أثر استخدام النمذجة الرياضية في تنمية المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحل المشكلات الهندسية لدى الطلاب المعلمين

The Effect of Using Mathematical Modeling in Developing the Conceptual and Procedural Knowledge and Solving Geometrical Problems among Student Teachers

إعداد
د. محمد عبدالفتاح عبدالجواد سعيد
أستاذ المناهج و طرق تدريس الرياضيات المساعد
كلية التربية-البيضاء
جامعة عمر المختار

مستخلص:

هدف هذا البحث إلى معرفة أثر استخدام النمذجة الرياضية في تنمية المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحل المشكلات الهندسية لدى الطلاب المعلمين؛ لذا قام الباحث بإعداد اختبار من ثلاثة مستويات(المعرفة المفاهيمية، المعرفة الإجرائية، وحل المشكلات الهندسية)، ثم إعداد أنشطة التعلم والمواقف الحياتية المطلوب نمذجتها، وقد تكونت عينة الدراسة من مجموعتين: الأولى استطلاعية من الطلاب الجدد الملتحقين بالسنة الأولى- قسم الرياضيات- بكلية التربية والعلوم وعددهم (٣٠) طالب بهدف معرفة مستوى المعرفة المفاهيمية والإجرائية والقدرة على حل المشكلات الهندسية بالرياضيات المدرسية لديهم، والثانية تجريبية مكونة من(١٢) طالبة بالسنة الثانية – قسم الرياضيات- بكلية التربية، وقد طبق الاختبار على طلاب العينة الاستطلاعية، كما طبق على طلاب المجموعة التجريبية قبل وبعد التدريس، وجاءت النتائج كالتالي:

١. تدني مستوى المعرفة المفاهيمية والإجرائية و القدرة على حل المشكلات الهندسية بالرياضيات المدرسية لدى طلاب العينة الاستطلاعية.
٢. تحسن مستوى المعرفة المفاهيمية والإجرائية و حل المشكلات الهندسية بالرياضيات المدرسية لدى طلاب المجموعة التجريبية بفارق دال احصائي.
٣. فاعلية النمذجة الرياضية في تنمية المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحل المشكلات الهندسية لدى طلاب المجموعة التجريبية.

Abstract:

The Study aims to investigate the impact of using mathematical modeling in developing the conceptual and procedural knowledge and solving geometrical problems among student teachers. Therefore, the study has prepared a test of three levels: conceptual knowledge, procedural knowledge and solving geometrical problems, and also prepared learning activities and life situations required for modeling.

The study Participants consisted of two groups: The first one included 30 students enrolled in of the first year, Mathematics Department, Faculty of Education and Science to know their conceptual and procedural level of knowledge and their ability to solve geometrical problems of school mathematics which they have studied, and the second trail group was made up of 12 students in the second year, Mathematics Department, Faculty of Education. The test has been applied to both groups before and after teaching the learning activities.

The results were as follows:

1- a low level of conceptual and procedural knowledge and ability to solve geometrical problems of school mathematics in the 1st group.
4- an Increase in the average with a significant value in conceptual and procedural knowledge, solving geometrical problems for the second group.
5- the effectiveness of mathematical modeling in developing conceptual and procedural knowledge, solving geometrical problems for the second group students.

Keywords: Mathematical Modeling- Conceptual – Procedural – Knowledge – Solving Geometry Problems- Student-teachers

المقدمة:

مما لاشك فيه أن تطوير وتحسين عملية التعليم والتعلم مازال الشغل الشاغل للمهتمين بالعملية التعليمية من باحثين ومربيين ومعلمين، فكلما كانت الأساليب التي تستخدم لتقديم المعارف الرياضية للطلاب تربط تلك المعارف بخبرات حسية، وبمواقف أو مشكلات حياتية حقيقية، أصبح التعلم هادف وذي معنى للطلاب. ومن بين الأساليب التي ظهرت في العقود الأربع الأخيرة بمختلف الأدبيات استخدام أسلوب النمذجة والنماذج في عملية التعليم والتعلم.

ففي مجال الرياضيات: أول من نادى باستخدام النمذجة كل من (Pollak,1979)، (Niss,1987)؛ حيث وصفا النمذجة بأنها عملية تربط الواقع بالرياضيات من خلال تمثيل المشكلات التي تظهر في الواقع بتمثيلات رياضية متعددة، لاستخلاص نماذج رياضية لحل تلك المشكلات، وتعميم تلك النماذج في حل مشكلات أخرى مماثلة.

وفي علم الاجتماع: توصل (Bandura,1971) إلى نظرية التعلم بالنمذجة، حاول من خلالها الإجابة عن سؤال هام، وهو كيف يتعلم الإنسان الاستجابات الجديدة من خلال الملاحظة، ملاحظة سلوك الآخرين هذا يعتبر نموذج Model ، واكتساب الاستجابات من خلال الملاحظة يسمى الاقتداء بالنموذج Modeling (نوال الموسى،٢٠١٠: ص٦٥).

وبتأمل آيات القرآن الكريم نستنبط أن النماذج والنمذجة استخدما في عملية التعليم والتعلم، فنجد أن مفهوم البعث مفهوم غيبي مجرد، شغل كل منا والأمم السابقة، بمعنى كيف يحيي الله الموتى؟ فأجاب الله لنا بنماذج ، فجاءت الإجابة للأمم السابقة في قوله تعالى: : ((**أَوْ كَالَّذِي مَرَّ عَلَى قَرْيَةٍ وَهِيَ خَاوِيَةٌ عَلَى عُرُوشِهَا قَالَ أَنَّى يُحْيِي هَذِهِ اللَّهُ بَعْدَ مَوْتِهَا فَأَمَاتَهُ اللَّهُ مِئَةَ عَامٍ ثُمَّ بَعَثَهُ قَالَ كَمْ لَبِثْتَ قَالَ لَبِثْتُ يَوْمًا أَوْ بَعْضَ يَوْمٍ قَالَ بَلْ لَبِثْتَ مِئَةَ عَامٍ فَانْظُرْ إِلَى طَعَامِكَ وَشَرَابِكَ لَمْ يَتَسَنَّهْ وَانْظُرْ إِلَى حِمَارِكَ وَلِنَجْعَلَكَ آيَةً لِلنَّاسِ وَانْظُرْ إِلَى الْعِظَامِ كَيْفَ نُنْشِزُهَا ثُمَّ نَكْسُوهَا لَحْمًا فَلَمَّا تَبَيَّنَ لَهُ قَالَ أَعْلَمُ أَنَّ اللَّهَ عَلَى كُلِّ شَيْءٍ قَدِيرٌ *٢٥٩* وَإِذْ قَالَ إِبْرَاهِيمُ رَبِّ أَرِنِي كَيْفَ تُحْيِي الْمَوْتَى قَالَ أَوَلَمْ تُؤْمِنْ قَالَ بَلَى وَلَكِنْ لِيَطْمَئِنَّ قَلْبِي قَالَ فَخُذْ أَرْبَعَةً مِنَ الطَّيْرِ فَصُرْهُنَّ إِلَيْكَ ثُمَّ اجْعَلْ عَلَى كُلِّ جَبَلٍ مِنْهُنَّ جُزْءًا ثُمَّ ادْعُهُنَّ يَأْتِينَكَ سَعْيًا وَاعْلَمْ أَنَّ اللَّهَ عَزِيزٌ حَكِيمٌ *٢٦٠*)) سورة البقرة**، وجاءت الإجابة لنا في قوله تعالى

((وَهُوَ الَّذِي يُرْسِلُ الرِّيَاحَ بُشْرًا بَيْنَ يَدَيْ رَحْمَتِهِ حَتَّى إِذَا أَقَلَّتْ سَحَابًا ثِقَالًا سُقْنَاهُ لِبَلَدٍ مَيِّتٍ فَأَنْزَلْنَا بِهِ الْمَاءَ فَأَخْرَجْنَا بِهِ مِنْ كُلِّ الثَّمَرَاتِ كَذَلِكَ نُخْرِجُ الْمَوْتَى لَعَلَّكُمْ تَذَكَّرُونَ))الأعراف ، وفي قوله تعالى **((وَلَوْ جَعَلْنَاهُ مَلَكًا لَجَعَلْنَاهُ رَجُلًا وَلَلَبَسْنَا عَلَيْهِمْ مَا يَلْبِسُونَ)) فاطر**،وأيضاً استخدم أسلوب النمذجة في حل موقف مشكل بالملاحظة لنموذج آخر، وهذا يتضح في قوله تعالى:

(فَطَوَّعَتْ لَهُ نَفْسُهُ قَتْلَ أَخِيهِ فَقَتَلَهُ فَأَصْبَحَ مِنَ الْخَاسِرِينَ *٣٠* فَبَعَثَ اللَّهُ غُرَابًا يَبْحَثُ فِي الْأَرْضِ لِيُرِيَهُ كَيْفَ يُوَارِي سَوْأَةَ أَخِيهِ قَالَ يَا وَيْلَتَا أَعَجَزْتُ أَنْ أَكُونَ مِثْلَ هَذَا الْغُرَابِ فَأُوَارِيَ سَوْأَةَ أَخِي فَأَصْبَحَ مِنَ النَّادِمِينَ)) المائدة .

وتشير أدبيات الرياضيات التي اهتمت بالنماذج والنمذجة إلى أن من الأسباب الرئيسية التي تؤدي إلى استخدامهما في تدريس الرياضيات:

أولا: أن استخدام الرياضيات والنماذج في سياقات تتضمن مشكلات حقيقية يمكن أن يكون له تأثير فاعل في توليد الدافعية بين غالبية الطلاب لتعلم الرياضيات ، ويمكن أن يساعد أيضاً في تقوية وتعزيز البنية المفاهيمية لديهم، واكتساب خبرات ذات مغذى في الرياضيات ، ومن خلالها.

ثانياً: تعد التطبيقات الرياضية كأداة فاعلة في فهم وتحليل المشكلات المتضمنة في سياقات أخرى، وتساعد في تعزيز فكرة أن الرياضيات تشكل جزء أساسي في العديد من الموضوعات بمجالات مختلفة(Niss, 2010:50).

كما أن دور النماذج والنمذجة الرياضية في تدريس الرياضيات تلقى اهتماماً متزايداً في الآونة الأخيرة؛ لأنه يُحدث تعلم حقيقي ويُعكس أساليب التفكير التي تتولد عنه، كما أن ممارسة أنشطة النمذجة في إطار مهام تكون مفيدة في تعليم وتعلم الطلاب وتقييم أدائهم، و معرفة اتجاهاتهم وميولهم –أيضاً- وغالباً ما تؤدي إلى تحصيل رياضي ملحوظ، وتوفر بيئة غنية بالتفكير الرياضي (Kang,2012:6)، وهذا يتطلب تصميم أنشطة لمواقف حقيقية يعمل من خلالها الطلاب في مجموعات صغيرة متفاعلة بهدف تمثيل تلك المواقف بتمثيلات رياضية، والوصول إلى نتائج تتضمن نماذج، وتقديم وصف، وتفسير، ومبررات لتلك النتائج مع تكرار الاستفادة منها في مواقف حياتية أخرى، وبذلك يّشجع الطلاب على تطوير واستكشاف أفكار رياضية ذات

مغذى، علاوة على التواصل الفاعل فيما بينهم، وإجراء معالجات، واكتساب مهارات رياضية (Jillian,2006:4).

يوجد اختلاف واضح بين تدريس النماذج، وتدريس النمذجة ، ففي الأول يتم التركيز على المنتج(النماذج)، بينما في الآخر يتم التركيز على عملية التوصل إلى تمثيل مناسب لموقف فيزيائي –حقيقي؛ حيث يبدأ الفرد مع موقف حقيقي، ثم يتقدم خطوة تلو الأخرى نحو الحلول الممكنة للموقف(Kang,2012,p.6).

غالباً المشكلات التي تعرض بالكتب المدرسية التقليدية يكون لها حل وحيد مباشر، وعلى الطلاب أن يطبقوا صيغة وحيدة للوصول للحل، وعلى النقيض تماماً ففي أنشطة النمذجة يعمل الطلاب في مجموعات صغيرة يتم التركيز أثناء معالجة الموقف على تحليله، وفرض الفروض واختبارها، وبناء نماذج، وحل الموقف المشكل، وهذا يتم من خلال مناقشات فعلية مثمرة داخل المجموعات، ومع المعلم (Mousoulides,etc,2000:1)، كما يطور الطلاب عمليات رياضية هادفة مثل: الوصف والتفسير، والتنبؤ، التمثيل، وتنظيم البيانات (NCTM,2000)، وتذود الطلاب بمواقف شيقة وغير عادية يمكن أن تكون وسط فاعل يتم معالجتها بفاعلية، واكتساب معارف رياضية (Blum,Niss,2006).

وفيما يلي عرض للدراسات ذات الصلة بالدراسة الحالية:

١. دراسة (صالح لحمر،٢٠٠٧) هدفت إلى معرفة أثر برنامج في تنمية مهارات النمذجة الرياضية لدى الطلاب المعلمين، وقد أظهرت النتائج انخفاض مستوى أداء الطلاب المعلمين في مهارات النمذجة الرياضية قبل تطبيق البرنامج، بينما تحسن أداؤهم بعد تطبيق البرنامج.
٢. دراسة (أحمد عمر،٢٠٠٨) هدفت إلى معرفة أثر استخدام النمذجة الرياضية في حل المشكلات التطبيقية لدى طلاب الحلقة الثانية من التعليم الأساسي، وقد توصلت الدراسة إلى تحسن أداء الطلاب في حل المشكلات تحسناً ملحوظاً أثر استخدام النمذجة الرياضية.
٣. دراسة (كريمة أحمد، ٢٠٠٨) هدفت إلى بيان أثر استخدام النمذجة الرياضية في حل المشكلات التطبيقية في الرياضيات لدى تلاميذ الصف السابع من التعليم الأساسي، وقد توصلت الدراسة إلى انخفاض مستوى التلاميذ انخفاضاً شديداً في استخدام النمذجة الرياضية في حل المشكلات

التطبيقية قبل التدريس، بينما تحسن مستوى مستواهم تحسناً كبيراً في استخدام النمذجة الرياضية في حل المشكلات التطبيقية بعد التدريس.

٤. دراسة (Eric,2009) هدفت إلى إظهار النمذجة الرياضية بوصفها كحل مشكلات، وفحص الاستدلال الرياضي لدى مجموعتين من تلاميذ الصف السادس- مرتفعي القدرة على معالجة المهام للتوصل للنموذج ، وقد توصلت الدراسة إلى أنه بمقارنة أداء المجموعتين أثناء مراحل النمذجة تبين أن تلاميذ المرحلة الابتدائية قادرون على الاستدلال رياضيا تأسيساً على بناء النماذج.

٥. دراسة (هناء مصطفى، ٢٠١٠) هدفت إلى معرفة فاعلية تدريس وحدة في الهندسة تتضمن تطبيقات واقعية باستخدام النمذجة الرياضية في تنمية التحصيل وحل المشكلات الهندسية لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي، وقد توصلت الدراسة إلى وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطات درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي في الاختبار التحصيلي واختبار حل المشكلات لصالح تلميذات المجموعة التجريبية.

٦. دراسة (Kang,Noh,2012) هدفت إلى تدريس النمذجة الرياضية من خلال تحويل المشكلات التقليدية بالكتاب المدرسي إلى مشكلات منمذجة، وهذا يتطلب من التلاميذ اكتشاف المتغيرات، والتوصل للنموذج، وتقديم تفسير للنتائج، والتحقق من صحة النموذج، وقد توصلت الدارسة إلى أن ممارسة النمذجة في إطار من الأنشطة تكون مفيدة في عملية تعليم وتعلم الرياضيات، وتكون مفيدة –أيضا- في تقييم المعرفة المفاهيمية لدى التلاميذ وأساليب تفكيرهم.

٧. دراسة (رباب توبة، ٢٠١٤) هدفت إلى معرفة أثر استخدام استراتيجية النمذجة على استيعاب المفاهيم الرياضية وحل المسألة الرياضية لدى طلاب الصف السابع في وحدة القياس ، وقد توصلت الدراسة إلى تحسن أداء طلاب المجموعة التجريبية في الاختبار التحصيلي في التطبيق البعدي، وتفوقهم على طلاب المجموعة الضابطة بفارق دال إحصائيا.

٨. دراسة (Educational cons, Research center,2014) هدفت إلى تحسين فهم الطالب المعلم لعملية النمذجة أثناء دراستهم الأكاديمية بالجامعة باستخدام بحث علمي ميداني، وقد توصلت الدراسة إلى أنه لوحظ في بداية الدراسة لم يتمكن الطلاب المعلمين من ابتكار أنشطة نمذجة ترتبط

بالمشكلات الرياضية، بينما نتيجة تنفيذ خطط الأنشطة لوحظ تزايد فهم الطلاب للمشكل، وتزايد نجاحات إجراءاتهم، وكانوا قادرين على ابتكار أنشطة نمذجة للمشكلات المقدمة.

٩. دراسة (Anhalt, Cortez,2015) هدفت الدراسة إلى تقييم استيعاب معلمي المستقبل للمنذجة الرياضية من خلال تضمين النمذجة بوحدة دراسية بالمنهج المقرر في برنامج معد لمعلم المرحلة الثانوية ، وقد توصلت الدراسة إلى أن غالبية معلمي المستقبل كان لديهم فهم سيئ لتعريفات النمذجة الرياضية قبل دراسة الوحدة ، ولكن تطور الفهم الصحيح للنمذجة كعملية متكررة تتضمن صياغة فرضيات، وتصحيح نتائج مرتبطة بمواقف حياتية، كما كشفت الدراسة عن تمكنهم من تحويل دورة النمذجة إلى ممارسة فعلية في سياق مشكل مصمم بعناية مفتوح النهاية، وعمل ارتباطات قوية بين أنشطة النمذجة وتحسن التطبيقات الرياضية.

١٠. دراسة (Sible,2004) هدفت إلى معرفة أثر استخدام النماذج الحسية على تحصيل الهندسة والاتجاه نحوها لدى تلاميذ الصف الثامن، مع توافر بيئة جيدة، وقد توصلت الدراسة إلى تفوق المجموعة التجريبية على المجموعة الضابطة بفارق دال إحصائيا في اختباري التحصيلي والاتجاه.

وقد كشفت الدراسات في مجملها فعالية استخدام النمذجة الرياضية في تنمية استيعاب المفاهيم الرياضية، والتحصيل في الهندسة وحل المشكلات التطبيقية، وبعض الدراسات كشفت عن وجود قصور لدى الطلاب المعلمين في مهارات النمذجة، وتتفق الدراسة الحالية مع تلك الدراسات في المتغير المستقل(استخدام النمذجة الرياضية) ، وأحد المتغيرات التابعة وهو (حل المشكلات الهندسية).

مشكلة البحث:

من خلال تدريس الباحث لمقرر الرياضيات المدرسية للطلاب المعلمين لسنوات عديدة، والإشراف على طلاب التربية العملية بالمدارس لوحظ أنه يوجد خلط لدى كثير من الطلاب المعلمين في المفاهيم التالية: المحيط، المساحة، والحجم، وكذا بين وحدات القياس لتلك المفاهيم، وعدم تذكر واستيعاب قوانين حساب محيط ومساحة الأشكال الهندسية المستوية، وقوانين حساب مساحة السطح الكلية والحجم للمجسمات، وبالتالي عدم القدرة على حل

المشكلات الهندسية-الحياتية- الواردة بالكتاب المدرسي للصف الثامن بمرحلة التعليم الأساسي كتطبيق على القوانين الخاصة بحساب المساحة والحجم.

وتأسيسا على هذا، وما سبق من دراسات تتلخص مشكلة الدراسة الحالية في الإجابة عن السؤال الرئيس التالي:

ما أثر استخدام النمذجة الرياضية في تنمية المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحل المشكلات الهندسية لدى الطلاب المعلمين؟

وينبثق عن هذا السؤال الأسئلة الفرعية التالية:

١. ما المعارف الهندسية في الرياضيات المدرسية والمطلوب تنمية المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحل المشكلات الهندسية ذات الصلة لدى الطلاب المعلمين؟
٢. ما واقع المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحل المشكلات الهندسية لدى الطلاب قبل بدء التدريس؟
٣. ما أنشطة النمذجة اللازمة لتدريس تلك المعارف الهندسية للطلاب المعلمين؟
٤. ما أثر استخدام النمذجة الرياضية في تنمية المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحل المشكلات الهندسية لدى الطلاب المعلمين؟

هدف البحث:

يهدف البحث الحالي إلى معرفة أثر استخدام النمذجة الرياضية في تنمية المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحل المشكلات الهندسية لدى الطلاب المعلمين.

أهمية البحث: قد يسهم في:

- إحداث تعلم ذي معنى لدى الطلاب المعلمين خلال ربط تلك المعارف بتطبيقاتها في الواقع.

١. وعي الطلاب المعلمين بأن الرياضيات ليست رياضيات مجردة فقط، بل لها جانب تطبيقي في الواقع.
٢. وعي الطلاب المعلمين بمفهومي النماذج والنمذجة الرياضية واستخدامهما في تدريس الرياضيات في المستقبل.

٣. أن يستفيد الباحثون والمعلمون من أنشطة النمذجة بالدراسة الحالية في تدريس الرياضيات.
٤. أن تفيد مصممو المناهج في تضمين النمذجة الرياضية في مناهج الرياضيات.

فروض البحث:

١. يوجد فرق دال إحصائيا عند مستوى دلالة(0.01) بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية في القياس القبلي والبعدي للاختبار في مستوى المعرفة المفاهيمية لصالح القياس البعدي.
٢. يوجد فرق دال إحصائيا عند مستوى دلالة(0.01) بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية في القياس القبلي والبعدي للاختبار في مستوى المعرفة الإجرائية لصالح القياس البعدي.
٣. يوجد فرق دال إحصائيا عند مستوى دلالة(0.01) بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية في القياس القبلي والبعدي للاختبار في مستوى حل المشكلات الهندسية لصالح القياس البعدي.
٤. يوجد فرق دال إحصائيا عند مستوى دلالة(0.01) بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية في القياس القبلي والبعدي للاختبار ككل لصالح القياس البعدي.
٥. استخدام النمذجة الرياضية في تدريس الرياضيات ذات أثر فاعل في تنمية المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحل المشكلات الهندسية لدى الطلاب المعلمين.

مصطلحات البحث:

١. النمذجة الرياضية:

تعرف النمذجة الرياضية بأنها ربط الرياضيات والإحصاء المدرسية بالحياة اليومية، والعمل، واتخاذ القرار، كما أنها عملية اختيار واستخدام الرياضيات والإحصاء المناسبة في تحليل مواقف تجريبية لفهمها بطريقة أفضل، ولتحسين اتخاذ القرارات. (Commom Core State Standards, 2010, p.72).

كما تعرف النمذجة الرياضية بأنها عملية تمثيل لمشكلات –حياتية-حقيقية بتمثيلات رياضية في محاولة لفهم تلك المشكلات وإيجاد حلول لها (ChenyAng,).

ويقصد بالنمذجة الرياضية في هذا البحث أن ينشئ الطالب المعلم نموذجا لشكل هندسي أو لمجسم باستخدام ورق رسم بياني أو ورق كرتون للتعرف على مفهومي المحيط والمساحة للشكل الهندسي ووحدات قياسهما، واستكشاف قوانين لحساب محيط تلك الأشكال الهندسية ومساحتها، وكذلك للتعرف على مفهومي مساحة السطح الكلية والحجم لبعض المجسمات، ومعرفة وحدات القياس، واستكشاف قوانين لحساب مساحة السطح الكلية لتلك المجسمات وحجمها.

كما يقصد بالنمذجة الرياضية –أيضا- بأنها عملية توليد(خلق) موقف مشكل حقيقي يماثل (يحاكي) مشكل رياضي بالكتاب المدرسي، أي تحويل المشكل الرياضي إلى مشكل حقيقي، ثم محاولة حله باستخدام القوانين المستخلصة في المرحلة السابقة.

٢-المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحل المشكلات الهندسية:

تُعَرّف المعرفة المفاهيمية Conceptual Knowledgeبأنها لغة الرياضيات التي تتكون من الرموز والتعبيرات الرياضية، بينما المعرفة الإجرائية Procedure Knowledge هي القوانين والخوارزميات التي تستخدم في حل المشكلات (Baki,1998). وتشير المعرفة المفاهيمية إلى معرفة المفاهيم، وتتضمن القوانين والتعريفات، بينما المعرفة الإجرائية تشير إلى معرفة الإجراءات، وتتضمن الأفعال المتتالية، والخوارزميات المستخدمة في حل المشكلات.

ويقصد بالمعرفة المفاهيمية بالدراسة الحالية أن يعرف الطالب المعلم ويستوعب وحدات قياس المحيط والمساحة والحجم، وقوانين حساب محيط ومساحة الأشكال المستوية، وقوانين حساب مساحة السطح الكلية والحجم لبعض المجسمات، وتُعّرف إجرائياً في هذا البحث بالدرجة التي يحصل عليها الطالب في الاختبار بمستوى المعرفة المفاهيمية. ويقصد بالمعرفة الإجرائية بالإجراءات التي يتخذها الطالب للتطبيق على قوانين حساب المحيط والمساحة والحجم، وتعرّف إجرائياً بالدرجة التي يحصل عليها الطالب في الاختبار

بمستوى المعرفة الإجرائية. كما يقصد بحل المشكلات الهندسية أن يكون الطالب قادراً على حل مشكلات حياتية منمذجة رياضياً باستخدام نماذج رياضية(قد تكون قوانين حساب المحيط أو المساحة أو الحجم)، وتعرّف إجرائياً بالدرجة التي يحصل عليها الطالب في الاختبار بمستوى حل المشكلات الهندسية. كما أن المعرفة المفاهيمية مطلب أساسي للمعرفة الإجرائية، وكلاهما ضروريان لحل المشكلات.

حدود البحث: يقتصر البحث على المحددات التالية:

١. طلاب السنة الأولى بكليتي العلوم والتربية-قسم الرياضيات- عينة استطلاعية للعام الجامعي ٢٠١٤/٢٠١٥.
٢. طلاب السنة الثانية بكلية التربية- قسم الرياضيات- عينة تجريبية للعام الجامعي ٢٠١٥/٢٠١٦.
٣. المفاهيم والقوانين الخاصة بحساب محيط ومساحة الأشكال الهندسية المستوية، وحساب مساحة السطح الكلية والحجم لبعض المجسمات المتضمنة بمقرر الرياضيات للصف الثامن من مرحلة التعليم الأساسي للعام الدراسي٢٠١٤/٢٠١٥.

منهج البحث:

استخدم المنهج شبه التجريبي ذو المجموعة القبلية البعدية الواحدة لقياس أثر المتغير المستقل (استخدام النمذجة الرياضية) على تنمية المتغيرات التابعة (المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحل المشكلات الهندسية) لدى الطلاب المعلمين.

مجتمع البحث وعينته:

تكون مجتمع البحث من طلاب كليتي العلوم والتربية- قسم الرياضيات- جامعة عمر المختار، وقد تم اختيار العينة الاستطلاعية من طلاب السنة الأولى بالكليتين، وعددهم(٣٠) طالب من بينهم (١٤) طالبة بكلية العلوم، واختيار المجموعة التجريبية بطريقة مقصودة من طلاب السنة الثانية، وعددهم (١٢) طالبة بكلية التربية؛ نظراً لأن مقرر الرياضيات المدرسية يدرس لطلاب السنة الثانية.

الخلفية النظرية:

ا-١: النموذج model

يعرف النموذج بأنه تمثيل افتراضي يحل محل الأشياء أو الظواهر أو الإجراءات واصفاً إياها مما يجعلها قابلة للفهم، ويعرف بأنه شكل تخطيطي تمثل عليه الأحداث أو الوقائع و العلاقات بينها، بصورة محكمة بغرض المساعدة في تفسير تلك الأحداث أو الوقائع غير المفهومة(حسن شحاتة ، زينب النجار،٢٠٠٣:٣١٧).

كما يعرف النموذج بأنه تقديم فكرة أو أسلوب في شكل له بعدين أو ثلاثة أبعاد، أو في أي هيئة أخرى رياضية أو مشابهة، وهو وسيلة في نقل علاقة أو عملية من موضعها الفعلي إلى موضع أخر ؛ حيث يمكن أن تُدرس بطريقة متأنية (رمزي كامل، ميشيل جرجس، ١٩٩٨:٢٥٣).

والنموذج إما أن يكون فيزيائيphysical model وهو الذي يبنى بمواد حسية مثل بناء نموذج لمتوازي مستطيلات من الكرتون أو الخشب، أو يكون نموذج رياضيMathematical model وهو الذي يستخدم في بنائه علاقات رياضية مثل: قانون حساب حجم متوازي المستطيلات التالي: حجم متوازي المستطيلات= س ص ع، حيث، س، ص، ع أبعاده الثلاثة.

ا-٢: النموذج الرياضي Mathematical model

النموذج الرياضي هو بناء رياضي يظهر ملامح ظاهرة ما، وعملية ابتكار هذا النموذج تسمى بالنمذجة الرياضية (NCTM,1991) ، كما أنه تمثيل لسلوك أشياء وأدوات حقيقية في تعبيرات رياضية، ويعد تبسيط أو إيضاح لشيء حقيقي باستخدام مصطلحات ورموز وأفكار رياضية(Dym,2004) .

ويمكن أن يُفهم النموذج الرياضي كفئة من الرموز والعلاقات الرياضية التي تمثل موقف أو ظاهرة حقيقية، أو شيء قيد الدراسة، والنماذج يمكن أن تتضح جلياً خلال الرسوم البيانية، الجداول، المعادلات، والنموذج بصفة عامة يمكن أن يُحدد من زاوية الأهداف والاهتمامات المطلوب إنجازها والتي تقود إلى مضامين مفاهيمية ومنهجية (Doosti, Ashtiani).

أوضح(Fenema, 1972) أنه توجد ثلاث أنواع من النماذج يمكن أن تمثل الأفكار الرياضية:

١. النموذج الحسي: يمثل الفكرة الرياضية من خلال أشياء ثلاثية الأبعاد.
٢. النموذج الرمزي: يمثل الفكرة الرياضية بواسطة الأعداد والإشارات التي تظهر في عملية رياضية أو في العلاقات.
٣. النموذج المرسوم (المصور): وهو يصف كلاً من النماذج الحسية والرمزية(Sibel, 2004: 2).

أهمية النماذج الرياضية:

استخدام النماذج الرياضية في عملية التعليم والتعلم يشجع الطلاب على الاستخدام الصحيح للغة الرياضيات ومصطلحاتها، و يساعد على تيسير نمو المفاهيم ، والإجراءات، وبعض المهارات و استيعاب العلاقات في الهندسة ثلاثية الأبعاد، وهندسة اقليدس، والاحتمالات، والقياس، وعمل ارتباطات بين مختلف الأفكار الرياضية والتي لا يمكن أن تتطور لديهم خلال خبرات خارج الفصل الدراسي (Fenema,197) . فعندما نستخدم النماذج الحسية والرمزية بشكل صحيح، ونفهم احتياجات الطلاب، ونعدل من أساليب التدريس لتتناسب مع تلك الاحتياجات، عندئذ يحدث تعلم ذي معنى، و يستمتع كل من الطلاب والمعلمين بالرياضيات التي تدرس كثيراً، وغالباً يتحسن تحصيل الطلاب، ويكونون قادرين على تطبيق ما تعلموه في مواقف جديدة، وقبول التحدي والسيطرة على محتوى رياضي عالي متقدم في التجريد(Sibel,2004: 27).

النمذجة الرياضية Mathematical Modeling

النمذجة الرياضية هي: تطبيق الرياضيات في حل مشكلات حقيقية (Albright,2010) ، وهي متأصلة في النشاط الاجتماعي، وبالتالي ينظر إليها كأسلوب لفهم الطبيعة والمجتمع والرياضيات المجردة-(Kang,2012:1 2)، وينظر إليها-أيضا- كعملية تحويل مشكل حقيقي إلى مشكل رياضي ينجز من خلاله استخلاص نموذج رياضي يعد تمثيل بسيط للخواص الأساسية للموقف الحقيقي من خلال استخدام مجموعة مناسبة من الرموز والعلاقات والدوال الرياضية(Pollak,1979). كما يقصد بالنمذجة تطبيق الرياضيات في معالجة مشاكل في واقع الحياة، أو في الرياضيات، أو في علوم أخرى، بحلها، واختيار أفضل الحلول، والذي يتناسب مع طبيعة المشكلة التي تعالج، ومن ثم التعميم والتنبؤ إن أمكن ذلك (صالح لحمر:٢٠٠٧).

أهمية النمذجة في عملية التعليم والتعلم:

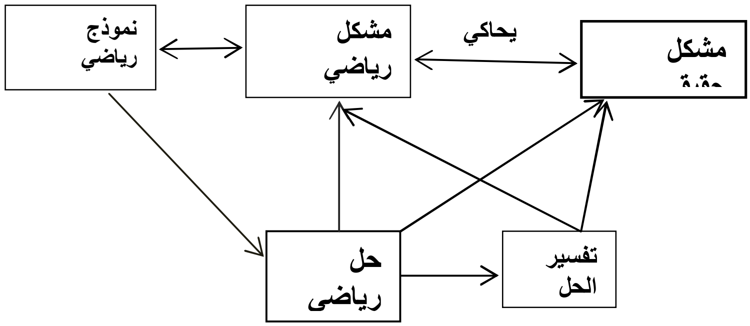
من نتائج الدراسات وخلفياتها النظرية التي تم الرجوع إليها في البحث الحالي تتضح أهمية النمذجة في النقاط التالية:

١. تساعد الطلاب على فهم العالم من حولهم بطريقة أفضل، وبناء نماذج ذهنية لديهم نحو العالم.
٢. تنمي لدى الطلاب كفاية النمذجة وهي القدرة على بناء النماذج أثناء عملية النمذجة لمواقف متنوعة، بالإضافة إلى مقارنة وتحليل النماذج لتلك المواقف.
٣. تسهم في تكوين اتجاهات موجبة نحو تعلم الرياضيات، والثقة بالنفس.
٤. تسهم في بناء تصور ذهني ملائم للرياضيات.
٥. تكسب الطلاب كفايات تمكنهم من حل مشكلات حياتية، وفي مختلف المجالات.
٦. تسهم في تنمية كفايات رياضية مثل : التواصل، وتصميم استراتيجيات لحل المشكلات، التمثيل المتعدد، الاستدلال، بناء نماذج.
٧. تساعد المعلمين في فهم أساليب التفكير لدى الطلاب أثناء عملية النمذجة.
٨. توفر بيئة غنية بالمناقشات المثمرة بين الطلاب ومع المعلم، كما تشجع على البحث والتحقق من خلال الرياضيات، ومن خلال مواقف أخرى.

دور المعلم في عملية النمذجة الرياضية: يتمثل في النقاط التالية:

١. إعداد وتجهيز أنشطة النمذجة .
٢. تقسيم الطلاب إلى مجموعات صغيرة.
٣. إتاحة الفرصة للطلاب بمعالجة أنشطة النمذجة بأنفسهم، وعمل ارتباطات داخل وخارج الرياضيات.
٤. إدارة حجرة الدراسة، وتوجيه الطلاب، واستخدام الوقت بفاعلية.
٥. ينبغي أن يعي المعلم بوجود تباين جلي بين تدريس النماذج، وتدريس النمذجة، ففي الأول يتم التركيز على المنتج (النموذج)، وفي الآخر يتم التركيز على عملية الوصول إلى تمثيل مناسب لموقف حياتي حقيقي ؛ حيث يبدأ الفرد مع موقف مشكل حقيقي ويتقدم خطوة تلو الأخرى نحو الحلول المكنة.

عملية النمذجة في البحث الحالي تتمثل في المخطط التالي:



شكل(١) دورة النمذجة

جـ- المعرفة المفاهيمية والإجرائية Conceptual and Procedural Knowledge

توصف المعرفة المفاهيمية بأنها معرفة المفاهيم الرياضية وعلاقة كل منها بالآخر، في حين أن المعرفة الإجرائية تحدد بالرموز، والقوانين، والمعارف التي تستخدم في حل المشكلات الرياضية، وأي معالجات أخرى، وكلاهما تعتمد على الأخرى وتكملها، حتى ولو بدت كل منها مستقلة(Byleul,)، وتكتسب المعرفة المفاهيمية بطريقتين: إما بواسطة إقامة علاقات بين أجزاء المعلومات، أو ابتكار علاقات بين المعارف السابقة والمعرفة الجديدة التي تدخل النظام، ومن ثمّ يتضح الفرق بين المعرفة المفاهيمية والإجرائية بأن الأولى تتمثل في إقامة علاقات بين أجزاء من المعرفة، في حين أن الثانية تحدث نتيجة طبيعية تلي الأولى مباشرةً، وتتضمن معرفة رموز تمثيل النظام، والخوارزميات، واستراتيجيات حل المشكلات(Hiebert, lefever, 1986,:4).

وتعرف المعرفة المفاهيمية بأنها معرفة مفهوم مجرد أو فكرة عامة استخلصت من عدة حالات خاصة، وغالباً يشار إلى معرفة المفاهيم بالمعرفة المفاهيمية (Merrion, Webesler, 2002) ، و تعرف أيضاً بأنها فهم المفاهيم، والعمليات، والعلاقات الرياضية، وهذا النوع من المعرفة يطلق عليه -أحيانا- اسم الفهم المفاهيمي (Kilpatrick ,ect). .

لقد وصف (Hiebart, Lefever,1986) طريقتين لتطوير المعرفة المفاهيمية:

الأولى: تتمثل في أنها نتاج إقامة علاقات وارتباطات داخل النظام.

الثانية: أنها تتطور عندما ترتبط المعرفة الموجودة داخل النظام بالمعرفة الجديدة التي تلتحق بها. و قد اقترح (Engelbrecht, et al,2005) أن الفهم المفاهيمي يمكن أن يتحقق عندما يتمكن الطلاب من تحديد وتطبيق القوانين، ومعرفة وتطبيق الحقائق والتعريفات، ومقارنة وبناء المفاهيم المترابطة.

الإجراء: هو سلسلة من الخطوات، أو الأعمال لتحقيق هدف ما، وغالباً ما يطلق على معرفة الإجراءات (المعرفة الإجرائية)، فعلى سبيل المثال: المعرفة الإجرائية تكون (معرفة كيف) ، أو معرفة الخطوات اللازمة لإنجاز مهام وتحقيق أهداف محددة. وتوصف بأنها بناء مهارات واستراتيجيات، ونتاجات لأعمال يدوية. ، عموماً المعرفة الإجرائية هي القدرة على إنجاد مهام متتالية.

تتضح خصائص المعرفة الإجرائية بالاستخدام الديناميكي والناجح لقوانين محددة، وخوارزميات أو إجراءات وثيقة الصلة بصيغ تمثيلية داخل النظام.

بينما تتضح خصائص المعرفة المفاهيمية بمعرفة شبكات واضحة ، والفرد الماهر هو الذي يطور هذه الشبكة، وقد تتكون عناصر هذه الشبكة من مفاهيم، وقوانين(خوارزميات، إجراءات) ، أو مشكلات محددة يمكن أن يتولد من حلها مفهوم أو قانون جديد يقدم في صيغ تمثيلية مختلفة (Hoapasalo,Kadijevich,2000).

كما أكد المجلس القومي الأمريكي (NCTM,2000) في وثيقة (معايير ومستويات الرياضيات المدرسية) على أنه ينبغي إحداث توازن بين التعلم المفاهيمي والإجرائي في الرياضيات داخل حجرات الدراسة، وترتكز الكفاية الرياضية على نمو المعرفة المفاهيمية والإجرائية.

إجراءات البحث:

أولاً: للإجابة عن السؤال الفرعي الأول وهو: ما المعارف الهندسية في الرياضيات المدرسية والمطلوب تنمية المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحل المشكلات الهندسية ذات الصلة لدى الطلاب المعلمين؟

قام الباحث بتحليل محتوى الفصل الرابع بعنوان(قياس الأشكال المستوية)، والفصل الخامس بعنوان(قياسات الأشكال المجسمة) بكتاب الرياضيات

للصف الثامن من مرحلة التعليم الأساسي للعام الدراسي٢٠١٤/٢٠١٥، وجاءت نتائج التحليل على النحو التالي:

ا- **المعرفة المفاهيمية**: وتتمثل في:

١- **المفاهيم:**

محيط الشكل الهندسي، مساحة الشكل الهندسي، وحدات قياس: المحيط والمساحة للأشكال الهندسية، المجسم، وحدات قياس الحجم، أوجه المجسم، الأوجه الجانبية للمجسم، قاعدتا المجسم، الكتلة، الكثافة.

٢- التعميمات:

١. قوانين حساب محيط ومساحة الأشكال المستوية الآتية: المربع، المستطيل، المثلث، الدائرة، متوازي الأضلاع، المعين.
٢. قوانين حساب مساحة سطح الأوجه الجانبية أو الكلية للمجسمات الآتية: المكعب، متوازي المستطيلات، المنشور الثلاثي القائم، الأسطوانة.
٣. قوانين حساب حجم المجسمات السابقة.
٤. قانون حساب كثافة المادة.

ب- المعرفة الإجرائية: وتتمثل في المهارات التالية:

١. حساب محيط ومساحة الشكل الهندسي.
٢. حساب محيط ومساحة الأشكال المستوية سالفة الذكر.
٣. حساب مساحة سطح الأوجه الجانية أو الكلية للمجسمات سالفة الذكر.
٤. حساب حجم المجسمات سالفة الذكر.
٥. تحويل وحدات القياس.
٦. حساب كثافة المادة.

جـ- حل المشكلات الهندسية: وتتمثل في حل مشكلات حياتية مصاغة في صورة لفظية باستخدام قوانين المساحة أو الحجوم.

ثانياً: للإجابة عن السؤال الفرعي الثاني ، وهو: ما واقع المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحل المشكلات الهندسية لدى الطلاب قبل بدء التدريس؟

قام الباحث بالإجراءات التالية:

ا- **إعداد الاختبار**: وقد مر بالخطوات التالية:

١. **الهدف من الاختبار:**

يهدف الاختبار إلى قياس المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحل المشكلات الهندسية لدى طلاب العينة الاستطلاعية، وطلاب المجموعة التجريبية قبل وبعد التدريس.

٢. تحديد الوزن النسبي للمحتوى وعدد الأسئلة:

ويتضح هذا من الجدول التالي:

جدول (١): الأوزان النسبية للمحتوى

المحتوى	عدد الساعات	الوزن النسبي	عدد الأسئلة
محيط ومساحة الأشكال المستوية	٤	٢٥%	٢٥%×١٣=٣.٢٥ ٣
مساحة سطح المجسمات	٥	٣١.٢٥%	٣١.٢٥%×١٣=٤.٠٦ ٤
حجم المجسمات	٥	٣١.٢٥%	٣١.٢٥%×١٣=٤.٠٦ ٤
الكثافة	٢	١٢.٥%	١٢.٥%×١٣=١.٦٢ ٢
المجموع	١٦	١٠٠%	١٣

٣-إعداد جدول المواصفات:

وهو يتضمن بعدين أحدهما: يمثل المحتوى والآخر: يمثل المستويات المعرفية المطلوب تحقيقها. وهذا يتضح في الجدول التالي:

جدول (٢): مواصفات الاختبار

المستويات المعرفية / المحتوى	المعرفة المفاهيمية		المعرفة الإجرائية		حل مشكلات		مجموع الدرجات
	الأسئلة	الدرجة	الأسئلة	الدرجة	الأسئلة	الدرجة	
محيط ومساحة الأشكال المستوية	س١	٢٠	س٥	٢٤	س٨	٥	٤٩
مساحة سطح المجسمات	س٢	٩	س٦	١٦	س٩، س١٠	١٠	٣٥
حجم المجسمات	س٣	٧	س٧	٨	س١١، س١٢	٨	٢٣
الكثافة	----	------	س٤	٤	س١٣	٣	٧
المجموع		٣٦	----	٥٢	---	٢٦	١١٤

٤-إعداد أسئلة الاختبار:

تكون الاختبار في صورته المبدئية من (١٣) سؤالاً ؛ أسئلة المعرفة المفاهيمية والإجرائية تحتوي على مفردات كل مفردة تقيس هدف محدد، بينما بقية الأسئلة مشكلات حياتية مصاغة لفظياً.

ثبات الاختبار:

للتحقق من ثبات الاختبار تم تطبيق الاختبار في صورته الأولية على عينة استطلاعية مكونة من(١٥) طالبة بالسنة الأولى- قسم الرياضيات- بكلية التربية ، ثم أعيد تطبيق الاختبار على نفس العينة بعد أسبوعين، وبعد تصحيح الاختبار، استخدم معامل الارتباط لبيرسون، وهو نفسه معامل الثبات (فاروق عثمان، عبد الهادي عبده، ١٩٩٥: ٢٢٥)، وبحساب معامل الارتباط، وجد أنه (٠.٨٨)، وبذلك يكون معامل الثبات= (٠.٨٨)، وهذا يشير إلى درجة ثبات مرتفعة يمكن الوثوق بها والاطمئنان إلى نتائج الاختبار بعد تطبيقه على عينة البحث.

صدق الاختبار:

وقد استخدم الباحث نوعين من الصدق وهما:

ا- <u>الصدق المنطقي</u>**:** يقصد به" تمثيل الاختبار للميدان أو المجال الذي يقيسه"؛ ولتحقق من ذلك تم صياغة الهدف السلوكي لكل سؤال من أسئلة الاختبار، يليه السؤال الخاص بكل هدف، ثم يطلب من المحكم لإبداء الرأي انظر ملحق(٤).

تبين للباحث أن غالبية المحكمين أبدوا الموافقة على أسئلة الاختبار، والبعض طالب بإضافة أسئلة تتضمن مشكلات حقيقية تتعلق بمساحة الأشكال المستوية، وبمفهوم الكثافة وخاصة أنه مرتبط بمفهوم الحجم ، ولذا قام الباحث بتعديل في الاختبار، ووضعه في صورته النهائية كما موضح بملحق(١).

ب-<u>الصدق الذاتي</u>: يقصد به "صدق الدرجات التجريبية بالنسبة للدرجات الحقيقية التي خلصت من شوائب أخطاء الصدفة"(رمزية الغريب، ١٩٩٦:٩٨٣)، وبذلك تصبح الدرجات الحقيقية هي الميزان الذي ينسب إليه صدق الاختبار، وعليه فإن هناك صلة بين معامل الثبات والصدق الذاتي تعطى بالعلاقة:

الصدق الذاتي= $\sqrt{\text{معامل الثبات}}$، ويتطبيق هذه العلاقة على معامل الثبات، فيكون الصدق الذاتي= $\sqrt{0.88}$ =٠.٩٤. وبناءً عليه يتضح أن قيمة الصدق الذاتي عالية، وبذلك تعد مؤشراً واضحاً على الصدق التجريبي للاختبار.

وقد تم تطبيق الاختبار على طلاب العينة الاستطلاعية، وجاءت النتائج كما بالجدول التالي:

جدول(٣) النسبة المئوية لطلاب العينة الاستطلاعية الذين أعطوا إجابات، وللمتوسط الحسابي لدرجات في أدائهم على الاختبار وعددهم (٣٠ طالباً):

البيانات المستويات	عدد الطلاب اللذين اعطوا إجابات ن	ن %	الدرجة الكلية	المتوسط الحسابي	$\%x$
المعرفة المفاهيمية	٢٩	٩٧ %	٣٦	٥.٩	١٦.٤ %
المعرفة الإجرائية	٢٢	٧٣ %	٥٢	٥.٦	١٠.٨ %
حل المشكلات الهندسية	٧	٢٣ %	٢٦	٤.٤	١٦.٩ %
التحصيل ككل	٢٩	٩٧ %	١١٤	١١.١	٩.٧ %

يتضح من جدول (٣) أن:

١. ٩٧ % من طلاب العينة الاستطلاعية أعطوا إجابات صحيحة على مستوى المعرفة المفاهيمية بالاختبار بمتوسط حسابي(٥.٩) ، وجاءت النسبة المئوية لمتوسط الدرجات (١٦.٤ %)، وهذا مؤشر على تدني مستوى المعرفة المفاهيمية لدى طلاب السنة الأولى – قسم الرياضيات- بكليتي التربية والعلوم، وبتحليل استجابات الطلاب تبين أن غالبية الطلاب لديهم خلط بين وحدات قياس المسافة والمساحة، وبين قوانين حساب محيط ومساحة الأشكال الهندسية، وعدم القدرة على تذكر قوانين حساب مساحة الأوجه الجانبية، ومساحة السطح الكلية والحجم للمجسمات.

٢. ٧٣ % من طلاب العينة الاستطلاعية أعطوا إجابات صحيحة على مستوى المعرفة الإجرائية، بمتوسط حسابي(٥.٦)، وجاءت النسبة المئوية لمتوسط الدرجات (١٠.٨ %)، وهذا –أيضاً- مؤشر على تدني مستوى المعرفة الإجرائية لدى الطلاب، وبتحليل استجابات الطلاب في هذا المستوى تبين أن غالبية الطلاب لم يتمكنوا من حساب مساحة السطح الكلية والحجم للمجسمات.

٣. ٢٣ % من الطلاب أعطوا إجابات صحيحة على مستوى حل المشكلات الهندسية بمتوسط حسابي(٤.٤)، وجاءت النسبة المئوية لمتوسط الدرجات (١٦.٩%)، وهذا يعد مؤشر على تدني مستوى أدائهم في حل المشكلات الهندسية ، وبتحليل استجابات الطلاب في هذا المستوى تبين أن غالبية الطلاب لم يتمكنوا من الوصول للحل النهائي، كما أن (٧٧%) من الطلاب

لم يعطوا أي استجابة، مما يدل على أن لديهم صعوبة في حل المشكلات الهندسية.

٤. ٧٩ % من الطلاب جاء المتوسط لدرجات التحصيل الدراسي (١١.١) بنسبة مئوية (٩.٧ %)، مما يدل على تدني اكتساب طلاب العينة الاستطلاعية للمعارف الهندسية المتضمنة بكتاب الرياضيات للصف الثامن من مرحلة التعليم الأساسي، على الرغم أن هؤلاء الطلاب إما سيكونون متخصصين في مجال الرياضيات أو معلمين المستقبل.

ثالثاً: للإجابة عن السؤال الثالث للبحث وهو: ما أثر استخدام النمذجة الرياضية في تنمية المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحل المشكلات الهندسية لدى طلاب المجموعة التجريبية؟

قام الباحث بالإجراءات التالية:

ا- إعداد الأنشطة:

تم إعداد مجموعة من الأنشطة التي يتم من خلالها عملية التعليم والتعلم، وتحقيق أهداف التعلم، وفيما يلي نشاط من بين تلك الأنشطة:

نشاط:

الهدف: يتوقع في نهاية هذا النشاط أن يكون الطالب المعلم قادرا على أن:

١. يحل مشكلات واقعية.

الخلفية:

السعة: هي الفراغ الذي بداخل المجسم(علبة، أو اناء، أو صندوق) ، وهذا الفراغ عادة يملأ بالسوائل أو الغازات، ومن ثم فإن سعة المجسم هي حجم السائل الذى يملأه، ووحدات قياسه هي **اللتر(Liter)، المليلتر(milliliter)**:

اللتر رمزه(ل) أو (L) ، المليلتر رمزه (مل) أو (mL)، والعلاقة بينهما هي:

١ لتر = ١٠٠٠ مل= ١٠٠٠ سم^{٣} أو $1\ L=1000\ mL=1000\ cm^3$

اذاً ١مل= ١سم^{٣} أو $1mL= 1\ cm^3$

الأدوات: علبة عصير على شكل أسطوانة، شريط متري، حاسبة الجيب.

المشكل: " علبة عصير راني مسجل عليها من الخارج 240ml ، احسب طول نصف قطر قاعدتها بأكثر من طريقة، مع إعطاء تفسير للحل"

الإجراءات: يتوقع ان ينفذ الطلاب الآتي بعد تقسيمهم إلى مجموعتين:

ا- الطريقة الأولى للحل:

١. يعين الطلاب ارتفاع العلبة بالشريط المتري، ع=١٢ سم.
٢. يحسب الطلاب مساحة القاعدة= الحجم÷ الارتفاع =٢٤٠ ÷١٢=٢٠ سم^2.
٣. مساحة القاعدة= π نق^2 = ٢٠، ومنها نق= $\sqrt{٢٠\times٧\div٢٢}$ =٢.٥ سم

ب- الطريقة الثانية للحل:

١. يعين الطلاب محيط قاعدة العلبة باستخدام الشريط المتري، فيكون مساويا=١٧ سم.
٢. محيط الدائرة= ٢π نق= ١٧ اذاً نق=١٧ ÷ ٢π =٢.٧ سم.
١. يطلب من طلاب المجموعتين إعطاء تفسير للحل في الطريقتين، يتوقع أن الطلاب ليس لديهم تفسير، ومن ثم يتدخل الباحث لتوضيح الفرق بين مفهوم سعة العلبة ، وحجمها، ومن ثم يتضح أن نق= ٢.٥ سم هي نصف قطر القاعدة من الداخل، نق= ٢.٧ سم هي نصف قطر الدائرة من الخارج، والفرق بينهما=٠.٢ سم هو سمك العلبة. وللاطلاع على بقية الأنشطة يمكن الرجوع إلى دليل المعلم ملحق(٢).

التدريس لطلاب المجموعة التجريبية:

تم تطبيق الاختبار على طلاب المجموعة التجريبية قبل بدء التدريس تطبيقا قبلياً ، ثم قام الباحث بالتدريس للطلاب باستخدام طريقة النمذجة الرياضية خلال الفصل الدراسي الثاني للعام الجامعي ٢٠١٥/٢٠١٦، وبعد الانتهاء من عملية التدريس تم تطبيق الاختبار تطبيقا بعدياً.

جـ- معالجة البيانات إحصائيا:

تم تصحيح إجابات الطلاب في التطبيق القبلي والبعدي للاختبار، ورصد الدرجات ومعالجتها إحصائيا باستخدام الأساليب التالية:

ا- استخدام t-test لحساب الدلالة الإحصائية للفروق بين المتوسطات المرتبطة إذا كان عدد أفراد العينة أقل من ٣٠ (رمزية الغريب، ١٩٩٦: ٣٢٧ -٣٢٩) باستخدام المعادلة:

$$t=\frac{\bar{D}}{\sqrt{\frac{\Sigma_{(D-\bar{D})}{}^{2}}{n(n-1)}}}$$ حيث:

$D=$ الفرق بين درجات الطلاب في القياسين القبلي والبعدي.

$\bar{D}=$متوسط الفرق بين درجات الطلاب في القياسين القبلي والبعدي.

$n=$ عدد افراد العينة.

ب- حساب نسبة الكسب المعدل لمعرفة مدى فعالية استخدام النمذجة الرياضية في تنمية المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحل المشكلات الهندسية لدى الطلاب باستخدام معادلة "بلاك"- نقلاً عن دراسة (محمود الإبياري، ١٩٩٨: ٢٤) التالية:

نسبة الكسب المعدل= $\frac{y-x}{p}+\frac{y-}{p-x}$ حيث:

$x =$ متوسط درجات الطلاب في القياس البعدي.

$y =$ متوسط درجات الطلاب في القياس القبلي.

$p =$ النهاية العظمى لدرجة الاختبار.

وتتحقق الفعالية اذا كان: مقدار نسبة الكسب المعدل ١.٢ .

د- عرض النتائج وتفسيرها:

للتحقق من إمكانية قبول الفروض تم استخدام t-test للتعرف على دلالة الفروق بين متوسطي درجات الطلاب في القياسين القبلي والبعدي للاختبار، ثم أتبع بحساب نسبة الكسب المعدل لمعرفة مدى فعالية المتغير المستقل على المتغيرات التابعة، وجاءت النتائج كما بالجدول التالي:

جدول(٤): دلالة الفرق بين متوسطي درجات طلاب العينة التجريبية في القياسين القبلي والبعدي للاختبار ككل ولمستوياته الثلاثة، ومقدار نسبة الكسب المعدل.

	القياس	المتوسط	الفرق بين المتوسطين	مجموع مربع الانحرافات ح²	قيمة ت المحسوبة	دلالتها عند مستوى ٠.٠١
المعرفة المفاهيمية	القبلي	٥.٧	٢٣.٣	٨١٨.٨٣	٩.٣٦	دالة
	البعدي	٢٩				
المعرفة الإجرائية	القبلي	٣.١	٣٨.٥	٩٧٧.٠٠١	١٤.١٥	دالة
	البعدي	٤١.٦				
حل المشكلات	القبلي	٠.٧	١٦.٩	٣١٠.٩٢	١١.٠١	دالة
	البعدي	١٧.٦				
الاختبار ككل	القبلي	٩.٤	٧٧.٨	٢٤٢٣.٦٨	١٨.١٦	دالة
	البعدي	٨٧.٢				

يتضح من جدول (٤):

١. ارتفاع مستوى المعرفة المفاهيمية لدى الطلاب المعلمين في التطبيق البعدي عنه في التطبيق القبلي، حيث بلغ متوسط درجاتهم في التطبيق البعدي(٢٩) في حين كان متوسط درجاتهم في التطبيق القبلي(٥.٧)، كما أن الفرق بين متوسطي درجات الطلاب في التطبيق القبلي- البعدي للاختبار ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة(٠.٠١) لصالح التطبيق البعدي. وقد يغزو الباحث هذا إلى أثر استخدام النمذجة الرياضية في تنمية المعرفة المفاهيمية لدى الطلاب خلال ممارساتهم الفعلية أثناء بناء نماذج للأشكال الهندسية على ورق الرسم البياني واستكشاف قوانين حساب المحيط والمساحة للأشكال الهندسية، وبناء نماذج للمجسمات إما باستخدام مكعبات الوحدة في حالتي (المكعب، ومتوازي المستطيلات)، أو برسم شبكة المجسم على ورق الرسم البياني أو على ورق مقوى لاستكشاف قوانين حساب مساحة الأوجه الجانبية أو مساحة السطح الكلية والحجم للمجسمات، مما يؤكد قبول الفرض الأول ونصه: يوجد فرق دال إحصائيا عند مستوى دلالة(٠.٠١) بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية في القياس القبلي والبعدي للاختبار (بمستوى المعرفة المفاهيمية) لصالح القياس البعدي.

٢. ارتفاع مستوى المعرفة الإجرائية لدى الطلاب المعلمين في التطبيق البعدي عنه في التطبيق القبلي؛ حيث بلغ متوسط درجاتهم في التطبيق البعدي (٤١.٦) في حين كان متوسط درجاتهم في التطبيق القبلي(٣.١)، كما أن

الفرق بين متوسطي درجات الطلاب في التطبيق القبلي- البعدي للاختبار ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة(٠.٠١) لصالح التطبيق البعدي. وقد يغزو الباحث هذا إلى أثر استخدام النمذجة الرياضية في تنمية المعرفة الإجرائية لدى الطلاب خلال أدائهم في بناء نماذج للأشكال الهندسية وحساب محيط ومساحة تلك الأشكال، وكذا بناء نماذج للمجسمات وحساب مساحة الأوجه الجانبية ومساحة السطح الكلية والحجم للمجسم مباشرة من خلال النموذج المثل له، وبذلك نمت لديم خبرات حسية، ، مما يؤكد قبول الفرض الثاني ؛ وهو: يوجد فرق دال إحصائيا عند مستوى دلالة(٠.٠١) بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية في القياس القبلي والبعدي للاختبار (بمستوى المعرفة الإجرائية) لصالح القياس البعدي.

٣. ارتفاع مستوى أداء الطلاب المعلمين في حل المشكلات الهندسية في التطبيق البعدي عنه في التطبيق القبلي؛ حيث بلغ متوسط درجاتهم في التطبيق البعدي (١٧.٦) في حين كان متوسط درجاتهم في التطبيق القبلي(٠.٧)، كما أن الفرق بين متوسطي درجات الطلاب في التطبيق القبلي- البعدي للاختبار ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة(٠.٠١) لصالح التطبيق البعدي. وقد يغزو الباحث هذا إلى اثر استخدام النمذجة الرياضية في تنمية أداء الطلاب في حل المشكلات خلال نمذجة مواقف حياتية واقعية إلى مشكلات رياضية، وبالتالي يسهل حلها، كما تكون لديهم صورة ذهنية عن المشكلات الواقعية وطريقة حلها مما ممكنهم من استدعاء تلك الصورة عند حل مشكلات رياضية مماثلة. وتتفق هذه النتيجة مع نتائج الدراسات السابقة التي توصلت إلى فعالية استخدام النمذجة الرياضية في تنمية حل المشكلات، ومن بين هذه الدراسات: دراسة (أحمد، ٢٠٠٨)، ودراسة (كريمة محمد، ٢٠٠٨)، ودراسة (رباب توبه، ٢٠١٤)، مما يؤكد قبول الفرض الثالث ونصه:يوجد فرق دال إحصائيا عند مستوى دلالة (٠.٠١) بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية في القياس القبلي والبعدي للاختبار (بمستوى حل المشكلات الهندسية) لصالح القياس البعدي.

٤. ارتفاع مستوى أداء الطلاب المعلمين في التطبيق البعدي عنه في التطبيق القبلي للاختبار ككل، حيث بلغ متوسط درجاتهم في التطبيق البعدي (٨٧.٢) في حين كان متوسط درجاتهم في التطبيق القبلي (٩.٤)، كما أن

الفرق بين متوسطي درجات الطلاب في التطبيق القبلي- البعدي للاختبار ككل ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة(٠.٠١) لصالح التطبيق البعدي. وقد يغزو الباحث هذا إلى أثر استخدام النمذجة الرياضية في تنمية التحصيل الدراسي لدى طلاب العينة التجريبية خلال العمل التعاوني في تنفيذ أنشطة التعلم واكتساب خبرات التعلم المستهدفة من كل نشاط . وتتفق هذه النتيجة مع نتائج الدراسات السابقة التي توصلت إلى فعالية استخدام النمذجة الرياضية في تنمية التحصيل الهندسي، ومن بين هذه الدراسات: دراسة (هناء مصطفى، ٢٠١٠)، ودراسة(Geometry,)، مما يؤكد قبول الفرض الرابع؛ وهو: يوجد فرق دال إحصائيا عند مستوى دلالة(٠.٠١) بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية في القياس القبلي والبعدي للاختبار ككل(التحصيل الدراسي) لصالح القياس البعدي.

وللتحقق من فعالية استخدام النمذجة الرياضية في تنمية المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحل المشكلات الهندسية تم حساب نسبة الكسب المعدل لبلاك، وقد جاءت النتائج بالجدول التالي:

جدول(٥): نتائج حساب نسبة الكسب المعدل.

المستويات	البيانات النهاية العظمى للدرجة	القياس	المتوسط	نسبة الكسب المعدل
المعرفة المفاهيمية	٣٦	القبلي	٥.٧	١.٤
		البعدي	٢٩	
المعرفة الإجرائية	٥٢	القبلي	٣.١	١.٥
		البعدي	٤١.٦	
حل المشكلات	٢٦	القبلي	٠.٧	١.٣
		البعدي	١٧.٦	
الاختبار ككل	١١٤	القبلي	٩.٤	١.٤
		البعدي	٨٧.٢	

يتبين من جدول (٥) أن قيم نسبة الكسب المعدل للمستويات الثلاثة، وللاختبار ككل أكبر من ١.٢، مما يدل على فعالية استخدام النمذجة الرياضية في تنمية المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحل المشكلات الهندسية لدى طلاب المجموعة التجريبية.

تعقيب على النتائج:

تبين من خلال تحليل نتائج العينة الاستطلاعية قبل تنفيذ التجربة تدني مستوى الطلاب في المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحل المشكلات الهندسية بصفة عامة، وقد يرجع ذلك إلى دراسة الهندسة بمرحلة التعليم الأساسي قائم على الدراسة النظرية، دون استخدام الطريقة العملية على الرغم من توافر العديد من النماذج والأجهزة بالمعامل في المدارس يمكن الاستفادة منها في تدريس الحجوم والسعة والكثافة عمليا لتلاميذ الصف الثامن، وقد استخدم الباحث معمل مدرسة الزاوية في تنفيذ بعض الأنشطة المعملية الخاصة بتعيين كتلة الجسم وحجمه وكثافته عملياً مع طلاب المجموعة التجريبية. كما أن أسلوب الامتحان النهائي بالمدارس يعتمد على الاختبارات الموضوعية ويغلب عليه أسئلة الاختيار من متعدد.

وقد أظهرت نتائج البحث للمجموعة التجريبية تحسن المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحل المشكلات والتحصيل الهندسي لدى طلاب بفارق دال إحصائي وفاعلية استخدام النمذجة الرياضية في تنمية المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحل المشكلات الهندسية.

المشكلات التي واجهت الباحث وكيفية التغلب عليها:

من بين المشكلات التي واجهت الباحث أثناء الإعداد لأنشطة التعلم:

١. عدم توافر الوسائل اللازمة لحساب مساحة قطعة أرض فضاء، وحساب مساحة الأوجه الجانبية لقاعة المحاضرة، وحساب محيط دائرة عملياً، وقد تم التغلب على هذه المشكلة بشراء أشرطة مترية طول:١متر، ٥ متر، ٥٠ متر.
٢. عدم توفر مكعبات وحدة لبناء نماذج لبعض المجسمات لحساب مساحة الأوجه الجانية ومساحة السطح الكلية والحجم للمجسم عمليا، وقد تم التغلب على هذه المشكلة بتصنيع مجموعة من مكعبات الوحدة من الخشب بإحدى ورش النجارة بمدينة البيضاء.
٣. عدم وجود معمل الرياضيات بكلية التربية والأجهزة اللازمة لحساب كتلة الجسم وحجمه وكثافته عملياً كالميزان الإلكتروني والمخبار المدرج، وتم التغلب على هذه المشكلة باستخدام معمل مدرسة الزاوية بمدينة البيضاء.

٤. نمذجة بعض المشكلات الحياتية في صورة مشكلات رياضية، كحساب سعة صندوق لعدد محدد من علب عصير، أو تفريغ محتوى بطمان زجاجي اسطواني الشكل في برطامان آخر أكبر من الأول سعة ومطلوب معرفة ارتفاع الماء، فظهرت مشكلات كالتمييز بين سعة المجسم وحجمه، والسمك، وتم التغلب على هذه المشاكل أثناء تنفيذ الأنشطة .

التوصيات والمقترحات:

انطلاقاً من الخلفية النظرية ونتائج البحث يوصي الباحث بالآتى:

١. توفير معمل الرياضيات بمراحل التعليم قبل الجامعي.
٢. توفير معمل الرياضيات بقسم الرياضيات بكليتي العلوم والتربية.
٣. تأهيل معلمي الرياضيات بمراحل التعليم قبل الجامعي على الاستعانة بمعمل الرياضيات في التدريس.
٤. الاستفادة من الأنشطة المعدة بالبحث الحالي ووضعها موضع التنفيذ في تدريس المساحات والحجوم بمرحلة التعليم الأساسي.
٥. أن يدرس الطلاب الجدد الملتحقين بكليي التربية والعلوم سنة تأهيلية للالتحاق بقسم الرياضيات.

يمكن اقتراح إجراء المزيد من الأبحاث المستقبلية مثل:

١. دراسة فاعلية النمذجة الرياضية في تنمية حساب محيط ومساحة الأشكال الهندسية لدى طلاب مرحلة التعليم الأساسي.
٢. دراسة فاعلية النمذجة الرياضية في تنمية المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحل المشكلات لدى طلاب مرحلة التعليم الأساسي.
٣. دراسة مدى فاعلية النمذجة الرياضية في تنمية التحصيل الهندسي لدى طلاب مختلفي المستويات والاتجاه نحو الرياضيات.

قائمة المراجع

القرآن الكريم

١. أحمد مختار عمر(٢٠٠٨): معجم اللغة العربية المعاصرة، ط١، القاهرة: عالم الكتب.

٢. حسن شحاتة، وزينب النجار(٢٠٠٣): معجم المصطلحات التربوية والنفسية، القاهرة: الدار المصرية اللبنانية.

٣. رباب أحمد توبة(٢٠١٤): أثر استخدام استراتيجية النمذجة الرياضية على استيعاب المفاهيم الرياضية وحل المسائل الرياضية لدى طلبة الصف السابع الأساسي في وحدة القياس، رسالة ماجستير منشورة، كلية الدراسات العليا، جامعة النجاح الوطنية.

٤. رمزية الغريب (١٩٩٦): التقويم والقياس النفسي والتربوي، القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية.

٥. كريمة حسن أحمد(٢٠٠٥): استخدام النمذجة الرياضية في حل المشكلات التطبيقية في الرياضيات لدى تلاميذ الحلقة الثانية من التعليم الأساسي، رسالة ماجستير (منشور ملخص)، كلية التربية، جامعة عين شمس، القاهرة.

٦. عبد المنعم الدر دير(٢٠٠٦): الإحصاء البارامتري واللابارامتري، القاهرة: عالم الكتب.

٧. مبارك أبو فريد(٢٠١٢): أثر استخدام النمذجة في تنمية مهارات التفكير الإبداعي لدى طلاب الصف السادس الأساسي بمحافظة غزة، رسالة ماجستير منشورة، كلية التربية، جامعة الأزهر- غزة.

8. Bandura,A.(1971): Psychological Modeling Conflicting Theories, Aldine Aterom.

9. Blomhai, M. &Okjeldsen, T. H(n.d): The Use of Theory in Teachers' Modeling Projects – Experiences from An In- Service Course, **Imfufa. Department of science,** Systems and Models, Roskilde University.

10. Blum, W. (2009): Mathematical Modeling: Can It Be Tought and Learn? **Journal of Mathematical Modelling and Application,** vol.1, No. 1,45-48. Available through:http://kingtale2.inspsearch.com/search/web?fcoid=417&q=mathematical+modelling+of+chemical+processes+pdf[Accessed 13/7/2015]

11. Caroline,L.(2005): Maths Concepts in teaching: Procedural and Conceptual Knowledge, Wits School of Education, University of The Witwatersrand, **Pythagoras** 62:59-56.
12. Doosli, A. &Ashtiani, A. M. (N.d.): Mathematical Modeling: a new approach for mathematics teaching in different levels. . Available through:
http://www.enrede.ufscar.br/participantes_arquivos/E4_Ashtiani_TC.pdf] Accessed 13/7/2015]
13. Douglas, S. K.(2006): The effect of Solid modeling and visualization on Technical Problem Solving. Available through:
https://vtechworks.lib.vt.edu/handle/10919/27799
14. Durmus,S.&Karakirik, E.(2006): Virtual Manipulative in Mathematics Education: A Theoretical Framework, **The Turkish Online of Educational Technology-Tojet,**ISSN:1303-6521, Vol.5, Issue 1, Article 12.
15. Educational Sciences (2014): Theory, Practice, **Educational Consultancy and Research Center**. Available through: WWW.edam.com.tr/estp[Accessed 15/7/2015]
16. Engelbrecht, J. & Harding, A. and Potgieter(2005): Undergraduate students' performance and confidence in procedural and conceptual mathematics, Inter J, Math, Educ, Sc, Tech,36(7): 701-712
17. Eric, C.C. (2009): Mathematical Modeling as Problem Solving for Children in the Singapore Mathematics Classrooms, **Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia,** Vol.32, No. 1, 36-61. Available through: http://www.recsam.edu.my/R&D_Journals/YEAR2009/june2009vol1/mathmodelling(36-61)[Accessed 15/7/2015]
18. Fox, J.(2006): A justification for Mathematical modeling Experiences in the preparatory classroom , Eds, Proceeding 29th annual **Conference of Mathematics Education Research Group of Ausstralasia1:221-228, Canberra, Australia, Accessed From: http://eprints.qut.edu.au.**

19. Johnson, B. R& Schneider, M. (n. d.): Developing Conceptual and Procedural Knowledge of Mathematics, Oxford University Press.
20. Kang, OK-KI,(2012): Teaching Mathematical Modeling in School Mathematics, 12th International Congress on Mathematical Education, Program Name XX-YY-ZZ, Coax. Seoul. Korea. Available through: http://www.icme12.org/upload/submission/1930_[Accessed 16/7/2015]
21. Klymchuk, S.(n.d): Solving Application Problems Using Mathematical Modeling Diagrams, Bronx Colleges of the City University of New York. Accessed from:
www.hostos.cuny.edu/departments/math/mtrj[Accessed /7/2015]
22. Lesh, R.& Lehrer, R.(2003): Models and Modeling Perspectives on the Development of Students and Teachers, **Mathematical Thinking And Learning, vol.5, Issue2-3:109-129** .Available thourgh:http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/10986065.2003.9679996 ?journal Code=hmtl20[Accessed 13/7/2015]
23. Lingefjard, L.(2012): Learning Mathematical Modeling , 12th International Congress on Mathematical Education Program Name XX-YY-ZZ, Coex, Seoul, Korea. . Available through: http://www.icme12.org/upload/submission/1930_F.[Accessed 13/7/2015]
24. Michael Gr.Voskolou,B.SC, M.SC, M.Phil,Ph.D.(n.d.):Mathematical modeling in classroom: The importance of validation of the constructed model,(T.E.I), **School of Technological Applications**, 263 34 patras,UR: htt://eclass.teipat.gr/p.
25. Mousoulids, N. &Pittalis, M. &Christou, C.(2006): Improving Mathematical Knowledge Throug Modeling in Elementary Schools, proceeding 3th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4:201-208,Available through:https://www.researchgate.net/publication/255597443_IM

PROVING_MATHEMATICAL_KNOWLEDGE_THROUG[Accessed 16/7/2015]

26. Neumaur, A.(2004): Mathematical modeling, These notes are available online at: http://www.mat.univie.ac.at.at/~neum/papers..html#model.
27. Oke, K. H. (1984): Mathematical modeling processes: implications for teaching and learning, c KHOKE. Available thourh :https://dsppace.iboro.ac.uk/2134/10827
28. Research Center- Center for Implement Technology in Education: Modeling Tools and Multiple Representations.
29. Salleh, T.S.&Zakaria, E.(2012): The Development and Validation of Conceptual and procedural Understanding Test for Integral Calculus, **Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology,** 4(12): 1805-1814.
30. Sibel, B.(2004): The effect of Instruction with Concrete Models on Eight Grade students' Geometry Achievement and Attitudes Towards Geometry Available thourgh:http://etd.lib.metu.edu.tr/upload/12605556/index.pdf
31. Star, J. R.&Stylianides, G. J.(2013): Procedural and Conceptual Knowledge: Exploring the Gap Between Knowledge and Knowledge Quality, **Canadian Journal of Science, Mathematics, and Technology Education,** vol. 13, No. 2: 169-181.
32. Tevfik, I.&Alnet, I.(2003): Conceptual and Procedural Learning in mathematics, **Journal Education Series D:** Vol.7, No.2: 91-99.
33. Tularam, G. A. &Hulsman, k. (n. d.): A study of Students' Conceptual, Procedural knowledge, **Logical Thinking and creativiting During the First Year of Tertiary Mathematics.**
34. Warwick, J.(n.d): teaching mathematical Modeling: School of Business, London South Bank university, London SELoAA
35. Weber, E. & Ellis, A. &Kulaw, T. &Ozgur, Z.(2014):Six Principles for quantitative Reasoning and Modeling, Mathematics Teacher, Vol.108, No.1.

Avaliablethourgh:www.nctm.org/…ons/mathematics-teacher/...08-24a_pdf

36. Wikipedia, the Free Encyclopedia (2008): Mathematical Model.
37. Xuhili, Ph.D.(2013): Developing Mathematical Modeling skills and Other Mathematical Practices Simultaneously, Department of Mathematics and Statistics, California State University- Long Beach.Avaliable thourgh: http://curtiscenter.math.ucla.edu/sites/default/files/L