ثر الأستراتيجية التدريس بالنمذجة على تنمية مهارات حل المسألة الرياضية لدى تلميذات الصف السادس الابتدائي

The Impact of Modeling Teaching Strategy in the Development of Mathematical Problem Solving Skills for Sixth Grade Female Students.

أ.نورة بنت فائز الشهري
طالبة دراسات عليا –كلية التربية جامعة الملك سعود
د.مسفر بن سعود السلولي
أستاذ مشارك –كلية التربية جامعة الملك سعود

المستخلص:
هدف البحث إلى الكشف عن أثر استراتيجية التدريس بالنمذجة على تنمية مهارات حل المسألة الرياضية لدى تلميذات الصف السادس الابتدائي. وقد استخدم البحث المنهج شبه التجريبي، وتكوّنت عينته من (٦٠) تلميذة من الصف السادس تم اختيارهن بطريقة قصدية من مدينة الرياض، في مجموعتين متكافئتين، الأولى تجريبية درست المحتوى الرياضي "النسبة والتناسب والنسبة المئوية" باستخدام استراتيجية النمذجة، والمجموعة الأخرى ضابطة درست نفس المحتوى الرياضي بالطريقة المعتادة. وجاءت نتائج البحث كالآتي:
وجود فرق ذا دلالة إحصائية عند مستوى (α≤ ٠,٠٥)، بين متوسطي درجات تلميذات المجموعة التَّجريبية والضَّابطة في الدرجة الكليَّة لاختبار مهارات حل المسألة الرياضية بشكل عام وعلى المهارات الفرعية التالية: مهارة وضع خطة للحل، ومهارة تنفيذ خطة الحل، ومهارة التحقق من صحة الحل،" لصالح التجريبية، وقد تعزى هذه النتيجة إلى استراتيجية التدريس بالنمذجة. أما مهارة "فهم المسألة الرياضية" فلا يوجد فرق ذا دلالة إحصائية عند مستوى (α≤ ٠,٠٥) بين متوسطي درجات تلميذات المجموعة التَّجريبية والضَّابطة.
كما تم حساب حجم الأثر لجميع المهارات ككل، ومهارة وضع خطة للحل، ومهارة تنفيذ خطة الحل، ومهارة التحقق من صحة الحل، وكانت النتيجة كالآتي:المهارات مجتمعة (٠,٢٥)، ومهارة وضع خطة للحل (٠,١٥)، ومهارة تنفيذ خطة الحل (٠,٣٢)، ومهارة التحقق من صحة الحل(٠,١٧). وجميعها ذات أثر مرتفع.

Abstract
The study aimed to explore the impact of a modeling teaching strategy in the development of mathematical problem solving skills for sixth grade female students. This study used a quasi-experimental approach and the sample consisted of (60) sixth grade girls from an elementary school in Riyadh. The participants were chosen purposefully, and divided into two equivalent groups. The experimental group was taught the topic of "Ratio; Proportion and Percentage" by modeling strategy. The control group was taught the same topics using traditional way. The results were:
There were statistically significant differences at the level of($\alpha \leq$ 0.05) between the mean scores of experimental and control groups in the aggregated mark of mathematical problem solving skills test: planning, implementing the problem solving plan, and verifying validity of problem solving. This differences may be attributed to the modeling strategy. Also, there were no statistically significant differences at the level ($\alpha \leq$ 0.05) between the mean scores of experimental and control groups in the understanding mathematical problem skill.
The effect size of modeling strategy was calculated on mathematical problem solving, the result showed: skills as a whole was (0.25), a plan for solving skill was (0.15), implementing the problem solving plan skill was (0.32), and verifying validity of problem solving skill was (0.17). These effect sizes were high.

مقدمة:

إن فهم المشكلة، والقدرة على حلها والتعامل معها، واتخاذ القرار السليم بشأنها؛ في مواجهة مواقف الحياة اليومية المختلفة من المهام الأساسية التي تدعو إليها الرياضيات. وقد ظهر الاهتمام بحل المشكلات من خلال تضمينها في معايير المجلس الوطني الأمريكي لمعلمي الرياضيات في كل المراحل الدراسية، وضرورة ترابطها عبر تلك المراحل National Council of Teachers Mathematics-NCTM, 2000)، لذلك فإن الرياضيات المدرسية وبرامج التطوير التربوي، تؤكد على أسلوب حل المشكلات؛ بوصفه أسلوبًا مناسبًا لتعلم الرياضيات وتعليمها. وقد أصبح أسلوب حل المشكلات من أهم المواضيع التي تُسهم في تطوير قدرة التلاميذ العامة على حل مشكلاتهم الحياتية، وتطبيق الرياضيات في مواقف حقيقية. وحتى يكون التلاميذ قادرين على حل مشكلات الحياة، فمن الضروري أن يكونوا قادرين على حل المسألة الرياضية، ومن هذا المنطلق جاءت الحاجة ماسة إلى تنمية قدرة التلاميذ على حل المسألة الرياضية (أبو زينة، ٢٠١١ ؛ Dendane, 2009).

إن حل المسألة الرياضية يُظهر مدى تطور القدرة العقلية، وفهم التلاميذ للرياضيات، ويُعطي فرصًا كافية في تنمية هذه القدرات وتطورها لديهم. ولأن حل المسألة الرياضية لا يعتمد على القدرة الحسابية فقط، ولكنه يتطلب أنواعًا أخرى من القدرات والمهارات، مثل القدرة اللغوية، والقدرة التحليلية، وقدرة الربط بين المعلومات، والقدرة التخطيطية والاستراتيجية؛ لذلك فأنه يجب أن يمتلك التلاميذ مثل هذه الأنواع من القدرات؛ حتى يستطيعون أن يحلوا المسألة الرياضية (راشد وخشان، ٢٠٠٩)؛ (Soylu, 2010). ولكن مثل هذه المهارات والقدرات لحل المسألة الرياضية تتطور ببطء، وتحتاج إلى فترة زمنية؛ لأنها تتطور بنسب مختلفة (المولى، ٢٠٠٩)؛ لذا يتوجّب على المعلم إتاحة الفرص الكافية للتلاميذ، في التعرف على المسألة عن طريق قراءتها قراءة واعية، وتحليلها، والتعبير عنها بلغتهم الخاصة، وتشجيعهم على ربط المعطيات بالمطلوب؛ من أجل التوصل إلى علاقة تربط بينهما، وإتاحة الفرصة لهم حتى يتوصلون إلى الحل، ثم يختبرون هذه الحلول للتحقق من صحة إجاباتهم (سبيتان، ٢٠١٢).

وبحسب مراحل النمو الذهني لبياجيه، فإن التلاميذ من سن السابعة إلى سن الثانية عشرة، قد توجد لديهم صعوبات في فهم التجريدات اللفظية وتطبيقها على الرموز والأفكار المجردة (أبو أسعد، ٢٠١٠). ويؤكد Minnesota STEM Teacher Center مركز معلمي ولاية مينيسوتا لجودة تعليم العلوم، والتكنولوجيا، والهندسة، والرياضيات، على أن استخدام النمذجة والنماذج المرسومة خطوة مهمة في مساعدة التلاميذ على الانتقال من العمل المحسوس أثناء حل المسائل، إلى مرحلة التجريد Science, Technology, Engineering and Mathematics in Minnesota -STEM, n. d).

وقد أشار كل من (أبو زينة، ٢٠١١؛ السواعي،٢٠١٠؛ راشد وخشان، ٢٠٠٩) إلى أن نمذجة المسائل بصور ورسومات توضيحية؛ تعطي نتائج أفضل من عرض المسائل بدونها، وأن استخدام أشياء مدركة حسيًّا؛ تساعد على فهم المسألة الرياضية. وإنه عند تمثيل التلاميذ لمسألة أو موقفًا رياضيًّا بطريقة ذات معنى؛ فإن ذلك يسهّل فهمها.

وفي دراسة قودنق (Gooding, 2009) عن الصعوبات التي يعاني منها تلاميذ المرحلة الابتدائية عند حل المسألة الرياضية، فإنها قامت بوضع بعض الاقتراحات والطرق بناء على استنتاجاتها؛ من أجل مساعدتهم في التغلب على هذه الصعوبات، وكان من بين هذه الطرق، استخدام اليدويات؛ لما لها من فائدة في ذلك، بينما ذكر بدوي (٢٠٠٣) بعض المقترحات والبرامج لتعليم حل المسألة، والتي يمكن للمعلم تنفيذها داخل حجرة الدراسة؛ من أجل تنمية مهارات حل المسألة الرياضية، وكان من ضمنها تشجيع التلاميذ على استخدام الرسم اليدوي. وأنه من المفيد جدًّا إيجاد تمثيلات رسومية قبل تكوين التمثيلات الرمزية؛ لأن إنشاء الرسوم يساعد في تمثيل المسائل الرياضية وحلها (Pintér, 2012).

وقد قام عدد من الباحثين، مثل شو (Choo, 2010)، وهار (Har, 2010) بالعمل على تنمية مهارات التلاميذ في حل المسألة الرياضية، من خلال أساليب التدريس التي تعتمد على النمذجة، فقد أشار جولر (Guler, 2011) إلى أن استخدام المعلم للتمثيلات البصرية، بما فيها النماذج في هذه المرحلة؛ يكون أكثر نجاحًا في مساعدة التلاميذ على فهم المسألة الرياضية وحلها، بالإضافة إلى تنمية المفاهيم الرياضية، فهي عملية ذات تأثير فعال في تعليم الرياضيات. كما أشار تشيونق (Cheong, 2002) إلى أن النماذج الرياضية

تساعد التلاميذ على اكتساب الخبرات الملموسة، التي هي أمر ضروري لفهم الرموز المجردة في الرياضيات. وقد أوصى عفانة (٢٠٠١) في دراسته بتطبيق المدخل البصري (الأنشطة البصرية) في تدريس الرياضيات؛ لما لها من فاعلية في تنمية القدرة على حل المسألة الرياضية؛ وعليه فإن تشجيع التلاميذ على إعادة صياغة المسألة بلغتهم الخاصة، وتوضيحها بالأشكال والنماذج البسيطة؛ قد يساعد على فهمهم للعلاقات الواردة في المسألة، كما أنها تمكّنهم من رؤية جميع الحقائق؛ مما قد يؤدي في الوصول إلى الإجابة بشكل سريع، وخاصة في بعض المسائل المتعددة الأبعاد، فقد تصبح أكثر وضوحًا إذا تم إعداد نموذج جيد متعلق بها (المشهداني، ٢٠١١أ).

ومما تقدم، يتضح أن النمذجة تقوم على بناء النماذج، سواء كانت هذه النماذج مادية، أم بصرية، أم رمزية. وقد ذكر (STEM, n. d) أن استخدام النمذجة تساعد التلاميذ على توليد المعادلة في المسألة اللفظية واكتشافها، والتي تؤدي إلى حلها، كما تساعد على تمييز العلاقات العددية، وعلى الربط بين أنواع المسائل؛ مما يسهم في تمكينهم من حلّ المسائل وبناء معنى لديهم.

وقد اشتهر تعليم الرياضيات في سنغافورا بشريط النمذجة (Bar modeling)، الذي يكون من خلال استخدام شريط مكون من مستطيلات، يمثل جميع المعلومات الموجودة في المسألة بشكل متكامل، وليس كأجزاء منفصلة (Fong & Lee, 2004). وقد ساعد هذا الأسلوب من النمذجة في حل الكثير من المسائل الحسابية اللفظية الصعبة، بالإضافة إلى أن تلاميذ المرحلة الابتدائية تمكّنوا من حل مسائل كانت تُعطى في السابق للمرحلة الثانوية (Cheong, 2002). وقد أشار فونق ولي (Fong & Lee, 2005)كذلك إلى أن التلاميذ الذين استخدموا شريط النمذجة أثناء حل المسائل اللفظية؛ قد تقدموا وتفوقوا في حلها.

ونظرًا لما للنمذجة (Modeling) من أهمية كبيرة في تعليم الرياضيات وتعلمها بشكل عام، وفي تنمية مهارات حل المسألة الرياضية بشكل خاص؛ فقد أصبح المهتمون بتدريس الرياضيات أكثر إدراكًا لدورها في فهم حل المسألة الرياضية وتسهيلها. وقد أكدت عديد من الدراسات على أهمية تبني التدريس بالنمذجة، وضرورة استخدام المعلم لها، وتوظيفها، والاهتمام بها عند حل المسألة (Problem) الرياضية؛ لما له من نتائج إيجابية، ومنها دراسة (أبو ريا، ٢٠١٣؛ والصباغ، ٢٠٠٦؛ وعرسان وأبو زينة، ٢٠٠٥)،

وكذلك دراسة كل من تيمور (Temur, 2012)، وتشوينق (Cheong, 2002)، وسويلو(Soylu, 2010)، وفونق ولي(Fong & Lee, 2005)، وموسوليدسوبيتاليزوتشريستو (Mousoulides, Pittalis&Christou, 2006).

مشكلة البحث:

إن التلاميذ عمومًا يواجهون صعوبات في حل المسألة الرياضية،وهذا ما لاحظته الباحثة من واقع عملها بصفتها معلمة رياضيات للمرحلة المتوسطة. فالتلميذات يفضلن التمارين، ويحصلن على درجات جيدة فيها، موازنة بالمسائل الرياضية اللفظية، وقد أكّد على ما سبق، النتائج التي توصلت إليها دراسة كل من مدين (٢٠٠٦)، والسميري (١٤٢٩) بالمملكة العربية السعودية، وهي وجود ضعف في أداء تلاميذ الصف الرابع الابتدائي في مهارات حل المشكلة اللفظية، ووجود صعوبات تواجه تلاميذ الصفين الخامس والسادس، أهمها صعوبات حل المسائل الرياضية، كما أشار الجنيد (٢٠٠٨) إلى أن مستوى أداء التلاميذ في حل المسألة الرياضية مازال دون المستوى المطلوب.

وتتفق نتائج مارتشز (Marchis, 2013) مع النتائج السابقة حيث توصلت إلى أن معظم التلاميذ يستطيعون وبسهولة حل المسائل الروتينية (التمارين)، وأما المسائل غير الروتينية، فقد استطاع نصف التلاميذ حلها بشكل صحيح، واستطاع ربع هؤلاء التلاميذ إعطاء حجج صحيحة لأجوبتهم.

وفي دراسة أولكون، وساهين، وأكورت، وديكارتن، وجولباش Olkun, Şahin, Akkurt, Dikkartin, Gulbagci, 2009)، التي طُرح فيها مسائل غير روتينية على تلاميذ المرحلة الابتدائية من الصف الثالث إلى الخامس (نقطة التركيز على مهارة حل المسألة، وليست على الحسابات)؛ أظهرت النتائج أن مستوى النجاح في هذا النوع من المسائل كان متدنيًّا. ويعضد نتائج هذه الدراسات ما ظهر في نتائج دراسة الاتجاهات الدولية في العلوم والرياضيات Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS, 2011) ، التي تُقدّم الأسئلة في شكل مشكلة رياضية، أو رسمًا تخطيطيًّا، أو صورة؛ يظهر بوضوح أن المملكة احتلت مراكز متأخرة بين الدول المشاركة.

ولأن هناك العديد من الدراسات التي أوصت بتقصي أثر استراتيجيات وطرق أخرى لحل المسألة الرياضية، ومهارات حل المسألة، ومنها دراسة (أبو ريا، ٢٠١٣؛ ورصرص، ٢٠٠٧؛ والبشيتي، ٢٠٠٧؛ والمجنوني ١٤٢٨)، ودراسة لوبيز (Lopez, 2008)، فقد قام احد الباحثين ببعض الزيارات الصفية خلال الفصل الدراسي الثاني من العام الدراسي ١٤٣٣-١٤٣٤ه لإحدى المدارس، وبحضور عدد من الحصص لبعض المعلمات؛ للتعرف على مستوى أداء التلميذات في مهارات حل المسألة الرياضية؛ و تمن ملاحظة أن مستوى كثير من التلميذات في مهارات حل المسألة متدنٍّ. وعند سؤال معلمات الرياضيات ومجموعة من التلميذات عن السبب، أجبن بأن المسألة تظهر مجردة أمام التلميذة، بالإضافة إلى أن التلميذات ليس لديهن إقبال على حل مثل هذه المسائل التي تظهر مملة بنسبة لهن. كما أكدت المعلمات أن التلميذات يظهرن تفاعلًا أكبر مع المسألة الرياضية عند استخدام النماذج والرسوم التوضيحية، إلا أن عديد منهن اتفقن على عدم تفعيلهن للنماذج والرسوم التوضيحية بشكل مستمر أثناء الحصص الدراسية، بحجة أنها تحتاج إلى جهد ووقت أكبر.

ومما سبق، تتلخص مشكلة البحث الحالي في ضعف مهارات حل المسائل الرياضية لدى التلميذات؛ وبالتالي يهدف البحث إلى التعرف على فاعلية استراتيجية التدريس بالنمذجة على تنمية مهارات حل المسألة الرياضية لدى تلميذات الصف السادس الابتدائي.

هدف البحث:

هدف البحث إلى معرفة أثر استراتيجية التدريس بالنمذجة على تنمية مهارات حل المسألة الرياضية (المهارات مجتمعة-وفهم المسألة –وضع خطة للحل-تنفيذ الحل-التحقق من صحة الحل) لدى تلميذات الصف السادس الابتدائي.

أهمية البحث:

١- يوفر لمعلم الصف السادس الابتدائي دليلاً إرشاديًّا في تدريس مهارات حل المسألة الرياضية بالنمذجة، والذي قد يُفيد في التغلب على صعوبات حل المسألة الرياضية التي تواجه التلاميذ.

٢- يضع بين يدي مصممي المناهج طريقة، يمكن من خلالها تنمية مهارات التلاميذ على حل المسألة الرياضية.

٣- يزود الباحثين التربويين ببعض الأدوات والنتائج عن فاعلية التدريس بالنمذجة على تنمية مهارات حل المسألة الرياضية، والتي يمكن الاستفادة منها في بحوثهم.

فروض البحث:

١-لا يوجد فرق دال إحصائيا عند مستوى ($\alpha \leq$ ٠,٠٥)، بين متوسطي درجات تلميذات المجموعتين التَّجريبية والضَّابطة في مهارات حل المسألة الرياضية في المهارات مجتمعة في التطبيق البعدي لاختبار قياس مهارات حل المسألة، يُعزى إلى متغير التدريس بالنمذجة. وتفرَّعت منه الفروض الآتية:

- لا يوجد فرق دال إحصائيا عند مستوى ($\alpha \leq$ ٠,٠٥)، بين متوسطي درجات تلميذات المجموعتين التَّجريبية والضَّابطة في مهارة فهم المسألة الرياضية في التطبيق البعدي لاختبار قياس مهارات حل المسألة، يُعزى إلى متغير التدريس بالنمذجة.
- لا يوجد فرق دال إحصائيا عند مستوى ($\alpha \leq$ ٠,٠٥)، بين متوسطي درجات تلميذات المجموعتين التَّجريبية والضَّابطة في مهارة وضع خطة لحل المسألة الرياضية في التطبيق البعدي لاختبار قياس مهارات حل المسألة، يُعزى إلى متغير التدريس بالنمذجة.
- لا يوجد فرق دال إحصائيا عند مستوى ($\alpha \leq$ ٠,٠٥)، بين متوسطي درجات تلميذات المجموعتين التَّجريبية والضَّابطة في مهارة تنفيذ خطة حل المسألة الرياضية في التطبيق البعدي لاختبار قياس مهارات حل المسألة، يُعزى إلى متغير التدريس بالنمذجة.
- لا يوجد فرق دال إحصائيا عند مستوى ($\alpha \leq$ ٠,٠٥)، بين متوسطي درجات تلميذات المجموعتين التَّجريبية والضَّابطة في مهارة التحقق من صحة حل المسألة الرياضية في التطبيق البعدي لاختبار قياس مهارات حل المسألة، يُعزى إلى متغير التدريس بالنمذجة.

حدود البحث:

- استخدام استراتيجية التدريس بالنمذجة من خلال إعادة صياغة محتوى (النسبة والتناسب والنسبة المئوية) من كتاب الصف السادس، في مهارات حل المسألة الرياضية (أفهم – خطط – حل – تحقق).
- اقتصر البحث على عينة من تلميذات الصف السادس في إحدى مدارس التعليم العام الحكومية للبنات بمدينة الرياض للعام الدراسي ١٤٣٤هـ/ ١٤٣٥هـ.

مصطلحات البحث:

- **التدريس بالنمذجة:** عرّف كارتير وريدولف وستيوارت Cartier, Rudolph & Stewart, 2001) **النمذجة (Modeling)** بأنها: تمثيلات مادية مجسمة، أو تمثيلات لفظية، أو تمثيلات بوسائط بصرية، أو تمثيلات بصيغ رياضية.أما لي وفونق (Fong & Lee, 2005, 62) ، فقد عرّف **شريط النمذجة (Bar Modeling)** بأنه: "تمثيلات بصرية تظهر كل المعلومات الموجودة في المسألة؛ وبالتالي تعطي نظرة شاملة للمسالة بأكملها"، وتعرّف النمذجة إجرائيًّا بأنه: عملية تقوم فيها التلميذة بتمثيل المسألة الرياضية بـ (تمثيلات مادية ملموسة، أو تمثيلات بصرية، ثم تحولها إلى تمثيلات لفظية، أو تمثيلات بصيغ رياضية)، بحيث تُسهم هذه التمثيلات في إدراك المعطيات والمطلوب لهذه المسألة، وكيفية الربط بينهما؛ للحصول على مجموعة أفكار تساعد في فهم بناء المسألة؛ وبالتالي القدرة على حلها؛ بهدف قياس مهارات حل المسألة الرياضية في محتوى النسبة والتناسب والنسبة المئوية لدى تلميذات الصف السادس الابتدائي في المجموعة التجريبية.
- **مهارات حل المسألة الرياضية:** عرّف المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات بالولايات المتحدة الأمريكية **حل المسألة الرياضية** بأنه: الانخراط في مهمة ما طريقة حلها ليست معروفة مسبقًا؛ من أجل الوصول إلى حل بالاعتماد على معرفة التلاميذ السابقة (NCTM, 2000)، وتعرّف مهارات حل المسألة الرياضية إجرائيًّا بأنها: قدرة تلميذات الصف السادس الابتدائي على إجراء المسألة وتنظيم الحل، من خلال تنفيذ المهارات التالية: فهم المسألة جيدًا، ووضع خطة للحل،

وتنفيذ خطة الحل، والتحقق من صحة الحل. وتُقاس المهارة بالدرجة التي تحصل عليها التلميذة في اختبار قياس مهارات حل المسألة الرياضية (من إعداد الباحثة).

مهارة فهم المسألة: تتمثل في قدرة التلميذة على قراءة المسألة قراءة واعية، وتحديد المعطيات والمطلوب، وإعادة صياغة المسألة بلغة سهلة، وتُقاس بالدرجة التي تحصل عليها التلميذة في أسئلة هذه المهارة، الواردة باختبار قياس مهارات حل المسألة الرياضية (من إعداد الباحثة).

مهارة وضع خطة للحل: تتمثل في قدرة التلميذة على تحديد العلاقة بين المعطيات والمطلوب، وإن لم يكن هناك علاقة مباشرة بين المعطيات والمطلوب؛ فإن التلميذة تبحث عن عوامل أخرى، مثل المفاهيم والقواعد، أو الحقائق التي تساعدها في الوصول إلى حل المسألة، وتُقاس بالدرجة التي تحصل عليها التلميذة في أسئلة هذه المهارة الواردة باختبار قياس مهارات حل المسألة الرياضية (من إعداد الباحثة).

مهارة تنفيذ خطة الحل: تتمثل في قدرة التلميذة على تنفيذ الخطة التي توصلت إليها، وإيجاد الحل،وتُقاس بالدرجة التي تحصل عليها التلميذة في أسئلة هذه المهارة الواردة باختبار قياس مهارات حل المسألة الرياضية (من إعداد الباحثة).

مهارة التحقق من صحة الحل: تتمثل في قدرة التلميذة على التحقق من خطوات الحل، وصحة الجواب أو حل المسألة بطريقة أخرى،وتُقاس بالدرجة التي تحصل عليها التلميذة في أسئلة هذه المهارة الواردة باختبار قياس مهارات حل المسألة الرياضية (من إعداد الباحثة).

الإطار النظري:

النمذجة (Modeling):

يرى سشيشل (Schichl, 2004) أن النموذج "نسخة مبسطة لشيء ما حقيقي"، وعرّف ديم (Dym, 2004) النموذج بأنه تمثيل مصغر، أو تصميم لشيء ما، مثلًا للتقليد، أو المحاكاة، أو للوصف، أو للتماثل الجزئي؛ من أجل المساعدة على تصور الأشياء التي لا يمكن أن تكون مباشرة. بينما عّرف بدوي (٢٠٠٧) النماذج بأنها: تمثيلات حسية ومصوّرة للأفكار الرياضية، ويمكن أن تعدّ "خرائط عقلية mental maps" لتصوّر العلاقات

واستكشافها، وحل المشكلات، وتنظيم المعلومات. وذكر تشينق (Cheng,2001)، أن النموذج الرياضي: تبسيط مشكلة حقيقية وتجريدها، ووضعها في صورة نموذج رياضي، هذا النموذج يمكن حله باستخدام أسلوب معروف، ثم يفسر الحل الذي تم التوصل له، ويترجم إلى حقيقة.

وقد عرّف توما (٢٠١١) التعلم بالنمذجة بأنها: عملية الاعتماد على النماذج في نقل فكرة أو خبرة إلى تلميذ أو مجموعة تلاميذ. أما ديم (Dym, 2004) فقد ذكر أنه يمكن استخدام الكلمات، أو الرسوم، أو الرسوم البيانية، أو النماذج المادية، أو برامج الكمبيوتر، أو الصيغ الرياضية للنمذجة. وبعبارة أخرى إن النمذجة يمكن أن تكون بعدة لغات أو طرق مختلفة في وقت واحد.

والمسألة اللفظية يمكن نمذجتها بنماذج على مستويات تتنوع من البسيط إلى المعقد، ومن الواقعي المحسوس إلى التمثيلي (الرسم)، حيث يبدأ التلاميذ بحل المسائل من خلال الألعاب المحسوسة، كلعبة الدب أو السيارة أو غيرها، ومع الوقت يُطّور التلاميذ تمثيلاتهم من خلال الرسم، فيرسموا أشكالًا معبرة عن المسألة. ويمكن للمعلمين أن يستفيدون من طُرق التمثيل المختلفة، والربط بينها؛ لتنمية قدرة التلاميذ على حل المسائل (STEM, n. d).

والرياضيات سواء كانت هندسة أم حسابًا فإنها أشكال، وعلاقات، وروابط، وليس هناك مسألة حسابية لا يمكن رسمها أو التعبير عنها بصورة أو شكل، وكل الكلمات يمكن ترجمتها إلى رموز (عبيدات وأبو السميد، ٢٠٠٥). وقد ذكر إبراهيم (٢٠٠٩) أن المعلم يستطيع أن يستخدم النمذجة للوصول إلى حل مبسط للمسألة. فالمسألة التي تقدّم بصورة سهلة تُعمّق فهم الرياضيات في عقول التلاميذ.

وبالتأمل في التعريفات السابقة، يمكن استنتاج أن النمذجة تمثيلات مختلفة لشيء ما؛ وبالتالي فإنه يمكن القول: إن النمذجة تمثيلات متعددة.

والنمذجة لها عدة أنواع منها النمذجة المادية وهي التي يُستخدم فيها وسائل أو مجسمات (محسوسات)، أو مُعينات مادية أو بصرية، أو رسوم لشرح المعرفة الرياضية وتجسيدها، مثل استخدام اليدويات، التي تساعد على اكتساب المعنى النظري مقترنًا بالجانب التطبيقي للمادة المتعلمة (المشهداني، ٢٠١١ب). وذكر بدوي (٢٠٠٧) أن المحسوسات، مثل قطع دينز، تزوّد التلاميذ بخبرات في اللمس؛ تساعدهم على نمذجة الرياضيات، ووصفها، واستكشافها. وذكر شين (Xin, 2012) أن شريط النمذجة، الذي هو جزء من التمثيلات

البصرية؛ يعمل على سدّ الفجوة بين النمذجة الملموسة والتمثيل المجرد من النماذج الرياضية.

وقد ذكرت الغزو (٢٠٠٥) أنه حتى تُستخدم اليدويات بشكل فاعل في تعليم المفاهيم الرياضية، فلابد من منح التلاميذ فرصًا لاستكشاف المفاهيم من خلالها، مع وجود قناعة لدى المعلم بقدرة التلاميذ على بناء المعرفة الرياضية بأنفسهم. وقد أظهرت نتائج دراستها أن اليدويات كان لها تأثير إيجابي في تعلم تلاميذ الصف الخامس للمفاهيم والمهارات المتعلقة بموضوع الكسور.

وهناك النمذجة الرياضية وهي عملية تمثيل مشكلة حقيقية بمصطلحات رياضية؛ من أجل إيجاد حل لهذه المشكلة (Cheng,2001).

وقد ذكرت أحمد (٢٠١٠)، أن نوع النمذجة المستخدم يجب أن يتفق مع طبيعة الموقف التعليمي، وحسب متطلباته وأهدافه، وأن يتم التنويع بين أنواع النماذج الرياضية التي يقدمها المعلم للتلاميذ في المواقف التعليمية المختلفة، بحيث يكون هناك تنوع بين (الرسوم البيانية والأشكال الهندسية – لقطات فيديو – النماذج المجسمة – الصور – التشابهات اللفظية والأفكار المتشابهة).

وبناء على ما سبق، أمكن استخلاص التالي:

- النمذجة المادية يمكن تجزئتها إلى جزأين: مواد ملموسة (يدويات)، وتمثيلات بصرية.
- النمذجة الرياضية هي نمذجة للمسائل، والمفاهيم، والنظريات برموز ولغة رياضية.

وتمثل النمذجة المكونات الرئيسة الأربع للخبرة الرياضية، وهي كما ذكرها هيلوكوكوكبرن (Haylock&Cockburn, 2008) " المواد الملموسة - التمثيلات البصرية - الرموز الرياضية - واللغة الرياضية".

وفي سنغافورة يتدرب تلاميذ المرحلة الابتدائية على النمذجة من أجل حل المسائل اللفظية والحياتية. ويُطلب منهم عند حل المسألة اللفظية أن يظهروا فهمًا للمسألة من خلال تمثيلها بثلاث طرق (نص مكتوب، وبناء إنشائي، وإجراء رياضي)، ومن خلال هذه الطرق الثلاث، يتضح تركيزهم واهتمامهم بأنواع النمذجة أثناء حل المسائل الرياضية (Fong & Lee, 2004).

أن أكثر تلاميذ الصفين الخامس والسادس يفضلون استخدام التمثيلات المادية (الصور والرسوم البيانية)، بدلًا من التمثيلات المجردة (رموز والخوارزميات) لحل المسائل الرياضية غير المألوفة وعلى الرغم من أن هذه الأنواع من التمثيلات المادية قد تؤدي إلى حلول صحيحة؛ إلا أن أكثر

المعلمين يُعارضون ذلك، ويُفضلون التمثيلات المجردة لتعلم المهام نفسها وحلها (Monoyiou, Papageorgiou&Gagatsis, 2007).

وقد أكد المركز الوطني لتقييم التعليم (National Center for Education Evaluation-NCEE, 2012) على أن التلاميذ الذين يتعلمون بصريًّا تمثيل المعلومات الرياضية (نمذجة مادية) في المسألة قبل كتابة المعادلة (نمذجة رياضية)؛ هم أكثر فعالية في حل المسألة الرياضية.

وتكمن أهمية النمذجة في إن استخدام النمذجة - سواء كانت أشياء مدركة حسيًّا أم رسومات- تساعد كثيرًا على فهم المسائل الرياضية. وقد ذكر أبو زينة والصباغ والخطيب (٢٠٠٧)، أن نمذجة الظواهر هي أحد أقوى استخدامات الرياضيات؛ لذا يجب أن تُتاح الفرصة لجميع التلاميذ، وفي جميع المستويات لنمذجة العديد من الظواهر رياضيًّا بطرق تكون متناسبة مع سنهم ومستوى تفكيرهم.

وقد كان من ضمن توصيات المجلس الوطني الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000)؛ من أجل بناء تلاميذ ذوي قوة في الرياضيات؛ أن تُضمن مقررات الرياضيات بعض المحتويات التي من بينها: استخدام نماذج ملموسة وتمثيلات بصرية (نمذجة مادية)، بالإضافة إلى التركيز على حل المسألة الرياضية، بما في ذلك المسائل المعقدة المكونة من عدة خطوات والمشاكل غير الروتينية.

وفي ذات السياق أوصى المركز الوطني لتقييم التعليم (NCEE, 2012)، باستخدام التمثيلات البصرية التي هي جزء من النمذجة المادية، سواء كانت (رسومًا بيانية، أو رسومًا تخطيطية، أو جداول، أو خطًّا للأعداد وشريط المئة)؛ لأنها تساعد التلاميذ على التركيز على ما هو أساسي في كثير من المسائل الرياضية، ولأن العديد من الدراسات أثبتت فعاليتها في تحسين إنجاز التلاميذ.

إجراءات تطبيق النمذجة في حجرة الدراسة:

لقد وضع مركز (NCEE,2012) بعض المقترحات حتى يمكن تطبيق التمثيلات البصرية، التي هي جزء من النمذجة داخل حجرة الدراسة، والتي اعتمدت عليها الباحثة أثناء التطبيق، وهي كالآتي:

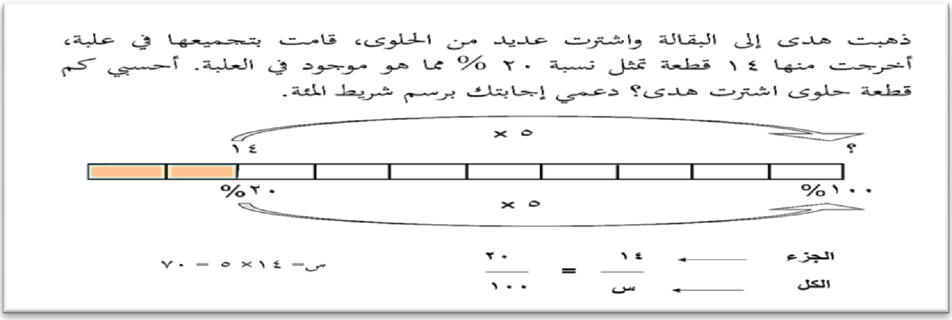
١- تحديد النماذج والتمثيلات المناسبة للتلاميذ وللمسألة الرياضية المقدمة.

قد يجد المعلم في المقرر الدراسي إمكانية استخدام أكثر من نموذج أو تمثيل مرئي للمسألة الواحدة، ولكن ينبغي على المعلم أن يحدّد أي نوع

من النمذجة المادية الذي من شأنه أن يعمل بشكل أفضل للتلاميذ، ويمكن تكرار استخدامه مع مسائل رياضية أخرى مماثلة، على سبيل المثال، استخدام الرسوم التخطيطية، فهي تعمل بشكل جيد مع النسبة، وفي شكل (١) مثال على ذلك.

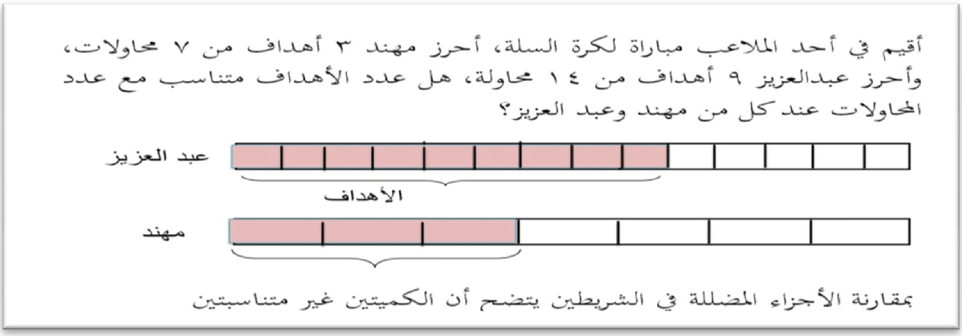
شكل(١) الرسوم التخطيطية في النسبة

وتكون أشرطة المئة مناسبة مع النسبة المئوية، وفي شكل (٢) مثال على ذلك.



شكل (٢) أشرطة المئة في النسبة المئوية

في حين تكون المخططات الشريطية أفضل مع التناسب؛ من أجل مقارنة الجزء مع الكل، وفي شكل (٣) مثال على ذلك.



شكل (٣) المخططات الشريطية في التناسب

٢- استخدام التفكير بصوت عالٍ، ومناقشة التلاميذ في كيفية نمذجة المسألة الرياضية وتمثيلها.

إن التفكير بصوت عالٍ أكثر من مجرد أن يسأل المعلم التلاميذ عما ينوون فعله، ولكن ينطوي على ذلك أن يعبّر المعلم عن أفكارهم، ويربطها مع بعضها بعضًا، وما الأقرب والأنسب للمسألة، ويمكن كذلك تعزيز المناقشات عن طريق طرح بعض الأسئلة التوجيهية على التلاميذ؛ لأنها تساعد على الممارسة والتدريب على حلّ المسائل الرياضية بصريًّا من خلال النمذجة، كذلك تشجيع التلاميذ على مناقشة أوجه الشبه والاختلاف بين النماذج والتمثيلات التي استخدموها. ويطلب المعلم منهم كذلك شرح كيف ولماذا استخدموا تمثيلًا معينًا لحل المسألة؛ لأن ذلك يتيح لهم التعلم من بعضهم بعضًا.

٣- تحويل المعلومات الممثلة بالنمذجة المادية بصريًّا في الحل إلى نمذجة رياضية.

بعد تمثيل المعلومات ذات الصلة في المسألة الرياضية بصريًّا، يجب على التلاميذ أن يجعلون كل الكميات والعلاقات في التمثيل البصري تتوافق مع الكميات والعلاقات في المعادلة الرياضية، وفي بعض الأحيان قد تكون ترجمة النموذج المادي إلى معادلة رياضية ليست بالأمر البسيط؛ لذلك يجب على المعلم تدريب التلاميذ على ذلك.

مهارات حل المسألة الرياضية:

إن حل المسألة الرياضية كما يرى جورج بوليا **(polya)** (١٩٧٩): تعني إيجاد مخرج من صعوبة أو طريق حول عقبة ما، أو الحصول على هدف لا

يمكن الحصول عليه مباشرة. وحل المسألة الرياضية عملية معقدة بالنسبة للتلاميذ؛ لأنها تتطلب منهم التفكير، والتبصر، والإدراك، وتصميم خطة عمل، وتقييم الحل، والتحقق من معقوليته. وهي نشاط عقلي يتم فيه إعادة تنظيم التعليم السابق المرتبط بالموقف غير المألوف الذي تعرّف عليه التلاميذ؛ بقصد الوصول إلى الحل الذي لم يكن جاهزًا لديهم في اللحظة التي تعرّضوا فيها للموقف (أبو زينة وعبابنة، ٢٠١٠).

ويعدّ جورج بوليا (polya) من الرواد في مجال حل المسائل الرياضية، وقد كان نموذجه هو الأكثر رواجًا، إذ عرض في كتابة البحث عن حل إطار عام لتعلم حل المسألة الرياضية بشكل جيد، حيث حدد أربع خطوات رئيسة لحل المسألة الرياضية: (فهم المسألة- وضع خطة للحل- تنفيذ خطة الحل- التحقق من صحة الحل)، وهي بمثابة الاستراتيجية الأم لمعظم الاستراتيجيات الخاصة التي تستخدم في حل المسألة الرياضية، وتدفع هذه الخطوات بالتلاميذ إلى التفكير بأسلوب فعّال؛ حتى يتمكّنون من الوصول إلى الحل الصحيح للمسألة الرياضية التي تواجههم.

وفهم المسألة تعتبر أهم خطوة فهي تعتمد بشكل كبير على قدرة التلاميذ على قراءة النص الرياضي وفهمه؛ تعدّ أمرًا ضروريًّا قبل أن يتمكّنوا من تطبيق المهارات الرياضية. ولكن التلاميذ قد لا يقرأون المسألة بعناية، وقد ينظرون إليها دون تفكير، ودون محاولة لمعرفة ما المشكلة الموجودة في السؤال (Pearce, Bruun, Skinner &lopez- Mohler, 2012). فالمعلم الياباني وقتًا كبيرًا على خطوة فهم المسألة الرياضية، ويركّز على أن تُقرأ المسألة اللفظية وتُفهم بشكل جيد، بل إن هذا الاهتمام بخطوة فهم المسألة أصبح مشهورًا في دول جنوب شرق آسيا. إن فهم المسألة الرياضية يساعد على نمذجة المسألة وترجمتها في صور مختلفة؛ مما يكون له الأثر الكبير في تنمية قدرات التلاميذ على حلّ المسألة اللفظية؛ وبالتالي تحويلها من الصور المرسومة إلى الرموز الرياضية المجردة (Jackson, 2005).

وحتى يصبح التلاميذ ذو مهارة في حل المسألة الرياضية فأنهم يحتاجون إلى السرعة، والدقة، والإتقان، وأن القدرة مع كثرة التدريب والممارسة، ومع وجود طرق مُعينة؛ تتحوّل إلى مهارة.والمهارات في الرياضيات لها أشكال وأنماط مختلفة، ومن هذه المهارات، المهارات الأدائية، وهي الربط بين المواقف العملية والمواقف الرياضية من

حيث ترجمتها إلى علاقات ونماذج رياضية، أو إلى عمليات إجرائية، ومن أمثلتها حل المسائل اللفظية (المشهداني، ٢٠١١أ).

ومما يُذكر أن التلاميذ إذا لم يُطوروا مهارتهم في أداء بعض الأعمال، ويكتسبوا مهارات جديدة؛ فإن ذلك سيعوق تقدمهم في تعلُّم الرياضيات،وعندما يكون التلاميذ قادرين على حل المسألة الرياضية، فإنهم يمتلكون مهارة من أهم المهارات التي متى ما استطاع المعلم تكوينها وتنميتها لدى التلاميذ؛ استطاع تحقيق هدف رئيس من إهداف تعلم الرياضيات؛ لأن المهارة توفّر الجهد والوقت في حلّ المسائل، وتُسهّل على التلاميذ الحل بشكلٍ سليم. ومن تعريفات مهارة حل المسألة أنها: "مهارة تُستخدم عند وجود مشكلة أو قضية يُراد الوصول إلى حل مناسب لها" (العياصرة، ٢٠١٣، ص٢١٩).

وقد بيّنت دراسة يو (Yeo, 2009) أنه على التلاميذ أن يمتلكون المعرفة ذات الصلة بمهارات حل المسألة الرياضية، مثل (المعرفة الحسابية، والمعرفة اللغوية، والمعرفة المفاهيمية، والمعرفة التخطيطية، والمعرفة الاستراتيجية)، وأن يكون لدى التلاميذ القدرة على دمج هذه المعرفة مع المهارات المناسبة من مهارات حل المسألة. وذكر داغر (٢٠٠٦) أنه يصعب تحديد ماهي مهارات حل المسألة، إذا ما أُخذ بعين الاعتبار الطبيعة المعقدة للعمليات التي تدخل في حل المسألة الرياضية.

ومن الملاحظ أن التلاميذ قد يمتلكون معارف ومهارات أساسية، إلا أنهم لا يستطيعون نقلها إلى مواقف جديدة، وهذا ما توصلت إليه زانزلي ونام (Zanzali& Nam, 2000)على مدارس المرحلة الثانوية، حيث ذكرت أن التلاميذ لديهم معرفة جيدة نسبيًّا من المعارف والمهارات الأساسية، إلا أن قدرتهم منخفضة في مهارات حل المسألة الرياضية. وذكر كريبيرت وآخرون (Crebert, et al, 2011)، أن التلاميذ يتعلمون مهارات حل المسألة الرياضية؛ حتى يكونون قادرين على نقل ما تعلموه في سياقات ومواقف أُخرى مختلفة وجديدة.

استراتيجيات حل المسألة الرياضية:

أن المعلمين - على حدٍّ سواء في الخدمة وقبل الخدمة- يجب أن يتعلموا استراتيجيات حل المسألة الرياضية التي أوصى بها NCTM؛ من أجل تحسين مهارات التلاميذ أثناء حل مشكلاتهم(Bruun, 2013).

وهناك العديد من الاستراتيجيات الخاصة التي تنمي قدرة التلاميذ على حل المسألة الرياضية، وقد تكون بعض الاستراتيجيات مناسبة أكثر من غيرها في حل مسألة رياضية معينة، وليس بالضرورة أن تحل مسألة باستراتيجية واحدة معينة، بل يمكن أن تحلّ المسألة الرياضية بأكثر من استراتيجية.

وفي دراسة لوبيز (Lopez, 2008) التي كان الغرض منها مراقبة عمل (١٢) من تلاميذ الصف الثامن، وقدراتهم الرياضية، والتحقيق فيما إذا كانت استراتيجيات حل المسألة الرياضية ستعزز عند التلاميذ "التفكير الرياضي، وقدراتهم على فهم المسائل الرياضية وحلها"؛ وقد أظهرت نتائج الدراسة فعالية استخدام استراتيجيات حل المسألة على التلاميذ المعرضين للدراسة. وفي دراسة سيفيرين(Severin, 2007) التي هدفت إلى معرفة ما إذا كان هناك فروق في قدرة تلاميذ الصف الثامن على حل المسائل الرياضية، تُعزى إلى تدريسهم استراتيجيات حل المسألة الرياضية؛ وقد أظهرت النتائج أن التلاميذ كانوا أكثر نجاحًا بعد أن تعلموا استراتيجيات مختلفة لحل المسألة الرياضية، وأنهم بدأوا يتعاملون معها كما يتعاملون مع الألغاز أو الألعاب العقلية. وفي دراسة مشابهة لـ موتشسيلا(Mochesela, 2007) التي كان التركيز فيها على تعريض التلاميذ لمجموعة متنوعة من استراتيجيات حل المسألة الرياضية، وكانت المسائل غير روتينية؛ فقد بينت النتائج أن الوعي بهذه الاستراتيجيات يحسّن من أداء التلاميذ أثناء حل المسائل الرياضية، ويحسّن كذلك اتجاهاتهم نحو حل المسائل الرياضية بشكل خاص، ونحو الرياضيات بشكل عام.

النمذجة وحل المسألة الرياضية:

إن أهمية حل المسألة الرياضية يكمن في فهم المسألة الرياضية ورسم الأفكار الرياضية في الموقف الرياضي بالدوائر، والخطوط، والفراغات، والأشكال. فهذه النماذج المرسومة من قبل التلاميذ تساعدهم على فهم الموقف، وتجعلهم يفكرون بطرقهم الخاصة في الحل، وخطوات الحل، بالإضافة إلى أن هذه

الرسومات تساعد المعلمين على فهم التفكير الرياضي للتلاميذ، وتساعدهم على التعلم من بعضهم بعضًا (النعواشي،٢٠٠٧).
ومن المهام الرئيسة لأي تلميذ حتى يشارك في حل المسألة الرياضية، ترجمة المعلومات الكمية في المسألة إلى صور رمزية، وتمثيلات بصرية، سواء كانت جداول، أم رسومًا بيانية، أم خط أعداد، أم مخططات، أو شريط المئة؛ حيث إنها تساعد التلاميذ على حل المسألة الرياضية من خلال ربط العلاقات بين الكميات في المسألة مع العمليات الحسابية اللازمة لحل المسألة. والتلاميذ الذين يتعلمون بصريًّا تمثيل المعلومات الرياضية (نمذجة مادية) في المسألة قبل كتابة المعادلة (نمذجة رياضية)؛ يكونون أكثر فعالية في حل المسألة الرياضية. وفي رأي فريق NCEE ، أنه يجب على المعلم تعليم التلاميذ باستمرار أنواعًا قليلة من النماذج المادية بدلًا من العديد منها؛ حتى لا يتشتت انتباه التلاميذ، وأن تُقدّم إليهم اقتراحات لاختيار النمذجة المناسبة لكيفية تمثيل المسألة الرياضية (NCEE, 2012).

استراتيجيات حل المسألة الرياضية القائمة على النمذجة، والتي استخدمتها الباحثة:

إن التلاميذ الذين يمتلكون مهارة النمذجة البصرية في المسائل اللفظية؛ تزيد لديهم القدرة على حل المسائل الرياضية، وكذلك يصبحن أكثر دقة (Har, 2010).

وفي دراسة سيكوز وكولمنوسيزتني (Csíkos, Szitányi,&Kelemen, 2011) التجريبية التي تناولت تقصي أثر برنامج لتلاميذ الصف الثالث، حيث ركز البرنامج على تطوير معرفة التلاميذ باستراتيجيات حل المسألة الرياضية، مع التركيز على دور التمثيل البصري في النمذجة الرياضية، وطُلب من التلاميذ عمل رسوم (تمثيلات) لكل مهمة (مسألة رياضية) تُعطى إليهم، ويكون ذلك في مجموعات. وكان المعلم يناقش اعتقاداتهم وآرائهم حول دور التمثيلات البصرية في حل المسألة الرياضية؛ وقد أشارت النتائج إلى جدوى التعلم عن طريق التمثيلات البصرية وأهميتها في حل المسائل اللفظية.

وقد تم توثيق هذه النتائج بشكل خاص في سنغافورة، وعديد من الدول التي أظهرت تفوقًا في الاختبارات الدولية؛ حيث إن استخدام استراتيجية عمل نموذج (شريط النمذجة)، قد أُستخدم بشكل مكثف عبر الصفوف، وأن فرصة

التلاميذ لحل المسائل عند استخدامهم لهذه الاستراتيجية (شريط النمذجة)؛ تكون أكبر. فالتلاميذ الذين أظهروا قدرة على تكوين المعادلات من مواقف المسائل السهلة، غالبًا ما وجدوا أن استخدام الرسومات بالشريط بشكل خاص؛ يكون ذا فائدة في زيادة قدراتهم، وجعلهم أكثر دقة عندما تزداد صعوبة المسائل (Har, 2010).

وبناءً على ما سبق، فإن عديد من الباحثين توصلوا إلى فعالية بعض الاستراتيجيات القائمة على النمذجة، وهي كما ذكرها صادق (٢٠٠١): استخدام المواد الحسية أو الملموسة، تمثيل المسألة، عمل قائمة منظمة أو جدول، الأنماط (البحث عن نمط)، رسم شكل توضيحي أو عمل نموذج.

تعدّ هذه الاستراتيجيات من الاستراتيجيات التي تساعد التلاميذ على تحويل المسألة من معطيات مجردة، إلى رسومات محسوسة قابلة للتفسير؛ مما يمكّنهم من التوصل إلى الإجابة بسرعة، وتُستخدم بشكل أكبر في المراحل العليا عن طريق تمثيل المسألة بالرسوم البيانية، أو أشكال فن، أو الرسوم الشجرية، أو رسم تقريبي ييسر المسألة، بحيث يعين للتلاميذ الثوابت والمتغيرات في المسألة (أبو عقيل، ٢٠١٤). وقد ذكر سيفيرين (Severin, 2007)، أن استراتيجية رسم صورة تجعل التلاميذ يستخدمون مخيلتهم في روية تفاصيل المسألة.

وفي هذا الصدد، فقد اشتهرت سنغافورة بالنمذجة من خلال تطبيقها لاستراتيجية أُطلق عليها العديد من المُسميات، منها شريط النمذجة (Bar Modeling) ، ونموذج الرسم (Model Drawing)، والرياضيات السنغافورية (Singapore Math)، وقد نُسبت إلى سنغافورة؛ لأنها ظهرت فيها واُشتهرت بها. وذكر هافنوجارليك (Hoven &Garelick, 2007)، أن شريط النمذجة يعدّ أحد البدائل الخاصة التي تُصنّف ضمن استراتيجية (رسم شكل أو نموذج)، والتي هي من الاستراتيجيات الخاصة بحل المسألة الرياضية.

ومناهج الرياضيات السنغافورية الحديثة اتجهت إلى جعل النمذجة جزءًا من تعليم الرياضيات وتعلمها، والتي تريد أن تجعل التلاميذ مشاركين ومنفذين لأنشطة النمذجة داخل الفصول الدراسية (Eric, 2009)، بل إنها جعلت أحد الأهداف الرئيسة لتعليم الرياضيات، تمكّن التلاميذ من تطوير قدراتهم في حل

المسائل الرياضية باستخدام نموذج الرسم (Hsu, 2013). وقد أشار هنق (Hing, 2010) إلى أن نموذج الرسم الذي يقوم على بناء نماذج تصورية لتمثيل الكميات المعلومة، والكميات المجهولة، والعلاقة بينهما في المسألة الرياضية؛ تساعد في الحصول على فهم أفضل للمسألة، وتعمل كذلك على تطوير قدرات التلاميذ في التفكير الرياضي وحل المشكلات. وقد أكد فونق ولي (Fong & Lee, 2005) على أن هذه الطريقة تساعد وبقوة على حل المسائل اللفظية، بالإضافة إلى فائدتها التي تقدمها للمعلمين. فالطبيعة البصرية التي تقوم عليها هذه الطريقة تسمح للمعلمين بتحديد الصعوبات التي تواجه التلاميذ، وتساعد التلاميذ الذين لديهم صعوبات في حل المسائل اللفظية على تحسين مهارتهم فيها.

وقد أظهر التلاميذ في سنغافورة فهمًا أكثر تطورًا لاستخدام هذه الاستراتيجية، وهذا ما توصل له لي وهنق ونق وهونق Lee, Khng, Ng & Kong, (2013) حيث ذكروا أن التلاميذ في المرحلة الابتدائية أكثر وعيًا نموذج الرسم. وأظهرت النتائج كذلك أن غالبية التلاميذ لديهم فهم متطور جدًّا للكيفية التي ينبغي بها تفسير تمثيلات رسومية في الواقع، وقد يعود السبب في ذلك إلى أن التربويين الرياضيين في سنغافورة يستخدمون شريط النمذجة بشكل مستمر ومنتظم؛ حيث إن التلاميذ يعرفون نوع الشكل الذي يجب أن يرسموه في موقف حل المسألة (Hoven &Garelick, 2007).

منهج البحث وإجراءاته:

اعتمد البحث المنهج شبه التجريبي بتصميمه القائم على مجموعتين (تجريبية تدرَّس المحتوى الرياضي باستخدام النمذجة – ضابطة تدرَّس المحتوى نفسه بالطريقة المعتادة) ذات اختبارين (قبلي- بعدي). وكان أفراد البحث من تلميذات الصف السادس الابتدائي، بإحدى المدارس الحكومية والتي تم اختيارها بصورة قصدية، وتمثلت عيِّنة البحث في شعبتين حيث بلغ عدد أفراد العينة (٦٠) تلميذة، (٣٠) تلميذة في المجموعة التجريبية و(٣٠) تلميذة في المجموعة الضابطة.

مادة البحث (دليل المعلم): تم إعداد دليل المعلم ليكون مرشدًا وموجهًا لتوضيح كيفية تدريس المحتوى الرياضي " النسبة والتناسب والنسبة المئوية" لتلميذات الصف السادس الابتدائي؛ من أجل إكسابهن المهارات الفرعية

المطلوبة (أفهم –أخطط – أحل – أتحقق), في ضوء استخدام النمذجة. وتكون الدليل من المعرفة الرياضية التي تخصّ" النسبة والتناسب والنسبة المئوية" في الفصلين السابع والثامن، وقد صمم دليل المعلم بحيث يحتوي على الآتي:

مفهوم النمذجة، أسباب اختيار المرحلة الابتدائية، أهمية استخدام النمذجة في تدريس الرياضيات بالمرحلة الابتدائية، مبررات استخدام النمذجة في محتوى النسبة والتناسب والنسبة المئوية للصف السادس، جدول يوضح توزيع الحصص على المحتوى، خطوات التدريس باستخدام النمذجة، ومحتوى الدروس وطريقة عرضها.

وبعد إعداد الدليل في صورته الأولية، تم عرضه على مجموعة من السادة المحكمين المتخصصين في مجال المناهج وتعليم الرياضيات، وقد تم تعديل الدليل وإعادة صياغته.

أداة البحث: تمثلت أداة جمع البيانات في اختبار لقياس مهارات حل المسألة الرياضية، وهدف الاختبار إلى التعرف على مستوى تلميذات الصف السادس الابتدائي في مهارات حل المسألة الرياضية وفق المهارات الفرعية: (فهم المسألة -وضع خطة للحل -تنفيذ الحل -التحقق من صحة الحل)، بوصفها ناتج تعلم لاستخدام النمذجة في التدريس لهؤلاء التلميذات. وتم تصميم الاختبار بحيث يتألف من:

تعليمات الاختبار، بيانات التلميذة - وقد اشتملت على الاسم، والصف، والمدرسة، والتاريخ - أسئلة الاختبارمن نوع حل المشكلات، حيث تم عرض كل سؤال في صفحة مستقلة، وقد تبع كل سؤال جدول مخصص للإجابة، يتضمن المهارات الفرعية (أفهم – أخطط – أحل – أتحقق).
ولصياغة مفردات الاختبار، تم تحديد نوعية الأسئلة التي يجب أن يتضمنها الاختبار، وتطلب ذلك مراجعة الآتي: كتاب الطالب، كراسة التدريبات،دليل المعلم، وبعض الاختبارات المشابهة التي تم إعدادها في بعض الدراسات والبحوث المماثلة، مثل: (الشافعي، ٢٠١٠؛ والعالول، ٢٠١٢؛ وعرسان وأبو زينة، ٢٠٠٥؛ وعواد، ١٩٩٩؛ والمشهراوي، ٢٠٠٣).

الوزن النسبي لكل موضوع في محتوى"النسبة والتناسب والنسبة المئوية" على أساس عدد الحصص المستغرقة في تدريسه، وقد تم التوصل إلى الوزن النسبي الموضح في الجدول (١):

جدول (١)

الأوزان النسبية لمواضيع محتوى" النسبة والتناسب والنسبة المئوية"

الموضوع	عدد الحصص	الوزن النسبي	الموضوع	عدد الحصص	الوزن النسبي
النسبة والمعدل	٢	%١١,٨	خطة حل المسألة	١	%٥,٩
جداول النسب	٣	%١٧,٦	تمثيل النسبة المئوية	٢	%١١,٨
التناسب	٢	%١١,٨	النسب المئوية والكسور الاعتيادية	٢	%١١,٨
حل التناسب	٣	%١٧,٦	النسب المئوية والكسور العشرية	٢	%١١,٨
المجموع	١٧	%١٠٠			

وفي ضوء ما سبق، تم صياغة مفردات الاختبار، والمتمثلة في أسئلة حل للمشكلات والتي قد تتطلب قدرات عقلية عليا لحلها من قبل التلميذات، وقد كانت من النوع المقالي؛ حتى تستطيع التلميذة التعبير عن معرفتها بصورة مكتوبة تبيّن قدراتها ومهاراتها بشكل حر دون قيود.

وقد رُوعي عند صياغة تلك المفردات السلامة اللغوية للمفردات التي يتضمنها الاختبار، والصحة العلمية للمفردات، بالإضافة إلى ملاءمة المفردات لمستوى تلميذات الصف السادس من حيث طريقة عرضها.

بعد إعداد الاختبار في صورته الأولية، تم عرضه على مجموعة من السادة المحكمين المتخصصين في مجال المناهج وتعليم الرياضيات، وقد تم تعديل الاختبار وإعادة صياغته. ثم تم تطبيق اختبار قياس مهارات حل المسألة الرياضية، على عيِّنة استطلاعية - من خارج عيِّنة البحث - مكونة من (٣٤) تلميذة ، ثم أعيد الاختبار مرة أخرى. وكانت أهم نتائج التجربة الاستطلاعية على النحو الآتي:

معاملات الصعوبة والتمييز لمفردات الاختبار: تم حساب معاملات الصعوبة للاختبار، باستخدام المعادلات الخاصة بذلك. ويوضح الجدول (٢) قيم معاملات الصعوبة، والتمييز لمفردات الاختبار.

جدول (٢): معاملات الصعوبة والتمييز لمفردات الاختبار

المعامل	معامل الصعوبة	معامل التمييز	المعامل	معامل الصعوبة	معامل التمييز
السؤال الأول	٠,٤٣	٠,٤١	السؤال الرابع	٠,٤٧	٠,٦١
السؤال الثاني	٠,٤٢	٠,٤٦	السؤال الخامس	٠,٣٣	٠,٤٠
السؤال الثالث	٠,٣٤	٠,٤٣	السؤال السادس	٠,٦٣	٠,٥١

ويتضح أن مفردات الاختبار مناسبة، ولها القدرة على التمييز بين التلميذات؛ حيث تراوحت معاملات تمييز الاختبار بين (٠,٤٠، ٠,٦١)، في حين تراوحت معاملات الصعوبة لها بين (٠,٣٣، ٠,٦٣). وتُفسر بأنها ليست شديدة الصعوبة، وبناء على هذه المعاملات ظلّ الاختبار بمفرداته كما هو يحتوي على (٦) أسئلة؛ وبالتالي أصبح الاختبار صالحًا للتطبيق على عيَّنة البحث الأساسية.

معامل ثبات الاختبار: قامت الباحثة بحساب ثبات الاختبار باستخدام طريقة إعادة التطبيق للاختبار على العينة الاستطلاعية بفاصل زمني ثلاثة أسابيع، وتم استخدام معامل ارتباط بيرسون ووجِد أنه (٠,٦٧)، وهي قيمة جيدة تجعل الاختبار مقبولًا وصالحًا للتطبيق.

وصف الاختبار وطريقة تصحيحه: تم تصحيح إجابات التلميذات في اختبار قياس مهارات حل المسألة الرياضية وفق محكات تصحيح، وقد تم إعطاء (٥) درجات للإجابة الصحيحة عن كل سؤال من أسئلة الاختبار، والبالغ عددها(٦) أسئلة: درجة لمهارة الفهم، ودرجة لمهارة التخطيط، ودرجتان لمهارة تنفيذ الحل، ودرجة لمهارة التحقق من صحة الحل، وبذلك تكون الدرجة الكلية للاختبار (٣٠) درجة.

ضبط تكافؤ المجموعتين:

تم ضبط العمر الزمني للطالبات وقد كان متوسط أعمار المجموعة التجريبية بالشهور (١٤٦,١٣) والضابطة (١٤٥,٢٧). تم كذلك التطبيق القبلي لاختبار قياس مهارات حل المسألة الرياضية وجاءت النتائج غير دالة احصائيا عند مستوى(□≥ ٠,٠٥) وبالتالي المجموعان متكافئتين.

تطبيق مادة البحث وأداته: استغرق تدريس المحتوى لكلا المجموعتين ١٧حصة، استمرت خلال ثلاثة أسابيع. بعد ذلك تم

إجـراء التطبيـق البعـدي لاختبـار قيـاس مهـارات حـل المسـألة الرياضـية علـى تلميـذات المجمـوعتين. وقـد صُـحّح الاختبـار ورُصـدت الـدرجات لمعالجتها إحصائيًّا؛ بغرض التحقق من فروض البحث.

عرض نتائج البحث وتفسيرها ومناقشتها:

التحقق من صحة الفرض الرئيس:

" لا يوجد فرق دال إحصـائيا عنـد مسـتوى ($\alpha \geq$ ٠,٠٥)، بـين متوسـطي درجات تلميذات المجموعتين التَّجريبية والضَّابطة في مهارات حل المسألة الرياضية".

باستخدام اختبار T-test للمجموعات المستقلة، تم حساب قيمة (ت) ودلالتها الإحصائية للدرجة الكلية لاختبار تلميذات المجموعتين، بالإضافة إلى حساب حجم الأثر. كما في جدول (٣)

جدول (٣)

نتائج اختبار (ت) في التطبيق البعدي لاختبار قياس مهارات حل المسألة الرياضية (كل المهارات) للمجموعتين التجريبية والضابطة

المهارة	المجموعة	العدد	متوسط الدرجات	الانحراف المعياري	قيمة (ت)	مستوى الدلالة	مربع إيتا
كل المهارات	التجريبية	٣٠	١٣,٤٥	٥,٧٥٣	٤,٤٥	٠,٠٠٠	٠,٢٥
	الضابطة	٣٠	٧,٢٦٧	٤,٩٨٢			

يتضـح مـن الجـدول (٣) وجـود فـرق دال إحصـائيا عنـد مسـتوى (٠,٠٠٠) لصـالح المجموعـة التجريبيـة فـي التطبيق البعدي لاختبـار قيـاس مهـارات حـل المسـألة الرياضـية تُعزى إلـى متغيـر استراتيجية التـدريس بالنمذجـة. وبالتـالي نرفض الفرضـية الصـفرية ونقبـل الفـرض البـديل. وللتأكد أنَّ الفـرق النـاتج هـو فرق حقيقـي؛ تَّـم حسـاب حجـم الأثـر (مربـع إيتـا)، الـذي كانـت قيمتـه (٠,٢٥)، ويعني هذا أن استخدام التـدريس بالنمذجـة فـي محتـوى التجربـة؛ كـان لهـا دور واضح في تطوير وتنمية مهارات حل المسألة الرياضـية. وتتفق هـذه النتيجة مـع مـا توصـل إليـه كـل مـن (هويفل,Heuvel-Panhuizen)(2003, وفونـق ولـي(Fong & Lee, 2004) , وفونق ولـي (Fong & Lee, 2005) , وهينق (Hing, 2010)، وجولر (Guler, 2011) ؛ بأن النمذجة تعمل علـى تنمية مهارات حل المسألة الرياضية.

ومع تفوق المجموعة التجريبية على الضابطة، إلا أن متوسط الأداء الكلي في التطبيق البعدي للاختبار قياس مهارات حل المسألة الرياضية يعدّ ضعيفًا إذا ما قُورن بالدرجة الكلية للاختبار، ويتفق هذا مع ما توصلت إليه الجنيد (٢٠٠٨)، في أن مستوى أداء الطلبة في حل المسألة الرياضية بشكلٍ عام كان منخفضًا.

التحقق من صحة الفرض الفرعي الأول:

"لا يوجد فرق دال إحصائيا عند مستوى ($\alpha \leq$ ٠,٠٥)، بين متوسطي درجات تلميذات المجموعتين التَّجريبية والضَّابطة في مهارة فهم المسألة الرياضية".

باستخدام اختبار T-test للمجموعات المستقلة، تم حساب قيمة (ت) ودلالتها الإحصائية لدرجات تلميذات المجموعتين في مهارة فهم المسألة الرياضية. كما في جدول (٤)

جدول (٤)
نتائج اختبار (ت) في التطبيق البعدي لاختبار قياس مهارات حل المسألة الرياضية (مهارة فهم المسألة الرياضية) للمجموعتين التجريبية والضابطة

المهارة	المجموعة	العدد	متوسط الدرجات	الانحراف المعياري	قيمة (ت)	مستوى الدلالة
فهم المسألة	التجريبية	٣٠	٤,٦٤٢	١,٨٦١	١,٨٦٨	٠,٠٦٧ غير دال
	الضابطة	٣٠	٣,٦٥	٢,٢٣٤		

يتضح من الجدول (٤) عدم وجود فرق دال إحصائيا عند مستوى ($\alpha \leq$ ٠,٠٥) في التطبيق البعدي لاختبار قياس مهارات حل المسألة الرياضية بالنسبة "للمهارة وضع خطة لحل المسألة الرياضية" تُعزى إلى متغير التدريس بالنمذجة.وعليه يقبل الفرض الصفري. ويمكن عزو السبب إلى أن التلميذات كن يحددن المعطيات والمطلوب بالاعتماد على علامات الترقيم عند قراءة المسألة الرياضية، دون أن تقرأ التلميذة المسألة الرياضية قراءة عميقة متأنية، وقد يكون تدريبهن على هذه الطريقة مسبقًا في تحديد المعطيات والمطلوب، هو السبب في كون مهارة فهم المسألة الرياضية تحصل على المرتبة الأولى من بين المهارات الأربع، وبحساب النسبة المئوية لمتوسط أداء تلميذات المجموعة التجريبية في هذه المهارة وجد أنه (٧٧%)؛ مما يعني أن أدائهن في هذه المهارة كان جيدًا جدًا. ومع عدم وجود فرق ذا دلالة

إحصائية، إلا أن بعضًا من التلميذات في التجريبية كن يبدين فهمًا وقدرة لابأس بها، وقد ظهر ذلك من خلال تحديدهن الدقيق للمعطيات ذات الأهمية والمطلوب بشكل يدلّ على قراءتهن المتأنية والعميقة.

ويتفق هذا مع ما ذكره نينوكاوا (Nunokawa, 2006)، في أن استخدام الرسومات والنماذج تساعد التلميذات بشكل تدريجي على تعميق فهم المسألة الرياضية؛ مما يؤدي بهن للوصول إلى الحل.

التحقق من صحة الفرض الفرعي الثاني:

"لا يوجد فرق دال إحصائيا عند مستوى (α≥ ٠,٠٥)، بين متوسطي درجات تلميذات المجموعتين التَّجريبية والضَّابطة في مهارة وضع خطة لحل المسألة الرياضية".

باستخدام اختبار T-test للمجموعات المستقلة، تم حساب قيمة (ت) ودلالتها الإحصائية لدرجات تلميذات المجموعتين في مهارة وضع خطة لحل المسألة الرياضية. بالإضافة إلى حساب حجم الأثر. كما في جدول (٥)

جدول (٥)

نتائج اختبار (ت) في التطبيق البعدي لاختبار قياس مهارات حل المسألة الرياضية (مهارة وضع خطة لحل المسألة الرياضية) للمجموعتين التجريبية والضابطة

المهارة	المجموعة	العدد	متوسط الدرجات	الانحراف المعياري	قيمة (ت)	مستوى الدلالة	مربع إيتا
وضع خطة	التجريبية	٣٠	٣,٠٢٥	١,٤٤٢	٣,٠٦٥	٠,٠٠٣	٠,١٥
	الضابطة	٣٠	١,٨٥	١,٥٢٦			

يتضح من الجدول (٥) وجود فرق دال إحصائيا عند مستوى (٠,٠١) في التطبيق البعدي لاختبار قياس مهارات حل المسألة الرياضية بالنسبة "لمهارة وضع خطة لحل المسألة الرياضية" تُعزى إلى متغير التدريس بالنمذجة. وهذا يعني قبول الفرض البديل، وللتأكد من أنَّ الفرق الناتج هو فرق حقيقي؛ تَّم حساب حجم الأثر (مربع إيتا)، الذي كانت قيمته (٠,١٥). وبحساب النسبة المئوية لمتوسط أداء تلميذات المجموعة التجريبية في هذه المهارة وجد أنه (٥٠%)، وهي نسبة لا بأس بها، إلا أن هذه النتيجة تدلّ على عدم تشجيع المعلمات لتلميذاتهن في وضع خطط لهن تساعدهن عند تعرضهن للمسائل الرياضية.

ومن خلال حضور الحصص، ومن إجابات التلميذات في الاختبار، اتضح أنه أصبح هناك تنوع لا بأس به في الاستراتيجيات المستخدمة من قِبل التلميذات أثناء التخطيط لحل المسألة، بينما كان من الملاحظ في الاختبار القبلي أن أغلبية التلميذات استخدمن استراتيجية التخمين والتحقق.

كذلك فقد كان هناك العديد من المحاولات في أداء تلميذات المجموعة الضابطة لعمل نماذج وقوائم أثناء الحل، إلا أن الأغلب منها لم يكن صحيحًا، فالتلميذة تبدأ بمحاولة لنمذجة ما هو مُعطى في المسألة، ولكنها لم تُوفّق في تحديد المشكلة الموجودة في المسألة، وفي بناء نموذج جيد يساعدها على الوصول إلى الحل. فقد ذكر الرصرص (٢٠٠٧)، أن من أكثر الأخطاء شيوعًا عند الطلبة، عدم قدرتهم على تمثيل بيانات المسألة برسم شكل أو تخطيط يساعده على الحل، وذكر أن من ضمن أسباب هذا الخطأ، قلة الدورات التدريبية لتأهيل المعلمين على التعامل مع المسائل الرياضية واستراتيجيات حلها.

التحقق من صحة الفرض الفرعي الثالث:

" لا يوجد فرق دال إحصائيا عند مستوى ($\alpha \leq$ ٠,٠٥)، بين متوسطي درجات تلميذات المجموعتين التَّجريبية والضَّابطة في مهارة تنفيذ خطة حل المسألة الرياضية".

باستخدام اختبار T-test للمجموعات المستقلة، تم حساب قيمة (ت) ودلالتها الإحصائية لدرجات تلميذات المجموعتين في مهارة تنفيذ خطة حل المسألة الرياضية. بالإضافة إلى حساب حجم الأثر. كما في جدول (٦)

جدول (٦)

نتائج اختبار (ت) في التطبيق البعدي لاختبار قياس مهارات حل المسألة الرياضية (مهارة حل المسألة الرياضية) للمجموعتين التجريبية والضابطة

المهارة	المجموعة	العدد	متوسط الدرجات	الانحراف المعياري	قيمة (ت)	مستوى الدلالة	مربع إيتا
تنفيذ الخطة	التجريبية	٣٠	٤,٧٣٣	٢,٦٨٤	٥,٨٦٦	٠,٠٠٠	٠,٣٢
	الضابطة	٣٠	١,٣٨٣	١,٦٠٦			

يتضح من الجدول (٦) وجود فرق دال إحصائيا عند مستوى (٠,٠٠٠) لصالح المجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لاختبار قياس مهارات حل المسألة الرياضية بالنسبة "لمهارة حل المسألة الرياضية" تُعزى إلى متغير التدريس بالنمذجة. وهذا يعني قبول الفرض البديل ورفض الفرض الصفري. وللتأكد من أنَّ الفرق الناتج هو فرق حقيقي؛ تَّم حساب حجم الأثر (مربع إيتا)، الذي كانت قيمته (٠,٣٢).

وبحساب النسبة المئوية لمتوسط أداء التلميذات في هذه المهارة وجد أنه (٣٩%)، وهي نسبة ضعيفة تدلّ على تدني مستوى التلميذات في تنفيذ الحل وإيجاده، سواء في اختيار العملية الحسابية المناسبة، أو الدقة في أداء هذه العمليات. فالتلميذة قد تُجري خطوة واحدة، ثم تتوقف عن إكمال الحل وقد يرجع السبب في ذلك إلى تعودهن على المسائل الرياضية المباشرة، ومع ذلك فقد كان هناك محاولات جادة من التلميذات في عمل نماذج مختلفة حتى تساعدهن في الوصول إلى الحل، هذا ما أظهرته العديد من الإجابات.

ويتفق هذا مع ما توصل إليه (الزعبي، ٢٠٠٨)، حيث ذكر أن جلّ اهتمام الطلبة هو كتابة الحل كيفما كان، وبدون دقة. ويتفق كذلك مع ما توصل إليه كولست (Culaste, 2011)، حيث ذكر أن المهارات المعرفية، منها: (فهم الأعداد، والنظام العشري، والإجراءات الحسابية) لدى طلبة الصف السادس؛ كانت أقل من المتوسط. وقد يكون سبب تدني مستوى التلميذات في هذه المهارة، أن المسائل الرياضية ليست بسيطة، وهذا ما توصل إليه (المجنوني، ١٤٢٨)؛ حيث ذكر أن قدرة التلاميذ على حل المسألة اللفظية تقلّ بزيادة عدد خطوات المسألة اللفظية.
ومع تدني مستوى التلميذات في هذه المهارة، إلا أن هناك عددًا من إجابات التلميذات اللاتي توصلن من خلالها لحل المسألة تميّزت بالدقة والترتيب وذلك أثناء قيامهن بعمل قوائم منظمة، وبأشكال مختلفة
وفي ذات السايق، أظهرت بعض التلميذات قدرة عالية في النمذجة المادية (عمل رسومات ونماذج مختلفة)، توصلن من خلالها إلى الحل الصحيح؛ إلا أنهن لم يستطعن التعبير عن النموذج المادي الذي قمن برسمه بنموذج رياضي صحيح (كسر). فالتلميذة قامت بربط الكل بالجزء؛ مما يدلّ على وجود خلط وعدم قدرة على التعبير عن المفاهيم الرياضية بشكل سليم،بينما

البعض الآخر من التلميذات استطعن ربط الجزء بالكل، وكوّن الكسر بصورة صحيحة، والشكل (١٦) يوضّح بعض النماذج المتعلّقة بذلك.
وقد أظهرت كذلك بعض التلميذات، وكان عددهن قليلًا قدرة كبيرة على استخدام شريط النمذجة، وكان هناك محاولات لا بأس بها من بقية التلميذات من أجل الوصول إلى الحل.

التحقق من صحة الفرض الفرعي الرابع:

" لا يوجد فرق دال إحصائيا عند مستوى ($\alpha \geq$ ٠,٠٥)، بين متوسطي درجات تلميذات المجموعتين التَّجريبية والضَّابطة في مهارة التحقق من صحة حل المسألة الرياضية".

باستخدام اختبار T-test للمجموعات المستقلة، تم حساب قيمة (ت) ودلالتها الإحصائية لدرجات تلميذات المجموعتين في مهارة التحقق من صحة حل المسألة الرياضية. بالإضافة إلى حساب حجم الأثر. كما في جدول (٧)

جدول (٧)
نتائج اختبار (ت) في التطبيق البعدي لاختبار قياس مهارات حل المسألة الرياضية (مهارة التحقق من صحة حل المسألة الرياضية) للمجموعتين التجريبية والضابطة

المهارة	المجموعة	العدد	متوسط الدرجات	الانحراف المعياري	قيمة (ت)	مستوى الدلالة	مربع إيتا
التحقق من الحل	التجريبية	٣٠	١,٢٥٩	٠,٩٩٧	٣,٩٥١	٠,٠٠٠	٠,١٧
	الضابطة	٣٠	٠,٤٣٣	٠,٥٥٣			

يتضح من الجدول (٧) وجود فرق دال إحصائيا عند مستوى (٠,٠٠٠) لصالح المجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لاختبار قياس مهارات حل المسألة الرياضية بالنسبة "لمهارة التحقق من صحة حل المسألة الرياضية" تُعزى إلى متغير التدريس بالنمذجة. وللتأكد من أنَّ الفرق الناتج فرق حقيقي؛ تَّم حساب حجم الأثر (مربع إيتا)، الذي كانت قيمته (٠,١٧). ومع وجود هذه الفروق، إلا أن النسبة المئوية لمتوسط أداء التلميذات في المجموعة التجريبية هو (٢١%)، وهي نسبة ضعيفة ومتدنية جدًّا. فالكثير من التلميذات أهملن هذه المهارة، ولم يحاولن التحقق من صحة الحل الذي توصلن إليه، ويدلّ هذا على عدم تعودهن، وندرة ممارسة المعلمات لهذه المهارة مع تلميذاتهن، والاكتفاء بالحل دون محاولة التحقق من صحته. ويتفق

هذا مع ما توصل إلية كل من (الزعبي، ٢٠٠٨؛ والصباغ، ٢٠٠٦)، حيث ذكر الزعبي (٢٠٠٨)، أن هذه المهارة غير مفعّلة من قِبل المعلمين، ولم تكن من أولويات الطلبة أثناء الحل. أما الصباغ (٢٠٠٦)، فقد ذكرت أن طرق التحقق من صحة حل المسألة الرياضية كانت غائبة تمامًا من خطوات حل الطلبة للمسألة الرياضية.

ومع هذا النسبة الضعيفة، إلا أنه كان هناك عدد قليل جدًّا من التلميذات اللاتي حاولن التحقق من صحة حل المسائل، سواء بنماذج رياضية، أو نماذج مادية أخرى غير تلك التي استخدمتها في الحل؛ مما يدلّ على التطور البسيط في ممارستهن لهذه المهارة.

التوصيات:

١- بناء برامج تدريبية للمعلمات؛ لتنمية مهارات حلّ المسألة الرياضية من خلال استراتيجيات النمذجة.

٢- تزويد معلمات الرياضيات بأدلة تشرح وتوضح لهن طرق كيفية توظيف استراتيجية شريط النمذجة (Bar Modeling) في ممارساتهن التعليمية.

٣- ضرورة التنبيه من قِبل المشرفات للمعلمات على أهمية دروس حل المسألة الرياضية، وعدم حذفها من المقرر؛ بحجة ضيق الوقت، وتخصيص حصص كافية لها؛ حتى تعود بالنفع على التلميذات.

المراجع

أولًا: المراجع العربية:

إبراهيم، مجدي عزيز (٢٠٠٩). **التفكير الرياضي وحل المشكلات**. القاهرة: عالم الكتب.

أبو اسعد، صلاح عبد اللطيف (٢٠١٠). **أساليب تدريس الرياضيات**. عمان: دار الشروق.

أبو ريا، محمد يوسف (٢٠١٣). أثر التدريب على استراتيجيات حل المسألة الرياضية على تحصيل طلبة الصف الأول متوسط في مادة الرياضيات في مدينة حائل. **مجلة الجامعة الإسلامية للدراسات التربوية والنفسية. فلسطين.** ٢١(١). ١٧٧-٢٠٦.

أبو زينة، فريد كامل (٢٠١١). **مناهج الرياضيات المدرسية وتدريسها**. ط٣. الكويت: مكتبة الفلاح.

أبو زينة، فريد كامل؛ والصباغ، سميلة أحمد؛ والخطيب، خالد محمد (٢٠٠٧). **الأعداد وتطبيقاتها الرياضية والحياتية**. عمان: دار المسيرة.

أبو زينة، فريد كامل وعبابنة، عبد الله يوسف (٢٠١٠). **مناهج تدريس الرياضيات للصفوف الاولى**. عمان: دار المسيرة.

أبو عقيل، إبراهيم إبراهيم (٢٠١٤). **نظريات واستراتيجيات في تدريس الرياضيات**. عمان: دار أسامة.

أحمد، سماح عبد الحميد (٢٠١٠). فعالية النظام التدريسي المتكامل القائم على (طريقة حل المشكلات –مدخل التعلم بالنمذجة –مدخل التعلم البنائي) في تنمية التحصيل والتفكير الابتكاري في الرياضيات واتجاهاتهم نحوها لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. **مجلة كلية التربية. اليمن.** ٨، ١٦٤-١٩١.

بدوي، رمضان مسعد (٢٠٠٧). **تدريس الرياضيات الفعال من رياض الأطفال حتى الصف السادس الابتدائي دليل للمعلمين والآباء ومخططي المناهج**. عمان: دار الفكر.

بدوي، رمضان مسعد (٢٠٠٣). **استراتيجيات في تعليم وتقويم تعلم الرياضيات**. عمان: دار الفكر.

برهم، نضال عبد اللطيف (٢٠١٢). **طرق تدريس الرياضيات**. عمان: مكتبة المجتمع العربي.

البشيتي، هند محمد (٢٠٠٧). **أثر استخدام الوسائل المتعددة في تنمية مهارات حل المسألة والاحتفاظ بها لدى طالبات الصف الخامس الأساسي.** رسالة ماجستير غير منشورة. قسم المناهج وتكنولوجيا التعليم، كلية التربية، الجامعة الإسلامية: غزة.

بوليا، جورج (١٩٧٩). **البحث عن حل – الأسلوب الرياضي من زاوية جديدة**. (ترجمة: احمد سليم سعيدان). بيروت: منشورات دار مكتبة الحياة. (١٩٤٤).

توما، جان عبد الله (٢٠١١). **التعلّم والتّعليم مدارس وطرائق.** طرابلس: المؤسسة الحديثة للكتاب.

الجنيد، جنيد محمد (٢٠٠٨). تقويم أداء طلبة الصف الأول ثانوي في حل المسألة في الرياضيات. **مجلة كليات التربية. اليمن. ٩**، ١٣- ٤٣.

داغر، انطوان (٢٠٠٦). **حل المشكلات وتعليم الرياضيات**. بيروت: الهيئة اللبنانية للعلوم التربوية.

راشد، محمد إبراهيم؛ وخشان، خالد حلمي (٢٠٠٩). **مناهج الرياضيات وأساليب تدريسها للصفوف الرئيسية.** عمان: دار الجنادرية.

رصرص، حسن رشاد (٢٠٠٧). **برنامج مقترح لعلاج الأخطاء الشائعة في حل المسألة الرياضية لدى طلبة الصف الأول الثانوي الأدبي بغزة.** رسالة ماجستير غير منشورة. قسم المناهج وطرق التدريس، كلية التربية، الجامعة الإسلامية: غزة.

الزعبي، علي محمد (٢٠٠٨). رصد بعض مهارات التفكير ما وراء المعرفية المستخدمة من قبل معلمي الرياضيات وطلبتهم في المرحلة الأساسية العليا في الأردن في أثناء حل المسائل الهندسية. **مجلة جامعة دمشق. سوريا. ٢٤**(٢). ٣٣٣-٣٥٧.

سبيتان، فتحي ذياب (٢٠١٢). **أساليب وطرائق تدريس الرياضيات للمرحلة الأساسية.** عمان: دار الخليج.

السميري، أحمد سالم (١٤٢٩). **تحديد صعوبات تعلم الرياضيات لتلاميذ الصفوف العليابالمرحلة الابتدائية واقتراح الإستراتيجيات المناسبة لحلها**. رسالة دكتوراه غير منشورة، كلية التربية، جامعة أم القرى: مكة المكرمة.

السواعي، عثمان نايف (٢٠١٠). مهارات التمثيل الرياضي وإجراء حل المسألة الحسابية لدى طلاب الصف السادس الأساسي. **مجلة العلوم التربوية والنفسية. البحرين. ١١**(٣). ١٣٩-١٦٣.

الشافعي، لمياء رسمي (٢٠١٠). **برنامج مقترح قائم على المتشابهات لتنمية مهارات حل المسألة الرياضية لدى طالبات الصف التاسع بغزة.** رسالة ماجستير غير منشورة. قسم المناهج وتكنولوجيا التعليم، كلية التربية، الجامعة الإسلامية: غزة.

الصادق، إسماعيل محمد (٢٠٠١). **طرق تدريس الرياضيات نظريات وتطبيقات.** القاهرة: دار الفكر العربي.

الصباغ، سميلة أحمد (٢٠٠٦). استراتيجيات حل المسألة الرياضية لدى الطلبة المتفوقين في المرحلة الأساسية العليا في الأردن. **مجلة الزرقاء للبحوث والدراسات. الأردن. ٨**(٢). ٢٧- ٥٦.

العالول، رنا فتحي (٢٠١٢). **أثر توظيف بعض استراتيجيات التعلم النشط في تنمية مهارات حل المسألة الرياضية لدى طالبات الصف الرابع الأساسي بمحافظة**

غزة. رسالة ماجستير غير منشورة. قسم المناهج وطرق التدريس، كلية التربية، جامعة الأزهر: غزة.

عبيدات، ذوقان؛ أبو السميد، سهيلة (٢٠٠٥). **إستراتيجيات التدريس في القرن الحادي والعشرين دليل المعلم والمشرف التربوي.** عمان: ديبونو

عرسان، حسن محمد؛ وأبو زينه، فريد كامل (٢٠٠٥). أثر برنامج تدريبي لاستراتيجيات حل المسألة في تنمية القدرة على حل المسألة الرياضية وعلى التحصيل في الرياضيات لدى طلبة المرحلة الأساسية في الأردن. **مجلة مؤتة للبحوث والدراسات. الأردن. ٢٠**(٧). ٦١- ٨٣.

عفانة، عزو إسماعيل (٢٠٠١، يونيو). **أثر استخدام المدخل البصري في تنمية القدرة على حل المسألة الرياضية والاحتفاظ بها لدى طلبة الصف الثامن الأساسي بغزة.**المؤتمر العلمي الثالث عشر: مناهج التعليم والثورة المعرفية التكنولوجية المعاصرة. مصر، مجلد ٢. ٤ - ٥١.

عواد، محمد رجا (١٩٩٩). **أثر تدريب طالبات الصف العاشر الأساسي على مهارات حل المسألة الرياضية وفق نموذج بوليا في المدارس الحكومية في مدينة نابلس.** رسالة ماجستير غير منشورة. قسم أساليب تدريس، كلية التربية، جامعة النجاح الوطنية: نابلس.

العياصرة، وليد رفيق (٢٠١٣). **مهارات التفكير الإبداعي وحل المشكلات.** عمان: دار أسامة.

الغزو، إيمان محمد (٢٠٠٥). فاعلية استخدام اليدويات في رفع تحصيل تلاميذ الصف الخامس من الناحيتين الإجرائية والمفاهيمية في موضوع الكسور بمادة الرياضيات. **الجمعية المصرية للمناهج وطرق التدريس،١٠٦، ٤٤-٦٩.**

المجنوني، غازي منور (١٤٢٨). **قدرة تلاميذ الصف الخامس الابتدائي على حل المسائل اللفظية الرياضية في ضوء بعض المتغيرات البنائية لها.** رسالة ماجستير غير منشورة. قسم المناهج وطرق التدريس، كلية التربية، جامعة أم القرى: مكة المكرمة.

مدين، السيد مصطفى (٢٠٠٦). مستويات أداء تلاميذ الصف الرابع الابتدائي بالمملكة العربية السعودية لمهارات حل المشكلات اللفظية وعلاقتها ببعض العوامل الأخرى. **مجلة البحوث النفسية والتربوية. مصر.١، ٦٠-٩٩.**

المشهداني، عباس ناجي (٢٠١١أ). **تعليم المفاهيم والمهارات في الرياضيات تطبيقات وأمثلة.** عمان: دار اليازوري.

المشهداني، عباس ناجي (٢٠١١ب). **طرائق ونماذج تعليمية في تدريس الرياضيات.** عمان: دار اليازوري.

المشهراوي، عفاف محمد (٢٠٠٣). **فاعلية استخدام برنامج مقترح لتنمية القدرة على حل المسائل الجبرية اللفظية لدى طالبات الصف التاسع الأساسي بمحافظة**

غزة. رسالة ماجستير غير منشورة. قسم المناهج وطرق التدريس، كلية التربية، الجامعة الإسلامية: غزة.

المولى، حميد مجيد (٢٠٠٩). **تعليم وتعلم الرياضيات من أجل الفهم**. دمشق: دار الينابيع.

النواعشي، قاسم صالح (٢٠٠٧). **الرياضيات لجميع الأطفال وتطبيقاتها العلمية**. عمان: دار المسيرة.

ثانيًا: المراجع الأجنبية:

Bruun, F. (2013). Elementary teachers' perspectives of mathematics problem solving strategies**. The Mathematics Educator, 23**(1), 45-59.

Cartier, J., Rudolph, J., & Stewart, J. (2001). **The nature and structure of scientific models.** Unpublished paper, the national center for improving student learning and achievement in mathematics and science, University of Wisconsin: Madison.

Cheng, A. (2001). Teaching mathematical modelling in Singapore schools. **The Mathematics Educator, 6**(1), 63-75.

Cheong, Y. (2002). The model method in Singapore. **The Mathematics Educator,6**(2), 47-64.

Choo, S. (2010). **The Singapore model method for learning mathematics**.4th Ed. Singapore: Marshall Cavendish Education.

Crebert, G., Patrick, C.-J., Cragnolini, V., Smith, C., Worsfold, K., & Webb, F. (2011). **Problem solving skills toolkit.** 2nd Ed. Retrieved April 29, 2014 from: http://www.griffith.edu.au/__data/assets/pdf_file/0008/290717/Problem-solving-skills.pdf

Csíkos, C., Szitányi, J., &Kelemen, R. (2011, November). The effects of using drawings in developing young children's mathematical word problem solving: A design experiment with third-grade Hungarian students. **Educational Studies in Mathematics, 81**, 47–65.

Culaste, I. (2011). Cognitive skills of mathematical problem solving of grade 6 children. **International Journal of Innovative Interdisciplinary Research, 1**, 120-125.

Dendane, A. (2009, April). **Skills needed for mathematical problem solving.** The 10th Annual Research Conference - UAE University**.** Retrieved May 3, 2014 from: http://www.analyzemath.com/math_problems/paper_1.html

Dym, C. (2004). **Principles of mathematical modeling**. 2nd Ed. USA: Elsevier Academic Press.

Eric, C. (2009). Mathematical modelling as problem solving for children in the Singapore mathematics classrooms. **Journal of Science and Mathematics, 32**(1), 36-61.

Fong, N., & Lee, K. (2005). How primary five pupils use the model method to solve word problems.**Association of Mathematics Educators, 9**(1), 60-83.

Fong, N., & Lee, K. (2004).**Word problems – can the model method help?**Mathematicseducationintothe21stcenturyproject: the future of mathematics education. Poland.

Gooding, S. (2009). Children's difficulties with mathematical word problems. **Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 29**(3), 31- 36.

Guler, G. (2011). The visual representation usage levels of mathematics teachers and students in solving verbal problems. **International Journal of Humanities and Social Science, 1**(11), 145- 154.

Har, Y. (2010). **Bar modeling: A problem-solving tool.** Singapore: Marshall Cavendish Education.

Haylock, D. & Cockburn, A. (2008). **Understanding mathematics for young children: A guide for foundation stage and lower primary teachers**. London: Sage Publisher.

Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. **Educational Studies in Mathematics, 54(1)**, 9-35.

Hing, T. (2010). **Mathematics plays pace for mathematics word problems**. Paper presented for ICL conference. Hasselt, Belgium.

Hoven, J., &Garelick, B. (2007). Singapore Math: Simple or complex? Using the bar model approach, Singapore textbooks enable students to solve difficult math problems—and learn how to think symbolically. **Education Leadership, 65**(3). 28-31.

Hsu, J. (2013). **Strengths and challenges of applying Singapore mathematics in United States high school**. (Unpublished master's thesis). Westminster College, Salt Lake City: Utah.

Jackson, B. (2005). **Using model- drawing to help students understand story problems.** Retrieved April 20, 2014 from: http://web.scarsdaleschools.org/elemmath/BarModelingarticle.pdf

Lee, K., Khng, K., Ng, S. & Kong, J. (2013). Longer bars for bigger numbers. Children's usage and understanding of graphical representations of algebraic problems. **Frontline Learning Research, 1**, 81 – 96.

Lopez, L. (2008). **Helping at-risk students solve mathematical word problems through the use of direct instruction and problem solving strategies**.University Central Florida Orlando, Master of Education:Florida

Marchis, I. (2013). Future primary and preschool pedagogy specialization students' mathematical problem solving competency**. ActaDidacticaNapocensia, 6**(2), 33-38.

Minnesota STEM Teacher Center (n. d): mathematics best practices **(Modeling Word Problems)**. Retrieved June 3, 2014 from: http://scimathmn.org/stemtc/resources/mathematics-best-practices/modeling-word-problems

Mochesela, P. (2007). **The Role of The Problem– based approach in The Performance of grade 9 learners in solving word**

problems. (Unpublished master's thesis). University of South Africa.

Monoyiou,A. Papageorgiou, P., &Gagatsis, A. (2007). **Students and teachers representations in problem solving.** Retrieved April 23, 2014 from: http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/CERME5b/WG1.pdf

Mousoulides, N., Sriraman, B., Pittalis, M., &Christou, C. (2007). **Tracing students' Modelling processes in elementary and secondary school.**Retrieved June 29, 2014 from: http://cas.umt.edu/math/reports/sriraman/CERME_2007_MousoulidesSriraman.pdf

National Center for Education Evaluation (NCEE). (2012). **Improving mathematical problem solving in grades 4 through 8.**

National Council of Teachers Mathematics (NCTM). (2000). **Principles and standards for teaching mathematics.** Retrieved May 18, 2013 from: http://www.nctm.org/standards/

Nunokawa, K. (2006). Using drawings and generating information in mathematical problem solving processes**. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education. 2**(3), 33-54.

Olkun, S.,Şahin, O.,Akkurt, Z., Dikkartin,F., &Gulbagci, H. (2009). Problem solving and generalization through modeling: A study on elementary school students. **Education and Science, 34**(151), 65- 73.

Pearce, D., Bruun, F., Skinner, K. &lopez- Mohler, C. (2012). What teachers say about student difficulties solving mathematical word problems in grades 2-5. **International Electronic Journal of Mathematics Education. 8** (1), 3-19.

Pintér, K. (2012).**On teaching mathematical Problem-solving and problem posing**. (PhD thesis). Faculty of Science and Informatics, University of Szeged

Schichl, H. (2004). Models and history of modeling. In J. Kallrath (Ed.), **Modeling languages in mathematical optimization** (pp. 25- 36). Boston: Kluwer.

Severin, J. (2007). **Improving students' story problem solving abilities**. (Unpublished master's thesis).University of Nebraska: Lincoln.

Soylu, Y. (2010). The models used by elementary school teachers to solve verbal problems**. Australian Journal of Teacher Education.35**(4), 25-40.

Temur, O. (2012). Analysis of prospective classroom teachers' teaching of mathematical modeling and problem solving. **Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education. 8**(2), 83-93.

Xin, Y. (2012). **Conceptual model-based problem solving teach students with learning difficulties to solve math problems**. Rotterdam: Sense Publishers.

Yeo, K. (2009). Secondary 2students' difficulties in solving non-routine problems. **International Journal for Mathematics Teaching and Learning. 8**, 1-30.

Zanzali, N & Nam, L. (2000). **Evaluating the levels of problem solving abilities in mathematics.** Retrieved April 21, 2014 from: http://math.unipa.it/~grim/Jzanzalinam.PDF