فاعلية استخدام مدخل حل المشكلات مفتوحة النهاية في تنمية مهارات التواصل الرياضي لدى طلاب المرحلة المتوسطة

د. أحمد بن سالم الثقفي
أستاذ المناهج وطرق تدريس الرياضيات المساعد
قسم المناهج وتكنولوجيا التعليم - كلية التربية – جامعة الطائف
المملكة العربية السعودية

فاعلية استخدام مدخل حل المشكلات مفتوحة النهاية في تنمية مهارات التواصل الرياضي لدى طلاب المرحلة المتوسطة

د. أحمد بن سالم الثقفي
أستاذ المناهج وطرق تدريس الرياضيات المساعد
قسم المناهج وتكنولوجيا التعليم ـ كلية التربية – جامعة الطائف
المملكة العربية السعودية

استهدف البحث الحالي تعرف فاعلية استخدام مدخل حل المشكلات مفتوحة النهاية في تنمية مهارات التواصل الرياضي لدى طلاب المرحلة المتوسطة، ولتحقيق هذا الهدف تم بناء اختبار في مهارات التواصل الرياضي، كما تم استخدام التصميم شبه التجريبي باختيار عينة من طلاب الصف الثاني الثانوي وتقسيمها عشوائياً إلى مجموعتين إحداهما تجريبية درست باستخدام مدخل حل المشكلات مفتوحة النهاية، والأخرى ضابطة درست نفس الموضوعات باستخدام الطريقة المعتادة، وقد توصلت الدراسة إلى تفوق التدريس بمدخل حل المشكلات مفتوحة النهاية في تنمية مهارات التواصل الرياضي مقارنة بالطريقة المعتادة في التدريس.

The Effectiveness of open ended approach on Developing Mathematical Communication Skills of Intermediate Stage Students

By
Dr. Ahmed Bin Salem Elthagfy
Assistance professor of Mathematics Education
Faculty of Education – Taif university- KSA

The problem of this research was: What is the effectiveness of proposed strategy based on problem solving approach in developing skills of mathematical Communication for intermediate level students? To achieve this goal the researcher developed mathematical communication skills test, quasi experimental design were used through: (experimental and control groups), the experimental group wast tough mathematics by open ended approach while the control group was tough the same topics by tradional method. The results of the study showed that teaching mathematics through open ended approach was better than the tradional methods in developing mathematical Communication skills for intermediate level students.

المقدمة والإحساس بالمشكلة:

للرياضيات لغة تحتوي على الكلمات والرموز الخاصة بها، فهي لغة رمزية صممت لعرض الأفكار وتبادلها، وتتشابه مع باقي اللغات العالمية في أن لها قواعدها، ومفرداتها، ومصلحاتها وقواعد تركيب الكلام وترتيب الكلمات، وقواعد بناء الجمل والفقرات، وتتضمن اختصارات ومترادفات، ومتضادات، وتتميز بأن لها ملامح لُغوية تنفرد بها عن غيرها من اللغات؛ وتتمثل في بناء النظريات واستخدام الحرف كرمز متغير وثابت.

كما أن من أهم وظائف لغة الرياضيات هو التواصل من خلالها وهو ما يُعرف بالتواصل الرياضي Mathematical Communicate أي التواصل بلغة الرياضيات، حيث يكون موضوع التواصل إما رياضياً مباشراً عندما يتم - بلغة الرياضيات - حول موضوع فيها أو غير مباشر حينما نتواصل بلغة الرياضيات حول مجالات أخرى، مثل الهندسة والتجارة والاقتصاد مستخدمين في ذلك بعض مفردات لغة الرياضيات من أعداد ومتوسطات ونسب مئوية وغيرها.

فعملية التواصل تساعد على نحو بارز في بناء المعنى Meaning المطلوب للرياضيات، فعندما يتم تحدي قدرات الطلاب للتفكير والاستدلال العقلي، ثم توصيل أفكارهم الرياضية للآخرين - سواء بطريقة شفهية، أو مكتوبة- فإنهم بذلك يتعلمون كيفية التحلي بالوضوح، والإقناع؛ الأمر الذي ينعكس بالتالي في نمو فهمهم المفاهيمي الحقيقي. كما يتيح الاستماع إلى شروح، وتفسيرات الآخرين الفرصة أمام الطلاب لتوضيح فهمهم الذاتي، وتعزيز وترسيخ أفكارهم الرياضية (NCTM, 2000).

فقد اعتبر "رافيتش" (Ravitch, 2009)، و"المجلس الوطني الأمريكي للبحوث" (NRC, 2010)، و"سافيدرا وأوبفير" (Saavedra & Opfer, 2012) التواصل الرياضي واحداً من أهم الكفايات الرياضية الأساسية المطلوب صقلها لدى كافة الطلاب جميعاً دون استثناء كإحدى مهارات القرن الحادي والعشرين 21st Century Skills.

وبالإضافة إلى ما سبق؛ فإن القدرة على التواصل ترتبط ارتباطاً وثيقاً بالقدرة على التحصيل؛ حيث أوضحت عدة دراسات سابقة كدراسة (Lim&David,2007), ودراسة (Lexi&Kearney,2009)، ودراسة

(Greer,2010)، أنه كلما تمكن الطلبة من استخدام مهارات التواصل الرياضي وأنماطه زاد تحصيلهم الرياضي.

ويشير عبد الحافظ (٢٠١١) إلى إن التواصل الرياضي يتضمن قدرة الطالب على القراءة والكتابة والاستماع والتحدث والتمثيل حول الأفكار والعلاقات الرياضية، والتي يدرك من خلالها أهمية الرياضيات في خدمة العلوم الأخرى, مستخدماً في ذلك لغة الرياضيات المقروءة والمكتوبة.

ومن هنا كان من أهم الأهداف في مجال تعليم الرياضيات، تنمية القوة الرياضية Mathematical Power، والتي تتضمن الثقة بالنفس تجاه الرياضيات، والقدرة على حل المشكلات، والقدرة على الاستدلال والتواصل الرياضي مع الآخرين حول الأفكار والحلول (NCTM ,1989).

ومن خلال ما سبق تتضح أهمية التواصل الرياضي، والدور الذي يؤديه في تعليم الرياضيات، والعلاقة التبادلية بينهما، كما يتضح أن التواصل الرياضي يتمثل في قدرة الطالب على القراءة والكتابة والاستماع والتحدث والتمثيل حول الأفكار والعلاقات الرياضية، والتي يدرك من خلالها أهمية الرياضيات في خدمة العلوم الأخرى، مستخدماً في ذلك لغة الرياضيات المقروءة والمكتوبة؛ فإن ذلك يعد تحقيقا لهدف من الأهداف الرئيسية لتعليم الرياضيات.

ونظراً لأهمية التواصل الرياضي وسعياً وراء تنميته لدى الطلاب أجريت العديد من البحوث والدراسات التي استخدمت العديد من الأنشطة والاستراتيجيات المختلفة لتنمية مهارات التواصل الرياضي, كدراسة (منصور، ٢٠٠٥م) التي استخدمت دورة التعلم في تنمية التفكير الهندسي والتواصل الرياضي, في حين هدفت دراسة (مراد و الوكيل، ٢٠٠٦) إلى تحديد مدى فاعلية برنامج مقترح في الرياضيات قائم على الأنشطة التعليمية في تنمية مهارات التواصل والتفكير الرياضي، وأيضاً استخدمت دراسة (البركاتي، ٢٠٠٨) استراتيجيات الذكاءات المتعددة والقبعات الست، واستراتيجية K.W.L, في التحصيل والتواصل والترابط الرياضي، وكذلك هدفت دراسة (عبدالفتاح، ٢٠٠٨م) إلى تعرف اثر استخدام استراتيجية (فكر- زاوج - شارك) في تدريس الرياضيات على تنمية التواصل والإبداع الرياضي، وكذلك هدفت دراسة (التخاينة، ٢٠١١م) إلى تقصي فعالية استراتيجية تدريسية قائمة على أبعاد التعلم. وقد أظهرت نتائج الدراسات

السابقة فاعلية الاستراتيجيات والبرامج المستخدمة بها في تنمية مهارات التواصل الرياضي.

وبالنظر إلى الدراسات السابقة تتضح أهمية العناية بتنمية مهارات التواصل الرياضي، لما له من دور في إتقان مادة الرياضيات. ولكن على الرغم من هذه الأهمية، ومن اهتمام الباحثين بتنمية التواصل الرياضي؛ فإن الواقع الحالي لتدريس الرياضيات يشير إلى ضعف الطلاب والطالبات في مراحل التعليم المختلفة في التواصل الرياضي، وأن لدى معظمهم تدنيًا أو صعوبة في القدرة على استخدام مهارات التواصل الرياضي.

فقد أظهرت نتائج عدة دراسات ضعف وتدني مهارات التواصل الرياضي في مادة الرياضيات لدى الطلاب والطالبات في المراحل الدراسية المختلفة، ومن ذلك دراسة حمادة (٢٠٠٧م) التي توصلت إلى أن ٥٧ % من مهارات التواصل الرياضي التي استهدفتها الدراسة لدى طلاب المرحلة الإعدادية حققت مستوى اقل من ٥٠ %، و كذلك أشارت دراسة البركاتي (٢٠٠٨م) إلى وجود ضعف في مهارات التواصل الرياضي لدى طلاب المرحلة الإعدادية بمدينة مكة المكرمة، في حين ذكر عفيفي (٢٠٠٨م) أن هناك الكثير من الطلاب يعانون من ضعف في مقدرتهم على التعبير عن أفكارهم الرياضية شفهياً أو كتابياً رغم صحة تلك الأفكار، وأظهرت نتائج دراسة الزراخي (٢٠٠٩م) ضعف في مستوى الطلاب في التواصل الرياضي.

وإضافة إلى ما سبق فقد لاحظ الباحث - من واقع الخبرة الميدانية كمعلم - أن هناك تدنيًا في مهارات التواصل الرياضي لدى طلاب المرحلة المتوسطة، بالإضافة إلى أن مهارات التواصل الرياضي لا يُهتم بها في حصص الرياضيات.

وفي ضوء ما تم عرضه اتضح عدم الاهتمام بتنمية مهارات التواصل الرياضي وضعف في القدرة على قراءة وكتابة واستماع وتمثيل الرياضيات لدى طلاب المرحلة المتوسطة وبالتالي فإن الأمر يدعو إلى إجراء المزيد من البحوث العلمية التي تستخدم طرائق تدريسية حديثة تعزز دور الطالب في التعلم وتسهم في تنمية مهارات التواصل الرياضي لدى الطلاب.

بناءً على ماسبق، فقد أوصت الدراسات التي سبق عرضها بضرورة المزيد من البحث لتجريب استراتيجيات ومداخل حديثة لتنمية التواصل الرياضي

لدى الطلاب في المراحل التعليمية المختلفة. وفي هذا الإطار يشير كل من (السواعي، ٢٠٠٤م، ص٣)، و(محمد، ٢٠٠٥م، ص١٤١) إلى أهمية اختيار مداخل واستراتيجيات تدريس تحتوي مهمات تنمي فهم الطلاب للمفاهيم والعمليات؛ بما يمكنهم من حل المشكلات وينمي مهارات التواصل الرياضي، ويدربهم على استخدام الأسلوب السليم في التفكير.

ولعل من أبرز مداخل واستراتيجيات التدريس التي ظهرت هي الاستراتيجيات القائمة على مدخل حل المشكلات. ومن هذا المنطلق نادت الوثيقة الشهيرة "مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية" الصادرة مؤخراً عن "المجلس الوطني الأمريكي لمعلمي الرياضيات" (NCTM, 2000) بأن هناك بالفعل حاجة ماسة إلى الاستعانة بالمداخل، والاستراتيجيات المختلفة لحل المشكلات كـ "أداة تدريسية" Teaching Tool حيث وصفت التدريس القائم على حل المشكلات كموقف تدريسي فعال يعتمد على استخدام مشكلات مشوقة، ومختارة بعناية بهدف جذب انتباه الطلاب، وإشراكهم في تعلم دروس الرياضيات.

وبهذه الطريقة؛ يصبح بمقدورهم تكوين أفكار، واستخدام أدوات، وبناء علاقات رياضية جديدة تتحول بمرور الوقت لتصبح محور التركيز الرئيسي للحوارات، والمناقشات الصفية التي يشارك فيها الطلاب.

وبشكل عام يتضمن مدخل حل المشكلات سلسلة من الخطوات منها: (إثارة المشكلة، وتحديد المشكلة، وافتراض الفروض، واختبار الفروض، والوصول إلى النتيجة) وهذه الخطوات تساعد المتعلمين في البحث والتنقيب والكشف والتجريب، وتشجعهم على إيجاد الأشياء بأنفسهم متبعين وسائل متنوعة منها توجيه الأسئلة والملاحظة والقراءة والتفكير الدقيق والتجريب، ومن فوائده الأخرى تدريب المتعلمين على معالجة المشكلات التي تواجههم في دراستهم وفي الحياة اليومية بأسلوب علمي (المقرم، ٢٠٠١م، ص١).

ويحدث التعلم على نحوٍ أفضل عندما يتعامل الطلاب مع مشكلات حياتية واقعية، إذ تزداد دافعيتهم للتعلم من خلال محاولاتهم إيجاد حل لهذه المشكلات، وهذا ما أشارت إليه نظريات التعلم إذ توصلت إلى أن التعلم الجيد يبرز في صورة حل المشكلات التي تواجه المتعلم سواء كان ذلك في الموقف المدرسي أو في المواقف الحياتية (عواد و عبد الله، ١٩٩٥م، ص٣٣).

ويذكر تاكهاشي (Takahashi , Akihiko, 2001: 8) مميزات حل المشكلات مفتوحة النهاية وهي:

١. يشارك الطلاب بإيجابية أكثر كما يزيد تعبيرهم عن أفكارهم، وتتسم البيئة الصفية بالحرية حيث تتيح للطلاب فرصة التعبير عن حلولهم الفردية Own unique answer كما يهتمون بحلول زملائهم، ومقارنتها ومناقشة هذه الحلول معاً مما يجعل الطلاب مشاركين نشطين في عملية التعليم والتعلم.
٢. تزيد فرصة الطلاب لتعميق فهمهم للمعلومات والمهارات الرياضية، حيث أن إعطاء عدة حلول مختلفة أو الوصول إلى الحل بأكثر من طريقة صحيحة يستلزم ذلك إجراءات رياضية تعتمد على معلومات وقوانين.
٣. يستجيب كل طالب بطريقته الخاصة: وذلك مما يؤدي إلى علاج مشكلة الفروق الفردية بين الطلاب.
٤. تزود الطلبة بخبرة استدلالية Reasoning Experience: وذلك من خلال المقارنة والمناقشة الصفية لإظهار صحة حلولهم مما ينمي تفكيرهم الرياضي.
٥. تزود الطلاب بخبرات غنية ليسعد بالاكتشاف كما يتلقى تشجيعاً أو استحساناً من زملائهم.

وبمراجعة الباحث للأدبيات التي تناولت أهمية مدخل حل المشكلات مفتوحة النهاية في تعليم الرياضيات والتي يمكن تلخيصها في النقاط التالية:

١- يساعد مدخل حل المشكلات مفتوحة النهاية على تنمية التفكير التباعدي والحلول المتعددة و على تنمية القدرة الابتكاريه في الرياضيات وهذا ما أكدته دراسة كوين وآخرون (Kwon, et. al. , 2006).
٢- أظهرت معظم الدراسات أهمية استخدام الأسئلة والمشكلات مفتوحة النهاية على التحصيل والتفكير في المراحل المختلفة. وأكدته دراسة كيا وموير (Cai & Moyer , 1995) حيث أكدت على أهمية استخدامها خاصةً في مرحلة التعليم المتوسط.

٣- تنمي المشكلات مفتوحة النهاية مهارات التفكير الناقد ومهارات العمل الجماعي ومهارات حل المشكلات العلمية. وهذا ما أكدته دراسة مانرشيا (Manerchia , 1996).

٤- يكتسب المعلم فعلاً المعلومات بشكلها الكبير من خلال فحص استجابات الطلاب على مهام الرياضيات مفتوحة النهاية، وعلى وجه الخصوص عمليات الطلاب (اكتسابهم) وبالتالي يتحسن في إعداده لهذه المهام. وهذا ما أكدته دراسة موسكال (Moskal , 1997).

٥- تزود المشكلات مفتوحة النهاية الطالب بالفرص الكافية لبناء مهارات التخمين والتقدير والمهارات العليا في التفكير ومشاركة أكثر ومهمات أكثر تحدياً لتفكيره. وأكد ذلك دراسة جاريت (Jarrett , 2000).

٦- تدريس المشكلات مفتوحة النهاية بجانب المحتوى الدراسي يمكن أن يكسب الطلاب العديد من المهارات منها: مهارات التفكير الناقد – مهارات التفكير الإبداعي ومهارة إدارة الوقت أثناء حل المشكلات. وهذا ما أكدته دراسة لايف (Leaf , 2000).

٧- تزود المشكلات مفتوحة النهاية التلاميذ بالمفاهيم والمهارات والعلاقات داخل المحتوى الدراسي بالمرحلة الابتدائية.وتأكد ذلك من خلال دراسة فيلدمان (Feldman , 2001).

٨- تنمي قدرة التلاميذ على التحصيل والتفكير الابتكاري والاتجاه نحو الرياضيات. وهذا ما أكدته دراسة (محمد العرابي، ٢٠٠٢)، (عطيات ابراهيم، ٢٠٠٨).

٩- تتيح للتلاميذ الفرص للتخيل والابداع، وتطور لديهم التفكير الاستدلالي ومهارت الاتصال، وتهيئ الفرص للتلاميذ لاقتراح الحلول واتخاذ القرار. (Yee , 2002).

١٠- تسمح الأسئلة مفتوحة النهاية للطلاب بإظهار فهمهم بطرق مختلفة وتعزز فهمهم وتحول المفاهيم إلى مهارات. وهذا ما أكدته دراسة

جنفا و آخرون (Cia , Jinfa et al, 1997)، دوافرتي وآخرون (Dougherty et al. , 2003)، هينو (Hino ،2007).

١١- للمشكلات مفتوحة النهاية دور كبير مهم وواضح في تنمية التفكير. وهذا ما أكدته دراسة كوبير (Cooper , 2003).

١٢- يساعد استخدام مدخل حل المشكلة مفتوحة النهاية على تنمية مهارات التفكير الاستدلالي لدى الطلاب. وهذا ما أكدته دراسة كل من (Yee , 2002)، (منير صادق، ٢٠٠).

١٣- يساعد أيضاً على تنمية وتنشيط مهارات التفكير الناقد المختلفة (معرفة الافتراضات – التفسير – تقويم المناقشات – الاستنباط – الاستنتاج) وهذا ما أكدته دراسة كل من (Leaf , 2000)، (Jarret , 2000)، (منير صادق، ٢٠٠٤).

١٤- استخدام حل المشكلات مفتوحة النهاية وتدريب الطلاب عليها، يساعد الطلاب على ممارسة العديد من المهارات العلمية ومهارات التفكير والبحث والاستقصاء والتفكير المتشعب، وبالتالي القدرة على حل المشكلات العلمية والحياتية وبنجاح واقتدار، وذلك من خلال العمل الجماعي والفردي في غرفة الدراسة بتوجيه من المعلم. (منير صادق، ٢٠٠٤).

١٥- تساهم مواقف حل المشكلات المفتوحة النهاية في تطوير الاستكشافات الرياضية. وهذا ما أكدته دراسة سيفارلي وكيا (Cifarelli & Cai, 2005) حيث هدفت الدراسة إلى التركيز على نشاط حل الذين يقومون بحل المشكلات، ومن ثم الوصول إلى تفسير نظري للعمليات الفردية المستقلة الموجودة في هذه الدراسة.

١٦- إن اختيار المشكلات الصعبة أو المعقدة (التي تتحدى تفكير الطلاب) تيسر وتسهل تعلم الطالب للرياضيات بمفهوم حديث لمهمة صعبة، ومن ثم فاستخدام المشكلات مفتوحة النهاية لدى الطلاب المعلمين لمادة الرياضيات تمكنهم من معرفة الخصائص

الممكنة للحل. كما أنها تساعد الطلاب على تنمية إحساسه باختيار أفضل الاستراتيجيات التي يمكن تطبيقها وبذلك تحسن من فهمهم لمادة الرياضيات. وهذا ما أكدته دراسة زيبق وشميزو (Zbiek & Shimizu , 2005).

١٧- تنمي قدرة الطلاب في العمليات المعرفية العليا وتدفعهم للإنجاز. وهذا ما أكدته دراسة (إبراهيم محمد، و ياسر عبده، ٢٠٠٧)

١٨- تساعد على إكساب التلاميذ المهارات المعرفية وما وراء المعرفية لحل المشكلة . وأكد ذلك دراسة (فتيحة بطيخ، ٢٠٠٧)

١٩- تنمي قدرة التلاميذ على التحصيل والإبداع الرياضي. وتأكد ذلك من دراسة (سامية السيد، ٢٠٠٩)

كما أضافت (سامية السيد، ٢٠٠٩: ٦٢) بعض النقاط لأهمية استخدام إستراتيجية حل المشكلات مفتوحة النهاية:

١- تعمل على خلق مناخ مناسب للتعلم يسوده الألفة والمحبة والتعاون، وذلك من خلال المناقشة والتحاور وعرض الحلول المختلفة أثناء مراحل الاستراتيجية.

٢- تسهم في تنمية التواصل الرياضي بين التلاميذ، حيث أن من أهم مهارات التواصل الرياضي (الاستماع، التحدث، الكتابة) ومعظم هذه المهارت يتم تنميتها من خلال الاستراتيجية المستخدمة.

٣- تقلل من العبء الواقع على المعلم وتتيح له الفرصة لملاحظة ومراقبة ومتابعة التلاميذ أثناء قيامهم بالعمل، والرد على استفساراتهم وأسئلتهم ومتابعتها. بالإضافة إلى أنها توفر وقت وجهد المعلم للقيام بالمهام الأخرى الموكلة إليه.

ويشير "فيشر" (Fisher, 1990) إلى أن استخدام مدخل حل المشكلات يتمتع بالعديد من الفوائد الإيجابية في تعلم الرياضيات، من قبيل ما يلي:

- تمكين الطلاب من تحمل المسئولية عن تعلمهم الذاتي.

- توجيه الطلاب نحو البحث عن المعلومات المطلوبة، والاستقصاء، والاكتشاف.
- الارتقاء باهتمامات، ودافعية الطلاب لتعلم الرياضيات.
- تشجيع الطلاب على اكتساب خبرات تعلم دائمة في مادة الرياضيات.
- تشجيع الطلاب على التفاعل معاً، والدخول في حوارات ومناقشات تفاعلية، والمشاركة في تبادل الأفكار مع أقرانهم الآخرين.

ويضيف "إريكسون" (Erickson, 1999) بأن تدريس الرياضيات بالاستعانة بمدخل حل المشكلات يساعد الطلاب في تنمية مهارات التواصل، والتواصل الرياضي. ويعود السبب في ذلك إلى أن مدخل حل المشكلات يمنح الطلاب المزيد من الحرية للتعامل مع المشكلة المطلوب حلها من منظور مختلف، ومحاولة فهمها وتحليلها منطقياً. ومن هنا؛ يساهم التدريس القائم على حل المشكلات في السماح للطلاب بـ "البحث والاستقصاء، والاكتشاف، والبحث عن الحلول المنطقية، والتواصل مع الآخرين لحل مواقف الغموض والإبهام التي تميز عادةً المشكلات الرياضية.

في ضوء ما سبق تتضح أهمية استخدام مدخل التدريس القائم على حل المشكلات مفتوحة النهاية في تدريس الرياضيات، وتنمية مهارات التفكير؛ حيث توفر لمعلمي الرياضيات فرصة استثارة الطلبة من أجل التفكير بطريقة منتجة مبدعة، تحفزهم على استخدام قدراتهم الذهنية العالية، فيستطيعون –من خلالها- تصنيف المعلومات والمفاهيم الرياضية وتحليلها والموازنة بينها والارتقاء بتفكيرهم.

ويدعم أهمية استخدام مدخل حل المشكلات في تعليم الرياضيات، ما أكدته نتائج عدة دراسات منها دراسة (تيسير الخطيب، ٢٠٠٦) حيث أظهرت فاعلية طريقة التدريس المستندة إلى النموذج الاستقصائي وحل المشكلات في التحصيل وتنمية مهارات البرهان الرياضي لدى طلبة المرحلة الأساسية العليا، ودراسة (صالح، و محمد، ٢٠٠٦م)، حيث أظهرت فاعلية المدخل القائم على حل المشكلات في تنمية التحصيل في الرياضيات والدافع للإنجاز لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية متباينيِ المستويات التحصيلية, كما توصلت دراسة (القيسي، ٢٠٠٧م) إلى أن استراتيجية حل المشكلات تنقل الطالب من النمط التقليدي الذي يكون فيه مجيبًا عن أسئلة المدرس إلى نمط جديد مبني

على التساؤل؛ الأمر الذي وضعه أمام تحدٍ علمي مكنه من التجاوب مع هذا الأسلوب، كي يبرهن قدرته ويؤكد ذاتيته، ويُثبت إمكانياته في حل المسائل الرياضية، وأظهرت دراسة (السريحين، ٢٠٠٧) فاعلية استراتيجية حل المشكلات في معالجة المسألة الجبرية على تحصيل طلبة الصف السابع الأساسي, كما توصلت دراسة رزق (٢٠٠٨) إلى فاعلية نموذج التعلم القائم على المشكلة في برمجية تعليمية في وحدة المجموعات على تنمية التحصيل, فيما أثبتت دراسة "بيرفين" (Perveen, 2010) فاعلية استخدام مدخل تدريس استراتيجيات حل المشكلات وفقاً لنموذج "بوليا" (Polya, 1945) في رفع مستويات النجاح الدراسي لطلاب الصف العاشر بمرحلة المدارس العليا من التعليم.

من العرض السابق للدراسات السابقة يتضح الدور الذي يمكن أن تسهم به الإستراتيجية القائمة على مدخل حل المشكلات في تنمية أنواع مختلفة من التفكير المرتبط بالرياضيات؛ حيث تتطلب مواقف حل المشكلات من الطلاب الربط بين معرفتهم الرياضية والمفاهيم والإجراءات والاستدلال، ومهارات إعادة التمثيل لمواجهة مواقف جديدة؛ مما يشجع الطلاب على التأمل والتفكير وابتكار عدة طرق للوصول للحل، أو الحصول على حلول متعددة للمشكلة الواحدة؛ والقدرة على اتخاذ القرارات بصورة أفضل، مما ينعكس على فاعلية تفكيرهم وقدرتهم على حل المشكلات التي تواجههم في حياتهم اليومية.

وانطلاقاً من أهمية تنمية مهارات التواصل الرياضي في تعليم الرياضيات، ومن ضعف طلاب المرحلة المتوسطة في التواصل الرياضي، ومن أهمية الاستراتيجيات القائمة على حل المشكلات في تنمية مهارات التفكير بأنواعه المختلفة؛ هدفت الدراسة الحالية إلى تعرف فاعلية استراتيجيه مقترحة قائمة على مدخل حل المشكلات في تنمية مهارات التواصل الرياضي لدى طلاب المرحلة المتوسطة.

مشكلة البحث وتساؤلاته:

في ضوء ما تقدم تحددت مشكلة البحث فى تدني مستوي التحصيل ووجود قصور في مهارات التواصل الرياضي لدى طلاب المرحلة المتوسطة وعدم الاهتمام بها وبالتالي فإنه أمكن التعبير عن مشكلة البحث في السؤال الرئيس التالي:

ما فاعلية مدخل حل المشكلات مفتوحة النهاية في تنمية مهارات التواصل الرياضي لدى طلاب المرحلة المتوسطة ؟

فروض البحث: سعى البحث الحالي الى اختبار الفرضين التاليين؟

١- لا يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار مهارات التواصل الرياضي.
٢- لا يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار مهارات التواصل الرياضي.

أهداف البحث:

هدف البحث الحالي إلى تعرف فاعلية مدخل حل المشكلات مفتوحة النهاية في تنمية مهارات التواصل الرياضي لدى طلاب المرحلة المتوسطة.

ويتفرع من هذا الهدف الرئيس الأهداف التالية:

١- تعرف مهارات التواصل الرياضي اللازمة لطلاب الصف الثالث المتوسط.
٢- تعرف فاعلية مدخل حل المشكلات مفتوحة النهاية في تنمية مهارات التواصل الرياضي لدى طلاب المرحلة المتوسطة.

أهمية البحث: استمد البحث الحالي أهميته فيما يلي:

١- قد يساعد البحث الحالي مخططي المناهج؛ حيث يقدم قائمة بمهارات التواصل الرياضي لطلاب المرحلة المتوسطة، ودليلاً لتدريس الرياضيات باستخدام مدخل حل المشكلات، يمكن الإفادة منهما في تطوير تعليم الرياضيات بالمرحلة المتوسطة التواصل الرياضي.
٢- قد يساعد البحث الحالي معلمي ومعلمات الرياضيات، حيث يقدم البحث الحالي اختبارًا في التواصل الرياضي لطلاب المرحلة المتوسطة، يمكن الإفادة منه في الوقوف على مستوى هؤلاء الطلاب في مهارات التواصل الرياضي، ودعم جوانب القوة وعلاج جوانب الضعف، كما يقدم البحث دليلا لتدريس الرياضيات باستخدام مدخل

حل المشكلات، يمكن الإفادة منه في كيفية تدريس الرياضيات باستراتيجية قائمة على مدخل حل المشكلات، لتنمية مهارات التفكير المختلفة وبخاصة مهارات التفكير الرياضي.

٣- قد يساعد البحث الحالي طلاب المرحلة المتوسطة؛ حيث يسهم في تنمية مهارة التواصل الرياضي لديهم؛ مما يساعدهم في إتقان تعلم الرياضيات والتغلب على نواحي الضعف في تحصيله.

٤- قد يساعد البحث الحالي الباحثين في مجال تعليم الرياضيات؛ حيث يقدم البحث مجموعة من التوصيات والمقترحات بإجراء دراسات أخرى في مجال التواصل الرياضي وحل المشكلات؛ مما يسهم في تطوير تعليم الرياضيات في المراحل التعليمية المختلفة.

حدود البحث: اقتصر البحث الحالي على ما يأتي:

١- عينة عشوائية من طلاب الصف الثاني المتوسط.

٢- اقتصرت مهارات التواصل الرياضي على تلك المهارات التي حددها المجلس القومي لمعلمي الرياضيات NCTM والمتمثلة في: تنظيم التفكير الرياضي، وتمثيل المواقف والعلاقات الرياضية بصور مختلفة، نقل العبارات الرياضية بشكل مترابط وواضح للآخرين، تحليل وتقويم الحلول والمناقشات الرياضية المقدمة من قبل الآخرين، استخدام اللغة الرياضية للوصف والتعبير عن الأفكار الرياضية بوضوح.

٣- وحدة " التناسب والتشابه " المقررة على طلاب الصف الثاني المتوسط (١٤٣٤ / ١٤٣٥) الفصل الأول، لما تتضمنه من مفاهيم وتعميمات رياضية لها أهميتها في مهارات التواصل الرياضي.

٤- تقتصر مهارات التواصل الرياضي على (الاستنتاج – الاستقراء – الاستنباط) من إعداد الباحث

مصطلحات البحث: يحدد البحث الحالي المصطلحات الآتية:

التواصل الرياضي Mathematical Communicate

عرف المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM , 1989 ,214) التواصل الرياضي على أنه قدرة الفرد على استخدام مفردات ورموز رياضية وبنيتها في التعبير عن الأفكار والعلاقات بينها وفهمها.

ويعرف التواصل الرياضي إجرائياً في هذا البحث على أنه قدرة الطالب على استخدام المعرفة الرياضية في حل المشكلات، والقدرة على جمع البيانات والمعلومات مع إدراك البيانات المهمة والمرتبطة بالحل، بالإضافة إلى صياغة مشكلات رياضية في ضوء مجموعة من المعطيات مع عرض ومناقشة طرائق حلها وكتابة تقارير عن الإجراءات ونتائج المناقشات الرياضية وكذلك نتائج العمل.

استراتيجيات حل المشكلات: Problem Solving Strategies

يشير (إبراهيم، ٢٠٠٤م، ص٣١٣) إلى أن المشكلة بأنها: "موقف يواجه الفرد (أو مجموعة من الأفراد) ويحتاج إلى حل، حيث لا يرى الفرد طريقاً واضحاً أو ظاهراً، للتوصل إلى الحل المنشود".

أي أنَّ المشكلة تتحدد في أنَّها كل صعوبة تعوق الفرد من بلوغ هدف يريد تحقيقه، أي أنها حيرة تضع الطالب في موقف تساؤل، حول القيام بعمل ما من عدمه أو الشك في قضية ما يجهلها وتتطلب منه حلاً مقبولاً كما يلاحظ أن المشكلات متنوعة في درجة صعوبتها.

وفي مجال تعلم الرياضيات تعرف المشكلة الرياضية بأنها: "كل موقف رياضي يتعرض له المتعلم، ولا يستطيع الوصول إلى حل لهذا الموقف، فيقوم ببعض المحاولات؛ من أجل الوصول إلى الحل المناسب". (سامية السيد، ٢٠٠٩: ٤٥)

كما زودنا "المجلس الوطني الأمريكي لمعلمي الرياضيات" National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) بتعريف لمصطلح حل المشكلات وهو: "المشاركة في أداء مهام لا يعرف الطلاب مسبقاً طريقة الحل. ولكي يتمكن الطلاب من الوصول إلى الحلول المطلوبة؛ يجب عليهم أولاً الاعتماد على معرفتهم على نحو يمكنهم غالباً من تكوين مفاهيم رياضية جديدة".

وفي ضوء ما سبق، يمكن تحديد مدخل حل المشكلات مفتوحة النهاية في الدراسة الحالية بأنه: مجموعة من الإجراءات والخطوات المنظمة التي يقوم بها طالب الصف الثاني المتوسط تحت توجيه المعلم وإشرافه؛ بهدف تنمية مهارات التواصل الرياضي، من خلال تنظيم التفكير الرياضي وتمثيل

المواقف والعلاقات الرياضية بصور مختلفة ونقل العبارات الرياضية بشكل مترابط وواضح إلى الآخرين وتحليل وتقويم الحلول الرياضية المقدمة من الآخرين واستخدام اللغة الرياضية للوصف والتعبير عن الأفكار الرياضية بوضوح وذلك من خلال مشكلات رياضية بوحدة كثيرات الحدود، والتي يكون لها عدة إجابات صحيحة محتملة أو التي يمكن التوصل إلى النتائج بعدة طرق مختلفة.

الإطار النظري والدراسات السابقة:

أولا- الإطار النظري: يتناول الإطار النظري للدراسة محورين رئيسين، هما:

المحور الأول- التواصل الرياضي (مفهومه, وأنماطه, وأهمية، ومهاراته):

١- مفهوم التواصل الرياضي Mathematical Communicate:

يعرف "برودريك" (Broderick, 2009) مفهوم "التواصل الرياضي" على أنه قدرة الطلاب على استخدام المصطلحات، واللغة الرياضية المناسبة في القيام بما يلي:

- شرح وتفسير القوانين، والقواعد، والطرق، والمداخل، والاستراتيجيات المختلفة لحل المشكلات.
- صياغة، وتفسير ظواهر العالم الواقعي باستخدام الأشكال والرسوم التوضيحية، والجمل المكتوبة، والجداول والرسوم البيانية، والمعادلات الرياضية، وغير ذلك من الأدوات الأخرى للغة الرياضية.
- تخمين، وشرح، وتوضيح الأشكال الهندسية المختلفة- سواء بطريقة شفهية، أو مكتوبة.

٢- أنماط التواصل الرياضي:

أوضح "بارودي" (Baroody, 1993) أن عملية التعلم يجب أن تساعد الطلاب في توصيل الأفكار الرياضية عبر الاستعانة بخمسة أدوات، أو أنماط اتصالية رئيسية في مادة الرياضيات وهي:

١- التمثيل: Representing

يشير إلى تمثيل، وإبراز الأفكار، أو المشكلات الرياضية باستخدام صيغ، وقوالب رياضية أخرى. وبمقدور عمليات التمثيل الرياضي عادةً مساعدة

الطلاب في شرح وتوضيح معاني المفاهيم، أو الأفكار الرياضية فضلاً عن تمكينهم من توضيح ماهية الاستراتيجيات المستخدمة في حل المشكلات. و يمكن للتمثيل كذلك زيادة مستويات مرونة الطلاب في حل المسائل والمشكلات الرياضية. وتؤكد معايير "المجلس الوطني الأمريكي لمعلمي الرياضيات" (NCTM, 2000) بوضوح على أن القدرة على تكوين التمثيلات الرياضية تمثل في جوهرها قدرة رياضية قائمة بذاتها، ومنفصلة عن مهارات التواصل الرياضي.

وفي أشارة لدور المعلم في تنمية التمثيل الرياضي لدى طلابه ذكر سرور(٢٠٠١م، ص٢٤٨) أن على المعلم ما يلي:

- إثارة قدرات التفكير المختلفة من خلال موضوعات التعلم.
- تقديم التوجيه المناسب للطلاب.
- توفير الظروف المناسبة لبيئة التعلم.
- عرض الخبرات المختلفة للطلاب.
- تقويم إنتاج الطلاب.

٢- الاستماع: Listening

يعد الاستماع الجيد أحد المكونات الأساسية الهامة للدخول في الحوارات، والمناقشات الرياضية. فمثلاً، تؤثر قدرة الطلاب على الاستماع إلى الموضوعات الدراسية موضع النقاش في قدرتهم على إبداء الآراء، أو الملاحظات، أو التعليقات في المواقف المختلفة. وبالتالي؛ يجب على الطلاب الإصغاء جيداً عندما تطرح عليهم التساؤلات، وتقدم لهم الملاحظات والتعليقات من أقرانهم الآخرين. ومن شأن الإصغاء الجيد لأحاديث، وتفاعلات الأقران الآخرين في مجموعات وفرق العمل مساعدة الطلاب- أيضاً- في بناء معرفة أكثر شمولاً وتكاملاً بمادة الرياضيات، أو بالاستراتيجيات الرياضية الأكثر فاعلية لحل المشكلات.

لذلك على المعلم تنمية مهارة الاستماع لدى الطلاب من خلال استماعه إليهم باهتمام وطلبه منهم توجيه الأسئلة للمتحدث، وتفسير ما سمعوه أو إعادته بلغتهم أو المناقشة فيما سمعوه مع بعض أقرانهم.

٣- القراءة: Reading

تمثل عملية القراءة في جوهرها نشاطاً عقلياً معقداً حيث يربط بين القيام بعدة عمليات معرفية متنوعة لتذكر واسترجاع المعلومات، والفهم والاستيعاب، وعقد المقارنات، والتحليل المنطقي، وتنظيم محتويات النصوص والفقرات المقروءة. ومن هذا المنطلق؛ تمكن القراءة الطلاب من فهم الأفكار، والمفاهيم الرياضية التي سبق بالفعل كتابتها بواسطة أفراد آخرين. وبالتالي؛ يصبح بالإمكان الاستفادة من توظيف أدوات القراءة في بناء مجتمع رياضي متكامل يتفاعل أعضائه مع بعضهم البعض بشكل متبادل عبر كتابة، وقراءة الأفكار الرياضية المختلفة.

هذا وقد أوصى المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM) بضرورة استخدام بعض الأنشطة لتنمية مهارة القراءة لدى الطلاب من خلال:(عبد الفتاح، ٢٠٠٨م، ٢١)

- مساعدة الطلاب على فهم المفردات الرياضية.
- تعليم الطلاب كيفية استخدام كتابهم المدرسي.
- مساعدة الطلاب أثناء القراءة.
- توجيه الأسئلة التفسيرية في أثناء القراءة لتحفيز الطلاب على التفكير الناقد.
- تقدير سهولة قراءة المادة المكتوبة.

٤- المناقشة: Discussion

تتيح المناقشات الفرصة أمام الطلاب للتعبير بدقة، وتأمل أفكارهم فيما يتعلق بالمحتوى الدراسي المراد تعلمه في مادة الرياضيات من منظور يركز بدرجة أكبر على طرح التساؤلات المتعلقة بالخطوات، و الاستراتيجيات الإجرائية أكثر من الاهتمام بالمفاهيم والأفكار النظرية. وتساهم المناقشة عادةً في الارتقاء بالجوانب الهامة التالية لتعلم الرياضيات من منظور اتصالي، وهي:

- تسريع وتيرة فهم مواد التعلم، وإتقان استخدام الاستراتيجيات الرياضية المطلوبة.
- مساعدة الطلاب في بناء الفهم الرياضي.

- مساعدة الطلاب في تحليل، وحل المشكلات الرياضية المطلوبة بكفاءة، وفاعلية.

ولتنمية مهارة المناقشة لدى الطلاب فإن على معلم الرياضيات أن يوجه الأسئلة المثيرة للتفكير إلى جميع الطلاب دون استثناء، ثم يشجعهم على المشاركة في الإجابة من خلال مكافأة الطالب الذي يجيب إجابة صحيحة، وعدم معاقبة الطالب الذي يجيب إجابة ناقصة أو خاطئة.

٥- الكتابة: Writing

هي نشاط إجرائي يقوم به عقل واعي بهدف التأمل، وإبراز وتوضيح الأفكار الرياضية المختلفة. وينظر على نطاق واسع عملياً إلى الكتابة كأداة مفيدة للتفكير تتيح الفرصة أمام الطلاب لاكتساب الخبرات اللازمة للنظر إلى الرياضيات كنشاط إبداعي. فمن خلال الكتابة؛ يتمكن الطلاب من نقل معرفتهم المتعلمة إلى قالب مكتوب. وبمقدور الكتابة كذلك مساعدة الطلاب في توضيح الأفكار، وإبراز المستويات الفعلية لفهمهم العقلي. وإضافةً إلى ما سبق، يمكن للكتابة عن المفاهيم الرياضية المساهمة- أيضاً- في تمكين الطلاب من اكتشاف المستوى الفعلي لفهمهم الرياضي؛ الأمر الذي يؤثر بالتالي في قدرتهم على صقل مهارات التفكير العليا في مادة الرياضيات.

أما عن دور المعلم في تنمية مهارة الكتابة لدى طلابه فيتمثل في توجيهه أسئلة لهم تحثهم على الكتابة الرياضية, واهتمامه بقراءة كتاباتهم, والتعليق على أوراقهم بالكتابة عليها، ثم إعادتها إليهم مع التركيز على صحة اللغة الرياضية عندهم.

٣- أهمية التواصل الرياضي:

أشارت الأدبيات التربوية إلى هذه الأهمية من خلال ما ذكره (بدوي، ٢٠٠٣م، ص٢٧٣)، و (متولي، ٢٠٠٦م، ص٢٠٥)، و (أبو زينة وعبابنة، ٢٠٠٧م، ص٥٠), والتي لخصها الباحث فيما يلي:

- تحسين وتعزيز فهم الطلاب للرياضيات.
- توحيد الفهم المتشارك للرياضيات لدى الطلاب.
- دفع قدرة الطلاب نحو التعلم.

- تهيئة بيئة تعليمية مناسبة.
- تبادل الأفكار وتوضيح المفاهيم.
- جعل الأفكار موضوعاً للتأمل والنقاش والتعديل.
- إعطاء المعنى والديمومة للأفكار الرياضية ونشرها.
- معرفة مفردات لغة الرياضيات من رموز وألفاظ وأشكال وتوظيفها في الحوار بشكل جيد.
- فهم الرياضيات فهماً صحيحاً وتوظيفها في المواقف الحياتية المختلفة وفي مختلف فروع العلم.
- تنمية القدرة الرياضية المتمثلة في حل المشكلات والاستدلال.
- تمثيل المواقف والعلاقات الرياضية بصورة متنوعة ومختلفة.
- استخدام لغة الرياضيات لوصف الأشكال الهندسية والمجسمات والتمثيلات البيانية والجداول.

فأهمية التواصل الرياضي تكمن في تحقيق الأهداف المنشودة من تعليم وتعلم الرياضيات من خلال تمكين الطلاب من استخدام لغة الرياضيات والتعبير عنها وفهمها وتوظيفها بدقة في تبادل الأفكار، وتمثيل المواقف وحل المشكلات وإعطاء الأفكار والمعلومات الرياضية المجردة معانٍ محسوسة تظهر في المناقشة والتفكير والتعليل مما يساعد على توحيد وتعزيز فهم الطلاب للرياضيات.

٤- مهارات التواصل الرياضي Mathematical Communication Skills:

حدد المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM,2000,60-63) مهارات التواصل في أربع مهارات وتتفرع من كل مهارة مؤشرات تحقيق هذه المهارة وهي:

١- تنظيم التفكير الرياضي, وتمثيل المواقف والعلاقات الرياضية بصور مختلفة بحيث:
- يتعرف على الصياغات المتكافئة للنص الرياضي.
- يعبر عن الأفكار الرياضية بصورة كتابية.
- يعبر عن التعميمات الرياضية التي يتم اكتشافها من خلال الاستقراء.

- يترجم النصوص الرياضية من أحد أشكال التعبير (كلمات – جداول – شكل هندسي- تمثيل بياني-.....) إلى شكل آخر من أشكاله.

٢- نقل العبارات الرياضية بشكل مترابط وواضح للآخرين بحيث:
- يوضح التعميمات الرياضية المستخدمة.
- يسمي المصطلحات الرياضية المستخدمة.
- يفسر العلاقات الرياضية التي يتضمنها النص الرياضي.
- يلخص ما فهمه للآخرين عن الأفكار والإجراءات والحلول.

٣- تحليل وتقويم الحلول والمناقشات الرياضية المقدمة من قبل الآخرين بحيث:
- يعطي أفكار صحيحة عن علاقات أو مفاهيم رياضية.
- يعلل اختياره إجابة (إجابات) لموقف رياضي.

-يعلل اختياره تعميمات رياضية تناسب موقف أو فكرة رياضية.

٤- استخدام اللغة الرياضية للوصف والتعبير عن الأفكار الرياضية بوضوح بحيث:
- يستخدم لغته الخاصة لتقريب المفاهيم الرياضية.
- يستخدم الأدوات التكنولوجية (الآلة الحاسبة، الكمبيوتر,...) في تنمية اللغة الرياضية، والأشكال الرسومية والرموز الرياضية المتضمنة في المشكلات اللفظية للآخرين.
- يقرأ النصوص الرياضية المكتوبة بفهم.

ومما سبق يتضح أن مهارات التواصل الرياضي عبارة عن مجموعة السلوكيات التي يقوم بها الطالب, ويمكن قياسها باستخدام مؤشرات تتكون من أربع مهارات رئيسة, وخمس عشرة مهارة فرعية, يطلق عليها مؤشرات تحقق الطالب لمهارات التواصل الرياضي.

٥- العلاقة بين مهارات التواصل الرياضي، وحل المشكلات في مادة الرياضيات:

وفقاً لـ "لوبينيسكي" (Lubienski, 1999)؛ يرتكز تدريس الرياضيات القائم على حل المشكلات (PCMT) بشكل أساسي على دعائم تنمية مهارات

التواصل، وحل المشكلات، والدور البارز الذي تلعبه في الارتقاء بالفهم، والحوارات الرياضية بين الطلاب في المواقف المختلفة لحل المسائل، والمشكلات الرياضية المقدمة للطلاب في كافة مواقف التدريس، والتعلم.

وأضاف "ترافتون وميدجيت" (Trafton & Midgett, 2001) بأن أنشطة تعلم الرياضيات القائمة على حل المشكلات عادةً ما تساهم في تنمية قدرة الطلاب على التعلم الفعال لمادة الرياضيات من عدة زوايا مختلفة عبر المساهمة- مثلاً- فيما يلي:

- تنمية القدرة على بناء الارتباطات الرياضية بين الرياضيات المدرسية، والخبرات اللاصفية التي يتفاعل معها الطلاب خارج المدارس، والمؤسسات التعليمية.
- تنمية القدرة على توصيل العمليات التفكير الذاتية للآخرين عبر المشاركة في مجموعات وفرق عمل صغيرة العدد أو التعاون مع بقية الطلاب الآخرين على مستوى الفصل الدراسي بأكمله.
- تعلم كيفية اختيار الاستراتيجيات المناسبة لحل المشكلات عبر فهمها منطقياً، وعدم الاكتفاء بمجرد حفظ وتذكر ما يتم القيام به في مواقف معينة.
- التعلم من التفاعل، والمشاركة في أداء العديد من مشروعات التعلم المرتبطة بمواقف، وسياقات الحياة الواقعية.
- زيادة مستويات ثقة الطلاب في أنفسهم كحلالين للمشكلات، وتمكينهم من مواجهة المخاطر الرياضية المحتملة في المواقف المختلفة.

وعززت دراسة أخرى لـ "لامبرت" (Lampert, 2004) صحة الأطروحة القائلة بأن حل المشكلات يساهم بالضرورة في الارتقاء بمستويات صقل مهارات التواصل الرياضي داخل حجرات الفصول الدراسية عبر تشجيع الطلاب على التحلي بقدر مناسب من الشجاعة، والأمانة العقلية في التعبير عن ذاتهم، والتفاعل مع الآخرين أثناء المشاركة في أداء أنشطة حل المشكلات على نحو ما أكد من قبل الأب الروحي لمدخل حل المشكلات

الرياضي المجري الشهير "بوليا" Polya منذ فترة مبكرة للغاية تعود إلى عقد الخمسينيات من القرن العشرين.

ويضيف "هيرشفيلد- كوتون" (Hirschfeld-Cotton, 2008) بأنه يبدو بوضوح أن هناك إجماع بين التربويين على أهمية التدريس القائم على حل المشكلات في الارتقاء بتعلم الطلاب، وصقلهم لمهارات التواصل الرياضي بمعدلات أعلى مقارنةً بالتدريس استخدام الطريقة التقليدية في تدريس الرياضيات. فمدخل حل المشكلات يتيح للطلاب قدراً أكبر من الحرية في اتخاذ القرارات المتعلقة بكيفية حل المشكلات مع ملاحظة أن هذا المدخل التدريسي يناسب بالفعل الاستخدام مع العديد من المراحل العمرية المختلفة للطلاب دون استثناء.

وفي النهاية، يؤكد "ألبرت" (Albert, 2000) على أن استخدام مدخل التدريس القائم على حل المشكلات يمثل هدفاً منشوداً للاتصال الرياضي عبر تشجيع الطلاب على كتابة الحلول، والتفسير المنطقي للأسباب التي دفعتهم إلى اختيار استراتيجيات معينة مناسبة للحل، فضلاً عن وصف عملياتهم وخطواتهم الذاتية في التفكير أثناء حل المشكلات. ونتيجة لذلك؛ تساعد أنشطة حل المشكلات الطلاب في تنمية مهارات توصيل مصطلحات، واستراتيجيات الاستدلال الرياضي للآخرين.

من منطلق ذلك سوف يتناول البحث الحالي استخدام استراتيجية مقترحه قائمه على مدخل حل المشكلات لتنمية مهارات التواصل الرياضي المتمثلة في المهارات الأربع الرئيسة التي أقرها المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM,2000,60), وهي:

١- تنظيم التفكير الرياضي, وتمثيل المواقف والعلاقات الرياضية بصور مختلفة.
٢- نقل العبارات الرياضية بشكل مترابط وواضح للآخرين.
٣- تحليل وتقويم الحلول والمناقشات الرياضية المقدمة من قبل الآخرين.
٤- استخدام اللغة الرياضية للوصف والتعبير عن الأفكار الرياضية بوضوح.

المحور الثاني: مدخل حل المشكلات مفتوحة النهاية (مفهومها، وأنواعها، وخصائصها، ومزاياها، ونماذجها، ودور المعلم):

١- مفهوم حل المشكلات ومكوناتها:

تعرف المشكلة الرياضية بأنها: "نشاط عقلي يقوم به الفرد يستطيع من خلاله التوصل إلى حل للمشكلة، وذلك بتحديد المشكلة وتمثيلها في صورة مناسبة، واسترجاع المعلومات الرياضية التي تم اكتسابها مسبقًا ومحاولة ربطها بالمشكلة موضوع الدراسة المطروحة" (سامية السيد، ٢٠٠٩: ٤٧).

ويتضح أن المشكلة الرياضية، تتمثل في موقف رياضي يواجه المتعلم ويحتاج إلى حل، مع وجود بعض العوائق التي تمنعه من الوصول إلى الحل؛ فيقوم الطالب بمجموعة العمليات مستخدماً خبراته السابقة وربطها بالمشكلة الرياضية المطروحة التي تمثل عائقا له، وصولاً إلى الحل.

من التعريفات السابقة، يتضح أنَّ المتعلم في استراتيجية حل المشكلات يواجه بسؤال محير أو موقف مشكل، وذلك إذا تحققت الشروط التالية:

- أن يكون لدى الشخص هدف واضح يعيه ويرغب في تحقيقه. ومعنى ذلك أن يكون لديه دوافع ورغبة للإجابة عن السؤال، أو حل الموقف وإلا فلن تكون هناك مشكلة أصلاً.
- أن توجد عوائق وصعوبات في طريق تحقيق الهدف أو حل المشكلة التي تواجه الفرد.
- أن يفكر في الموقف أو المشكلة بتأنٍ ودون استعجال.
- أن يضع مجموعة من الحلول أو الفرضيات المناسبة لحل الموقف أو المشكلة.

في مجال تعليم الرياضيات يذكر (سلامة، ١٩٨٦م، ص ص٩٨-٩٩) مجموعة من المحددات أو الشروط التي ينبغي توافرها المشكلة الرياضية، ومنها:

- أن تكون المشكلة ذات دلالة رياضية، أي تتضمن معلومات رياضية وتخدم هدفًا في تدريس الرياضيات وتحقق نتيجة للمتعلم.

- أن تكون المشكلة مثيرة لاهتمام المتعلم حتى تخلق لديه الدافع للبحث عن حلها.
- أن يكون للمشكلة أكثر من طريقة للوصول إلى الحل ومن ثم فإنها تتيح فرصاً متعددة لمستويات الطلاب المختلفة للبحث وإيجاد الحل كل حسب قدرته.
- أن تتضمن المشكلة إمكانية تعميمها لمواقف أكثر شمولية ومن ثم يمكن الوصول إلى تكوينات رياضية أكثر عمومية تثري المعرفة الرياضية.
- أن يكون حل المشكلة في حدود إمكانية المتعلم وإلا فسوف يصاب المتعلم بالإحباط.

٢- أهمية حل المشكلات في تعليم الرياضيات:

يُمثل تعلم حل المشكلات أبرز الأهداف والمهارات التي تسعى العملية التعليمية إلى تمكين الطلاب منها في مراحل التعليم المختلفة؛ وهي من أكثر أنواع التعلم تعقيداً إذ يتطلب حل المشكلات من المتعلم تنظيم جميع أنواع التعلم التي تعلمها والتنسيق فيما بينها للوصول إلى حل المشكلة, فحل المشكلة يلزمه استخدام المبادئ والقواعد التي تعلمها المتعلم، ووضع الفرضيات واختبارها ؛ وقبول الحلول والبحث عن كل ما يلزم لحلها، ويترتب على حل المشكلات تعلم جديد (أبو زينة، و عبابنة، ٢٠٠٧م، ص١٤١).

كما تشير الأدبيات إلى عديد من مزايا تعليم الطلاب من خلال مدخل حل المشكلات وتدريبهم على مهاراتها منها أنها:

- تكسب الطلاب طريقة التفكير العلمي السليم.
- تساعد الطلاب على التكيف مع المجتمع.
- تقود الطلاب إلى ممارسة الواقعية في التفكير و البعد عن الذاتية.
- تعمل على تثبيت المعلومات التي يكتسبها الطلاب.
- تجعل الطلاب نشطين فعالين إذ أن لكل منهم دوراً محدداً يقوم به.
- تسهم في إشباع حاجات ورغبات وميول الطلاب (ابراهيم، ٢٠٠٤م، ص ص٣٣٣ - ٣٣٤).
- تنمي مهارات التفكير العليا خاصة مهارات حل المشكلات واتخاذ القرار والتفكير الناقد.

- تزيد قدرة الطلاب على تطبيق المعلومات وتوظيفها في مواقف حياتية جديدة؛ مما يساعدهم في حل المشكلات التي تواجههم في حياتهم العملية.
- إثارة الدافعية للتعلم لدى الطلاب والاستمتاع بالعمل.
- تعديل البنية المعرفية (المفاهيمية) لدى الطلاب وتعديل الفهم البديل (الخطأ) لديهم.
- تنمية الاتجاهات العلمية وحب الاستطلاع، وتحمل المسؤولية والغموض.
- زيادة قدرة الطلاب على الاستفادة من مصادر التعلم المتنوعة والمتعددة، بحيث لا يعتمد فقط على الكتاب الدراسي مصدرًا وحيدًا للمعرفة (زيتون، ٢٠٠٩م، ص٣٣٤).

ولحل المشكلات في تعليم الرياضيات وتعلمها دور كبير في تنمية وتطوير قدرات الطلاب في التفكير العلمي، والبحث والتقصي، وبعث الحيوية والنشاط، ومشاركة الطالب مشاركة فعلية في عملية التعلم، كما تسهم في تنمية التحصيل الدراسي والتفكير الرياضي لدى الطلاب.

ومن خلال ما سبق تتضح أهمية استخدام مدخل حل المشكلات في تعليم الرياضيات، في تحسين القدرات التحليلية والاستدلالية لدى الطلاب، وتنمية مهارات التفكير الناقد لديهم، وتقويم مهاراتهم الرياضية واكتساب خبرات رياضية تساعدهم في استخدام هذه القدرة في مواقف تعليمية جديدة، إضافة إلى إثارة الفضول الفكري، وتنمية حب الاستطلاع والدافعية للتعلم لدى الطلاب، وفي بناء قدراتهم الإبداعية، وذلك من خلال البرهان الرياضي، والمشكلات الرياضية التي تتطلب البرهان؛ ولذا يتناول الباحث فيما يلي استراتيجيات ونماذج حل المشكلات.

٣- استراتيجيات حل المشكلات ونماذجها:

نظراً لأهمية حل المشكلات في تعليم الرياضيات، وارتباط الرياضيات بحل المشكلات، ولتنوع مجالات المشكلات الرياضية، ومستويات صعوبتها؛ فقد تنوعت وتعددت أساليب ونماذج تدريس حل المشكلات. ومن هذه النماذج مدخل بوليا (Polya, 1957) لحل المشكلة (نموذج البحث عن الحل)؛ حيث اقترح بوليا مجموعة من الأسئلة التي تتطابق مع العمليات الفعلية المستخدمة

في الحل، ويحتوي نموذجه على مجموعة كبيرة من الاستراتيجيات والتي ضمنها كتابه How To Sole it والتي تعد مرشداً مهماً لتسهيل طرق اكتشاف الحل. (بدوي، ٢٠٠٣م، ص٢١٢).

ويعد مدخل بوليا لتعلم حل المشكلة الأساس الذي اعتمدت عليه الكثير من المداخل والنماذج التي تناولت عمليات استراتيجيات حل المشكلة، ويصف هذا النموذج أربعة مراحل رئيسة لحل المشكلة هي:

- المرحلة الأولى: فهم المشكلة.
- المرحلة الثانية: وضع خطة الحل.
- المرحلة الثالثة: تنفيذ الحل.
- المرحلة الرابعة: مراجعة الحل.

وتصاغ المشكلة الرياضية في إطار مدخل بوليا عادة في كلمات إما شفهية وإما مكتوبة، ولحل المشكلة يجب إعادة صياغتها إلى مشكلة مكافئة باستخدام الرموز الرياضية، وتحل المشكلة المكافئة، ثم يعبر عن الحل. (إبراهيم، ٢٠٠٤م، ص٣٤٧)

ووضع فرانك ليستر (Lester, 1980) نموذجاً لحل المشكلات الرياضية يتكون من ست مراحل وهذه المراحل هي: (إبراهيم، ٢٠٠٤م، ص ص٣٢٩ – ٣٣٠)

- الوعي بالمشكلة.
- فهم المشكلة.
- تحليل الهدف.
- تطوير الخطة.
- تنفيذ الخطة.
- تقويم إجراءات الحل.

ووضع (فريدريك هـ. بل، ١٩٨٧: ١٧٠- ١٧١) نموذجًا يبرز الاستراتيجيات الأكثر تحديداً لحل المشكلات وبرهنة النظريات في الرياضيات، ويتضمن خمس خطوات هي:

- عرض المشكلة في صورة عامة.

- إعادة صياغة المشكلة في صورة إجرائية قابلة للحل.
- صياغة فروض وإجراءات بديلة لمواجهة المشكلة.
- اختبار الفروض وتنفيذ الإجراءات للحصول على حل أو مجموعة من الحلول الممكنة.
- تحليل وتقويم الحلول واستراتيجياتها، والطرق التي قادت إلى اكتشاف تلك الاستراتيجيات.

كما وضع ووفقاً لـ "شونفيلد" (Schoenfeld, 1996, 2007)؛ نموذجًا يتألف إطار العمل المقترح لحل المشكلات من ستة مراحل متنوعة تشبه إلى حد كبير مثيلاتها الأخرى الواردة بنموذج "بوليا"، وهي:

- قراءة المشكلة.
- تحليل المشكلة.
- اكتشاف المشكلة.
- التخطيط لحل المشكلة.
- تطبيق الخطة المرسومة لحل المشكلة.
- التحقق من صحة الحل المقترح للمشكلة.

من خلال الاطلاع على النماذج السابقة فقد وجدت تشابه في المضمون، وإنها في مجملها تراعي ضرورة فهم المشكلة والتخطيط للحل وتنفيذه ثم التحقق منه، وهي بصورة أو بأخرى تشبه نموذج بوليا.

ثانياً- الدراسات السابقة:

المحور الأول: الدراسات السابقة في مجال تنمية مهارات التواصل الرياضي:

نظراً لأهمية التواصل الرياضي وسعياً وراء تنميته لدى الطلاب أُجريت العديد من البحوث والدراسات التي استخدمت العديد من الأنشطة والاستراتيجيات المختلفة لتنمية التواصل الرياضي, كدراسة (البركاتي، ٢٠٠٧م) هدفت إلى تعرف اثر التدريس باستخدام استراتيجيات الذكاءات المتعددة والقبعات الست، واستراتيجية K.W.L في التحصيل والتواصل والترابط الرياضي لدى طالبات الصف الثالث المتوسط بمدينة مكة المكرمة. وتوصلت نتائج الدراسة إلى تفوق كل من المجموعات التجريبية الثلاث على المجموعة الضابطة من حيث التحصيل، كذلك ومستوى التواصل الرياضي.

ودراسة (عفيفي، ٢٠٠٨م) هدفت إلى تعرف فاعلية استراتيجية ما وراء المعرفة في تحسين قدرة طلاب الصف الأول الإعدادي على التواصل الرياضي, وتحديد العلاقة بين مستوى مهارات التواصل الرياضي ومستوى التحصيل لديهم. وأكدت نتائج الدراسة أن استراتيجية النمذجة أسهمت في إيجاد علاقة ارتباطيه موجبة بين مستوى مهارات التواصل الرياضي ومستوى التحصيل في الرياضيات, فكلما ازدادت قدرة الطلاب على التواصل الرياضي, ارتفع مستواهم في التحصيل الرياضي.

ودراسة (عبد الفتاح، ٢٠٠٨م) هدفت إلى تعرف اثر استخدام استراتيجية (فكر- زاوج - شارك) في تدريس الرياضيات على تنمية التواصل والإبداع الرياضي لدى طلاب المرحلة الابتدائية وأثبتت نتائج الدراسة عن أفضلية استخدام استراتيجية (فكر- زاوج - شارك) في تنمية التواصل والإبداع الرياضي.

ودراسة (المشيخي، ٢٠١١) هدفت إلى تعرف فاعلية برنامج تدريبي مقترح لتنمية مهارات التواصل الرياضي بالمرحلتين المتوسطة والثانوية بمدينة تبوك, وخلصت الدراسة إلى مجموعة من النتائج, كان أبرزها وجود فروق دالة إحصائيا بين متوسطات المعلمات في القياسين القبلي والبعدي لمهارات التواصل الرياضي ككل لصالح القياس البعدي, مع عدم وجود فروق في القياس البعدي لمهارات التواصل تعزى لمتغير المرحلة الدراسية.

وأجرت (التخاينة، ٢٠١١) دراسة هدفت إلى تعرف فاعلية استراتيجية تدريسية قائمة على أبعاد التعلم في تنمية الاتجاه ومهارات التواصل الرياضي لدى طلاب المرحلة الأساسية وأثبتت نتائج الدراسة أفضلية لاستخدام الاستراتيجية القائمة على أبعاد التعلم في الاتجاه ومهارات التواصل الرياضي.

التعليق على دراسات المحور الأول، وأوجه الإفادة منها:

أثبتت عدة دراسات فاعلية بعض الأساليب والاستراتيجيات في تنمية التواصل الرياضي لدى الطلاب مثل: استراتيجيات الذكاءات المتعددة والقبعات الست، واستراتيجية K.W.L واستراتيجية (فكر- زاوج- شارك) واستراتيجية ما وراء المعرفة واستخدام برنامج مقترح قائم على الأنشطة التعليمية واستراتيجية تدريسية قائمة على أبعاد التعلم.

المحور الثاني: الدراسات السابقة في مجال حل المشكلات في تعليم الرياضيات:

نظراً لأهمية استخدام مدخل حل المشكلات في تعليم الرياضيات وتنمية مهارات التفكير الرياضي لدى الطلاب في المراحل المختلفة، فقد اهتمت بعض الدراسات السابقة باستراتيجيات حل المشكلات ومنها دراسة (تيسير الخطيب، ٢٠٠٦) هدفت إلى فاعلية طريقة التدريس المستندة إلى النموذج الاستقصائي وحل المشكلات في التحصيل وتنمية مهارات البرهان الرياضي عند طلبة المرحلة الأساسية العليا، وتوصلت الدراسة إلى عدة نتائج منها: وجود فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين مهارات البرهان الرياضي لدى الطلاب يعزى لطريقة التدريس، وجود فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين تحصيل الطلاب في الرياضيات يعزى لطريقة التدريس، ولذا أوصت الدراسة باستخدام استراتيجيات تدريس متنوعة في تدريس الرياضيات وخصوصاً تلك القائمة على حل المشكلات والاستقصاء.

كما أجرى (محمد الخطيب، ٢٠٠٦) دراسة هدفت إلى تعرف أثر استراتيجية تدريسية قائمة على حل المشكلات في تنمية التفكير الرياضي والاتجاهات نحو الرياضيات لدى طلاب الصف السابع الأساسي في الأردن. وقد توصلت نتائج الدراسة إلى تفوق طلاب المجموعة التجريبية على طلاب المجموعة الضابطة والذين درسوا باستخدام الاستراتيجية التدريسية القائمة على حل المشكلات، وكانت اتجاهات طلاب المجموعة التجريبية أفضل وأعلى من اتجاهات أقرانهم من المجموعة الضابطة الذين درسوا بالطريقة الاعتيادية.

وأما دراسة (الشدوح، ٢٠٠٦) فقد هدفت إلى تعرف أثر تدريب معلمي الرياضيات على قواعد المنطق الرياضي وإستراتيجيات حل المشكلات في تحصيل طلبة المرحلة الأساسية العليا وقدرتهم على حل المشكلات، وتوصلت نتائج الدراسة إلى وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي علامات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في التحصيل الكلي وفي القدرة على حل المشكلات، وهذه الفروق لصالح طلاب المجموعة التجريبية الذين تدرب معلموها على قواعد المنطق الرياضي واستراتيجيات حل المشكلات؛ مما يشير إلى فاعلية استراتيجيات حل المشكلات في تنمية التحصيل لدى الطلاب.

وهدفت دراسة (السريحين، ٢٠٠٧) إلى تعرف أثر استخدام استراتيجية حل المشكلات في معالجة المسألة الجبرية على تحصيل طلبة الصف السابع الأساسي في لواء الرمثاء، وتوصلت الدراسة إلى عدة نتائج منها: وجود فروق ذات دلالة إحصائية عن مستوى دلالة (٠.٠٥) في تحصيل طلبة الصف السابع الأساسي في معالجة المسألة الجبرية تعزى لطريقة التدريس ولصالح استراتيجية حل المشكلات، أي أن استراتيجية حل المشكلات تفوقت على الطريقة التقليدية في التدريس وخاصة في معالجة المسألة الجبرية في محتوى الصف السابع الأساسي.

وهدفت دراسة (رزق، ٢٠٠٨) إلى معرفة اثر نموذج التعلم القائم على المشكلة في برمجية تعليمية في وحدة المجموعات على تنمية التحصيل عند المستويات المعرفية (التذكر، الفهم، التطبيق) والمستويات الثلاثة مجتمعة، وقد أظهرت نتائج الدراسة تفوق عام لطالبات المجموعة التجريبية على المجموعة الضابطة عند جميع المستويات المعرفية الثلاثة (التذكر، الفهم، التطبيق) والمستويات الثلاثة مجتمعة.

وأوضحت دراسة (Perveen, 2010) فاعلية استخدام مدخل استراتيجيات حل المشكلات وفقاً لنموذج "بوليا" (Polya, 1945) الرباعي المراحل لخطوات حل المشكلات في رفع مستويات النجاح الدراسي لطلاب الصف العاشر بمرحلة المدارس العليا من التعليم.

التعليق على دراسات المحور الثاني، وأوجه الإفادة منها:

بالنظر في الدراسات التي تناولت دراسات اهتمت بأثر استخدام استراتيجيات حل المشكلات، يمكن استخلاص الآتي:

- اتفقت نتائج دراسات هذا المحور على كفاءة استخدام استراتيجيات حل المشكلات في تنمية قدرات التفكير الرياضي، والتحصيل في الرياضيات، وكذلك تنمية المهارات ما وراء المعرفية والدافع والإنجاز لدى المتعلمين في المراحل الدراسية المختلفة.
- أظهرت معظم نتائج دراسات هذا المحور فاعلية استخدام استراتيجيات حل المشكلات في تنمية التفكير الرياضي، وبناء المعرفة الرياضية، ومهارات البرهان الرياضي والقدرة على اقتراح

والحلول واتخاذ القرار، والاتجاهات نحو الرياضيات، من ذلك دراسات كل من: دراسة (تيسير الخطيب، ٢٠٠٦)، و(محمد الخطيب، ٢٠٠٦)؛ و(الشدوح، ٢٠٠٦)، و(السريحين، ٢٠٠٧)، و(رزق، ٢٠٠٨) مما يدعم القيام بالدراسة الحالية.

- يلاحظ من دراسات هذا المحور عدم وجود الدراسات التي تناولت الاستراتيجية القائمة على مدخل حل المشكلات في تنمية مهارات التواصل الرياضي؛ وهذا مما يدعم القيام بالدراسة الحالية.

الطريقة والإجراءات:

١- مجتمع الدراسة وعينتها:

اعتمدت الدراسة طلاب المرحلة المتوسطة لتطبيق إجراءاتها، في الفصل الدراسي الأول من العام الدراسي ١٤٣٣/١٤٣٤هـ. مجموعين بشكل عشوائي بمدرسة أبي محجن الثقفي بمدينة الطائف، وقد اختيرت إحدى المجموعتين لتمثل المجموعة تجريبية والأخرى ضابطة بطريقة عشوائية، وقد بلغ عدد أفراد المجموعة التجريبية (٢٥) طالباً درسوا وحدة "التناسب والتشابه" باستخدام مدخل حل المشكلات مفتوحة النهاية، وبلغ عدد أفراد المجموعة الضابطة (٢٩) طالباً درسوا نفس الوحدة باستخدام الطريقة الاعتيادية.

٢- أداة الدراسة:

لتحقيق هدف الدراسة قام الباحث ببناء اختبار في مهارات التواصل الرياضي وقد اعتمد الباحث على المهارات التي حددها المجلس القومي لمعلمي الرياضيات NCTM والتي تمثلت في:

- تنظيم التفكير الرياضي وتمثيل المواقف والعلاقات الرياضية بصور مختلفة.
- تحليل وتقويم الحلول والمناقشات الرياضية المقدمة من قبل الآخرين.
- استخدام اللغة الرياضية للوصف والتعبير عن الأفكار الرياضية بوضوح.

وقد تم بناؤه وفقاً للخطوات الآتية:

١- تحديد أهداف الاختبار.
٢- تحديد المفاهيم الرياضية والتعميمات والمهارات الرياضية التي يتضمنها الاختبار.
٣- صياغة فقرات الاختبار في صورة الاختيار من متعدد بأربعة بدائل.
٤- تكون الاختبار بصورته الأولية من (٢٧) فقر بواقع (٩) فقرات لكل مهارة.
٥- عُرض الاختبار على مجموعة من المحكمين الخبراء والمختصين في مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها للتحقق من صدقه، وكانت هذه المجموعة مكونة من أساتذة جامعيين يحملون درجة الدكتوراه في مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها. وذلك بهدف التأكد من: مدى وضوح فقرات هذا الاختبار وصحتها من الناحية العلمية، ومدى دقة الصياغة اللفظية لفقراته، ومناسبة هذا الاختبار لطلاب المرحلة المتوسطة، ومناسبة الفقرات لمستويات الأهداف التي تندرج تحتها، وأي ملاحظات يرونها مناسبة. وبعد الاطلاع على ملاحظات وآراء المحكمين واقتراحاتهم، تم الأخذ بهذه الآراء وتعديل بعض الفقرات وحذف أخرى وتغيير بعض المموهات.
٦- تم تجريب الاختبار في صورته الأولية على عينة من طلاب المرحلة المتوسطة بلغ عددها (٢٥) طالباً، من خارج عينة الدراسة وذلك بهدف تحديد زمن الاختبار، وقد وجد أن الزمن المناسب للإجابة على الاختبار (٤٥) دقيقة، وحساب درجة الصعوبة ومعاملات التمييز لفقرات الاختبار، وفي ضوء حساب درجة الصعوبة ومعامل التمييز لكل فقرة من فقراته، وتم استبعاد عدد من الفقرات. لذلك أصبح الاختبار في صورته النهائية مكوناً من (٢٤) فقرة. ولحساب ثبات هذا الاختبار استخدمت طريقة الفا كرونباخ، ووجد أن معامل الثبات لفقرات الاختبار (٠.٨٢)، وهي قيمة مناسبة لتحقيق أهداف هذه الدراسة.
٧- كما تم التأكد من صدق الاتساق الداخلي للاختبار وذلك بحساب معامل الارتباط بين كل مهارة والدرجة الكلية وكانت معاملات الارتباط على الترتيب بين (٠.٨٣، ٠.٨٦،٠.٨٢) وهى جميعها قيم دالة إحصائيا

عند مستوى الدلالة (٠.٠١) مما يعني تمتع الاختبار بدرجة مقبولة من الاتساق الداخلي.

٣- إجراءات الدراسة:

تمت هذه الدراسة وفقاً للإجراءات الآتية:

١- إعادة صياغة وحدة التناسب والتشابه وفق مدخل حل المشكلات مفتوحة النهاية

٢- إعداد أدوات الدراسة، والتأكد من الصدق والثبات لها.

٣- تقسيم عينة الدراسة إلى مجموعتين تجريبية وضابطة.

٤- تطبيق مهارات التواصل الرياضي قبلياً على أفراد عينة الدراسة.

٥- إجراء المعالجة التجريبية وذلك من خلال قيام أحد المعلمين بالمدرسة بالتدريس للمجموعة التجريبية بعد تدريبه من قبل الباحث على استخدام مدخل حل المشكلات المفتوحة، في حين درست المجموعة الضابطة نفس الموضوعات بالطريقة المعتادة مع معلم آخر بنفس المدرسة له نفس فترة الخبرة.

٦- تطبيق مهارات التواصل الرياضي بعديا على أفراد عينة الدراسة

٧- جمعت النتائج، ثم تم إجراء التحليل الإحصائي.

٤- تصميم الدراسة:

تُعد هذه الدراسة من الدراسات شبه التجريبية، حيث اختيرت احدى المجموعتين عشوائيا لتمثل المجموعة التجريبية. تلقت المجموعة الضابطة نفس المادة التعليمية بالطريقة الاعتيادية، أما المجموعة التجريبية فقد تلقت المادة التعليمية باستخدام مدخل حل المشكلات الرياضية مفتوحة النهاية.

٥- متغيرات الدراسة:

المتغير المستقل: هو طريقة التدريس وله مستويان هما: مدخل حل المشكلات الرياضية مفتوحة النهاية، والطريقة الاعتيادية في التدريس، و المتغير التابع: مهارات التواصل الرياضي.

٦- ضبط متغيرات الدراسة:

تم ضبط متغيرات الدراسة من خلال تكافؤ مجموعتي الدراسة في مهارات التواصل الرياضي، حيث تم تطبيق اختبار مهارات التواصل الرياضي قبلياً - بعد التأكد من صدقه وثباته - على مجموعتي الدراسة (المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة)، وذلك للتأكد من تكافؤ المجموعتين، و ذلك بحساب قيمة (ت) بين متوسطي درجات التطبيق القبلي لمجموعتي الدراسة لاختبار مهارات التواصل الرياضي بمهاراته الفرعية ودرجته الكلية. والجدول التالي يوضح ذلك.

جدول (١) قيم (ت) ودلالتها للفروق بين المجموعتين التجريبية والضابطة في القياس القبلي لمهارات التواصل الرياضي

المهارة	المجموعة	العدد	المتوسط	الانحراف المعياري	قيمة ت	مستوى الدلالة
تمثيل المواقف الرياضية	تجريبية	٢٥	٢.١٢	٠.٩٣	٠.٠٨	غير دالة
	ضابطة	٢٩	٢.١٤	٠.٧٩		
تقويم الحلول الرياضية	تجريبية	٢٥	١.٨٠	١.١٩	١.٣٨	غير دالة
	ضابطة	٢٩	٢.٢١	٠.٩٨		
وصف الأفكار الرياضية	تجريبية	٢٥	١.١٦	٠.٨٥	١.٤١	غير دالة
	ضابطة	٢٩	١.٤٨	٠.٨٣		
الدرجة الكلية	تجريبية	٢٥	٥.٠٨	٢.٣١	١.٤٠	غير دالة
	ضابطة	٢٩	٥.٨٣	١.٦١		

يتضح من الجدول السابق أن قيمة (ت) للفروق بين المجموعتين التجريبية والضابطة غير دالة في جميع المهارات وفي الدرجة الكلية مما يعني عدم وجود فروق بين المجموعتين في التطبيق القبلي لاختبار مهارات التواصل الرياضي بأبعاده ودرجته الكلية.

٧- الأساليب الإحصائية:

استخدم الباحث حزمة البرامج الإحصائية (Spss) لمعالجة البيانات مستخدمة الأساليب التالية:

١- اختبار (ت) للفرق بين متوسطي مجموعتين مستقلتين
٢- اختبار (ت) للفرق بين متوسطي مجموعتين مرتبطتين

نتائج الدراسة:

اختبار الفرض الأول:

نص الفرض الأول على: "لا يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار مهارات التواصل الرياضي"، ولاختبار هذا الفرض استخدم اختبار (ت) لمقارنة متوسطي مجموعتين مستقلتين لتعرف دلالة الفروق بين المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار مهارات التواصل الرياضي، وجاءت النتائج كما بالجدول التالي:

جدول (٢): قيمة (ت) ودلالتها للفروق بين المجموعتين التجريبية والضابطة في القياس البعدي

المهارة	المجموعة	العدد	المتوسط	الانحراف المعياري	قيمة (ت)	مستوى الدلالة
تمثيل المواقف الرياضية	تجريبية	٢٥	٣.٨٤	١.٧٢	٢.٧٧	٠.٠٥
	ضابطة	٢٩	٢.٨٦	٠.٧٤		
تقويم الحلول الرياضية	تجريبية	٢٥	٣.٧٦	٢.٥٥	٢.٦٤	٠.٠٥
	ضابطة	٢٩	٢.٤١	٠.٩٥		
وصف الأفكار الرياضية	تجريبية	٢٥	٣.١٢	٢.٠٣١	٢.٣٤	٠.٠٥
	ضابطة	٢٩	٢.١٧	٠.٧٦		
الدرجة الكلية	تجريبية	٢٥	١٠.٧٢	٥.٣٧	٣.٢٠	٠.٠٥
	ضابطة	٢٩	٧.٤٥	١.١٥		

يتضح من الجدول السابق أن قيمة (ت) للفروق بين المجموعتين التجريبية والضابطة دالة عند مستوى (٠.٠٥) ولتعرف اتجاه الفروق يلاحظ أن متوسط المجموعة التجريبية أعلى من متوسط المجموعة الضابطة في جميع المهارات والدرجة الكلية مما يدل أن الفروق لصالح المجموعة التجريبية.

وبناء على هذه النتيجة يتم رفض الفرض الصفري وقبول الفرض البديل الذي ينص على يوجد فرق دال إحصائيا عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات طالبات المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار مهارات التواصل الرياضي لصالح المجموعة التجريبية.

ويمكن تفسير هذه النتيجة في ضوء المتغير المستقل المستخدم في هذا البحث، فالأسئلة والمشكلات مفتوحة النهاية تعود الطلاب على الطريقة العلمية في التفكير، وتجعلهم يعتادون تبرير وتوضيح كل خطوة يقومون بها، وكذلك

تشرك الطلاب في عملية التعلم و وتتيح لهم الفرص لكي يكونوا أكثر إيجابية، وتعود الطلاب على الواقعية في التفكير والبعد عن الذاتية كما تعلمهم احترام آراء الآخرين والاستماع إلى وجهات النظر الأخرى أثناء العمل الجماعي، كما أنه من خلال مواقف حل المشكلات مفتوحة النهاية تصبح بيئة التعلم مساعدة، ومتجاوبة وحرة مما يجلب الكثير من المناقشات والتبريرات المنطقية، كما تتيح فرص للطلاب للتعبير عن أفكارهم الرياضية بلغتهم الخاصة، والتواصل مع أقرانهم بالحلول والأفكار، كما يتمكنون من تحليل الحلول والأفكار الرياضية وتقيمها بموضوعية.

وذلك بعكس الطريقة التقليدية التي تركز على تلقين المعلومات للتلاميذ دون مراعاة لتوفير فرص للطلاب بالتعبير عن أفكارهم الرياضية بلغتهم الخاصة، والتواصل مع أقرانهم بالحلول والأفكار، كما لا يتمكنون من تحليل الحلول والأفكار وتقيمها بموضوعية.

وتتفق هذه النتيجة مع دراسات دراسة (تيسير الخطيب، ٢٠٠٦)، و(محمد الخطيب، ٢٠٠٦)؛ و(الشدوح، ٢٠٠٦)، و(السريحين، ٢٠٠٧)، و(رزق، ٢٠٠٨)

اختبار الفرض الثاني:

نص الفرض الثاني على:"لا يوجد فرق دال إحصائيا ً عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار مهارات التواصل الرياضي"، لاختبار هذا الفرض استخدم الباحث اختبار (ت) لمقارنة متوسطي مجموعتين مرتبطتين وجاءت النتائج كما بالجدول التالي:

جدول (٣): قيمة (ت) ودلالتها للفروق بين القياسين القبلي والبعدي للمجموعة التجريبية

المهارة	القياس	المتوسط	الانحراف المعياري	قيمة (ت)	مستوى الدلالة
تمثيل المواقف الرياضية	قبلي	٢.١٢	٠.٩٣	٦.٢٨	٠.٠٥
	بعدي	٣.٨٤	١.٧٢		
تقويم الحلول الرياضية	قبلي	١.٨٠	١.١٩	٥.٩٦	٠.٠٥
	بعدي	٣.٧٦	٢.٥٥		
وصف الأفكار الرياضية	قبلي	١.١٦	٠.٨٥	٥.٧٠	٠.٠٥
	بعدي	٣.١٢	٢.٠٢		
الدرجة الكلية	قبلي	٥.٠٨	٢.٣١	٧.٣٩	٠.٠٥
	بعدي	١٠.٧٢	٥.٣٧		

يتضح من الجدول السابق أن قيمة (ت) للفروق بين القياسين القبلي والبعدي للمجموعة التجريبية دالة عند مستوى (٠.٠٥) ولتعرف اتجاه الفروق يلاحظ أن متوسط درجات القياس البعدي أعلى من متوسط درجات القياس القبلي في جميع المهارات والدرجة الكلية مما يدل أن الفروق لصالح القياس البعدي.

وبناء على هذه النتيجة يتم رفض الفرض الصفري وقبول الفرض البديل الذي ينص على يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى دلالة (٠.٠٥) بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار مهارات التواصل الرياضي لصالح القياس البعدي.

ويمكن تفسير هذه النتيجة في ضوء. المتغير المستقل المستخدم في هذا البحث، فالمدخل مفتوح النهاية يعد من الطرق التي تعتمد على ايجابية المتعلم، مما تتيحه من فص للطلاب للبحث عن حلول متنوعة للمشكلة الواحدة وتحليل هذه الحلول وتقويمها، كما يوفر للطلاب فرص للتواصل بالحلول والأفكار، مما يمكنهم من التعبير عن افكارهم وحلولهم بلغة رياضية سليمة.

فضلاً على أن الأسئلة والمشكلات مفتوحة النهاية بما تتيحه للطلاب من الخروج عن نمطية التفكير في الرياضيات والتوصل إلى حلول متعددة صحيحة أو التوصل إلى الحل بأكثر من طريقة تنمي الاستدلال في الرياضيات، كما أن المشكلات الرياضية غير النمطية التي يتعرض لها الطلاب تعطيهم فرصة لممارسة مواقف رياضية تشجع، مما ينمي مهارات التواصل الرياضياي لدى هؤلاء الطلاب.

كما أن تدريب المتعلمين على ممارسة النشاطات والعمل في مجموعات صغيرة متعاونة أثناء العمل الجماعي يزيد من الثقة بالنفس ويشعر التلاميذ بقيمتهم فيكون عملهم دائما نشيطاً مميزاً مبنياً على زيادة تفكيرهم الاستدلالي.

دراسة (تيسير الخطيب، ٢٠٠٦)، و(محمد الخطيب، ٢٠٠٦)، و(الشدوح، ٢٠٠٦)، و(السريحين، ٢٠٠٧)، و(رزق، ٢٠٠٨)

ولتعرف فاعلية مدخل حل المشكلات مفتوحة النهاية قام الباحث بحساب كل من حجم التأثير d لكوهن بالإضافة الى مربع ايتا كما هو موضح في الجدول التالي:

جدول (٤): قيمة (إيتا) ومستوى حجم التأثير لمدخل حل المشكلات مفتوحة النهاية في تنمية مهارات التواصل الرياضي

المتغير التابع	المهارة	قيم مربع إيتا	قيم d	حجم التأثير
التواصل الرياضي	تمثيل المواقف الرياضية	٠.٦٢	٢.٥٣	كبير
	تقويم الحلول الرياضية	٠.٦٠	٢.٤٦	كبير
	وصف الأفكار الرياضية	٠.٥٨	٢.٣٤	كبير
	الدرجة الكلية	٠.٦٩	٢.٩٦	كبير

يتضح من الجدول السابق أن قيم (مربع إيتا) تراوحت بين٠.٥٨- ٠.٦٩ مما يعني أن من ٥٨- ٦٩ % من التباين الحادث في القياس البعدي للمجموعة التجريبية يعود إلى تأثير المتغير المستقل وهو مدخل حل المشكلات مفتوحة النهاية، كما تراوحت قيم (d) بين ٢.٣٤& ٢.٦٩ مما يدل على حجم تأثير كبير لمدخل حل المشكلات المفتوحة النهاية في تنمية مهارات التواصل الرياضي.

التوصيات: في ضوء ما توصلت إليه الدراسة من نتائج يوصي الباحث بما يلي:

١- تضمين منهج الرياضيات في المرحلة المتوسطة المزيد من المشكلات مفتوحة النهاية، التي تتحدى تفكير الطلاب وتتطلب استخدام العمليات العقلية العليا، ويجب أيضاً ربط تلك المشكلات بحياة المتعلمين حتى يكتسب المحتوى وظيفته.
٢- تطوير برامج إعداد المعلم بكليات التربية لمعلمي الرياضيات بحيث تشتمل على مداخل واستراتيجيات حل المشكلات مفتوحة النهاية.
٣- عمل دورات تدريبية للمعلمين و الموجهين لاستخدام وتطبيق استراتيجية حل المشكلات مفتوحة النهاية في تخطيط وتنفيذ دروس الرياضيات لتشجيع الطلاب على التفكير وزيادة القدرة على حل المشكلات.

٤- الاهتمام بتنمية مهارات التواصل الرياضي للمعلمين من خلال مدخل حل المشكلات مفتوحة النهاية.
٥- إعداد دليل لمعلم الرياضيات يشتمل على العديد من المشكلات مفتوحة النهاية وكيفية تدريب الطلاب على التمكن من تقديم أكبر عدد ممكن من الحلول من خلال العمل الجماعي والعمل الفردي.

المقترحات: في ضوء نتائج هذه الدراسة يمكن اقتراح التالي:

١- إجراء مزيد الدراسات حل استخدام مدخل حل المشكلات مفتوحة النهاية في تنمية الإبداع الرياضي
٢- دراسة أثر استخدام برنامج مقترح لتدريب الطلاب المعلمين في كليات التربية على مدخل حل المشكلات مفتوحة النهاية في تنمية الاستدلال الرياضي والقدرة على حل المشكلات الرياضية.
٣- إجراء بحوث أخرى لمعرفة أثر استخدام مدخل حل المشكلات مفتوحة النهاية في تنمية جوانب أخرى من الرياضيات مثل (القوة الرياضية – الترابطات الرياضية – التفكير الرياضي – التفكير الناقد – الحس الرياضي – مهارات حل المشكلات الرياضية – مهارات ما وراء المعرفة) في مراحل دراسية مختلفة.

المراجع:

أولاً: المراجع العربية:

إبراهيم, مجدي. (٢٠٠٤). **إستراتيجيات التعليم وأساليب التعلم**. القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية.

أبو زينة, فريد ؛ والعبابنة, عبدالله (٢٠٠٧م). **"مناهج تدريس الرياضيات للصفوف الأولى"**. عمان: دار المسيرة.

بدوي, رضا. (٢٠٠٣). **استراتيجيات في تعليم وتقويم الرياضيات**. القاهرة: دار الفكر العربي.

البركاتي, نيفين. (٢٠٠٧م). "اثر التدريس باستخدام استراتيجيات الذكاءات المتعددة والقبعات الست و K.W.L في التحصيل الدراسي ومهارتي التواصل والترابط الرياضي لدى طلاب الصف الثالث متوسط". رسالة دكتوراه غير منشورة. كلية التربية, جامعة أم القرى: مكة المكرمة.

التخاينة, بهجت.(٢٠١١). "فاعلية استخدام استراتيجية تدريسية قائمة على لعض أبعاد التعلم في تنمية الاتجاه ومهارات التواصل الرياضي لدى طلاب المرحلة الأساسية في مدارس تربية عمان". **مجلة الجامعة الإسلامية. الدراسات الإنسانية**. المجلد ١٩. ص ص. ٣٩٩-٤٢٦.

حمادة, محمد. (٢٠٠٧م). "فعالية استراتيجيات ما وراء المعرفة مع القصة في تنمية مهارات الفهم القرائي والتحصيل والميول القرائية في الرياضيات لطلاب الصف الثالث الابتدائي". **مجلة تربويات الرياضيات**, الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات, المجلد ١٠. مايو. ص ص ١٣-٦٩.

الحيلة, محمد. (٢٠٠١). **طرائق التدريس واستراتيجياته**. العين: دار الكتاب الجامعي.

الخطيب, تيسير. (٢٠٠٦). "فاعلية طريقة التدريس المستندة إلى النموذج الاستقصائي وحل المشكلات في التحصيل وتنمية مهارات البرهان الرياضي عند طلبة المرحلة الأساسية العليا". رسالة دكتوراه غير منشورة. كلية الدراسات التربوية العليا, جامعة عمان العربية للدراسات العليا.

الخطيب, محمد. (٢٠٠٦)."أثر استراتيجية تدريسية قائمة على حل المشكلات في تنمية التفكير الرياضي والاتجاهات نحو الرياضيات لدى طلاب الصف السابع الأساسي في الأردن". رسالة دكتوراه غير منشورة. كلية الدراسات العليا, الجامعة الأردنية.

رزق، حنان. (٢٠٠٨). "اثر توظيف التعلم البنائي في برمجية بمادة الرياضيات على تحصيل طالبات الصف الأول المتوسط بمدينة مكة المكرمة". رسالة ماجستير غير منشورة. كلية التربية، جامعة أم القرى: مكة المكرمة.

زيتون, حسن. (٢٠٠٩). استراتيجيات التدريس رؤية معاصرة لطرق التعليم والتعلم. ط ٢، القاهرة: عالم الكتاب.

سرور, على. (٢٠٠١م). مبادئ ومستويات الرياضيات المدرسية ٢٠٠٠ "المنهج التقويم", **المؤتمر العلمي السنوي**- الرياضيات المدرسية: معايير ومستويات- المنعقد من ٢١-٢٢ فبراير, القاهرة: جمعية تربويات الرياضيات, ص ص. ٢٣٨-٢٧٠.

السريحين, سفيان. (٢٠٠٧)."أثر استخدام استراتيجية حل المشكلات في معالجة المسألة الجبرية على تحصيل طلبة الصف السابع الأساسي في لواء الرمثاء". رسالة ماجستير غير منشورة. كلية التربية، جامعة آل البيت.

سلامة, حسن. (١٩٨٦). **بحوث في تعلم وتعليم الرياضيات**. مكة المكرمة. مكتبة الطالب الجامعي.

السواعي, عثمان. (٢٠٠٤). **معلم الرياضيات الفعّال**. دبي: دار القلم.

السيد, سامية. (٢٠٠٩). "وحدة مطورة قائمة على استخدام إستراتيجية حل المشكلات مفتوحة النهاية في تدريس الرياضيات لتنمية التحصيل و الإبداع الرياضي لدى تلاميذ مرحلة التعليم الأساسي". رسالة ماجستير غير منشورة. كلية التربية, جامعة الزقازيق.

الشدوح, وليد. (٢٠٠٦)."أثر تدريب معلمي الرياضيات على قواعد المنطق الرياضي وإستراتيجيات حل المشكلات في تحصيل طلبة المرحلة الأساسية العليا وقدرتهم على حل المشكلات". رسالة دكتوراة غير منشورة. كلية الدراسات التربوية العليا، جامعة عمان العربية للدراسات العليا: الأردن.

الصادق, اسماعيل. (٢٠٠١). **طرق تدريس الرياضيات نظريات وتطبيقات**. القاهرة: دار الفكر العربي.

صالح, محمد ؛ محمد, إبراهيم (٢٠٠٦)."فاعلية المدخل التكاملي القائم على حل المشكلات في تنمية التحصيل بمادتي العلوم والرياضيات والدافع للإنجاز لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية متباينى المستويات التحصيلية". **مجلة كلية التربية ببور سعيد**. كلية التربية ببور سعيد. جامعة قناة السويس. العدد (١). ديسمبر. ص ص. ١٦٣ -٢٠٢.

عبدالحافظ, محمد. (٢٠١١). "برنامج مقترح قائم على التواصل الرياضي لتطوير تعليم الرياضيات بمدارس اللغات بالمرحلة الابتدائية".رسالة دكتوراه.كلية التربية, جامعة المنوفية.

عبدالفتاح, ابتسام. (٢٠٠٨م). "اثر استخدام استراتيجية (فكر-زواج-شارك) في تدريس الرياضيات على تنمية التواصل والإبداع الرياضي لدى طلاب المرحلة الابتدائية", رسالة ماجستير غير منشورة. جامعة المنوفية: مصر.

عفيفي, احمد. (٢٠٠٨). "فاعلية استخدام استراتيجية ما وراء المعرفة في تنمية التحصيل والتواصل الرياضي لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي". **دراسات في المناهج وطرق التدريس**. العدد ١٤١.

عواد, أحمد؛ وعبد الله مسعد، (١٩٩٥). الفروق الفردية بين التلاميذ العاديين وذوي صعوبات التعليم في حل المشكلات الرياضية اللفظية. **مستقبل التربية العربية**. العدد ٢.

فريدريك هـ ,بل. (١٩٨٧). **طرق تدريس الرياضيات** (ترجمة محمد أمين و ممدوح محمد). القاهرة: الدار العربية للنشر والتوزيع.

القيسي, تيسير. (٢٠٠٧). "فاعلية استخدام استراتيجية حل المشكلات في التحصيل والتفكير الرياضي لدى طلبة المرحلة الأساسية في الأردن". **مجلة العلوم التربوية**. كلية التربية. جامعة قطر. العدد (١٢). يناير. ص ص. ٣٠١ – ٤٠٩.

متولي, علاء الدين. (٢٠٠٦م). "فاعلية استخدام مداخل البرهنة غير المباشرة في تنمية مهارات البرهان الرياضي واختزال قلق الرياضيات وتحسين مهارات التواصل الرياضي لدى للطلاب معلمي الرياضيات". **مجلة تربويات الرياضيات**- الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات. مجلد ٩. ص ص. ١٧٠-٢٤٩.

مراد, محمود ؛ والوكيل, السيد. (٢٠٠٦م). " فعالية برنامج مقترح في الرياضيات قائم على الأنشطة التعليمية في تنمية مهارات التواصل الرياضي والتفكير الرياضي لدى طلاب المرحلة الابتدائية". **مجلة تربويات الرياضيات** – الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات. جامعة بنها, المجلد التاسع, نوفمبر, ص ص ١٣١-١٦٨.

المشيخي, نوال. (٢٠١١م)." فاعلية برنامج تدريبي مقترح لتنمية مهارات التواصل الرياضي بالمرحلتين المتوسطة والثانوية بمدينة تبوك". رسالة ماجستير غير منشورة. كلية التربية, جامعة أم القرى.

المقرم, سعد. (٢٠٠١). **طرق تدريس العلوم المبادئ والأهداف**. ط١. عمان: الشروق للنشر والتوزيع.

منصور, مروة. (٢٠٠٥م). "فاعلية استخدام دورة التعلم في تنمية التفكير الهندسي والتواصل الرياضي لدى طلاب المرحلة الابتدائية". رسالة ماجستير. كلية التربية بكفر الشيخ, جامعة الأزهر.

ثانياً: المراجع الأجنبية:

Albert, L. (2000). Outside-in--Inside-out: Seventh grade students' mathematical thought process. **Educational Studies in Mathematics**. 41 (2). 109-141.

Baroody, A.J. (1993). **Problem Solving. Reasoning. and Communicating. K-8 Helping Children Think Mathematically**. New York. NY: Macmillan Publishing. Co.

Broderick, S.D. (2009). A comparison of mathematical discourse in online and face-to-face environments. MA thesis. Brigham Young University. Provo-UT.

Erickson, D. (1999). A Problem-based approach to Mathematics instruction. Mathematics Teacher. 92 (6). 516-521.

Fisher, R.M. (1990). Teaching Children to Think. Stanley. UK: Cheltenham Press.

Greer, R. Audery. (2010). Mathematical communication: A study of the impact expository writing in the Mathematics curriculum has on student achievement. PhD Capella University.

Hirschfeld-Cotton, K. (2008). Mathematical communication. conceptual understanding. and students' attitudes toward Mathematics. MA thesis. Nebraska State University. Oshkosh-NE.

Lampert, M. (2004). When the problem is not the question and the solution is not the answer. In National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (Ed.). Classics

in Mathematics Education (pp. 152-171). Reston. VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Lester, F.K.(1980). Selected Issues in mathematics Education in Mary M. Chicago: Mccutchan Publication Corporation. p146-149.

Lexi, Wichelt & Kearney. (2009). Communication: A Vital Skill of Mathematics. University of Nebraska-Lincolns.

Lim, Louis and David, K. (2007). Title: The Effects of Writing in a Secondary Applied Mathematics Class: A Collaborative Action Research Project. Montana State University.

Lubienski, S.T. (1999). Problem-centered Mathematics teaching. Mathematics Teaching in the Middle School. 5 (4). 250-255.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Reston. VA: The Author.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1991). Professional Standards for Teaching Mathematics. Reston. VA: The Author.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Reston. VA: The Author.

National Research Council (NRC). (2010). Assessing 21st Century Skills. Washington. DC: National Academies Press.

Pervenn, K. (2010). Effect of the problem-solving approach on academic achievement of students in Mathematics at the secondary level. **Contemporary Issues in Education Research,** 3 (3), 9-13.

Polya, G. (1957). **How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method.** London. UK: Penguin Books.

Ravitch, D. (2009). **21st-Century Skills: An Old Familiar Song**. Washington. DC: Common Core Standards. Inc.

Saavedra, A.R.. & Opfer. V.D. (2012). Learning 21st-century skills requires 21st-century teaching. Phi Delta Kappan. 94 (2). 8-13.

Schoenfeld, A.H. (1996). Research in Collegiate Mathematics **Education**. Providence, RI: American Mathematical Society.

Schoenfeld, A.H. (2007). Assessing Mathematical Proficiency. Cambridge, UK: Cambridge University Press.