار تحديد عدد فرص التوسع إلى العوامل التالية: (١) عمق معرفة الطالب التي اتضحت في فرص التوسع السابقة، (٢) الأهمية النسبية للمفاهيم والمهارات بالنسبة للأهداف العامة للمقرر. لذلك إذا كان فهم التلاميذ على مستوى كبير ويمكنهم تطبيق المعرفة في مواقف مختلفة، فيجب أن يتم الانتهاء من البحث.

مميزات استخدام نموذج 4E ×2 في التدريس:

- يشجع نموذج 4E ×2 التلاميذ أن يصبحوا مشاركين فاعلين في تعلمهم مما يؤدي إلى فهم أعمق ومستويات أعلى من الاتقان، مما سيمكن التلاميذ، في النهاية، من تطبيق هذه المهارات على حياتهم كأعضاء نشطين في سوق العمل وفي مجتمع القرن الحادي والعشرين المعقد والدائم التغير (Higdon, 2017).
- يوفر نموذج 4E ×2 آلية ديناميكية لتوجيه المعلمين في تطوير ثم تطبيق فرص تعلم عميقة وجذرية وتفاعلية تتطلب من المتعلمين التوقف والتفكير والتفاعل وإعادة التفكير والتأمل وتدوين أنماط حلهم بالإضافة إلى استكشاف خيارات الحل (Marshall et al., 2008). كما يوفر تطبيق نموذج 4E ×2 للمدرسين نهجا ملموسا لدمج الأساليب القائمة على الاستقصاء بشكل روتيني في تدريسهم اليومي (Higdon, 2017).
- من خلال دمج التقييم التكويني طوال عملية التعلم، يستفيد التلاميذ والمعلم على حد سواء (Marshall et al., 2008). يشمل التقييم التكويني كل من المعلومات التي يجمعها المعلم من التلاميذ خلال التدريس والإجراءات التي يقوم بها المعلم بناء على تفسيره لهذه المعلومات لتعديل أنشطة التعليم والتعلم (Marshall et al., 2011; Marshall et al., 2008). فالتقييم التكويني يكون فعّالًا فقط عندما يتصرّف المعلمون عمداً بناء على المعلومات التي يجمعونها من التلاميذ من أجل تحسين التعليم (Marshall, 2013). تشير العديد من الدراسات (Black et al., 2004; Keeley et al., 2005; Marzano, 2006) وجود تأثير إيجابي كبير على تحصيل التلاميذ والذي ينتج عندما يصبح التقييم التكويني جزءًا لا يتجزأ من عملية التعليم والتعلم. يرجع السبب في ذلك إلى أنه بدلا من الانتظار لمساعدة التلاميذ المتعثرين حتى فوات الاوان (على سبيل المثال، في نهاية الفصل، أو الوحدة، أو درس طويل)، يمكن استخدام التقييم التكويني لاتخاذ قرارات مستنيرة في كل خطوة في العملية التعليمية. بعبارة أخرى، يساعد التقييم التكويني المعلم ليحدد ما إذا كان التلاميذ قد استوعبوا المادة وكانوا مستعدين للمضي قدمًا، أو ما إذا كانوا بحاجة إلى نوع من المراجعة أو العلاج (Marshall, 2013). على سبيل المثال، قد يتضمن التقييم التكويني مناقشة التلاميذ لطرقهم في حل التمارين المنزلية الأكثر صعوبة في مجموعات صغيرة، إذا لم يتوصلوا إلى حل، عندئذ يتحدث المعلم مع المجموعات الصغيرة لمعرفة أين ظهر الارتباك في الفهم والمفاهيم الخاطئة. ومن شأن هذه التفاعلات ومناقشة الصف التي تلي ذلك توفير بيانات ممتازة للمعلم لمعرفة أين

يحتاج إلى تعديل أو حتى إعادة هيكلة تدريسه لزيادة الفهم المفاهيمي (Marshall, 2013).

- من خلال دمج التأمل ما وراء المعرفي للمعلم طوال عملية التعليم تتحسن كفاءة المعلم وأداء التلاميذ (Higdon, 2017; Marshall, 2013; Marshall et al., 2008). من المهم أن يتأمل المعلمون تدريسهم بشكل عميق ونقدي إذا ما أرادوا تحسين التعليم؛ بدون هذا التأمل، لن ينمو المعلمون. ينطوي التأمل على مراجعة وتقييم مدى نجاح التدريس وتفاعلات الفصل الدراسي والتعلم الذي حدث (Marshall, 2013). عندما يعبر المعلمون عن تأملهم العميق لممارساتهم التعليمية، يمكن زيادة التعلم واستهداف احتياجات المتعلمين (Marshall et al., 2017). تشير الأبحاث (Cavalluzzo, 2004; Goldhaber, 2004; Vandevoort et al., 2004) إلى أن جودة التدريس تتحسن عندما يتأمل المعلمون في ممارستهم؛ هذا يؤدي إلى زيادة أداء التلاميذ. يرجع ذلك إلى أن التأمل يمكن أن يكون بمثابة وسيلة يستطيع المعلمون من خلالها تعزيز المهارات ومعالجة الممارسات غير الفعالة، حيث يؤدي الانخراط في التأمل إلى إنشاء التنافر المعرفي لدى المعلمين لتمكينهم من استجواب سلوكهم، والتفكير في ممارساتهم التدريسية، والبحث عن معارف جديدة، وتغيير ممارساتهم بحيث يتعلم المزيد من الأطفال بمستويات عالية (Higdon, 2017). يمكن للمعلمين استخدام التأمل في ممارساتهم، لتحديد نقاط القوة والضعف لديهم، واختيار مجالات محددة يرغبون في تحسينها (Marshall et al., 2011). عندما يتأمل المعلمون في كيفية تعلم التلاميذ، فإنهم يكونوا أكثر قدرة على فهم سبب كون بعض الاستراتيجيات التعليمية أكثر فاعلية من البعض الأخر، وبالتالي تمكينهم من توفير خبرات تعليمية قوية لطلابهم (Higdon, 2017).

دور المعلم في نموذج 4E ×2:

يعتبر الدور الرئيسي للمعلم هو دوره كميسر لبحث التلاميذ وأثناء تعلم المفاهيم، حيث يعمل المعلم كميسر يوجه التلاميذ لبناء معانيهم من خلال إشراكهم في تجربة الاستكشاف (Marshall et al., 2011). وهنا يؤكد (Kidman, 2017) على أهمية توجيه انتباه الطفل إلى شيء محدد أثناء مرحلة الاستكشاف، لأنه إذا لم يفعل المعلم، فسيخبره التلاميذ عن أشياء ليس لها صلة بموضوع البحث.

يلخص (Kidman, 2017) أدوار المعلم أثناء التدريس القائم على البحث والاستكشاف كالآتي:

١. كمحفز - يشجع التلاميذ لتحمل مسؤولية تعلمهم.
٢. كمشخص - يعطي لطلابه الفرصة للتعبير عن أفكارهم لكي يدركوا فهمهم.
٣. كموجه- يوجه طلابه ويساعدهم على تطوير الاستراتيجيات.
٤. كنموذج - يظهر اتجاهات وصفات العلماء.
٥. كمراقب- يدعم طلابه في تعلم العمل العلمي.
٦. كمتعاون- يتبادل مع التلاميذ الافكار ويسمح لهم بأخذ دور المعلم.
٧- كمجرب- يجرب طرق جديدة للتدريس والتقييم.
٨- كباحث- يقوم تدريسه ويشارك في حل المشكلات.
٩- كمتعلم- منفتح لتعلم مفاهيم جديدة.
١٠- كمبتكر- يصمم تعليم باستخدام أفكار جديدة.

كما يلعب المعلم دورا هاما أثناء التقييم التكويني حيث يقوم بتقييم تعلم التلاميذ في كل مرحلة من مراحل البحث والاستقصاء وذلك ليحدد ما إذا كان التلاميذ قد استوعبوا المادة ومستعدين للانتقال للمرحلة التالية في تعلمهم أو أنهم بحاجة إلى علاج، ثم يتخذ الإجراءات المناسبة لمساعده التلاميذ المتعثرين بناء على تفسيره للمعلومات التي جمعها من أجل تحسين تعلم التلاميذ (Marshall, 2013).

كذلك للمعلم دور رئيسي أثناء التأمل ما وراء المعرفة حيث يقوم بتأمل ممارساته التدريسية بشكل عميق ونقدي فيقوم بتقييم مدى نجاح تدريسه وتفاعلات الفصل وتعلم التلاميذ، ثم يتخذ الاجراءات اللازمة لتعزيز الممارسات الناجحة ومعالجة نقاط الضعف في تدريسه (Marshall, 2013) .

الدراسات السابقة فيما يتعلق بنموذج 4E ×2:

قد أجريت بعض الدراسات الأجنبية حول استخدام نموذج 4E ×2 في العلوم والرياضيات، ومن بين هذه الدراسات:

استخدمت دراسة (Cian, Marshall, & Qian, 2018) نموذج 4E ×2 خلال برنامج التطوير المهني لمعلمي العلوم لمدة ٥ سنوات. هدفت الدراسة قياس جودة التعليم القائم على البحث والاستقصاء. تم جمع البيانات من٤٢٢ ملاحظة لـ ٥٠ معلمًا. ركزت الدراسة على بحث تأثير ممارسات المعلم ومكونات الاستقصاء على اندماج التلاميذ المعرفي. أوضحت النتائج وجود ارتباط دال احصائيا بين الاندماج المعرفي للتلاميذ ومرحلة الدمج ومرحلة الشرح والتفسير في نموذج 4E ×2. تقترح الدراسة أن برامج التطوير المهني للمعلمين التي تركز على مكونات البحث والاستقصاء قد تساعد المعلمين على تيسير مستوى عال للاندماج المعرفي للتلاميذ.

استخدمت دراسة (Higdon, 2017) نموذج 4E ×2 لتدريب معلمي العلوم على الاستخدام الفعال للتعليم القائم على البحث والاستقصاء. تكونت عينة الدراسة من اثنين من معلمي العلوم. استخدمت الدراسة لجمع البيانات: المقابلات الشخصية، حوارات تأملية فردية للمعلمين، ملاحظات للفصول الدراسية، تخطيط الدرس واوراق عمل التلاميذ. أوضحت النتائج أن استخدام التأمل الذاتي في نموذج 4E ×2 ساعد المعلمين على التنفيذ الفعال للتعليم القائم على الاستقصاء.

اهتمت دراسة (Marshall et al., 2011) ببناء برنامج قائم على نموذج 4E ×2 لتنمية مهارات معلمي الرياضيات والعلوم التدريسية والازمة لاستخدام التعليم القائم على البحث والاستقصاء. تكونت العينة من ٢٢ معلماً. استخدمت الدراسة ١٠٢ من الملاحظات الصفية، وتقييم المعلمين في ١٩ مؤشرًا مرتبطًا بالحث والاستقصاء، وسجلات تأمل المعلمين حول مجالات النمو الأكبر والتحدي الأكبر. أوضحت النتائج فعالية نموذج 4E ×2 في تحسين ممارسات المعلمين للتعليم القائم على البحث والاستقصاء.

استخدمت دراسة (Marshall & Alston, 2014) نموذج 4E ×2 لتصميم برنامج للنمو المهني لمعلمي العلوم، بهدف (أ) تسهيل تحول المعلم نحو كمية ونوعية أكبر من التعليم القائم على الاستقصاء، (ب) تحسين تحصيل التلاميذ في العلوم، (جـ) تضييق الفجوة بين تحصيل المجموعات المختلفة من التلاميذ. شملت الدراسة، والتي استمرت لخمس سنوات، ١١ مدرسة، ٧٤ من معلمي المدارس الاعدادية، ٩٩٨١ طالبًا. أظهرت النتائج وجود فرق ذو دلالة إحصائية في تحصيل العلوم لجميع مجموعات التلاميذ لصالح طلاب المعلمين المشاركين. كما أظهرت النتائج زيادة في الأداء العام لجميع المجموعات، وتضييق فجوة التحصيل بين التلاميذ.

استخدمت دراسة (Marshall et al., 2017) نموذج 4E ×2 في التطوير المهني المصمم لتحسين كمية ونوعية التعليم الموجه القائم على البحث والاستقصاء في فصول العلوم بالمدارس الإعدادية. شملت الدراسة ٢١٩ معلماً، ١٥٢٩٢ تلميذاً. هدفت الدراسة إلى بحث العلاقة بين مشاركة المعلم في البرنامج وتحصيل التلاميذ اللاحق. باستخدام تصميم شبه تجريبي، تمت مقارنة درجات نمو طلاب المعلمين المشاركين والمعلمين غير المشاركين. تشير النتائج إلى تفوق طلاب المعلمين المشاركين في البرنامج على طلاب المعلمين غير المشاركين في مفاهيم العلوم والممارسات العلمية.

يتضح من العرض السابق للدراسات السابقة تركيز معظم الدراسات السابقة (e.g., Cian et al., 2018; Higdon, 2017; Marshall et al., 2017; Marshall et al., 2011) على بحث أثر نموذج 4E ×2على مهارات المعلمين التدريسية فيما يتعلق بالبحث والاستقصاء، عدد قليل من الأبحاث (Marshall & Alston, 2014; Marshall et al., 2017) أهتم بدراسة تأثير استخدام المعلمين لنموذج 4E ×2 على تحصيل التلاميذ للعلوم. كما يتضح عدم وجود دراسات عربية - وذلك في حدود علم الباحثة- التي تقصت الدور الذي قد يلعبه نموذج 4E ×2 في فصول الرياضيات.

ثانيا: الاستدلال الرياضي:

الاستدلال هو القدرة على الوصول إلى استنتاجات منطقية والقدرة على تبريرها تبريرا منطقيا مستندا على الحجج والبراهين (Ayal et al., 2016; Boesen, Lithner, Palm, 2010; Napitupulu, 2017; Yumiati & Noviyanti, 2017). وفقا لمعايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات بالولايات المتحدة الأمريكية، يتطلب الاستدلال الرياضي القدرة على بناء التخمينات الرياضية، تطوير وتقييم الحجج الرياضية، اختيار واستخدام انواع مختلفة من التمثيلات (Kramarski & Mevarech, 2003). يعتبر التفكير الاستدلالي من العمليات العقلية التي تستخدم في بناء وتعميم المعتقدات، وتوليد وتقييم البراهين والاقتراحات، والبحث عن الأدلة، وإدراك العلاقات للوصول إلى حلول للمشكلات، مع إمكانية تبربر تلك الحلول منطقيا باستخدام الحجج والبراهين (بيومي & النجدي، ٢٠١٧).

يشير (Coetzee et. al., 2010) إلى أن هناك ممارستان رئيسيتان في الاستدلال الرياضي: التبرير، التعميم. يعني التبرير تقديم سبب كاف لادعاء معين. يؤكد (Coetzee et al., 2010) على أهمية أن يكون التلاميذ قادرين على تبرير الأفكار وشرحها من أجل توضيح أسبابهم، وصقل مهارات تفكيرهم، وتحسين فهمهم المفاهيمي، فالمعرفة غير المبررة هي معرفة غير معقولة. كذلك فإن التبرير ممارسة رياضية رئيسة تسمح للرياضيين ولمعلمي الرياضيات بالربط بين الأفكار المختلفة وأجزاء الحجة من أجل إجازة الادعاءات والتخمينات ولحل النزاعات ولتطوير أفكار رياضية جديدة. كما إن الاستدلال الرياضي في الاساس يتمركز حول تطوير وتبرير واستخدام التعميمات الرياضية، هذه التعميمات تخلق شبكة مترابطة من المعرفة الرياضية. كما يتيح إنشاء التعميمات حل المشكلات، حيث تدعم التعميمات المتعلمين لرؤية الهيكل الأساسي للمشكلة والأفكار التي تتضمنها (Coetzee et al., 2010).

يميز (Lithner, 2008) بين نوعين من الاستدلال: الاستدلال المقلد والاستدلال الابداعي. ينطوي الاستدلال المقلد على تذكر واستدعاء خطوات الحل التي تم حفظها من الكتاب المدرسي دون الحاجة إلى التوصل إلى حل جديد، في هذه الحالة يكون الخطأ في الإجابة نتيجة فقط لحل غير مدروس. بينما يتضمن الاستدلال الابداعي المعايير التالية: ١) الحداثة؛ حيث يقوم المتعلم بإنشاء حل جديد، ٢) المعقولية؛ حيث يكون لدى المتعلم حجج تدعم اختيار الاستراتيجية او تنفيذ الاستراتيجية لتدعيم سبب صحة الاستنتاجات أو تصديقها، ٣) الأساس الرياضي؛ حيث ترتكز الحجج على الخصائص الرياضية للعناصر المشاركة في الاستدلال. في دراسة أجراها (Boesen et. al., 2010) هدفت إلى بحث العلاقة بين نوع المهام والاستدلال الرياضي المستخدم من قبل التلاميذ، وجد أنه عندما يتعامل التلاميذ مع مهام تشبه في خصائصها المهام الواردة في الكتاب المدرسي فإنهم يستخدمون الاستدلال المقلد من خلال تذكر الحقائق والخوارزميات، بينما المهام المختلفة عن المهام الواردة في الكتاب المدرسي تم حلها باستخدام الاستدلال الابداعي.

أهمية الاستدلال الرياضي:

تكمن أهمية الاستدلال الرياضي في أن القدرة على الاستدلال هي عامل مهم في تعلم الأطفال للرياضيات. يؤكد (Coetzee et al., 2010) أن الاستدلال مهارة اساسية في الرياضيات، فهو ضروري لفهم المفاهيم الرياضية، ولاستخدام الأفكار والإجراءات الرياضية بمرونة، ولإعادة بناء المعرفة الرياضية التي تم فهمها. كما يعتبر (Ball & Bass, 2003) الاستدلال الرياضي مهارة أساسية يعتمد عليها فهم الأطفال للرياضيات، مؤكدا أنه في غياب الاستدلال فإن الفهم الرياضي يكون لا معنى له. وذلك لأن الرياضيات في جوهرها ذات طبيعة استدلالية، يمكن فيها اشتقاق نتائج صادقة من مقدمات مسلم بصدقها عن طريق السير بخطوات استدلالية محكومة بقوانين (الحربي، السبيعي، ٢٠١٣). كما يؤكد (Lithner, 2008) على أن الاستدلال هو أساس الرياضيات، فإذا لم يتم تطوير قدرة الطالب على الاستدلال تصبح الرياضيات ببساطة مسألة اتباع مجموعة من الإجراءات ومحاكاة الأمثلة دون التفكير في سبب فائدتها، مما يقود التلاميذ لاعتبار الرياضيات كموضوع ممل ولا أهمية لدراسته.

كما يعد الاستدلال أداة أساسية ومستخدمة باستمرار عند حل المشكلات في الرياضيات، وذلك لأنه خلال الاستدلال يحاول الفرد ربط الحقائق والمفاهيم والمبادئ ببعضها، ويبحث عن نمط ويبذل جهده ليصل إلى تعميم أو استنتاج منطقي، ويعمل تخمينات ويحاول أن يثبت صحتها، ومن خلال ربط الأشياء واستخلاص الاستنتاج

المنطقي، يبني المرء فهمه للمشكلة المطروحة، ثم يطبق فهمه وتفكيره لحل المشكلة التي يواجهها (Napitupulu, 2017). علاوة على ذلك، يلعب الاستدلال دور مهم في استدعاء الإجراءات والحقائق . يؤكد (Ball & Bass, 2003) أن الاستدلال وليس الذاكرة يمكّن من استرجاع المعرفة ، لأن القدرة على الاستدلال تُمكّن الطفل من إعادة بناء المعرفة عند الحاجة. كما أن الاستدلال أمر حاسم في صياغة وتبرير الحجج الرياضية المقنعة (Mueller, Yankelewitz, & Maher, 2010). كذلك يساعد التفكير الاستدلالي التلاميذ على توظيف المعارف والمعلومات المقدمة إليه في حل ما يواجه من مشكلات في مواقف الحياة وذلك لأنه يعتمد على الأساليب المنطقية في بحث وتفسير الظواهر التي تتضمنها المشكلة (سعود، رجب، إسماعيل، ٢٠١٧). كما يعد الاستدلال العنصر المشترك بين جميع صور التفكير العلمي المختلفة كالتفكير الناقد والتفكير التأملي والتفكير الابتكاري، ففي كل من هذه الصور يتم البحث عن المسببات وتحديد العوامل التي يمكن أن تكون لها علاقة بالمشكلة المراد حلها (بدر، ٢٠١٠).

علاوة على هذا، فإن للاستدلال دور في الأداء الاكاديمي عموما وفي الرياضيات بصفة خاصة، حيث وجد (الحربي & السبيعي، ٢٠١٣)، (بدر، ٢٠٠٣)، (موافى، ٢٠٠٣) وجود علاقة ارتباطية طردية بين مستوى الاستدلال الرياضي والتحصيل الدراسي في الرياضيات. فالتركيز على الاستدلال يساعد التلاميذ على فهم وتقدير قيمة الرياضيات، ويعزز من قدرتهم على إجراء الخطوات الحسابية بدقة وفهم، ويمكنهم من إدراك مغزى وصحة الخطوات المتبعة وكيفية تفسير النتائج واستخدامها (البدري & السيد، ٢٠١٧).

مهارات الاستدلال الرياضي:

بالرجوع إلى البحوث والدراسات التي تناولت مكونات ومهارات الاستدلال الرياضي مثل (Ayal et al., 2016; Napitupulu, 2017; Napitupulu, Suryadi & Kusumah, 2016)، تم تحديد مهارات الاستدلال الرياضي في الآتي:

١- الاستنتاج:
ويشير إلى قدرة التلاميذ على استخدام ما يملكونه من معارف ومعلومات من أجل رسم استنتاج منطقي من الحقائق المتاحة.

٢- استخدام العلاقات:
ويشير إلى قدرة التلاميذ على استخدام علاقة النمط لتحليل الموقف أو لإجراء تشابه أو تعميم.

٣- البرهنة والاثبات :
وتشير إلى قدرة التلاميذ على استرجاع المعلومات والمعارف ذات العلاقة لعمل برهان والتوصل إلى إثبات لصحة تفكيرهم.
٤- التفسير:
ويعني قدرة التلاميذ على تقديم شرح لنموذج أو حقيقة أو خاصية أو علاقة أو نمط.

تنمية الاستدلال الرياضي في الفصول الدراسية:

تعتبر تدخلات المعلم عنصراً حاسماً في خلق بيئة تشجع على مشاركة التلاميذ لأفكارهم. يؤكد (Mueller, Yankelewitz, & Maher, 2014) أن تدخلات المعلم المدروسة تسمح للطلاب بالاستفادة من تعلمهم وحلولهم، فمن خلال تقليل دور المعلم أثناء المراحل الأولى للاستكشاف، من المرجح أن تزداد فرص التلاميذ للمشاركة في المناقشات الرياضية، والمشاركة في تمثيل الأفكار، وفي تكوين الأفكار والمبررات. فيعمل المعلم كوسيط فعال بين التلميذ والتدريبات التي يقوم بحلها، فيقوم بتشجيع التلاميذ على التفكير وتوجيههم إلى نقطة البدء بالحل والخطوات الأساسية التي تساعدهم في التوصل للحل، وتوفير الخبرات التعليمية والوسائل الإثرائية التي تمكنهم من إنجاز المهام (بدر، ٢٠١٠). وبهذه الطريقة، يمكن للمعلمين مساعدة التلاميذ على تقديم تفسيرات أكثر وضوحا مما يمكنهم من تقديم عروض تفصيلية وفعالة ومزيد من الحجج العميقة (Mueller et al., 2014).

كما تعد مناقشة التلاميذ لتفكيرهم مع المعلم ومع بعضهم البعض أحد الطرق الفعالة لتنمية الاستدلال الرياضي. يؤكد (Ball & Bass, 2003) أن الرياضيات تُسن وتُستخدم وتُنشأ من خلال اللغة، وأن اللغة الرياضية على وجه الخصوص هي أساس الاستدلال الرياضي، ولذا تلعب المناقشة الرياضية دورا هاما في بناء الاستدلال الرياضي. فالنقاش المتبادل والتعاون بين الرفاق يمكن أن يساعد التلاميذ على التخلي عن المفاهيم الخاطئة والبحث عن حلول أفضل، كما يساعد التلاميذ على الاكتشاف والتفكير الابداعي وتوليد الأفكار والتمثيلات (Kramarski & Mevarech, 2003). كما يؤكد (Coetzee et al., 2010) أن مناقشات التلاميذ مع الأخرين بينما يحاولون إنشاء حجج منطقية لأفكارهم يساعدهم على توضيح تفكيرهم ويمكنهم من إنتاج حجج وتبريرات شبيهه بحجج وتبريرات الرياضيين. وهنا يأتي دور المعلم في خلق جو ديمقراطي يستطيع من خلاله التلاميذ التفكير والإجابة عن التساؤلات وحل المشكلات وإثارة تساؤلات جديدة، في غياب هذا المناخ الصفي الذي يقوم على الحرية لا نستطيع أن نعلم التلاميذ كيف يفكرون (سعود، رجب، اسماعيل، ٢٠١٧). كما يلعب استماع المعلم لمناقشات التلاميذ دور حيوي في تحفيز الاستدلال وتعزيز

الفهم. يؤكد (Mueller et al., 2014) أنه من خلال الاستماع ، يمكن للمدرسين معرفة ما إذا كان التلاميذ يبنون حلهم من فهمهم لظروف المشكلة (بالمقارنة مع السلوك الذي قد يوحي بأنهم يقلدون سلوكيات الآخرين بدون فهم) ، ويتخذون القرارات بناءً على فهم هادف للأفكار وكيفية ارتباطها ، كذلك مساعدة المعلمين على التعرف على مفاهيم التلاميذ التي تبدو معقولة وكذلك إجراءات التلاميذ التي تشير إلى العقبات التي تحول دون نجاح حل المشكلات.

علاوة على ذلك، فإن التدريس الذي يهدف إلى تنمية الاستدلال الرياضي يتطلب من المعلم الانتباه للمهام التي يقدمها للمتعلمين. قد أكد العديد من الباحثين على أهمية المهام في تشجيع الاستدلال والفهم (Coetzee et al., 2010; Mueller et al., 2010; Mueller et al., 2014). يؤكد (Coetzee et al., 2010) على أهمية اختيار المهام التي تعطي التلاميذ الفرصة لبحث وتحليل وشرح وتبرير تفكيرهم والتفاعل مع المتعلمين حول المهام، وأكدوا أن من خصائص المهام التي تشجع الاستدلال الرياضي: تتيح استراتيجيات حل متعددة، تساعد في تقديم تمثيلات متعددة، تتطلب تفسيرات وتبريرات من التلاميذ. كما توصل (Mueller et al., 2010) أن المهام المفتوحة يمكن أن تعزز الاستدلال الرياضي، واستخلصوا المكونات التالية للمهام المفتوحة التي تشجع على الاستدلال الرياضي: تتيح خيارات متعددة لاستراتيجيات الحل، تتيح تمثيلات متعددة، الحلول غير متاحة بسهولة، يمكن أن يكون لها أكثر من حل واحد. هذه المهام، والتي لا يظهر فيها الحل بسهولة للطلاب، توفر حافزًا للتفكير الاستدلالي، حيث يتعين على التلاميذ شرح وتبرير تفكيرهم والاستفادة من مواردهم الخاصة لتبرير حلولهم (Coetzee et al., 2010; Mueller et al., 2010). وهنا يجب أن تكون المهام صعبة ولكنها ليست مستحيلة، لأن المهام التي تكون صعبة للغاية تسبب الإحباط وتلك التي تكون سهلة للغاية توفر فرصًا محدودة للنمو (Mueller et al., 2010). بعد طرح المهام، يشجع المعلم التلاميذ على البدء ببناء تبريراتهم ومشاركة أفكارهم، خلال هذه المرحلة يشارك المعلم في الملاحظة والاستماع الدقيق من أجل تقدير كيفية تفكير الأطفال في حلولهم، استنادًا إلى نوع المهمة المطروحة، يبدأ المعلم خطوات محددة لتعزيز الاستدلال والفهم (Mueller et al., 2010).

كما تلعب أسئلة المعلم دوراً حاسماً في تعزيز فهم التلاميذ وبناء المعرفة الجديدة. يؤكد (Mueller et al., 2014) على أهمية أسئلة المعلمين في خلق بيئة تعزز الفهم الرياضي وحل المشكلات، ولذا يجب أن يكون المعلمين مدركين لأنواع الأسئلة التي يطرحونها والغرض من طرح هذه الأسئلة. فإذا كانت الأسئلة ضيقة ولا تتحدى تفكير

المتعلمين، فعندئذ يكون التفاعل الناتج سطحي ولا يدعم التفكير (Coetzee et al., 2010). يمكن أن يقدم التساؤل الماهر حول تفكير التلاميذ فهمًا أعمق لتطوير أفكار التلاميذ الرياضية والمساعدة في تطوير النمو الرياضي لديهم (Mueller et al., 2014). فتساؤلات مثل ماذا يحدث هنا؟ ولماذا تعتقد أن ذلك صحيح؟ تشجع الطالب على الفهم واستمرار التعلم والتفكير في الحل (البدري & السيد، ٢٠١٧). كما يؤكد (Coetzee et al., 2010) أن أسئلة مثل كيف...؟ لماذا...؟ ماذا لو....؟ هي أسئلة يمكن أن تساعد المتعلمين لتركيز تفكيرهم على بنية وعمليات الرياضيات. طور (Sahin & Kulm, 2008) نموذجًا للنظر في أسئلة المعلمين، ودرسوا ثلاثة أنواع رئيسة من الأسئلة: الاستقصائية، الإرشادية، الواقعية. يذكر (Sahin & Kulm, 2008) أن أسئلة الاستقصاء تتكون من الأسئلة التي تطلب من التلاميذ شرح تفكيرهم، وتقديم مبررات أو إثبات، واستخدام المعرفة السابقة فيما يتعلق بالمهمة المطروحة، وبالتالي توسيع فهم المفاهيم لدى التلاميذ وتشجيعهم على ربط الأفكار الجديدة بالمفاهيم والمخططات السابقة. كما يوضح (Sahin & Kulm, 2008) أن الأسئلة الإرشادية تهدف إلى إرشاد التلاميذ لحل المشكلات من خلال طلب الحلول والاستراتيجيات أو الإجراءات، وبالتالي مساعدة التلاميذ على فهم المفهوم وإنشاء الاستدلال الخاص بهم واستخلاص المفاهيم الرياضية. كما يوضح (Sahin & Kulm, 2008) أن الأسئلة الواقعية عبارة عن طلبات للحصول على حقائق أو تعريفات، بالإضافة إلى إجابات أو خطوات تالية في مشكلة ما. يقترح (Sahin & Kulm, 2008) طرح المعلمون للأسئلة الاستقصائية والإرشادية لتشجيع التلاميذ على مشاركة أفكارهم ومبرراتهم مع الآخرين، وبالتالي إنشاء مجتمع صف يدعم بناء الأفكار والتخمينات.

ثالثا: الحساب الذهني:

المقصود بالحساب الذهني:

الحساب الذهني هو القدرة على تنفيذ العمليات الحسابية دون استخدام الادوات الخارجية بما في ذلك القلم والورق والآلات الحاسبة (Farran &Varol, 2007; Rogers, 2009; Green, 2005) . يؤكد (Rogers, 2009) أن الحساب الذهني ليس مجرد الاسترجاع السريع والدقيق لحقائق الأرقام، ولا يعتمد فقط على ذاكرة الطفل، وإنما يقوم على الفهم ويعزز ما وراء المعرفة، لكن في نفس الوقت يحتاج الأطفال إلى القدرة على الاسترجاع السريع لبعض حقائق الأرقام الأساسية حتى يتمكنوا من تطبيقها في الحسابات الذهنية.

هل يمكن أن تتضمن الحسابات الذهنية الورقة والقلم؟

أوضحت وزارة التعليم بالمملكة المتحدة (United Kingdom Department for Education, 2010) أنه يمكن أن يدعم القلم والورق الحساب الذهني بطرق مختلفة:

- من خلال كتابة ملاحظات غير رسمية خلال خطوات الحل قبل الوصول إلى الحل النهائي.

مثال: ٣٥٧ ÷ ١٧

٥٧ـ١٧ = ٤٠

٣٤٠ ÷ ١٧ = ٢٠

- من خلال كتابة شرح للطريقة المستخدمة. يمكن أن يساعد الحساب المكتوب على البدء في استخدام الترميز المناسب وتشكيل الأساس لتطوير طرق مكتوبة أكثر رسمية.

مثال: ٣٧ + ٢٨=.....٦٥..

لأن ٣٠+٢٠ = ٥٠

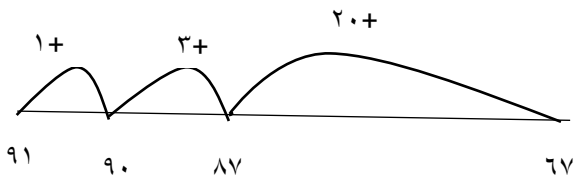
٧ +٨ = ١٥

٥٠ +١٥ = ٦٥

- من خلال النماذج والرسوم البيانية التي تدعم تطوير الصور الذهنية والتي تمثل تمثيلات مرئية للطريقة التي يتم بها إجراء الحساب.

مثال:

٦٧ + ٢٤ = ...٩١.....



أهمية مهارات الحساب الذهني:

لقد أوصى باحثو الرياضيات بإدراج الحساب الذهني في مناهج الرياضيات (Benjamin, 2011; Heirdsfield & Cooper, 2004, Heirdsfield, 2005; Varol & Farran, 2007) .

يرجع ذلك إلى أن الحساب الذهني يساعد على تحسن الفهم المفاهيمي للأرقام وفهم العدد والمرونة في العمل مع الأرقام (Varol & Farran, 2007)، زيادة تحصيل الرياضيات (العطيفي، ٢٠١٦؛ كتانة، الكيلاني، ٢٠١٥؛ Benjamin, 2011; Varol & Farran, 2007 ، تنمية الحس العددي Heirdsfield & Cooper, 2004 ؛ الصيداوي، ٢٠٠٨)، تنمية الذكاء العددي (العطيفي، ٢٠١٦)، تنمية فهم النظام العددي والترقيم والبنية الرياضية وخصائص الأعداد والعمليات المختلفة عليها (سليمان، البيشي، نافع، ٢٠١٣)، تحسن أداء المهارات الحسابية الأساسية وحل المشكلات (البلوشي، ٢٠٠٣ ؛ العجمي، ٢٠١٤)، تعزيز فهم المتعلم لنظام العد والقيم المكانية للأعداد والعلاقات بين الأعداد (العجمي، ٢٠١٤)، وتقوية الذاكرة عند التلاميذ، وزيادة دافعية التلاميذ للتعلم (سليمان، البيشي، نافع، ٢٠١٣).

كذلك تكمن أهمية تنمية مهارات الحساب الذهني في أنها توفر فرصًا للانخراط في التفكير الرياضي، وبالتالي تعزيز الحس الرقمي والعمليات العامة الأخرى ذات الصلة بحل المشكلات (Moyo & Samso, 2014). كما تزيد مهارات الحساب الذهني من شعور التلميذ بالثقة بالنفس لأنه عندما يستخدم الحساب الذهني في إجراء الحسابات المختلفة فإنه يدرك أن عقله قد أصبح كمبيوتر متنقل لا يحتاج إلى حسابات آلية أو يدوية، وبذلك يشعر بقيمة عقله مما يساعده على استمرار نجاحه وتقدمه (السعدي، الطائي، ٢٠١١). علاوة على ذلك، فإن الحساب الذهني يعزز الإبداع حيث يشجع المتعلمين على التفكير بشكل مرن ومستقل (Moyo & Samso, 2014). كما يعد الحساب الذهني شرط أساسي للمشاركة الفعالة مع الحسابات المكتوبة (Moyo & Samso, 2014) حيث تزيد من فهم الأعداد والعمليات الحسابية، وتنمي القدرة على الحكم وإصدار القرارات، وتنمي القدرة على التقدير لنواتج العمليات والحكم على مدى معقولية النتائج (السعدي، الطائي، ٢٠١١).

حدد (Heirdsfield & Lamb, 2005) اسباب الاهتمام بتنمية الحساب الذهني كالآتي:

(١) يمكن الأطفال من تعلم كيفية عمل الأرقام، واتخاذ قرارات حول الإجراءات، وإنشاء استراتيجيات، (٢) يعزز فهم أكبر لبنية العدد وخصائصه، (٣) يمكن أن يستخدم كوسيلة لتعزيز التفكير والتخمين والتعميم على أساس الفهم المفاهيمي.

كما أوضح (Varol & Farran, 2007) خمسة أسباب لتدريس مهارات الحساب الذهني هي:

(١) الحساب الذهني شرط أساسي للنجاح في تطوير الحساب المكتوب، (٢) يعزز فهم أكبر للأرقام وخواصها، (٣) يعزز التفكير الإبداعي والمستقل ويشجع التلاميذ على خلق طرق بارعة للتعامل مع الأرقام، (٤) يساهم في تطوير مهارات حل المشكلات بشكل أفضل، (٥) يساهم في تطوير مهارات التقدير الحسابية.

متطلبات تنمية مهارات الحساب الذهني:

أوضح (Moyo & Samso, 2014) أن الفهم الدقيق لحقائق الأعداد الأساسية والعمليات الحسابية، بالإضافة إلى المعرفة الصلبة للروابط بين الأعداد وعلاقات العدد هو شرط أساسي للتطوير الفعال للحساب الذهني. كما يشير (Heirdsfield & Cooper, 2004) أن التمكن من معالجة الأرقام عقليا يتطلب فهم بنية الأرقام (على سبيل المثال ، ٣٤ ليس فقط ٣ عشرات و ٤ آحاد ، ولكن أيضا ٢ عشرات و ١٤ آحاد)، وتصور الأرقام ككيانات ، بدلاً من مجرد رموز مكتوبة جنبًا إلى جنب (على سبيل المثال ، ١٠٠ هو ١٠ عشرات ، ١٠ هو ١٠ آحاد)، والقدرة على تحليل الأرقام وإعادة تشكيلها لتلائم العمليات، والقدرة على استخدام الخصائص الرياضية، مثل خواص الإبدال والتجميع. علاوة على ذلك، يجب على التلاميذ في الصفوف الابتدائية تطوير الحس الرقمي (Varol & Farran, 2007) والفهم المفاهيمي للأعداد والمرونة في تحليل الأرقام وإعادة تكوينها واستخدام العلاقات بين الأرقام والعمليات من أجل النجاح في الحساب الذهني (Green, 2005) .

تدريس الحساب الذهني:

وصفت الأبحاث السابقة طريقتين مختلفتين لتدريس الحساب الذهني. تركز أحداهما على تشجيع التلاميذ لاستخدام استراتيجياتهم الذهنية لحل مشكلات حسابية معينة بناء على معارفهم السابقة (Heirdsfield & Cooper, 2004; Torbeyns & Veschaffel, 2016; Ghazali et al., 2010; Galatea, 2014) ، (العجمي، ٢٠١٤) ويركز البعض الآخر على استخدام المعلم استراتيجيات معينة لتدريس الحساب الذهني (Green, 2005; Heirdsfield, Dole, & Beswick, 2007; Heirdsfield & Lamb, 2005)، (بشاي، ٢٠١٦، عطيفي، ٢٠١٦، غنية، ٢٠١١، كتانة، الكيلاني، ٢٠١٥) . في جميع هذه الدراسات تم تشجيع التلاميذ على مناقشة الاستراتيجيات المستخدمة. على الرغم أنه من الضروري البناء على المعرفة السابقة للتلاميذ، إلا أنه يجب أن يكون هناك توازن بين الحاجة إلى تعليم صريح للحساب الذهني، وبين إعطاء الحرية للتلاميذ للتفكير لأنفسهم وتقييم استراتيجية

تفكيرهم. سلطت دراسة (Heirdsfield et al., 2007) الضوء على أهمية التوازن الدقيق بين التعليم الصريح للحساب الذهني وتشجيع تفكير الأطفال، حيث وجدوا أن تعليم المعلم الصريح كان مطلوبًا لمساعدة الأطفال على تكوين روابط في تفكيرهم، وخاصا ساعدت اسئلة المعلم الأطفال على إنشاء هذه الروابط، ولكن احتاج الأطفال أيضًا إلى الحرية لتطوير الاستراتيجيات الخاصة بهم.

إن معلم الرياضيات الناجح له دور بارز في مساعده تلاميذه لتعلم استراتيجيات مختلفة في الحساب الذهني وذلك بوضع تلاميذه في مواقف تعليمية تتطلب منهم تطبيق هذه الاستراتيجيات في مسائل تواجههم وأيضا منحهم الفرصة لتجريب عدد كبير من هذه الاستراتيجيات لكي يشعروا بحرية في تعلمهم (السعدي، الطائي، ٢٠١١). يشير (Mathur & Aarnav, 2017) إلا أنه لتطوير الحساب الذهني لدى التلاميذ، يجب على المعلمين:(١) تصميم بيئة الفصل الدراسي بحيث يشعر التلاميذ بالراحة في التحدث عن استراتيجياتهم، (٢) الاستماع باهتمام إلى تفسيرات التلاميذ حول طرق الحساب الخاصة بهم، (٣) تعزيز التلاميذ بشكل إيجابي عندما يستخدمون استراتيجيات محددة، (٤) تعزيز معرفة التلاميذ بالأرقام والقدرة على تنفيذ الاستراتيجيات الفعالة، (٥) التأكد من أن التلاميذ يمرون بتجارب مختلفة لتطوير استراتيجيات متطورة بشكل متزايد.

استراتيجيات تدريس الحساب الذهني:

بالرجوع إلى الادبيات والدراسات السابقة (e.g., Benjamin, 2011; Flenley & Herringer, 2010; Mathur & Aarnav, 2017; Mcintosh, 2005, Kurovski, 2010) التي تناولت استراتيجيات الحساب الذهني لضرب وقسمة الاعداد متعددة الأرقام، تم تحديد الاستراتيجيات التالية والتي استخدمها البحث الحالي:

استراتيجيات الضرب الذهني:

١- استراتيجية التقسيم:

تقوم هذه الاستراتيجية على تقسيم الضارب إلى رقمين أحدهما يحتوى أحد مضاعفات ١٠ بحيث يكون حاصل جمع الرقمين هو الضارب، ثم تستخدم خاصية التوزيع لإيجاد ناتج الضرب، ثم نضيف النتائج معا.

مثال: ١٣×٦

يمكن تقسيم الرقم ١٣ إلى ١٠، ٣

يمكن أن نوجد (١٠×٦)، ثم (٦×٣)

ويصبح الحل معا ٦٠+١٨= ٧٨

٢- استراتيجية التعويض:

تقوم هذه الاستراتيجية على تجزئة الضارب إلى رقمين أحدهما يحتوى أحد مضاعفات ١٠ بحيث يكون حاصل طرح الرقمين هو الضارب، ثم تستخدم خاصية التوزيع لإيجاد ناتج الضرب. تصلح هذه الاستراتيجية مع الأرقام التي احادها ٩، ٨، ٧ .

مثال: ٢٩ × ٤

٢٩ قريبة من ٣٠ ويمكن التعبير عنها (٣٠-١)، وبذلك نستطيع أن نحسب ٣٠×٤ في أذهاننا لأننا نعرف أن ٣×٤=١٢، ٣٠×٤= ١٢٠

ثم يجب أن نأخذ ٤ من ١٢٠ لأننا استخدمنا مجموعة من ٤ أيضا: ١٢٠-(١×٤)= ١١٦

وبذلك ٢٩ × ٤ = ١١٦

٣- استراتيجية الضرب الرأسي وبالعرض:

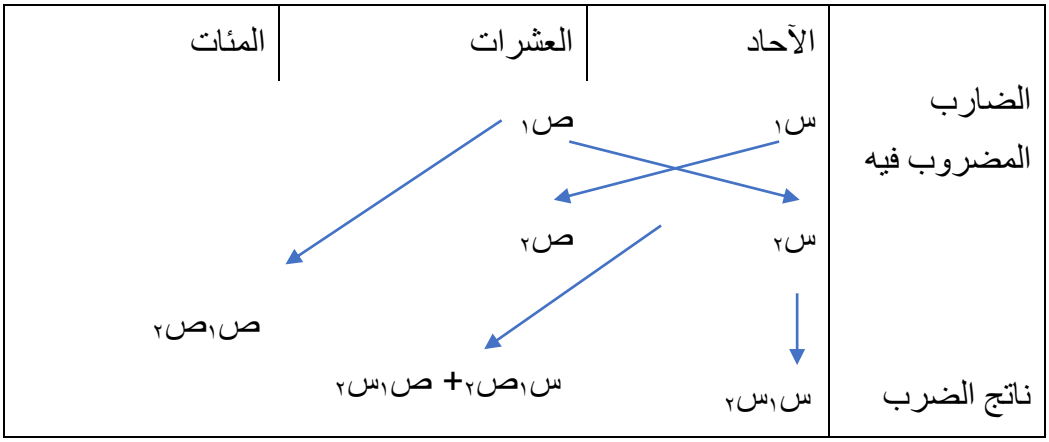
تستخدم استراتيجية الضرب الرأسي وبالعرض لضرب عدد مكون من رقمين في عدد مكون من رقمين. يمكن تلخيص استراتيجية الضرب الرأسي وبالعرض كالاتي:

لنفترض أن العدد س١ص١ مضروب في العدد س٢ص٢ حيث س تمثل الاحاد، ص تمثل العشرات، فيكون حاصل الضرب كالآتي:

آحاد ناتج الضرب هو حاصل الضرب الرأسي لآحاد العددين (س١ س٢)

عشرات ناتج الضرب هو مجموع (١) حاصل ضرب آحاد الضارب في عشرات المضروب فيه، (٢) حاصل ضرب عشرات الضارب في آحاد المضروب فيه (س١ص٢+ س٢ص١)

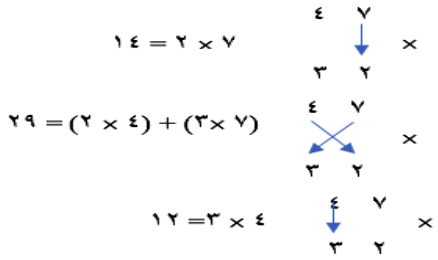
مئات ناتج الضرب هو حاصل الضرب الرأسي لعشرات العددين (ص١ ص٢)



وتجدر الإشارة إلى أنه مثل الضرب التقليدي، يتم الحمل، إن وجد، إلى الأمام بالإضافة على القيمة المكانية للرقم التالي.

مثال:

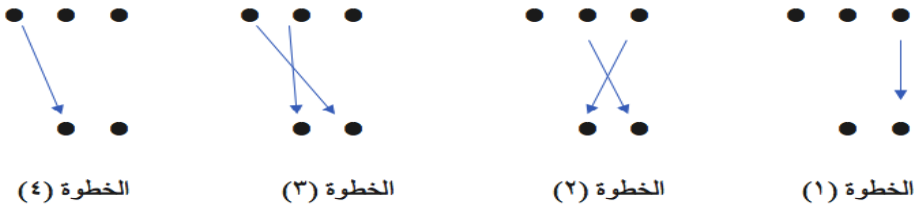
٤٧ × ٣٢ =



٤ ٧
× ٣ ٢
١٢ ٩ ٤

الحل: ١٥٠٤

يمكن تلخيص استراتيجية الضرب الرأسي وبالعرض لضرب عدد مكون من ثلاث أرقام في عدد مكون من رقمين كالاتي:



مثال:

١٣٢

× ١٤

الحل:

٢ × ٤ = ٨

(٢ × ١)+(٤×٣)= ١٤

(١ × ١)+(٤×٣)= ٧

١ × ١ = ١

استراتيجيات القسمة الذهنية:

١- استراتيجية التقسيم:

تتضمن هذه الاستراتيجية تجزئة المقسوم إلى أرقام يسهل قسمتها على المقسوم عليه. تصلح هذه الاستراتيجية مع مشكلات القسمة بدون باق.

مثال:

١٤٤ ÷ ٩

يمكن أن نجزئ ١٤٤ إلى اثنين من مضاعفات ٩، وهما ٩٠، ٥٤. يمكن قسمة كل من هذين الرقمين بسهولة على ٩. ثم نقوم بإضافة الاجابتين معا.

١٤٤ ÷ ٩ =

٩٠ ÷ ٩ ، ٥٤ ÷ ٩

١٠ + ٦ = ١٦

٢- استراتيجية اليسار إلى اليمين.

في هذه الاستراتيجية، يتم التعامل مع مشكلات القسمة كما لو كانت سلسلة من مشكلات القسمة القصيرة. تصلح هذه الاستراتيجية مع مشكلات القسمة بدون باق وبباق.

مثلا عند قسمة (١٢٦٩ ÷ ٣) نتبع الآتي: كم ٣ توجد في ١؟ لا يوجد، لذا ١ يذهب بجانب ٢ وتصبح ١٢ ، كم ٣ توجد في ١٢ ؟ نكتب ٤، كم ٣ في ٦؟ نكتب ٢، كم ٣ في ٩؟ نكتب :٣

٩ ٦ ١٢ ÷ ٣ = ٤٢٣

إذا أخذنا مثالا أكثر تعقيدا مثل ١٣٥٢ ÷ ٤ ، خطوات القسمة ستكون مثل المثال السابق، ولكن هذه المشكلة تتضمن باق، كالآتي: كم ٤ توجد في ١؟ لا يوجد، لذا ١ يذهب بجانب ٣ وتصبح ١٣ ، كم ٤ توجد في ١٣ ؟ ٣ ويتبقى ١، نكتب ٣ ، ونضع ١ فوق ٥ لتصبح ١٥، كم ٤ في ١٥؟ ٣ ويتبقى ٣، نكتب ٣ ونضع ٣ فوق ٢ لتصبح ٣٢، كم ٤ في ٣٢؟ نكتب :٨

٣٢ ١٥ ١٣ ÷ ٤ =٣٨ ٣

مثال آخر:

٧ ٢٥ ٧ ÷ ٥ = ١٥١ ق(٢)

٣- استراتيجية التنصيف:

تقوم هذه الاستراتيجية على تنصيف المقسوم والمقسوم عليه حتى نصل إلى أرقام يسهل قسمتها. تصلح هذه الاستراتيجية فقط عندما يكون كل من المقسوم والمقسوم عليه من الارقام الزوجية.

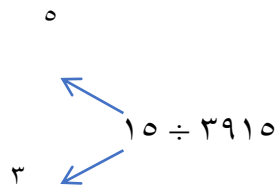
مثال:

٤٨ ÷ ٨ = ٢٤ ÷ ٤= ٦

٤- استراتيجية العوامل:

تقوم هذه الاستراتيجية على حقيقة أنه إذا قسمنا على رقمين فإننا نحصل على نفس الإجابة لو قسمنا على حاصل ضربهما. على سبيل المثال (٤٨ ÷ ٣) ÷ ٢ هي نفس ٤٨ ÷ ٦. فمثلا إذا قسمنا ٤٨ كرة على ٣ مجموعات متساوية، ثم قسمنا كل مجموعة منها على مجموعتين متساويتين، فإننا نحصل على ٦ مجموعات متساوية.

مثال:



٣٩١٥ ÷ ٣ = ١٣٠٥

١٣٠٥ ÷ ٥ = ٢٦١

رابعا: الطلاقة الحسابية:

قد ظهر مفهوم الطلاقة في بادئ الامر مرتبطا بالقراءة وبتطوير مهارات القراءة الأساسية، فكتب فيغونسكي أن سرعة القراءة ترتبط مباشرة بعمق الفهم وفهم النصوص، ثم انتقل الاهتمام حديثا إلى الطلاقة الحسابية (Tikhomirova et al., 2017). تعرف الطلاقة الحسابية بانها القدرة على أداء العمليات الرياضية الأساسية بسرعة وبدقة (Cates & Rhymer, 2003; Smith et al., 2011; Ramos-Christian et al., 2008; Rhymer et al., 2000; Tikhomirova et al., 2017). عند الجمع بين دقة وسرعة الأداء في ناتج سلوكي معين فإن السلوك الذي أدى إلى أداء المهمة يمكن اعتباره وصل إلى حد الاتقان (Ramos-Christian et al., 2008). علاوة على ذلك، تتطلب الطلاقة الحسابية المهارة والفهم معا، يذكر بشاي (٢٠١٦) أن الطلاقة الحسابية تتطلب أكثر من مجرد قدرة التلاميذ على تذكر إجراءات منفردة، بل تعتمد على فهم التلاميذ لمعنى الأعداد والعمليات عليها وعلاقة العمليات الحسابية ببعضها البعض ومعرفتهم بالعلاقات بين الأعداد والحقائق الأساسية وكيفية تحويل أو إعادة تسمية الأعداد في العمليات المختلفة مثل ٣٤=٢٤+١٠ أو ١٤+٢٠. وهذا ما أكده السواط (٢٠١٣) حيث أكد أنه لكي يتحلى التلاميذ بطلاقة حسابية يجب عليهم أن يظهروا فهما لمعاني العمليات والعلاقات بين هذه العمليات.

أهمية الطلاقة الحسابية:

هناك كثير من الأسباب للاهتمام بتنمية الطلاقة الحسابية: أولا: تساعد الطلاقة على الاحتفاظ بمهارات الرياضيات المركبة لفترة أكبر. في دراسة أجراها (Singer-Dudek et al., 2005) للمقارنة بين أثر التدريب على الطلاقة والتدريب على

الاتقان في الاحتفاظ بالمهارات الرياضية المركبة لفترة أطول. أظهرت النتائج أن التلاميذ الذين تم تدريبهم على الطلاقة احتفظوا بالمهارات المركبة لفترة أكبر من التلاميذ الذين تم تدريبهم على الاتقان، حيث كانت نسبة الإجابات الصحيحة للتلاميذ الذين تم تدريبهم على الطلاقة بين ٨٣٪ ، ١٠٠٪ في المهام المركبة بينما كانت نسبة الإجابات الصحيحة للتلاميذ الذين تم تدريبهم على الاتقان بين ١٧٪، ٨٣٪. ثانيا: بسبب قلة الجهود المبزول في أداء العمليات الحسابية وبسبب النجاحات المتكررة للتلاميذ في الأداء، عادة ما يكون لدى التلاميذ الذين يتمتعون بطلاقة حسابية كبيرة قلق أقل في الرياضيات (Tikhomirova et al., 2017). ثالثا: مستوى الطلاقة عند الأطفال يؤثر على تطوير الاستراتيجيات الحسابية لديهم من خلال تسهيل الانتقال من استخدام الأشياء المادية إلى استخدام الاستراتيجيات العقلية (Vasilyeva, Laski, & Shen, 2015). رابعا: تنمية الطلاقة الحسابية يؤدي إلى تطوير بعض الصفات العقلية ويتيح فرصة للتفوق والإبداع في النشاط الذهني مما يساعد على تعزيز الثقة بالنفس (السواط، ٢٠١٣).

يذكر (Tikhomirova et al., 2017) إلى أن النجاح أو الرسوب في الرياضيات لا يتأثران فقط بالقدرات المعرفية لدى التلاميذ. بل أن أحد أسباب عدم النجاح في الرياضيات قد يرجع إلى انخفاض الطلاقة حسابية لدى التلاميذ(Ramos-Christian et al., 2008) . قد تنبع هذه العلاقة بين الصعوبات في الرياضيات والطلاقة الحسابية المنخفضة من التوزيع غير الصحيح للقدرات المعرفية أو تقييد القدرات المعرفية؛ بعبارة أخرى، بسبب نقص الطلاقة الحسابية مع العمليات الرياضية الأساسية قد يستنفذ الشخص معظم قدراته المعرفية في المراحل الأولية لحل المشكلات، ولا يترك سوى الحد الأدنى لقدراته المعرفية لتنفيذ الخطوات الأكثر تعقيدًا التي تؤدي إلى حل ناجح مما يؤدي إلى الفشل في الوصول للحل الصحيح (Tikhomirova et al., 2017). فقد تبين أنه عند حل المشكلات الرياضية المعقدة، يقوم الأشخاص ذوو الطلاقة الحسابية المنخفضة أولاً الاستفادة القصوى من مصادرهم المعرفية (مثل الانتباه والذاكرة) لأداء العمليات الحسابية الأساسية، مما يحد من استخدام تلك المصادر لإكمال الحل. في المقابل، يتعامل الأفراد ذوو مستويات عالية من الطلاقة الحسابية بسرعة ودقة لإجراء الحسابات الأولية، وتوفير المزيد من مصادرهم المعرفية لإكمال المهمة (Ramos-Christian et al., 2008).

تنمية الطلاقة الحسابية:

يعد الفهم أساسي لكي يصل الأطفال إلى مستوى الطلاقة الحسابية، فالفهم يعد بمثابة توجيه مستمر نحو الخطوات الصحيحة وكقيد للعديد من الأخطاء الحسابية (Fuson, 2003). ولذا يتطلب تنمية الطلاقة الحسابية وجود توازن وارتباط بين الفهم المفاهيمي والقدرة الحسابية؛ وذلك لأنه غالباً ما تُنسى الأساليب الحسابية التي يتم تطبيقها دون فهم أو يتم تذكرها بطريقة خاطئة، من ناحية أخرى، قد يؤدي الفهم بدون طلاقة إلى إعاقة عملية حل المشكلات (Russell, 2000) . فالطلاقة الحسابية تتطلب أكثر من مجرد تذكر إجراءات منفصلة، فهي تعتمد على فهم التلاميذ لمعنى الأعداد والعمليات عليها وعلاقة العمليات الحسابية ببعضها البعض، ومعرفتهم بالعلاقات بين الأعداد والحقائق الأساسية، وهذا يتطلب من المعلمين مساعدة التلاميذ على ربط الإجراءات، وخصائص العمليات، وفهم القيمة الموضعية، بدلاً من جعلهم يتعلمون هذه القطع كمعرفة منفصلة ومفردة (Russell, 2000).

كما يتطلب تنمية الطلاقة الحسابية إتاحة الفرصة للتلاميذ لممارسة استراتيجيات تفكير متنوعة أثناء حلهم للمسائل الرياضية مما يؤدى إلى تحسين الطلاقة الحسابية لديهم (بشاي، ٢٠١٦). يؤكد السواط (٢٠١٣) أيضا أنه يمكن تنمية الطلاقة لدى التلاميذ باستخدام معلمي الرياضيات لاستراتيجيات التدريس التي يمارس تلاميذهم خلالها أنشطة تثير تفكيرهم وتشجعهم على طرح الأسئلة وخاصة تلك الأنشطة التي تحتاج الطلاقة في إجابتها وتشجعهم على استخدام أساليب الاستقصاء والاستكشاف.

كما تتطلب الطلاقة تشجيع التلاميذ على ممارسة التدريب ذو المعنى والذي يعد ضروريا لتنمية الطلاقة الحسابية، ويجب التركيز في التدريب على تنمية استراتيجيات التفكير والمعرفة بعلاقات الأعداد أكثر من التدريب على الحقائق منفصلة (بشاي، ٢٠١٦).

يشير عويضة (٢٠٠٩) إلى عدد من المقترحات التي يمكن لمعلم الرياضيات أن يأخذها بعين الاعتبار لتنمية مهارات الطلاقة الحسابية لدى تلاميذه مثل استخدام الأسئلة المفتوحة، وتوفير فرص التعلم الذاتي، وتهيئة الفرص للتلاميذ لممارسة التدريب الذهني وتنفيذ النشاطات الرياضية وطرحها على شكل مشكلات.

وعلى وجه الخصوص، تعتمد الطلاقة في الضرب والقسمة بشكل كبير على الطلاقة في جمع وطرح الاعداد متعددة الأرقام حيث تؤثر الصعوبات التي يعاني منها العديد من التلاميذ في الطرح بشكل ملحوظ على القسمة، لذا فإن الفهم والطلاقة في جمع وطرح الاعداد متعددة الارقام مهمان للغاية (Fuson, 2003). كذلك تتطلب الطلاقة

في ضرب الاعداد متعددة الأرقام الطلاقة في ضرب الاعداد أحادية الرقم (Lin & Kubina Jr., 2005). على سبيل المثال الطلاقة في ضرب ٤٥ × ٢٣ يتطلب أولا الطلاقة في ضرب ٥×٣، ٤×٣، ٥×٢، ٤×٢.

قياس الطلاقة الحسابية:

يتم قياس الطلاقة الحسابية باستخدام مقياس يجمع بين دقة وسرعة الإجابة (Lin & Kubina Jr., 2005; Rhymer et al., 2000; Vasilyeva et al., 2015) . يرجع السبب في الجمع بين الدقة والسرعة عند قياس الطلاقة أنه عند قياس الطلاقة باستخدام سرعة الاجابة فقط يمكن أن يتوصل التلاميذ إلى حلول غير صحيحة بسرعة عن طريق التخمين أو باستخدام استراتيجية غير صحيحة، ونتيجة لذلك، الأطفال الذين يتمتعون فعلا بالطلاقة قد يكونوا مع الأطفال الذين لم يتقنوا الحقائق الأساسية وليس لديهم وعي بقصور معارفهم (Vasilyeva et al., 2015). وبذلك، يتم قياس الطلاقة بحساب عدد الاجابات الصحيحة في الدقيقة (Cates & Rhymer, 2003; Lin & Kubina Jr, 2005; Rhymer et al., 2000) .

إجراءات الدراسة وأدواتها:

أولا: إعداد الوحدة المقترحة:

تم إعداد دروس الوحدة المقترحة وفقا للخطوات التالية:

١- تحديد الهدف العام من موضوعات الوحدة المقترحة في ضوء أهداف الدراسة الحالية وهي تنمية الاستدلال الرياضي والحساب الذهني والطلاقة الحسابية لدى تلاميذ الصف الرابع الابتدائي في عمليتي الضرب والقسمة الذهنية.

٢- تحديد الأهداف الإجرائية لدروس الوحدة المقترحة، وقد تم عرضها بصورة مفصلة في كتاب التلميذ ودليل المعلم.

٣- تحديد محتوى دروس الوحدة المقترحة في عمليتي الضرب والقسمة الذهنية بما يتوافق مع الموضوعات المتضمنة في الكتاب المدرسي والتي شملت ضرب وقسمة الأعداد متعددة الأرقام. وقد شملت الوحدة ٤ دروس في الضرب الذهني، ٥ دروس في القسمة الذهنية.

٤- تحديد استراتيجيات الحساب الذهني التي سيتم تدريب التلاميذ عليها وفق لنموذج 4E × 2، وذلك من خلال الاطلاع على العديد من البحوث والدراسات السابقة التي وظفت استراتيجيات الحساب الذهني في تدريس عمليتي الضرب والقسمة للأعداد متعددة الأرقام، وهذه الدراسات هي: Benjamin, 2011;

Flenley & Herringer, 2010; Mathur & Aarnav, 2017; Mcintosh, 2005; Kurovski, 2010)

وقد تم تحديد واستخدام استراتيجيات الحساب الذهني الاتية في تدريس موضوعات الضرب والقسمة الذهنية:

- الضرب باستراتيجية التقسيم.
- الضرب باستراتيجية التعويض.
- الضرب باستراتيجية الضرب الرأسي وبالعرض.
- القسمة باستراتيجية التقسيم.
- القسمة باستراتيجية اليسار إلى اليمين.
- القسمة باستراتيجية التنصيف.
- القسمة باستراتيجية العوامل.

٥- تحديد الخطة الزمنية المقترحة لدروس الوحدة: تضمنت الوحدة المقترحة ٩ دروس في الضرب والقسمة الذهنية للأعداد متعددة الأرقام، عبارة عن ٤ دروس في الضرب الذهني للأعداد متعددة الأرقام يتطلب تدريسها ٩ حصص (زمن الحصة ٩٠ دقيقة)، ٥ دروس في القسمة الذهنية للأعداد متعددة الأرقام تطلب تدريسها ٧ حصص (زمن الحصة ٩٠ دقيقة). وبذلك تطلب تدريس الوحدة المقترحة ١٦ حصة دراسية، لمدة ٥ أسابيع. جدول (٢) يوضح التوزيع الزمني لتدريس وحدة الضرب والقسمة الذهنية للأعداد متعددة الأرقام.

جدول (٢): التوزيع الزمني لتدريس وحدة الضرب والقسمة الذهنية

الموضوع	عدد الدروس	عدد الحصص
موضوعات ضرب عدد صحيح في عدد آخر	٤	٧
مراجعة على الضرب	١	٢
موضوعات قسمة عدد صحيح في عدد آخر	٥	٥
مراجعة على القسمة	١	٢
المجموع	١١	١٦

ثانيا: إعداد دليل المعلم:

تم إعداد دليل للمعلم للوحدة المقترحة وفق نموذج 4E ×2، حيث أشتمل الدليل على ما يلي:

١- الأهداف العامة للوحدة المقترحة "الضرب والقسمة الذهنية للأعداد متعددة الأرقام" لتلاميذ الصف الرابع الابتدائي.

٢- الخطة الزمنية لتدريس موضوعات الوحدة.

٣- موضوعات الوحدة المختارة في صورة دروس، وقد أشتمل كل درس على:
- أهداف الدرس.
- خطوات السير في الدرس، وتضمنت:

- **مرحلة الدمج:**

وفيها يقوم المعلم بتنشيط معرفة التلاميذ السابقة عن الموضوع، ويتأكد من فهم التلاميذ للمعرفة السابقة والضرورية لفهم الدرس الجديد. كأن يقوم المعلم بالتحقق من تمكن التلاميذ من ضرب الأعداد احادية الرقم بطلاقة كذلك تمكنهم من جمع وطرح الاعداد متعددة الأرقام قبل التعامل مع ضرب وقسمة الأعداد متعددة الأرقام.

يختار المعلم إجابتين من إجابات التلاميذ وخاصا الإجابات التي تحمل مفاهيم خاطئة، ويناقشها مع الفصل ككل مما يساعد على تصحيح المفاهيم الخاطئة عند التلاميذ.

التقييم التكويني:

يتحقق المعلم من فهم التلاميذ للمعرفة السابقة والضرورية لفهم الدرس الجديد، وذلك لاتخاذ القرار بالانتقال للخطوة التالية في تعلمهم، كأن يستخدم اختبار قبلي قصير.

تأمل المعلم:

يسأل المعلم نفسه:
- ما الذي تشير إليه المعرفة السابقة للتلاميذ حول استعدادهم للتعلم؟
- هل هناك مفاهيم خاطئة لدى التلاميذ؟ كيف تعالج؟

القرار: الانتقال إلى المرحلة التالية من الدرس، مراجعة سريعة، علاج.

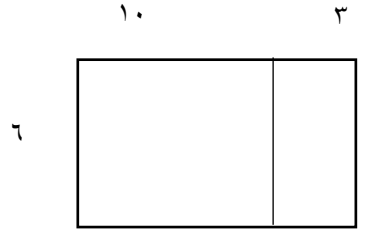
- **مرحلة الاستكشاف:**

يقسم المعلم التلاميذ إلى مجموعات صغيرة، ويطرح عليهم مشكلة ويطلب منهم حلها باستخدام الحساب الذهني. وهنا يترك المعلم الفرصة للتلاميذ للتفكير في استراتيجية الحل ويشجعهم على التوصل إلى طرقهم الخاصة. إذا لم يتوصل التلاميذ إلى الاستراتيجية المستهدفة يقوم المعلم بمساعدتهم للتوصل إلى استراتيجية الحساب الذهني المستهدفة وذلك باستخدام التمثيلات الرياضية وباستخدام الأسئلة الارشادية.

فمثلا لمساعدة التلاميذ على التوصل إلى استراتيجية التقسيم لضرب الاعداد (١٣×٦ مثلا)، يسأل المعلم التلاميذ:

- هل هناك استراتيجية لتفتيت مشكلة الضرب هذه لمشكلات ضرب أصغر يسهل التعامل معها؟
- كيف يمكن تقسيم ١٣؟
- ماذا لو اردنا تمثيل ١٣على الشبكة البيانية او على مستطيل؟
- ماذا لو اردنا تمثيل ٦ × ١٠؟
- هل تستطيع تمثيل ٣×٦؟
- ماذا يمثل كل جزء في المستطيل؟
- ماذا يمثل المستطيلين الصغيرين؟
- ماذا ستحصل إذا وضعتهم معا؟

بمساعدة المعلم يمكن للتلاميذ التوصل للشكل التالي لتقسيم الأرقام في مشكلة الضرب إلى آحاد وعشرات



التقييم التكويني:

يتحقق المعلم من فهم التلاميذ باستخدام اختبار قصير، (كأن يسألهم: كيف يمكن تمثيل ١٤ × ٧ على الشبكة البيانية؟)

تأمل المعلم:

- ما مدى نجاح التلاميذ في التوصل إلى استنتاجات منطقية؟
- ما مدى قدرة التلاميذ على تبرير حلولهم والدفاع عنها؟
- ماذا يخبرنا تبرير التلاميذ للحلول التي توصلوا إليها عن فهمهم؟

القرار: الانتقال إلى المرحلة التالية من الدرس، توضيح، علاج

- **مرحلة التفسير:**

يطلب المعلم من التلاميذ تقديم الإجابات التي توصلوا إليها وتقديم الأدلة على صحة تفكيرهم. يستخدم المعلم الأسئلة التالية لتوجيه التلاميذ:

- ما النمط الذي لاحظته؟
- ما دليلك على صحة ادعائك؟

- ما الذي تعلمته؟

فمثلا في المثال السابق سوف يكتشف التلاميذ خلال المناقشة أنه من السهل تقسيم العدد إلى أجزاء، ثم العمل مع هذه الأجزاء بشكل مستقل:

مثلا: ١٣×٦
يمكن تجزئة الرقم ١٣ إلى ١٠، ٣
يمكن أن نوجد (١٠×٦)، ثم (٣×٦)
ويصبح الحل معا ٦٠+١٨=٧٨

يوضح المعلم للتلاميذ أن هذه الاستراتيجية تعرف باستراتيجية التقسيم وتقوم على تقسيم الضارب إلى رقمين أحدهما يحتوى أحد مضاعفات ١٠ ثم استخدام خاصية التوزيع لإيجاد ناتج الضرب.

التقييم التكويني:

يتحقق المعلم من فهم التلاميذ للاستراتيجية الذهنية المستهدفة بأن يطلب منهم العمل في مجموعات صغيرة لحل نشاط باستخدام الاستراتيجية الذهنية المستهدفة.

تأمل المعلم:

- ما مدى دقة وجودة تفسير النتائج؟
- ما قدرة التلاميذ على توضيح الاجراءات؟

القرار: الانتقال إلى المرحلة التالية من الدرس، توضيح، علاج

- **مرحلة التوسع:**

يقدم المعلم مجموعة من المشكلات التي يمكن توظيف الاستراتيجية الجديدة في حلها.

التقييم التكويني:

يقوم المعلم بإعطاء التلاميذ مسائل لحلها بشكل فردي في كراساتهم.

تأمل المعلم:

- ما مدى مهارة التلاميذ في نقل المعرفة الجديدة إلى الأفكار الجديدة؟

القرار: إعادة الاكتشاف، الطلب من التلميذ توضيح، إعطاء مسائل توسع أخرى.

- ضبط الدليل:

بعد إعداد دليل المعلم في صورته الأولية، تم عرضه على مجموعة من السادة المحكمين من أعضاء هيئة التدريس في مجال المناهج وطرق تدريس الرياضيات

بالإضافة إلى بعض ذوي الخبرة من موجهي ومعلمي الرياضيات، وفي ضوء أرائهم تمت صياغة الدليل في صورته النهائية.

ثالثا: إعداد أوراق عمل التلميذ وفقا لنموذج 4E ×2

تم إعداد أوراق عمل التلميذ وفقا لنموذج 4E × 2 لمحتوى الوحدة المقترحة "الضرب والقسمة الذهنية للأعداد متعددة الأرقام" لتلاميذ الصف الرابع الابتدائي، حيث اشتمل كل درس على الهدف من ورقة العمل، نشاط تمهيدي، نشاط تدريبي.

رابعا: إعداد اختبار مهارات الاستدلال الرياضي:

أ- تحديد هدف الاختبار: هدف الاختبار إلى قياس مهارات الاستدلال الرياضي لدى تلاميذ الصف الرابع الابتدائي في محتوى وحدة ضرب وقسمة الأعداد متعددة الأرقام، ومن ثم معرفة أثر نموذج 4E× 2 في تنميتها.

ب- تحديد مهارات الاستدلال الرياضي التي يقيسها الاختبار: بالرجوع إلى البحوث والدراسات التي تناولت مكونات ومهارات الاستدلال الرياضي مثل (Ayal et al., 2016; Napitupulu, 2017; Napitupulu, Suryadi & Kusumah, 2016)، تم تحديد مهارات الاستدلال الرياضي التي يتضمنها الاختبار وهي: الاستنتاج، استخدام العلاقات، البرهنة والاثبات، التفسير.

جـ- صياغة مفردات الاختبار: تضمن الاختبار أربعة أقسام مستقلة كل قسم يقيس مهارة من مهارات الاستدلال الرياضي، يشتمل كل قسم على ثلاثة تمارين. والاختبار في مجملة يتكون من ١٢ مفردة. تكونت التمارين التي تقيس مهارات استخدام العلاقات، والبرهنة والإثبات، والتفسير من خطوتين؛ تضمنت الخطوة الأولى نمط الاختيار من متعدد حيث يبدأ كل تمرين بعبارة رياضية يعقبها ثلاث مفردات مرتبطة بتلك العبارة الرياضية، وتضمنت الخطوة الثانية سؤال مفتوح النهاية لتبرير وتوضيح الحل الذي تم اختياره. تكونت التمارين التي تقيس مهارة الاستنتاج من نمط الأسئلة مفتوحة النهاية.

د- صدق الاختبار: للتأكد من صدق الاختبار، تم عرضه في صورته الأولية على مجموعة من أساتذة المناهج وطرق تدريس الرياضيات، وموجهي ومدرسي الرياضيات، لإبداء آرائهم في أسئلة الاختبار من حيث مدى صحة السؤال من الناحية العلمية واللغوية، ومدى مناسبة الأسئلة لمستوى تلاميذ الصف الرابع الابتدائي. وقد تم إجراء التعديلات في ضوء أراء المحكمين وذلك بحذف الأسئلة غير المناسبة لصعوبتها، وإعادة صياغة بعض الأسئلة، وأصبح الاختبار في صورته النهائية يتكون

من (١٢) مفردة موزعة على محاور الاختبار. جدول (٣) يبين توزيع مفردات اختبار مهارات الاستدلال الرياضي على مكوناته الأربعة. جدول (٤) يوضح كل مهارة وعينة من التمارين التي تقيسها.

جدول (٣): مواصفات اختبار الاستدلال الرياضي

المهارة	رقم التمرين
استخدام العلاقات	١، ٢ ، ٣
البرهنة والاثبات	٤، ٥، ٦
التفسير	٧، ٨، ٩
الاستنتاج	١٠، ١١، ١٢

جدول (٤): مهارات الاستدلال الرياضي وبعض التمارين المرتبطة بها

المهارة	التمرين
استخدام العلاقات	٢- إذا كان ٢٠ × ١٥ = ٣٠٠، إذا استخدمنا هذه العلاقة فإن٢١ × ١٥ = ... (أ) ٣٢٠ (ب) ٣٠٠ (جـ) ٣١٥ وضح كيف عرفت؟.....
البرهنة والاثبات	٥- إذا قسمت أي رقم صحيح على رقم زوجي، فستكون الإجابة عدد زوجي. هذه العبارة: (أ) دائما صحيحة (ب) في بعض الأحيان صحيحة (حـ) لا يمكن أن تكون صحيحة أبدا اثبت إجابتك.....
التفسير	٨- أي من هذه الحسابات صحيحة: (أ) ٢٣٥ × ٤ = ٩٤٠ (ب) ٢١٢ × ٥ = ١٠٠٠ (جـ) ١٣٧ × ٦ = ٨٤٤ فسر إجابتك؟.....
الاستنتاج	١١- أرادت مس نفين طبع امتحان لفصل ١/٤ ولكنها فوجئت بعدم طبع الطابعة لبعض الأرقام ١- × ٤- = - - ٢ ما الأرقام التي لم تطبعها الطابعة؟ وضح كيف عرفت؟.....

(هـ) تطبيق التجربة الاستطلاعية للاختبار: تم تطبيق الاختبار على ٣٥ تلميذاً من تلاميذ الصف الرابع الابتدائي، وذلك بهدف:

- **حساب زمن الاختبار**: تم حساب زمن الاختبار برصد الزمن الذي استغرقه كل تلميذ ثم حساب متوسط الزمن، زمن الاختبار (٤٥) دقيقة.

- **حساب ثبات الاختبار**: تم حساب ثبات الاختبار عن طرق معادلة الفا كرونباخ، ووجد أن معامل الثبات (٠.٨٣) وهي قيمة مقبولة لمعامل الثبات.

- **حساب معاملات السهولة والصعوبة لمفردات الاختبار**: تم حساب معاملات السهولة والصعوبة لمفردات الاختبار، وقد تراوحت بين (٠.٢٠، ٠.٧٢).

(و) طريقة تصحيح الاختبار: تتراوح درجات كل مفردة بين صفر، ٣. بلغت النهاية العظمى لدرجات الاختبار (٣٦) درجة. يوضح جدول (٥) معايير تقييم إجابات أسئلة مهارات استخدام العلاقات، والبرهنة والاثبات، والتفسير. يوضح جدول (٦) معايير تقييم إجابات أسئلة مهارة الاستنتاج.

جدول (٥): معايير تقييم إجابات أسئلة مهارات استخدام العلاقات، والبرهنة والاثبات، والتفسير

معيار التقييم	التوضيح	الدرجة
اختيارات صحيحة تبرير صحيح	الاختيار صحيح، تشمل الإجابة المفتوحة جميع جوانب التبرير الصحيح	٣
اختيارات صحيحة تبرير صحيح جزئيا	الاختيار صحيح، ولكن لا تشمل الإجابة المفتوحة كل جوانب التبرير الصحيح	٢
اختيارات صحيحة تبرير خاطئ	الاختيار صحيح، ولكن تحتوي الإجابة المفتوحة على معلومات خاطئة	١
اختيارات صحيحة لا يوجد تبرير	الاختيار صحيح، ولكن لا تحتوي الإجابة المفتوحة على تبرير	١
اختيار خاطئ تبرير خاطئ	الاختيار خاطئ، تحتوي الإجابة المفتوحة على تبرير خاطئ	٠
اختيار خاطئ لا يوجد تبرير	الاختيار خاطئ، ولا تحتوي الإجابة المفتوحة على تبرير	٠
لا توجد إجابة	لا توجد إجابة	٠

جدول (٦) معايير تقييم إجابات أسئلة مهارة الاستنتاج

معيار التقييم	التوضيح	الدرجة
الإجابة صحيحة كليا	الاستنتاج والتبرير صحيح كليا	٣
الإجابة صحيحة جزئيا	الاستنتاج صحيح، ولكن التبرير لا يشمل كل الجوانب المطلوبة	٢
الإجابة صحيحة جزئيا	الاستنتاج صحيح، ولكن التبرير خاطئ، أو الاستنتاج صحيح، ولكن لا يوجد تبرير	١
الإجابة خاطئة	الاستنتاج خاطئ والتبرير خاطئ، أو الاستنتاج خاطئ ولا يوجد تبرير	٠

خامسا: إعداد اختبار مهارات الحساب الذهني:

أ- هدف الاختبار: هدف الاختبار إلى قياس قدرة تلاميذ الصف الرابع الابتدائي على إيجاد ناتج عمليتي الضرب والقسمة ذهنيا، ومن ثم معرفة أثر نموذج 4E ×2 في تنميه مهارات الحساب الذهني.

ب- صياغة مفردات الاختبار: بعد الاطلاع على بعض الدراسات السابقة التي اهتمت بقياس مهارات الحساب الذهني مثل (Heirdsfield & Lamb, 2005; Heirdsfield et al., 2007; Green, 2005)، تم صياغة مفردات الاختبار لتتناسب مع أهداف وحدة ضرب وقسمة الأعداد متعددة الأرقام، وبذلك تضمن الاختبار قياس قدرة التلاميذ على (١) ضرب عدد مكون من رقمين في عدد مكون من رقم واحد ذهنيا (مفردتين)، (٢) ضرب عدد مكون من ثلاثة أرقام في عدد مكون من رقم واحد ذهنيا (مفردتين)، (٣) ضرب عدد مكون من رقمين في عدد مكون من رقمين ذهنيا (٣ مفردات) ، (٤) ضرب عدد مكون من ثلاثة أرقام في عدد مكون من رقمين ذهنيا (٣ مفردات)، (٥) قسمة عدد مكون من ثلاثة أرقام على عدد مكون رقم واحد ذهنيا (مفردتين)،(٦) قسمة عدد مكون من أربعة أرقام على عدد مكون رقم واحد ذهنيا (مفردتين)، (٧) قسمة عدد مكون من ثلاثة أرقام على عدد مكون رقمين ذهنيا (مفردتين)، (٨) قسمة عدد مكون من أربعة أرقام على عدد مكون من رقمين ذهنيا (مفردتين)، (٩) قسمة عدد مكون من خمسة أرقام على عدد مكون من رقمين ذهنيا (مفردتين)

تكون الاختبار من جزأين(أ)، (ب). تكون الجزء(أ) من عشرة مسائل ضرب، وتكون الجزء (ب) من عشرة مسائل قسمة. الاختبار في مجملة تكون من ٢٠ مفردة من أسئلة حل المشكلات. تم كتابة كل مفردة في بطاقة منفصلة، وبذلك تكون الاختبار من ٢٠ بطاقة. تم تطبيق الاختبار بجزئية (أ)، (ب) على يومين متتاليين. طلب من التلاميذ صراحة حل المسائل عقليا وتدوين الإجابة مباشرة في البطاقة مع السماح لهم بكتابة ملاحظات قليلة إذا أرادوا، حيث قامت الباحثة بمقابلة كل تلميذ على حدة وإعطائه كل بطاقة على حدة ليقوم بالإجابة عنها بسرعته الخاصة دون التقيد بزمن محدد، فعندما ينتهي التلميذ من حل البطاقة الأولى تقوم الباحثة بإعطائه البطاقة الثانية وهكذا.

جـ صدق الاختبار: للتأكد من صدق الاختبار، تم عرضه في صورته الأولية على مجموعة من أساتذة المناهج وطرق تدريس الرياضيات، وموجهي ومدرسي الرياضيات، لإبداء آرائهم في أسئلة الاختبار من حيث مدى صحة السؤال من الناحية العلمية واللغوية، ومدى مناسبة الأسئلة لمستوى تلاميذ الصف الرابع الابتدائي. وتم إجراء التعديلات في ضوء أراء المحكمين وذلك بحذف الأسئلة غير المناسبة لصعوبتها، وأصبح الاختبار في صورته النهائية يتكون من (٢٠) مفردة.

(د) تطبيق التجربة الاستطلاعية للاختبار: تم تطبيق الاختبار على٣٥ تلميذاً من تلاميذ الصف الرابع الابتدائي (جديرٌ بالذكر أنه عند تطبيق الاختبار على العينة

الاستطلاعية استطاع عدد قليل من التلاميذ إيجاد ناتج الحل ذهنيا فسمح لهم باستخدام أي طريقة يرغبون في استخدامها)، تم تطبيق التجربة الاستطلاعية للاختبار بهدف:

- **حساب ثبات الاختبار**: تم حساب ثبات الاختبار عن طرق معادلة الفا كرونباخ، ووجد أن معامل الثبات (٠.٨٠) وهي قيمة مقبولة لمعامل الثبات.

- **حساب معاملات السهولة والصعوبة لمفردات الاختبار**: تم حساب معاملات السهولة والصعوبة لمفردات الاختبار، وقد تراوحت بين (٠.٢٤، ٠.٧٣).

(هـ) طريقة تصحيح الاختبار: تم اعطاء درجة واحدة لكل إجابة صحيحة، صفر لكل إجابة خطأ ًأو متروكة. بلغت النهاية العظمى لدرجات الاختبار التحصيلي (٢٠) درجة.

سادسا: إعداد اختبار الطلاقة الحسابية:

أ- هدف الاختبار: هدف الاختبار إلى قياس قدرة تلاميذ الصف الرابع الابتدائي على إيجاد ناتج عمليتي الضرب والقسمة بدقة وبسرعة، ومن ثم معرفة أثر نموذج 4E ×2 في تنميه الطلاقة الحسابية.

ب- صياغة مفردات الاختبار: بعد الاطلاع على بعض الدراسات السابقة التي أهتمت بقياس الطلاقة الحسابية مثل (Lin & Kubina Jr., 2005; Rhymer et al., 2000; Vasilyeva et al., 2015)

تم صياغة مفردات الاختبار لتتناسب مع أهداف وحدة ضرب وقسمة الأعداد متعددة الأرقام، وبذلك تضمن الاختبار (١) ضرب عدد مكون من رقمين في عدد مكون من رقم واحد (مفردة واحدة)، (٢) ضرب عدد مكون من ثلاثة أرقام في عدد مكون من رقم واحد (مفردة واحدة)، (٣) ضرب عدد مكون من رقمين في عدد مكون من رقمين (مفردتين)، (٤) ضرب عدد مكون من ثلاثة أرقام في عدد مكون من رقمين (مفردة واحدة)، (٥) قسمة عدد مكون من ثلاثة أرقام على عدد مكون رقم واحد (مفردة واحدة)، (٦) قسمة عدد مكون من أربعة أرقام على عدد مكون رقم واحد (مفردة واحدة)، (٧) قسمة عدد مكون من ثلاثة أرقام على عدد مكون رقمين (مفردة واحدة)، (٨) قسمة عدد مكون من أربعة أرقام على عدد مكون من رقمين (مفردة واحدة)، (٩) قسمة عدد مكون من خمسة أرقام على عدد مكون من رقمين (مفردة واحدة).

تكون الاختبار من ورقتين؛ تكونت الورقة الأولى من خمسة مسائل ضرب، وتكونت الورقة الثانية من خمسة مسائل قسمة. الاختبار في مجملة تكون من ١٠ مفردات.

طلب من التلاميذ حل المسائل بأسرع ما يمكن وفي أقل وقت ممكن حيث زمن حل كل ورقة دقيقة واحدة. تم اختبار التلاميذ فرديا، حيث قامت الباحثة بمقابلة كل تلميذ على حدة وإعطائه الورقة الأولى من الاختبار ليقوم بالإجابة عنها خلال دقيقة واحدة، فإذا انتهت الدقيقة يتم سحب الورقة الأولى من التلميذ وإعطائه الورقة الثانية ليقوم بالإجابة عنها خلال دقيقة واحدة اخرى. إذا انتهى تلميذ من الحل قبل انتهاء الدقيقة المحددة تقوم الباحثة بكتابة الوقت الذي استغرقه التلميذ في الإجابة على ورقة الاجابة.

جـ صدق الاختبار: للتأكد من صدق الاختبار، تم عرضه في صورته الأولية على مجموعة من أساتذة المناهج وطرق تدريس الرياضيات، وموجهي ومدرسي الرياضيات، لإبداء آرائهم في أسئلة الاختبار من حيث مدى صحة السؤال من الناحية العلمية واللغوية، ومدى مناسبة الأسئلة لمستوى تلاميذ الصف الرابع الابتدائي. وتم إجراء التعديلات في ضوء أراء المحكمين وذلك بحذف الأسئلة غير المناسبة لصعوبتها، وأصبح الاختبار في صورته النهائية يتكون من ١٠ مفردات.

(د) تطبيق التجربة الاستطلاعية للاختبار: تم تطبيق الاختبار على ٣٥ تلميذاً من تلاميذ الصف الرابع الابتدائي، وذلك بهدف:

- **حساب ثبات الاختبار**: تم حساب ثبات الاختبار عن طرق معادلة الفا كرونباخ، ووجد أن معامل الثبات (٠.٨٥) وهي قيمة مقبولة لمعامل الثبات.

- **حساب معاملات السهولة والصعوبة لمفردات الاختبار**: تم حساب معاملات السهولة والصعوبة لمفردات الاختبار، وقد تراوحت بين (٠.٢٦، ٠.٧٠).

(هـ) طريقة تصحيح الاختبار: تم حساب الطلاقة بحساب عدد الإجابات الصحيحة في الدقيقة الواحدة. تم حساب عدد الإجابات الصحيحة في الدقيقة الواحدة عن طريق جمع عدد الإجابات الصحيحة، والضرب في ٦٠ ثانية، والقسمة على عدد الثواني التي استغرقها التلميذ في الإجابة (Rhymer et al., 2000).

$$\text{الطلاقة} = \frac{\text{عدد الإجابات الصحيحة} \times ٦٠}{\text{عدد الثوانى التى استغرقها التلميذ فى الإجابة}}$$

إجراءات تجربه الدراسة:

أولا: التطبيق القبلي لأدوات الدراسة:

تم تطبيق اختبار مهارات الاستدلال الرياضي واختبار مهارات الحساب الذهني والطلاقة الحسابية قبليا على كل من تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة، وتم حساب قيمة المتوسط الحسابي والانحراف المعياري، وقيمة (ت) لحساب الفرق بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين وذلك باستخدام برنامج SPSS . كما هو مبين في جدول (٧)، (٨)، (٩).

جدول (٧): دلالة الفرق بين متوسطي درجات المجموعتين التجريبية والضابطة في اختبار مهارات الاستدلال الرياضي القبلي

مستويات الأسئلة	المجموعة التجريبية		المجموعة الضابطة		قيمة (ت)	الدلالة عند ٠.٠١
	م١	ع١	م٢	ع٢		
استخدام العلاقات	٠.٥٣	٠.٥٧	٠.٥٦	٠.٥	٠.٢٣	غير دال
البرهنة والاثبات	٠.٥٣	٠.٥١	٠.٦٦	٠.٤٩	١	غير دال
التفسير	٠.٥	٠.٥١	٠.٦	٠.٥	٠.٨	غير دال
الاستنتاج	٠.٥٦	٠.٥	٠.٥	٠.٥١	٠.٥	غير دال
الاختبار ككل	٢.١٢	٠.٦	٢.٤	٠.٩	١.٣	غير دال

يتضح من الجدول السابق أن قيمة (ت) لدلالة الفرق غير دالة عند أي مستوى من مستويات الدلالة بالنسبة لنتائج اختبار مهارات الاستدلال الرياضي القبلي، مما يدل على عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية، وبالتالي تكافؤ المجموعتين التجريبية والضابطة في اختبار مهارات الاستدلال الرياضي القبلي.

جدول (٨): دلالة الفرق بين متوسطي درجات المجموعتين التجريبية والضابطة في اختبار مهارات الحساب الذهني القبلي

مستويات الأسئلة	المجموعة التجريبية		المجموعة الضابطة		قيمة (ت)	الدلالة عند ٠.٠١
	م١	ع١	م٢	ع٢		
الضرب	٠.٩	٠.٨	٠.٧	٠.٧	١.١٤	غير دال
القسمة	٠.٥	٠.٦	٠.٢٥	٠.٤٤	١.٦٣	غير دال
الاختبار ككل	١.٤٤	١.٢٢	١	٠.٩٥	١.٦	غير دال

يتضح من الجدول السابق أن قيمة (ت) لدلالة الفرق غير دالة عند أي مستوى من مستويات الدلالة بالنسبة لنتائج اختبار الحساب الذهني، مما يدل على عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية، وبالتالي تكافؤ المجموعتين التجريبية والضابطة في اختبار الحساب الذهني القبلي.

جدول (٩): دلالة الفرق بين متوسطي درجات المجموعتين التجريبية والضابطة في الطلاقة الحسابية القبلي

مستويات الأسئلة	المجموعة التجريبية ن= ٣٢		المجموعة الضابطة ن= ٣٢		قيمة (ت)	الدلالة عند ٠.٠١
	م١	ع١	م٢	ع٢		
الضرب	٠.٥٦	٠.٥	٠.٦	٠.٥	٠	غير دال
القسمة	٠.٥	٠.٥١	٠.٤٧	٠.٥١	٠.٢٣	غير دال
الاختبار ككل	١.٠٦	٠.٤	١	٠.٤٥	٠.٦	غير دال

يتضح من الجدول السابق أن قيمة (ت) لدلالة الفرق غير دالة عند أي مستوى من مستويات الدلالة بالنسبة لنتائج اختبار الطلاقة الحسابية، مما يدل على عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية، وبالتالي تكافؤ المجموعتين التجريبية والضابطة في اختبار الطلاقة الحسابية القبلي.

ثانيا: التدريس:

تم تدريس وحدة ضرب وقسمة الأعداد متعددة الأرقام في الفصل الدراسي الأول من العام الجامعي ٢٠١٨/٢٠١٧، حيث تم تدريس الضرب والقسمة الذهنية المتضمنة بالوحدة المقترحة باستخدام نموذج 4E ×2 للمجموعة التجريبية، وتدريس الضرب والقسمة المتضمنة بالكتاب المدرسي وفقا للطريقة التقليدية حسب الخطة الزمنية الموضوعة من قبل توجيه الرياضيات بمحافظة الوادي الجديد.

قام بالتدريس للمجموعة التجريبية معلم بالمدرسة وذلك بعد توضيح الهدف من البحث وكيفية تطبيق نموذج 4E × 2 لتدريس الوحدة المقترحة، وقد حضرت الباحثة أثناء التطبيق، كما قام بالتدريس للمجموعة الضابطة معلم أخر بالمدرسة له نفس الخبرة.

ثالثا: التطبيق البعدي لأدوات الدراسة:

بعد الانتهاء من تدريس الوحدة المقترحة، تم تطبيق اختبار مهارات الاستدلال الرياضي واختبار مهارات الحساب الذهني والطلاقة الحسابية بعديا على المجموعتين التجريبية والضابطة.

نتائج الدراسة وتفسيرها:

اختبار صحة الفرض الأول والإجابة عن السؤال الأول من أسئلة البحث:

للإجابة عن السؤال الأول من أسئلة البحث ونصه: ما أثر استخدام نموذج 4E ×2 في تدريس وحدة مقترحة في الحساب الذهني على تنمية مهارات الاستدلال الرياضي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية؟

ولاختبار صحة الفرض الأول للبحث والذي ينص على: لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في اختبار مهارات الاستدلال الرياضي في التطبيق البعدي لصالح المجموعة التجريبية.

بعد التطبيق البعدي لاختبار مهارات الاستدلال الرياضي على المجموعتين الضابطة والتجريبية، تم تصحيح الاختبار ورصد الدرجات، ومعالجة هذه البيانات إحصائيا باستخدام البرنامج الإحصائي SPSS، وحساب قيمة حجم الأثر (بمعامل إيتا^{٢}) لاستخدام نموذج 4E ×2 في التدريس مقارنة بالطريقة التقليدية. جدول (١٠) يوضح النتائج.

جدول (١٠): دلالة الفرق بين متوسطي درجات المجموعتين التجريبية والضابطة وحجم الأثر في التطبيق البعدي للاختبار مهارات الاستدلال الرياضي.

مستويات الأسئلة	المجموعة التجريبية		المجموعة الضابطة		قيمة (ت)	الدلالة عند ٠.٠١	$\eta^{٢}$
	م١	ع١	م٢	ع٢			
استخدام العلاقات	٨.٣٨	٠.٧١	٧.١٩	١.٤٥	٤.١٧	دال	٠.٣٤
البرهنة والاثبات	٨.١٩	٠.٥٤	٧.٠٦	١.٣٢	٤.٤٧	دال	٠.٣٦
التفسير	٨.٠٦	٠.٥٦	٧	٠.٩٥	٥.٤٤	دال	٠.٣٦
الاستنتاج	٨.١٢	٠.٧١	٧	٠.٨	٥.٩٥	دال	٠.٣٧
الاختبار ككل	٣٢.٧	٢.١٥	٢٨.٢٥	٤.١	٥.٤	دال	٠.٦١

يتضح من الجدول السابق وجود فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات مجموعتي البحث في اختبار مهارات الاستدلال الرياضي ككل وفي ابعاد الاختبار لصالح المجموعة التجريبية عند مستوى (٠.٠١). كما يتضح أيضا من نتائج الجدول أن قيمة معامل إيتا^{٢} أكبر من(٠.١٤) في اختبار مهارات الاستدلال الرياضي ككل وفي أبعاد الاختبار، مما يعني أن حجم الأثر كبير، وبالتالي وجود أثر كبير لاستخدام نموذج 4E ×2 في تنمية مهارات الاستدلال الرياضي لدى تلاميذ المجموعة التجريبية. وبذلك يتم رفض الفرض الأول من فروض الدراسة والقول بأنه يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في مهارات الاستدلال الرياضي في عمليتي الضرب والقسمة لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية.

تتفق هذه النتيجة مع نتائج بعض الدراسات التي استخدمت التعليم القائم على البحث والاستقصاء في تنمية مهارات الاستدلال مثل (Fielding-Wells et al., 2014; Johnson & Lawson, 1998; Yumiati & Noviyanti, 2017).

تفسر الباحثة الأثر الإيجابي لنموذج 4E × 2 في تدريس وحدة مقترحة في الحساب الذهني على تنمية مهارات الاستدلال الرياضي إلى ما يلي:

- اعتماد نموذج 4E × 2 على البحث والاستقصاء وما يتضمنه من تقليل تدخلات المعلم والمشاركة النشطة للتلاميذ في المراحل الأربع للبحث والاستقصاء (الدمج، الاستكشاف، الشرح والتفسير، التوسع). ففي المرحلة الأولى، تم إعطاء التلاميذ موقف ساعدهم على ربط معرفتهم السابقة بالمفاهيم الجديدة. ثم قاموا باستكشاف هذه المفاهيم الجديدة واستخدموا العلاقات في المرحلة الثانية وتوصلوا إلى اكتشافات جديدة واستنتاجات. قدم التلاميذ تفسيرات وتبريرات وبراهين على تفكيرهم في المرحلة الثالثة ثم قاموا بتطوير معرفتهم في المرحلة الرابعة، في ضوء هذه المراحل توافرت بيئة تعليمية ساعدت على تنمية جوانب الاستدلال المختلفة بصفة واضحة. وهذا يتفق مع ما أكده (Mueller et al., 2014) أن تقليل تدخلات المعلم يساعد على خلق بيئة تشجع على مشاركة التلاميذ لأفكارهم وتقديمهم لتفسيرات أكثر وضوحا ومزيد من الحجج العميقة مما يسهم في تنمية الاستدلال الرياضي.
- مناقشة التلاميذ لتفكيرهم مع المعلم ومع بعضهم البعض خلال مرحلة الاستكشاف ومرحلة الشرح والتفسير ساعد التلاميذ على الاكتشاف وتوليد الأفكار والتمثيلات وتوضيح تفكيرهم وإنتاج حجج وتبريرات تدعم تفكيرهم مما ساهم في بناء الاستدلال الرياضي. يتفق هذا مع ما أكده (Ball & Bass, 2003; Coetzee et al., 2010; Kramarski & Mevarech, 2003; Mueller et al., 2014) أن مناقشات التلاميذ مع الأخرين يساعدهم على توضيح تفكيرهم ويمكنهم من إنتاج الحجج والتبريرات لأفكارهم مما يسهم في تحفيز الاستدلال الرياضي.
- استخدام الانشطة والمهام المفتوحة التي تتيح خيارات متعددة لاستراتيجيات الحل وتتيح تمثيلات متعددة أعطت التلاميذ الفرصة لبحث وتحليل وشرح وتبرير تفكيرهم والتفاعل مع رفاقهم حول المهام. يتفق هذا مع ما أكده العديد من الباحثين أن المهام التي تعطي التلاميذ الفرصة لبحث وتحليل وشرح وتبرير تفكيرهم والتفاعل مع المتعلمين تسهم في تشجيع الاستدلال (Coetzee et al., 2010; Mueller et al., 2010; Mueller et al., 2014). كذلك طرح المعلم للأسئلة الاستقصائية والإرشادية مثل ماذا يحدث هنا؟ ولماذا تعتقد أن ذلك صحيح؟ كيف...؟ لماذا...؟ ماذا لو....؟ شجعت التلاميذ على شرح تفكيرهم وتفسير ما توصلوا إليه من استنتاجات وتقديم مبررات أو إثباتات، مما ساهم في تنمية الاستدلال الرياضي لدى التلاميذ. يتفق هذا مع ما أكده (Coetzee et al., 2010;

Mueller et al., 2014; Sahin & Kulm, 2008) أن أسئلة المعلم حول تفكير التلاميذ تلعب دورا في خلق بيئة تعزز الاستدلال والفهم الرياضي، لما لها من دور في مساعدة التلاميذ على شرح تفكيرهم، وتقديم مبررات أو إثبات، وبالتالي مساعدة التلاميذ على فهم المفهوم وإنشاء الاستدلال الخاص بهم.

اختبار صحة الفرض الثاني والإجابة عن السؤال الثاني من أسئلة البحث:

للإجابة عن السؤال الثاني من أسئلة البحث ونصه: ما أثر استخدام نموذج 4E ×2 في تدريس وحدة مقترحة في الحساب الذهني على تنمية مهارات الحساب الذهني لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية؟

ولاختبار صحة الفرض الثاني ونصه: لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في اختبار مهارات الحساب الذهني في التطبيق البعدي لصالح المجموعة التجريبية.

بعد التطبيق البعدي لاختبار مهارات الحساب الذهني على المجموعتين الضابطة والتجريبية، تم تصحيح الاختبار ورصد الدرجات، ومعالجة هذه البيانات إحصائيا باستخدام البرنامج الإحصائي SPSS، وحساب قيمة حجم الأثر (بمعامل إيتا^2). جدول (١١) يوضح النتائج.

جدول (١١): دلالة الفرق بين متوسطي درجات المجموعتين التجريبية والضابطة وحجم الأثر في التطبيق البعدي لاختبار مهارات الحساب الذهني.

مستويات الأسئلة	المجموعة التجريبية ن= ٣٢		المجموعة الضابطة ن= ٣٢		قيمة (ت)	الدلالة عند ٠.٠١	٢ η
	م١	ع١	م٢	ع٢			
الضرب	٨.٥	٠.٩٥	٤.٣	٠.٧٩	١٩	دال	١
القسمة	٨.١٢	١.٥١٩	٣	٠.٧٢	١٧.٣	دال	٠.٩٦
الاختبار ككل	١٦.٦٢	٢.٢٩٧	٧.٣	١.٣	٢٠	دال	١

يتضح من الجدول السابق أنه يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى (٠.٠١) لصالح المجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لاختبار الحساب الذهني، كما أن قيم معامل إيتا٢ أكبر من (٠.١٤) في كل من عمليتي الضرب والقسمة وفي الاختبار ككل، حيث بلغت قيمة معامل إيتا٢ (١) لعملية الضرب، (٠.٩٦) لعملية القسمة، (١) للاختبار ككل، مما يدل على وجود أثر كبير لاستخدام نموذج 4E ×2 في تنمية مهارات الحساب الذهني لتلاميذ المجموعة التجريبية مقارنة بتلاميذ المجموعة الضابطة. وبذلك يتم رفض الفرض الثاني من فروض البحث والقول بأنه يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة

الضابطة في مهارات الحساب الذهني في عمليتي الضرب والقسمة لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية.

تتفق هذه النتيجة مع نتائج بعض الدراسات التي استخدمت التعليم القائم على البحث والاستقصاء في تنمية مهارات الحساب الذهني لدى التلاميذ مثل (Baker & Baker, 1991; Jurat, 1992; Mcintosh et al., 1991)، كما تتفق هذه النتيجة مع نتائج بعض الدراسات (Marshall & Alston, 2014; Marshall et al., 2017) التي استخدمت نموذج 4E × 2 في تحسين أداء التلاميذ في مادة العلوم، وفي الدراسة الحالية أداء التلاميذ للحساب الذهني.

تفسر الباحثة الأثر الإيجابي لنموذج 4E × 2 في تدريس وحدة مقترحة في الحساب الذهني على تنمية مهارات الحساب الرياضي إلى ما يلي:

- أن نموذج 4E × 2 يقوم في الأساس على التعليم القائم على البحث والاستقصاء، فيكون التدريس على شكل أنشطة ومشكلات تزيد من تفاعل التلاميذ ومشاركتهم الفعالة في تعلمهم، ولا سيما في مرحلة الدمج حيث يبني المعلم على معرفة التلاميذ السابقة ويصحح مفاهيمهم الخاطئة، ومرحلة الاستكشاف حيث يقوم التلاميذ بجمع المعلومات والتفكير العميق للتوصل إلى الحل، ومرحلة الشرح والتفسير حيث يقوم التلاميذ بتفسير وتبرير حلهم، ومرحلة التوسع حيث يقوم التلاميذ بتطبيق ما تعلموه في مواقف جديدة، ذلك أدى إلى الفهم الدقيق لحقائق الأعداد الأساسية والعمليات الحسابية والعلاقات بين الأعداد، مما مكنهم من النجاح في الحساب الذهني والتمكن منه. هذا يتفق مع ما أكده (Heirdsfield & Cooper, 2004; Moyo & Samso, 2014; Varol & Farran, 2007) أن فهم التلاميذ لبنية الأرقام والعمليات الحسابية، وقدرتهم على استخدام الخصائص الرياضية واستخدام العلاقات بين الأرقام والعمليات هو شرط أساسي للتطوير الفعال للحساب الذهني.
- التوازن بين اتاحة الفرصة للتلاميذ للتفكير في الأعداد واستخدام استراتيجياتهم للحل بناء على معارفهم السابقة وتقييم استراتيجية تفكيرهم وبين تعليم المعلم الصريح للحساب الذهني لمساعدة الأطفال على تكوين روابط في تفكيرهم يمكن أن يكون له دور فعال في تنمية الحساب الذهني لدى التلاميذ. هذا يتفق مع تأكيد (Heirdsfield et al., 2007) على أهمية التوازن الدقيق بين التعليم الصريح للحساب الذهني و بين تشجيع الأطفال لتطوير الاستراتيجيات الخاصة بهم.

- دمج التقييم التكويني طوال مراحل البحث والاستقصاء ساعد المعلم على تشخيص صعوبات تعلم التلاميذ في الحساب الذهني في كل خطوة من خطوات الدرس واتخاذ الإجراءات الازمة لعلاج ذلك، بدلا من الانتظار لمساعدة التلاميذ المتعثرين حتى انتهاء الدرس أو الوحدة. هذا يتفق مع الدراسات السابقة (Black et al., 2004; Keeley et al., 2005; Marzano, 2006) التي أكدت على وجود تأثير إيجابي كبير للتقييم التكويني على أداء التلاميذ والذي ينتج عندما يصبح التقييم التكويني جزءًا لا يتجزأ من عملية التعليم والتعلم.
- كما أن دمج تأمل المعلم طوال عملية التعليم أتاح الفرصة للمعلم ليتأمل تدريسه والتعلم الذي حدث بشكل عميق ونقدي واتخاذ الإجراءات الازمة لتحسين ممارساته التدريسية، مما أدى إلى تحسن كفاءة المعلم وأداء التلاميذ. هذا يتفق مع الدراسات السابقة (Cavalluzzo, 2004; Goldhaber, 2004; Vandevoort et al., 2004) التي أكدت أن أداء التلاميذ يتحسن عندما يتأمل المعلمون في ممارستهم.
- كذلك تحسن مهارات الاستدلال الرياضي عند التلاميذ ساعد على تحسن الحساب الذهني لديهم، حيث وجد (Gürbüz & Erdem, 2016) علاقة إيجابية كبيرة بين الاستدلال الرياضي والحساب الذهني، فالطالب ذو المستوى العالي في الاستدلال الرياضي يكون لديه مستوى عال في الحساب الذهني.

اختبار صحة الفرض الثالث والإجابة عن السؤال الثالث من أسئلة البحث:

للإجابة عن السؤال الثالث من أسئلة البحث ونصه: ما أثر استخدام نموذج 4E× 2 في تدريس وحدة مقترحة في الحساب الذهني على تنمية الطلاقة الحسابية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية؟

ولاختبار صحة الفرض الثالث ونصه: لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في اختبار الطلاقة الحسابية في التطبيق البعدي لصالح المجموعة التجريبية.

بعد التطبيق البعدي لاختبار الطلاقة الحسابية على المجموعتين الضابطة والتجريبية، تم تصحيح الاختبار ورصد الدرجات، ثم تم معالجة هذه البيانات إحصائيا باستخدام البرنامج الإحصائي SPSS ، وحساب قيمة حجم الأثر (بمعامل إيتا^2). جدول (١٢) يوضح النتائج.

جدول (١٢): دلالة الفروق بين متوسطات المجموعتين التجريبية والضابطة وحجم الأثر في التطبيق البعدي للطلاقة الحسابية.

مستويات الأسئلة	المجموعة التجريبية ن= ٣٢		المجموعة الضابطة ن= ٣٢		قيمة (ت)	الدلالة عند ٠.٠١	η ٢
	م١	ع١	م٢	ع٢			
الضرب	٣.٧٨	٠.٨٩٧	٣.٧٨	٠.٩	٣.٥٢	دال	٠.١٩
القسمة	٣.٩٤	٠.٧٥٩	٢.٨١	٠.٦٤	٦.٣٩	دال	٠.٤٨
الاختبار ككل	٣.٩٤	٠.٧٦	٣.١٩	٠.٨٢	٣.٨	دال	٠.٢٦

يتضح من الجدول السابق أنه يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى (٠.٠١) لصالح المجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لاختبار الطلاقة الحسابية، كما أن قيم معامل إيتا٢ أكبر من (٠.١٤) في كل من عمليتي الضرب والقسمة وفي الاختبار ككل، حيث بلغت قيمة معامل إيتا^{٢} (٠.١٩) لعملية الضرب، (٠.٤٨) لعملية القسمة، (٠.٢٦) للاختبار ككل، مما يدل على وجود أثر كبير لاستخدام نموذج 2× 4E في تنمية الطلاقة الحسابية لتلاميذ المجموعة التجريبية مقارنة بتلاميذ المجموعة الضابطة. وبذلك يتم رفض الفرض الثالث من فروض البحث والقول بأنه توجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في اختبار الطلاقة الحسابية في عمليتي الضرب والقسمة لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية.

تتفق هذه النتيجة مع نتائج بعض الدراسات التي استخدمت استراتيجيات الحساب الذهني لتنمية الطلاقة الحسابية لدى التلاميذ مثل (بشاي، ٢٠١٦، السواط، ٢٠١٣، ، عويضة، ٢٠٠٩).

تفسر الباحثة الأثر الإيجابي لنموذج 2 × 4E في تدريس وحدة مقترحة في الحساب الذهني على تنمية الطلاقة الحسابية إلى:

- استخدام نموذج 2 × 4E بما يتضمنه من توظيف استراتيجيات الحساب الذهني بالوحدة المقترحة كان له دور فعال في مساعدة التلاميذ على فهم بنية الأرقام والقدرة على تحليل الأرقام، والقدرة على استخدام الخصائص والعلاقات الرياضية، مما أدى إلى تنمية الدقة والسرعة (الطلاقة الحسابية) لدى التلاميذ. يتفق هذا مع ما اكده (Fuson, 2003; Russell, 2000) أن فهم التلاميذ لمعنى الأعداد والعمليات عليها وعلاقة العمليات الحسابية ببعضها البعض ومعرفتهم بالعلاقات بين الأعداد والحقائق الأساسية أساسي لكي يصل الأطفال إلى مستوى الطلاقة الحسابية.

- اتاحة الفرصة للتلاميذ لممارسة استراتيجيات تفكير متنوعة أثناء حلهم للمسائل وتشجيعهم على الاستقصاء والاكتشاف وتهيئة الفرصة للتلاميذ لممارسة التدريب الذهني قد يكون له أثر على تحسين الطلاقة الحسابية لدى التلاميذ. يتفق هذا مع ما اكده (بشاي، ٢٠١٦؛ عويضة ،٢٠٠٩، السواط، ٢٠١٣) إتاحة الفرصة للتلاميذ لممارسة استراتيجيات تفكير متنوعة أثناء حلهم للمسائل الرياضية وخاصة تلك الأنشطة التي تحتاج الطلاقة في إجابتها يؤدى إلى تحسين الطلاقة الحسابية لديهم.
- قيام المعلم في مرحلة الدمج من التأكد من تمكن التلاميذ من ضرب الأعداد أحادية الرقم بطلاقة كذلك تمكنهم من جمع وطرح الأعداد متعددة الأرقام قبل التعامل مع ضرب وقسمة الأعداد متعددة الأرقام كان له أثر كبير على تحسين الطلاقة الحسابية في ضرب وقسمة الأعداد متعددة الأرقام لدى التلاميذ، حيث أكد (Lin & Kubina Jr., 2005) أن الطلاقة في ضرب الأعداد متعددة الأرقام يتطلب الطلاقة في ضرب الأعداد أحادية الرقم، كما أكد (Fuson, 2003) أن الطلاقة في ضرب وقسمة الاعداد متعددة الأرقام يتطلب الطلاقة في جمع وطرح الأعداد متعددة الأرقام.

توصيات البحث:

في ضوء النتائج، يوصي البحث بما يلي:

- تنمية مهارات الاستدلال الرياضي والطلاقة الحسابية من الأهداف الهامة التي لا يجب إغفالها في تعليم الرياضيات.
- تدريس الحساب الذهني في مراحل التعليم الأساسي.
- عقد دورات تدريبية لمعلمي الرياضيات حول استخدام نموذج 4E × 2 في الفصل الدراسي.
- بناء كتب الرياضيات المدرسية بالمرحلة الابتدائية في صورة أنشطة تعليمية توظف نموذج 4E × 2 واستراتيجيات الحساب الذهني.
- تعريف معلم الرياضيات في أثناء إعداده وتدريبه بنموذج 4E × 2 واستراتيجيات الحساب الذهني في تدريس العمليات الحسابية لتلاميذ المرحلة الابتدائية.
- عقد دورات تدريبية لمعلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية حول استخدام استراتيجيات الحساب الذهني في تدريس العمليات الحسابية لتلاميذ المرحلة الابتدائية.

- تشجيع معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية على إتاحة الفرصة لتلاميذهم لاستخدام الاستدلال الرياضي والحساب الذهني في إجراء العمليات الحسابية.

البحوث المقترحة:

في ضوء نتائج الدراسة الحالية، يقترح إجراء البحوث التالية:

- دراسة أثر استخدام نموذج 2 × 4E في تدريس الجمع والطرح الذهني لتنمية الأداء الحسابي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية.
- دراسة أثر استخدام نموذج 2 × 4E على تنمية التحصيل في الرياضيات في مراحل دراسية مختلفة.
- دراسة أثر استخدام نموذج 2 × 4E على تنمية الصور المختلفة للتفكير (التفكير الناقد، التفكير الإبداعي، التفكير الرياضي، ...).
- مقارنة أثر نموذج 2 × 4E ودورة التعلم الخماسية (5E) على تحصيل التلاميذ للرياضيات والاستدلال الرياضي لديهم.
- مقارنة أثر استراتيجيات الحساب الذهني المختلفة على تنمية القدرة على الحساب الذهني والطلاقة الحسابية.

المراجع:

بدر، بثينة بنت محمد بن محمود (٢٠١٠). فاعلية استخدام استراتيجية الإثراء الوسيلي في تدريس الرياضيات على تنمية مهارات التفكير الاستدلالي والتحصيل ودافعية الإنجاز الدراسي لدى طالبات المرحلة الإعدادية. *دراسات عربية في التربية وعلم النفس، السعودية*، ٤(٤)، ١١٧-١٥٦.

بدر، محمود إبراهيم محمد (٢٠٠٣). دراسة العلاقة بين الاستدلال المنطقي والتحصيل في الرياضيات لدى طلاب المرحلة المتوسطة والثانوية بالرياض. *التربية (جامعة الأزهر)، مصر*، ١١٧، ٢٩٥-٣٣٣.

البدري، سلامة بنت سعيد والسيد، رضا أبو علوان (٢٠١٧). فاعلية برنامج إثرائي مقترح قائم على حل المشكلات الرياضية وتكوينها في تنمية القدرة على الاستدلال وتكوين الحس الرياضي لدى الطلبة مرتفعي التحصيل بالصف العاشر الأساسي. *مجلة الدراسات التربوية والنفسية، سلطة عمان*، ١١ (٣)، ٦٤٥-٦٦٥.

بشاي، زكريا جابر حناوي (٢٠١٦). أثر استخدام استراتيجية محادثات الأعداد في تدريس وحدة مقترحة في الحساب الذهني على تنمية مهارات الطلاقة الحسابية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية. *مجلة تربويات الرياضيات، مصر*، ١٩ (١٣)، ٢٢٢-٢٦٢.

البلوشي، ريمة بنت سعيد بن علي (٢٠٠٣). *الحساب الذهني لدى تلميذات الصف الخامس الأساسي وعلاقته بالمهارات الأساسية*. رسالة ماجستير غير منشورة. سلطة عمان. جامعة السلطان قابوس. كلية التربية.

بيومي، ياسر عبد الرحيم والجندي، حسن عوض (٢٠١٧). فعالية استراتيجية عظم السمكة في تنمية التحصيل ومهارات التفكير الاستدلالي وحل المشكلات الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية. *مجلة تربويات الرياضيات، مصر*، ٢٠(٦)، ١١٠-١٧٠.

الحربي، حمدان والسبيعي، معيوف (٢٠١٣). علاقة الاستدلال الرياضي بالتحصيل في مادة الرياضيات والتفوق الأكاديمي. *عالم التربية، مصر*، ١٤(٤٤)، ٢١٥-٢٤٨.

السعدي، رفاه عزيز كريم والطائي، تغريد عبد الكاظم (٢٠١١). الصعوبات التي تواجه تلامذة المرحلة الابتدائية في الحساب الذهني من وجهة نظر معلميهم. *مجلة الفتح*، (٤٧)، ٢٣٥-٢٧٥.

سعود، أحمد جاسم ورجب، أماني على السيد وإسماعيل، عاصم السيد محمد (٢٠١٧). التدريس التبادلي وأهميته في تنمية التفكير الاستدلالي، مجلة القراءة والمعرفة، مصر، ١٨٩، ١٩٤ -٢٢٨.

سليمان، عبد الرحمن سيد والبيشي، ظافي علي سعيد ونافع، جمال محمد (٢٠١٣). أنشطة الحساب الذهني. *مجلة القراءة* والمعرفة، مصر، ١٢٥-١٤٠.

السواط، حاتم متعب عيضه (٢٠١٣). *فاعلية استخدام بعض استراتيجيات الحساب الذهني في تنمية الطلاقة الحسابية والتحصيل لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية*. رسالة ماجستير، جامعة الطائف، كلية التربية، السعودية.

الصيداوي، غسان رشيد (٢٠٠٨). *العلاقة بين الحس العددي والحساب الذهني في مادة الرياضيات لدى طلبة الصف الثالث المتوسط*. رسالة ماجستير غير منشورة. كلية التربية-ابن الهيثم، جامعة بغداد.

العجمي، أمل حسين (٢٠١٤). دراسة مستوى أداء تلاميذ الصف السادس في دولة الكويت في الحساب الذهني والاستراتيجيات التي يستخدمونها واتجاهاتهم نحو الحساب الذهني، *رسالة الخليج العربي، السعودية*، ٣٥(١٣٢)، ٢٠٣-٢١٨.

العطيفي، زينب محمود محمد كامل (٢٠١٦). فاعلية استخدام بعض استراتيجيات الحساب الذهني في التحصيل وتنمية الذكاء العددي لدى تلاميذ الصف الثالث الابتدائي. *المجلة الدولية للأبحاث التربوية، جامعة الامارات العربية المتحدة*، ٣٩، ٢٣٧- ٢٦١.

عويضة، السيد عبد العزيز محمد (٢٠٠٩). فاعلية استخدام بعض استراتيجيات الحساب الذهني في تنمية الطلاقة الحسابية لدى تلاميذ الصف الثاني الابتدائي. *مجلة تربويات الرياضيات، مصر*، (١٢)، ١٢٤-١٧٤.

غنية، هناء سمير عبد الهادي وآدم، مرفت محمد كمال محمد وأبو عميرة، محبات محمود حافظ

(٢٠١١). فعالية برنامج مقترح في ضوء التعليم البنائي في تنمية مهارات الحساب الذهني لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية. *مجلة البحث العلمي في التربية*، مصر، ١٢(٤)، ١٢٨١-١٣١٢.

كتانة، حنان عزيز سعيد والكيلاني، أحمد محي الدين (٢٠١٥). *أثر استخدام أسلوب الرياضيات الذهنية في تحسين مهارات الحساب الذهني والتحصيل في الرياضيات لدى طالبات الصف الثالث الأساسي في الأردن*. رسالة دكتوراه، جامعة العلوم الإسلامية العالمية، كلية الدراسات العليا، الاردن.

محمود، أشرف راشد (٢٠٠١). *أثر استخدام استراتيجية التدريس المعملي في تدريس هندسة المرحلة الابتدائية على التحصيل والتفكير الاستدلالي والاتجاه نحو الهندسة*. رسالة دكتوراه غير منشورة، كلية التربية، جامعة أسيوط.

موافي، سوسن محمد (٢٠٠٣). *فعالية استخدام برنامج الكورت في تدريس وحدة المنطق الرياضي على التحصيل والتفكير الاستدلالي لدى طالبات الصف الأول الثانوي بمدينة جدة*. المؤتمر العلمي الثالث: تعليم وتعلم الرياضيات وتنمية الإبداع، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، جامعة عين شمس.

Ayal, C., Kusuma, Y., Sabandar, J., & Dahlan, J. (2016). The enhancement of Mathematical reasoning ability of junior high school students by applying mind mapping strategy. *Journal of Education and Practice*, 7(25), 50-58.

Baker, A., & Baker, J. (1991). *Maths in the mind a process approach to mental strategies*. Victoria: Eleanor Curtain.

Ball, D., & Bass, H. (2003). Making Mathematics reasonable in school. In W. Kilpatrick (Ed.), *A research companion to principles and standards for school Mathematics* (pp. 27-44). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Benjamin, T. (2011). *The secrets of mental Math*. United States of America: The Teaching Company.

Black, P., Harrison, C., Lee, C., Marshall, B., & Wiliam, D. (2004). Working inside the black box: Assessment for learning in the classroom. *Phi Delta Kappan*, 86(1), 9–21.

Boesen, J., Lithner, J., & Palm, T. (2010). The relation between types of assessment tasks and the Mathematical reasoning students use. *Education Study Math*,75, 89–105.

Carpenter, T., Franke, M., Jacobs, V., Fennema, E., & Empson, S. (1998). A longitudinal study of invention and understanding in children's multidigit addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 3-20.

Cates, G., & Rhymer, K. (2003). Examining the relationship between Mathematics anxiety and Mathematics performance: An instructional hierarchy perspective. *Journal of Behavioral Education*, 12(1), 23–34.

Cavalluzzo, L. (2004). *Is national board certification an effective signal of teacher quality?*. Alexandria, VA: The CNA Corporation.

Cian, H., Marshall, J., & Qian, M. (2018). Inquiry classroom patterns of student cognitive engagement: An analysis using growth curve modeling. *Journal of Science Teacher Education*, 29(4), 326-346.

Coetzee, K., Lauf, L., Modau, S., Molefe, N., & O'Brien, R. (2010). *Teaching Mathematical reasoning in secondary school classrooms.* New York: Springer.

Fielding-Wells, J., Dole, S., & Makar, K. (2014). Inquiry pedagogy to promote emerging proportional reasoning in primary students. *Math Education Research Journal*, 26(1), 47-77.

Flenley, R., & Herringer, N. (2010). Multiplication and division. 3P Learning. Retrieved July, 2017, from http://west.cdn.mathletics.com/iwb/book/49/22801481.f_multiplication_teacher_aus_sep12.pdf

Fuson, K. (2003). Toward computational fluency in multi-digit multiplication and division. *Teaching Children Mathematics*, 9(6), 300 -305.

Galatea, C. (2014). Mental computation strategies by 5th graders according to object-spatial –verbal cognitive style. *Proceeding of International Conference On Research, Implementation And Education Of Mathematics And Sciences*. Yogyakarta State University.

Ghazali, M., Alias, R., Ariffin, N., & Ayub, A. (2010). Identification of students' intuitive mental computational strategies for 1, 2 and 3 digits addition and subtraction: Pedagogical and curricular implications. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia,* 33(1), 17-38.

Goldhaber, D. (2004). *Can teacher quality be effectively assessed?*. Seattle, WA: The Urban Institute.

Green, J. (2005). Improving mental computation skills. *Proceedings of the Twentieth Biennial Conference of The Australian Association of Mathematics Teachers* (pp. 139-145). The Australian Association of Mathematics Teachers Inc.

Gürbüz, R., & Erdem, E. (2016). Relationship between mental computation and mathematical reasoning. *Cogent Education*, 3, 1-18.

Heirdsfield, A., & Cooper, T. (2004). Factors affecting the process of proficient mental addition and subtraction: Case studies of flexible and inflexible computers. *Journal of Mathematical Behavior*, 23(4), 443-463.

Heirdsfield, A, Dole, S., & Beswick, K. (2007) Instruction to support mental computation development in young children of diverse ability. *Proceedings Australian Association for Research in Education Conference*. Adelaide, Australia.

Heirdsfield, A., & Lamb, J. (2005). Mental computation: The benefits of informed teacher instruction. *MERGA Conference. Building connections: Theory, research and practice.* Melbourne

Higdon, R. (2017). *Using reflective practice to facilitate conversations and transform instructional practice for middle school Science teachers*. Dissertation. Clemson University.

Johnson, M. & Lawson, A. (1998). What are the relative effects of reasoning ability and prior knowledge on Biology achievement in expository and inquiry classes? *Journal of Research in Science Teaching*, 35(1), 89-103.

Jurat, A. (1992). *Inquiry based mental Mathematics versus traditional on the performance and attitudes of year four children*. Retrieved July, 5th, 2018, from http://ro.ecu.edu.au/theses_hons/252

Keeley, P., Eberle, F., & Farrin, L. (2005). *Uncovering student ideas in science: 25 formative assessment probe*s. Arlington, VA: NSTA Press.

Kidman, G. (2017). Teacher roles during inquiry-based teaching in the early-years. *Conexão Ci. | Formiga/MG*, 12 (2), 329-334.

Kramarski, B., & Mevarech, Z. (2003). Enhancing Mathematical reasoning in the classroom: The effects of cooperative learning and metacognitive training. *American Educational Research Journal*, 40(1), 281–310.

Kurovski, G. (2010). *The Central executive of working memory and its inhibitory role in mental arithmetic division*. Dissertation. University of Bolton.

Lin, F. & Kubina Jr., R. (2005). A Preliminary investigation of the relationship between fluency and application for multiplication. *Journal of Behavioral Education*, 14(2), 73–87.

Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Education Study Math*, 67, 255–276.

Lucangeli, D., Tressoldi, P., Bendotti, M., Bonanomi, M., & Siegel, L. (2003). Effective strategies for mental and written arithmetic calculation from the third to the fifth grade. *Educational Psychology*, 23(5), 507-520.

Marshall, J. (2013). *Succeeding with inquiry in Science and Math classrooms*. USA: ASCD.

Marshall, J., & Alston, D. (2014). Effective, sustained inquiry-based instruction promotes higher Science proficiency among all groups: A 5-year analysis. *Journal of Science Teacher Education*, 25 (7), 807-821.

Marshall, J., Horton, B., & Smart, G. (2008). 4E × 2 instructional model: Uniting three learning constructs to improve praxis in Science and

Mathematics classrooms. *Science Teacher Education*, 20(6), 501–516.

Marshall, J., Smart, J., & Alston, D. (2017). Inquiry-based instruction: A possible solution to improving student learning of both science concepts and scientific practices. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(5), 777-796.

Marshall, J., Smart, J., & Horton, R. (2011). Tracking perceived and observed growth of inquiry practice: A formative plan to improve professional development experiences. *Science Educator*, 20(1), 12-22.

Marzano, R. J. (2006). *Classroom assessment and grading that work*. Alexandria, VA: ASCD.

Mathur, M., & Aarnav (2017). Demystification of Vedic multiplication algorithm. *American Journal of Computational Mathematics*, 7, 94-101.

Mcintosh, A. (2004). *Mental computation of school-aged students: Assessment, performance levels and common errors*. Retrieved July, 5th, 2018, from http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.523.134&rep=rep1&type=pdf

Mcintosh, A. (2005). *Mental computation: A strategies approach Module 4 two-digit whole numbers*. Retrieved July, 2017, from

http://amsi.org.au/wp-content/uploads/sites/15/2014/03/Module-4.pdf

Mcintosh, A J., De Nardi, E., & Swan, P. (1991). Mental arithmetic project school inservice pack. *Mathematics, Science and Technology Centre CMASTECl.* Edith Cowan University, Western Australia.

Moyo, K., & Samso, D. (2014). Exploring mental computation strategies. *Learning and Teaching Mathematics*, 17, 38-41.

Mueller, M. F., Yankelewitz, D., & Maher, C. (2010). A task that elicits reasoning: A dual analysis. *Journal of Mathematical Behavior*, 2929 (2), 76-85.

Mueller, M. F., Yankelewitz, D., & Maher, C. (2014). Teachers promoting student Mathematical reasoning. *Investigations in Mathematics Learning*. 7(2), 1-20.

Napitupulu, E. (2017). Analyzing the teaching and learning of Mathematical reasoning skills in secondary school. *Asian Social Science*, 13(12), 167-173.

Napitupulu, E., Suryadi, D., & Kusumah, Y. (2016). Cultivating upper secondary students' mathematical reasoning ability and attitude toward Mathematics through problem based learning. *Journal on Mathematics Education*, 7(2), 61-71.

Parcutilo, J., & Luna, C. (2016). The effects of training on computational fluency and working memory on students' Algebra. *American Journal of Educational Research*, 4(18), 1249-1256.

Ramos-Christian, V., Schleser, R., & Varn, M. (2008). Math fluency: Accuracy versus speed in preoperational and concrete operational first and second grade children. *Early Childhood Education Journal*, 35, 543–549.

Rhymer, K., Dittmer, K., Skinner, C., & Jackson, B. (2000). Effectiveness of a multi-component treatment for improving Mathematics fluency. *School Psychology Quarterly*, 15(1), 40-51.

Rogers, A. (2009). Mental computation in the primary classroom. *Proceedings of the Mathematical Association of Victoria 46th Annual Conference – Mathematics of Prime Importance*. Brunswick, Victoria.

Russell, S. (2000). Developing computational fluency with whole numbers in the elementary grades. *Teaching Children Mathematics*, 7(3), 154-158.

Sahin, A., & Kulm, G. (2008). Sixth grade mathematics teachers' intentions and use of probing, guiding, and factual questions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(3), 221-241

Singer-Dudek, J., & Greer, R.D. (2005). A long-term analysis of the relationship between fluency and the training and maintenance of complex math skills. *Psychological Record*, 55, 361–376.

Smith, C., Marchand-Martella, N., & Martella, R. (2011). Assessing the effects of the Rocket Math program with a primary elementary school student at risk for school failure: A case study. *Education and Treatment of Children*, 34(2), 1-12.

Tikhomirova, T., Misozhnikova, E., Malykhb, a., Gaydamashkoc, I., & Malykha, S. (2017). Mathematical fluency in high school students. *Psychology in Russia: State of the Art*, 10(1), 95-104.

Torbeyns, J., & Verschaffel, L. (2016). Mental computation or standard algorithm? Children's strategy choices on multi-digit subtractions. *European Journal of Psychology of Education,* 31(2), 99-116.

United Kingdom Department for Education (2010). *Teaching children to calculate mentally*. Manchester, UK: United Kingdom Department for Education.

Vandevoort, L. G., Amrein-Beardsley, A., & Berliner, D. C. (2004). National board certification teachers and their students' achievement. *Education Policy Analysis Archives*, 12(46), 1–117.

Varol, F., & Farran, D. (2007). Elementary school students mental computation proficiencies. *Early Childhood Education Journal*, 35(1), 89-94.

Vasilyeva, M., Laski, E., & Shen, C. (2015). Computational fluency and strategy choice predict individual and cross-national differences in complex arithmetic. *Developmental Psychology*, 51(10), 1489–1500.

Yumiati, & Noviyanti, M. (2017). Abilities of reasoning and Mathematics representation on guided inquiry learning. *Journal of Education and Learning,* 11 (3), 283-290