أثر استخدام الممارسات الداعمة لمعايير النسبة والتناسب على مستويات التفكير التناسبي والتحصيل لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية

د/أحمد محمد رجائي الرفاعي
كلية التربية – جامعة طنطا

الملخص:
هدفت الدراسة إلى بيان أثر استخدام الممارسات الداعمة لمعايير النسبة والتناسب على مستويات التفكير التناسبي والتحصيل لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية.
وتكونت عينة الدراسة من مجموعتين، إحداهما تجريبية (درست باستخدام الممارسات الداعمة لمعايير النسبة والتناسب، فصل ٦/٢، ن = ٥٠) والأخرى ضابطة (درست بالطريقة المعتادة وهي إعطاء التعريف للمفردات الجبرية مباشرة، فصل ٦/٣، ن = ٥٢) من تلاميذ الصف السادس الابتدائي بمدرسة جلال الدين الابتدائية المشتركة – إدارة شرق المحلة الكبرى التعليمية، وذلك خلال الفصل الدراسي الأول من العام الدراسي ٢٠١٦/٢٠١٧م، وقدمت الدراسة عدداً من الأدوات البحثية التي تم تطبيقها قبل وبعد تجربة الدراسة وتضمنت: اختبار التفكير التناسبي، واختبار تحصيل في الوحدتين الأولى "النسبة" والثانية "التناسب" من كتاب رياضيات الصف السادس الابتدائي – الفصل الدراسي الأول.
وأشارت نتائج الدراسة إلى وجود فروق دالة إحصائياً بين تلاميذ مجموعتي الدراسة لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية في كل من: مستويات التفكير التناسبي، والتحصيل، كما وجدت علاقة موجبة ضعيفة ودالة إحصائياً بين التفكير التناسبي والتحصيل.
وقدمت الدراسة عدداً من التوصيات والمقترحات، منها ضرورة الاهتمام بمعايير عمليات وموضوعات الرياضيات المنبثقة عن معايير الرياضيات المحورية المشتركة مثل معايير النسبة والتناسبية، وتقديم دورات وبرامج تدريبية للمعلمين والمعلمات وأولياء الأمور في كيفية توظيف المعايير المحورية المشتركة في تعليم وتعلم الرياضيات.
الكلمات المفتاحية: معايير الرياضيات المحورية المشتركة – معايير النسبة والتناسب – معايير الممارسات الرياضية – التفكير التناسبي– التحصيل.

The effect of using supportive practices for ratio and proportion standards on proportional thinking levels and achievement for primary stage pupils

Dr. Ahmed Mohamed Ragaie Elrefaie
Faculty of Education – Tanta University

Abstract:
The study aimed to use supportive practices for ratio and proportion standards on proportional thinking levels and achievement for primary stage pupils.
The study sample consisted of two groups from six grade pupils, an experimental group (n = 50) and the control group (n = 52) from primary Galal Aldin school – Educational Mahalla East management at first semester 2016/2017 and the study introduced a number of tools: the proportional thinking test and achievement test.
The study found there were statistical differences between two groups for experimental group in: proportional thinking and achievement, and there was statistically significant positive weak relationship between proportional thinking and achievement.
The study presented some of recommendations concerning use common core mathematics standards in classrooms and also suggested a number of future studies on the use of "ratio and proportion" standards.
Key words: common core mathematics standards – ratio and proportion standards – mathematical practices – proportional thinking – Achievement.

المقدمة والخلفية النظرية للدراسة:

يمثّل موضوع النسب والتناسب مجالاً محورياً مهماً في تعليم وتعلم الرياضيات، حيث يهدف إلى إكساب الطلاب المفاهيم والتعميمات والمهارات ووسائل التفكير في موضوع النسبة والتناسب ومعالجتها وتطبيقاتها في كافة المقررات الأخرى سواء المتعلقة بالرياضيات أو المتعلقة بالفيزياء والجغرافيا والتكنولوجيا ...الخ.

كما يؤكد على أهمية علاقات النسب والتناسبية ratios and proportional relationships، وضرورة تضمينها في معايير المحتوى content standards للرياضيات المحورية المشتركة common core mathematics standards، والتي تؤكد على أهمية تناول معايير العمليات مع معايير الممارسة الرياضية mathematical practice.

معايير علاقات النسب والتناسبية ratios and proportional relationships

تعبّر معايير الرياضيات المحورية المشتركة common core mathematics standards عن فئة من المعايير القائمة على بحث كيف يتعلم الطالب الرياضيات، وتبنى على أساس التركيز والاتساق والدقة في عمل الرياضيات، وتؤكد على توازن تعلم الطلاب لكل من الاستيعاب المفاهيمي conceptual understanding والطلاقة الإجرائية procedural fluency والتطبيق application، وهدف المعايير المحورية المشتركة بصفة عامة هو إعداد الطلاب للمرحلة الثانوية والمرحلة الجامعية وسوق العمل. (Mardis, 2015: 32), (Rivera, 2015: 1)

وتركز معايير الرياضيات المحورية المشتركة على كلٍ من:

١. معايير المحتوى content standards للصفوف من التمهيدي إلى الصف الثامن بالإضافة إلى مجموعة من معايير المحتوى مرتبطة بصفوف المرحلة الثانوية، حيث تجيب معايير المحتوى على "ماذا نعلّم في الرياضيات؟" مثل العدد والجبر والهندسة والدوال والإحصاء والاحتمال ... الخ.
٢. معايير الممارسات الرياضية mathematical practices standards التي تتكون من ثمانية أبعاد (سترد تفصيلا فيما بعد) والتي تكون مناسبة لكافة الصفوف الدراسية من التمهيدي إلى الثاني عشر وتلك المعايير تهتم بفعل الرياضيات الممارس دون التركيز على نوع المحتوى من خلال تفعيل أبعادها داخل الصف مع الاهتمام بأنواع من التقويمات داخل الصف، تساعد الطلاب على تقدم تعلمهم

وإحرازهم الفهم في الرياضيات مما ينعكس على دراستهم التالية للرياضيات والتحاقهم بسوق العمل. (Rivera, 2015: 2-3)

وجدير بالذكر وجود عدد من التحولات التعليمية المصاحبة لتنفيذ معايير الرياضيات المحورية المشتركة داخل صفوف وقاعات تعليم الرياضيات، والتي تعضد الانتقال من التعليم الروتيني إلى التعليم القائم على معايير الرياضيات المحورية المشتركة، ومن تلك التحولات: التحول من التوازن بين النصوص الأدبية والإعلامية في السياق إلى التركيز focus الذي يهدف إلى الاهتمام بجودة الأفكار وليس كثرتها، والتحول من بناء المعرفة في التخصصات المتعددة إلى الترابط coherence فيما بينها، والتحول من درجات التعقيد إلى الطلاقة fluency، والتحول من الإجابات القائمة على السياق إلى الاستيعاب العميق deep understanding للأفكار، والتحول من الكتابة من المصادر إلى التطبيقات applications الحقيقية، والتحول من التركيز على المفردات اللغوية الأكاديمية إلى قوة العمل dual intensity. (Mardis, 2015: 31)

وبناء على ما سبق، فقد أصبحت معايير الرياضيات المحورية المشتركة تتناول موضوعات أقل عدداً، ولكنها أكثر تركيزاً لمساعدة الطلاب على استيعاب أكثر صلابة للمفاهيم، والوصول إلى مهارات إجرائية عالية المستوى، والقدرة على تطبيق الرياضيات داخل وخارج صفوف تعليم الرياضيات، وتلك التوجهات تقوم على حل المشكلات والاستدلال والبرهان والتواصل والتمثيلات الرياضية والترابطات. (Mardis, 2015: 32)

والمعلمون يقدمون الرياضيات – عبر المعايير المحورية المشتركة – كجسم متماسك من المعرفة التي تتكون من مفاهيم علاقية متداخلة، التي تستلزم ربط عمل الرياضيات مع أفكار الطلاب من مستويات الصفوف السابقة وعبر مجالات المنهج الأخرى. (Mardis, 2015: 32)

تعد معايير علاقات النسب والتناسبية، من ضمن معايير المحتوى content standards، والتي تهدف إلى إكساب الطلاب معرفة المفاهيم الأساسية والمهارات والاتجاهات في موضوعات النسب والتناسبية، وممارسة التطبيقات الرياضية لتلك المحتويات سواء في مجال الرياضيات أو المجالات الأخرى، وإجمالاً تجعل دراسة تلك الموضوعات التلميذ ينمو لديه هدف عام وهو تنمية التفكير التناسبي.

وتتلخص معايير علاقات النسب والتناسبية فيما يلي:

أولاً: معايير علاقات النسبة:

(Common core state standards Initiative, 2016)

(Muschla, Muschla and Muschla, 2012: 2-6)

١) فهم مفهوم النسبة، واستخدام لغة النسبة لوصف علاقات النسبة بين كميتين. مثال: النسبة بين عدد الأجنحة إلى عدد المناقير للطيور هي ١ : ٢، بمعنى أن لكل عدد ٢ جناح يوجد منقار واحد.

٢) فهم مفهوم معدّل الوحدة unit a/b بواسطة b حيث b≠0، واستخدام لغة المعدّل في سياق علاقة النسبة. مثال: وصفة مكونة من ٣ أكواب دقيق إلى ٤ أكواب من السكر، فهذا يعني $\frac{3}{4}$ كوب من الدقيق لكل كوب من السكر.

٣) استخدام النسبة والتفكير حول المعدّل لحل مشكلات رياضية ومشكلات حقيقية. عن طريق التفكير في جداول النسب المتكافئة، أو الرسوم البيانية (خط الأعداد، المستوى الإحداثي الثنائي)، أو المعادلات.

٣-١- عمل جداول للنسب المتكافئة وعلاقتها بالكميات مع مقاييس العدد الكلي، وإيجاد القيم الفارغة (الناقصة) في الجداول، ورسم أزواج المتغيرات على المستوى الإحداثي، واستخدام الجداول لمقارنة النسب.

٣-٢- حل مشكلات معدّل الوحدة المتضمنة سعر الوحدة والسرعة الثابتة. مثال: استغرق المرور بأربع مدن ٧ ساعات، باستخدام هذا المعدّل فكم مدينة يمكن عبورها في ٣٥ ساعة؟

٣-٣- ايجاد النسبة المئوية لكمية كمعدّل لكل ١٠٠ (بمعنى ٣٠٪تعني $\frac{30}{100}$ مرة من الكمية)، وحل المشكلات المتضمنة إيجاد الكل، وإعطاء الأجزاء والنسبة المئوية.

٣-٤- استخدام تفكير النسبة لتحويل وحدات القياس، ومعالجة وتحويل الوحدات بشكل مناسب عند ضرب الكميات أو قسمة الكميات.

ثانياً: معايير علاقات التناسبية:

(Common core state standards Initiative, 2016)

(Muschla, Muschla and Muschla, 2012: 80-86)

١) تحليل العلاقات التناسبية واستخدامها لحل المشكلات الرياضية ومشكلات العالم الحقيقي.

١-١ حساب معدّلات الوحدة المتعلقة بنسب الكسور، ومتضمنة نسب الأطوال والمساحات والكميات الأخرى المقاسة في وحدات متشابهة أو

وحدات مختلفة. مثال: شخص يمشي $\frac{1}{2}$ ميل لكل $\frac{1}{4}$ ساعة، فاحسب معدّل الوحدة ككسر مركّب $\frac{1/2}{1/4}$ ميل لكل ساعة وهو يكافئ ٢ ميل لكل ساعة.

٢) إدراك وتمثيل العلاقات التناسبية بين الكميات.

٢-٢ التقرير لأي كميتين متى يكون بينهما علاقة تناسبية، بمعنى إجراء اختبار لنسبتين متكافئتين في جدول أو رسم بياني مرسوم في المستوى الإحداثي وملاحظة ما إذا كان الرسم البياني يمثّل خطاً مستقيماً يمر بنقطة الأصل.

٢-٣ تحديد ثابت التناسب (معدّل الوحدة) في الجداول والرسوم البيانية والمعادلات والأشكال المرسومة، وإعطاء وصف لفظي للعلاقات التناسبية.

٢-٤ تمثيل العلاقات التناسبية باستخدام المعادلات. مثال: التكلفة الكلية t تكون تناسبية للعدد n من عدد المشتريات عند ثابت سعر p، فإن العلاقة بين التكلفة الكلية وعدد المشتريات يمكن أن يعبّر عنها بالصورة $t = pn$.

٢-٥ شرح معنى النقاط (x,y) على الرسم البياني مع الاهتمام الخاص بالنقطتين (1,r)، (0,0) حيث r تعبّر عن معدّل الوحدة.

٣) استخدام العلاقات التناسبية لحل مشكلات النسبة ذات الخطوات المتعددة ومشكلات النسبة المئوية. أمثلة: الفائدة البسيطة، الضريبة، هامش الربح، هامش الخسارة، المكافئات، العمولات، الرسوم، الزيادة المئوية، نسبة التخفيض، نسبة الخطأ.

معايير الممارسة الرياضية Mathematical practice standards

طبقا للمعايير المحورية المشتركة للرياضيات common core standards for mathematics (CCSM)، فإن معايير الممارسة الرياضية mathematical practice standards (MPS) تصف أوجه الخبرة الفعلية للمربين في تعليم الرياضيات لكافة المستويات لإحداث نمو في طلابهم، ومعايير الممارسة الرياضية MPS أسست بناء على الدمج بين كل من: معايير عمليات الرياضيات Mathematics processes standards التي عرضها المجلس القومي لمعلمي الرياضيات National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)، وأبعاد البراعة الرياضية mathematical proficiency، ولقد اختار المركز القومي لمعلمي الرياضيات NCTM أن يصمم - باستخدام معايير العمليات الرياضية - رؤية

كلية تعبّر عن أفضل الممارسات للمعلمين التي يمكن استخدامها لمساعدة الطلاب في تنمية فهم عميق للمفاهيم الرياضية المفتاحية يعمل على زيادة الاحتفاظ retention بتلك المفاهيم لديهم. (Texas and Jones,2013:1-2)

ويتطلب تنفيذ معايير الرياضيات المحورية المشتركة CCSM خلال عمليات تعليم موضوعات الرياضيات فهم مشترك وواضح لمعايير محتوى الرياضيات ومعايير الممارسة الرياضية MPS وتوظيفهما في التعليم والتعلم والتقويم للرياضيات المدرسية. (Rivera, 2014: 1)

ومعايير الممارسة الرياضية MPS توضح كيفية تعلم الطلاب باستخدام المعايير المحورية العامة لمحتوى الرياضيات خلال حدوث تطور في نضجهم الرياضي وخبراتهم عبر سنوات الدراسة، وعند تعليم معايير محتوى الرياضيات فإن معايير ممارسة الرياضيات MPS ينبغي أن تساعد في توجيه التدريس ونمو الفهم الرياضي لدى الطلاب وكيفية تقويم الطلاب لأنفسهم في معرفة المحتوى ولابد من الوعي بالعلاقات بين المحتوى والممارسة. (Rivera, 2014: 7)

ويوجد ثمانية معايير للممارسة الرياضية هي: (Texas, and Jones, 2013: 2)

١. الحس بالمشكلات والمثابرة في حلها make sense of problems and persevere in solving.
٢. الاستدلال تجريديا وكميا reasoning abstractly and quantitative.
٣. إنشاء حجج قابلة للتطبيق ونقد استدلال الآخرين construct viable arguments and critique the reasoning of others.
٤. النمذجة (الصياغة) بالرياضيات model with mathematics.
٥. استخدام أدوات مناسبة استراتيجيا use appropriative tools strategically.
٦. العناية والاهتمام بالدقة attend to precision.
٧. استكشاف التركيب واستخدامه look for and made use of structure.
٨. استكشاف التناسق المطرد في الاستدلال المتكرر والتعبير عنه look for and express regularity in repeated reasoning.

ومعايير محتوى الرياضيات mathematics content standards تزود بالسياق، بينما معايير الممارسة الرياضية MPS تساعد الطلاب في تنمية البراعة الرياضية،

وتلك الممارسات يتطلب تضمينها فى التعليم الصفي بصورة يومية. (Texas and Jones, 2013: 2)

وتعد معايير الممارسة الرياضية MPS مؤشرات قابلة للملاحظة تُظهر مستويات فهم الطلاب وتطوره في ذات الوقت. (Texas and Jones, 2013: 2)

وتهتم معايير الممارسة الرياضية MPS بزيادة كم وكيف عمل الطلاب خلال تعلمهم لمحتوى الرياضيات لتنمية الطلاقة الإجرائية وفهم المفاهيم. (Texas and Jones, 2013: 3)

ويوجد نوعان من المعايير: معايير الممارسة الرياضية MPS وهي ملائمة لكل صف دراسي، ومعايير محتوى الرياضيات وهي تختلف تبعا لاختلاف كل صف دراسي، ويشكلان معا (معايير ممارسة الرياضيات ومعايير محتوى الرياضيات) عادات العقل habits of mind التي تنمي لدى الطلاب الفهم الرياضي لما تشمله من خبرات ومهارات ومعارف يحتاجها الطلاب ويمكنهم ممارستها، وتكون عادة معايير محتوى الرياضيات معروفة لدى كل القائمين بالتدريس والطلاب بحيث يمكن تنمية معارف المتعلمين حولها عن طريق التركيب المنطقي للرياضيات. (State Board of Education, 2013: 2)

ويوضح شكل (١) تركيب معايير ممارسة الرياضيات MPS.

العادات الشاملة للعقل المفكر الرياضي المنتج	١.الحس بالمشكلات والمثابرة في حلها. ٦.العناية والاهتمام بالدقة.	٢.الاستدلال تجريديا وكميا. ٣.إنشاء حجج قابلة للتطبيق ونقد استدلال الآخرين	الاستدلال والتوضيح
		٤.النمذجة (الصياغة) بالرياضيات. ٥.استخدام أدوات مناسبة استراتيجيا.	النمذجة واستخدام الأدوات
		٧.استكشاف التركيب واستخدامه. ٨.استكشاف التناسق المطرد في الاستدلال المتكرر والتعبير عنه.	رؤية التركيب والتعميم

شكل (١): تركيب معايير الممارسة الرياضية MPS(McCallum, 2011)

وفيما يلي وصف لكل معيار من معايير الممارسة الرياضية MPS : (State Board of Education, 2013) (McCallum, 2011) (The North Dakota Curriculum Initiative, 2011)

١. الحس بالمشكلات والمثابرة في حلها: الطلاب الماهرون في الرياضيات قادرون على:

- الشرح لأنفسهم معنى المشكلة والبحث عن النقاط المهمة المساعدة على حلها (تحديد المشكلة).

- تحليل المعطيات والقيود والعلاقات والأهداف.
- تخمين حول الشكل والمعنى عند محاولة الحل (عمل خطة للحل).
- استخدام مشكلات شبيهة وحالات خاصة وأشكال أبسط من المشكلة الأصلية (استخدام استراتيجيات مناسبة للحل).
- مراقبة وتقييم تقدمهم وتغيير مسارهم إذا لزم الأمر.
- الترجمة إلى تعبيرات جبرية أو تغيير نمط الحاسبة البيانية ليحصلوا على معلومات.
- شرح العلاقات بين المعادلات والوصف اللفظي والجداول والرسوم البيانية.
- رسم أشكال للخصائص والعلاقات المهمة وبيانات الرسم البياني، والبحث عن الاطراد أو النزعة.
- استخدام الأشياء المحسوسة أو الصور للمساعدة في تصور وحل المشكلة.
- اختبار حلولهم للمشكلات باستخدام طرق متعددة.
- سؤال أنفسهم عن معقولية الحل والحس به.
- فهم المداخل التي استخدمها الآخرون والعلاقات بينها لحل المشكلات.

٢. الاستدلال تجريديا وكميا. الطلاب الماهرون في الرياضيات قادرون على:

- عمل حس بالكميات والأعداد والعلاقات في المشكلة، سواء لموقف معطى مجرد وتمثيله رمزيا وترجمته واقعياً (decontextualize) أو تحليل وفحص الرموز المتضمنة في المشكلة (contextualize).
- استخدام الاستدلال للوصول إلى تمثيل مترابط للكميات بالمشكلة وليس مجرد حسابات فقط.
- استخدام أشياء مختلفة لتمثيل المشكلة ومعرفة الخصائص والعمليات.

٣. إنشاء حجج قابلة للتطبيق ونقد استدلال الآخرين. الطلاب الماهرون في الرياضيات قادرون على:

- فهم واستخدام المواقف لإنشاء الحجج.
- عمل تنبؤات واستخدام البيانات لدعم تلك التنبؤات والتحقق من صحتها.
- تحليل جانبي الحجة.
- تبرير الاستنتاجات، والتواصل مع الآخرين، والاستجابة لحجج الآخرين.
- الإنصات أو قراءة حجج الآخرين، وتقرير هل تلك الحجج تعمل حس، وطرح أسئلة مفيدة.

٤. النمذجة (الصياغة) مع الرياضيات: الطلاب الماهرون في الرياضيات قادرون على:

- تطبيق الرياضيات التي يعرفونها لحل مشكلات يومية.

- تبسيط موقف معقد.
- التعرف على/تحديد المعلومات المهمة في الموقف.
- استخدام أدوات مثل الجداول والرسوم البيانية للتعبير عن الموقف.
- تحليل الحلول للتوصل إلى استنتاجات.
- تفسير النتائج في محتوى الموقف.
- التأمل في ما إذا كانت النتائج تعمل حس وهل تعديلها ضروري.

٥. استخدام أدوات مناسبة استراتيجيا: الطلاب الماهرون في الرياضيات قادرون على:
- اعتبار الأدوات والمصادر المتاحة عند حل المشكلة الرياضية.
- المألوفية بالأدوات المناسبة للصف.
- استخدام التقدير لكشف الأخطاء المحتملة.
- استخدام الأدوات التكنولوجية لاستكشاف وتعميق فهم المفاهيم.

٦. العناية والاهتمام بالدقة. الطلاب الماهرون في الرياضيات قادرون على:
- التواصل بدقة مع الآخرين.
- استخدام تعاريف واضحة في المناقشات مع الآخرين.
- توضيح معنى الرموز التي اختيرت.
- تحديد وحدات القياس وعناوين المحاور.
- حساب الدقة والكفاءة.

٧. استكشاف التركيب واستخدامه: الطلاب الماهرون في الرياضيات قادرون على:
- التطلع لإيجاد النمط أو التركيب.
- فحص الدقة للنمط وتعديله عند الضرورة.
- رؤية أن المشكلات المعقدة يمكن أن تجزأ (تكسّر) لعمل حل أبسط.

٨. استكشاف التناسق المطرد في الاستدلال المتكرر والتعبير عنه: الطلاب الماهرون في الرياضيات قادرون على:
- ملاحظة ما إذا كانت الحسابات متكررة.
- النظر على حد سواء للطرق العامة والمختصرة.
- الحفاظ على مراقبة العملية خلال فحص التفاصيل.
- التقييم المستمر للمعقولية خلال إجراءات الحصول على النتائج.

التفكير التناسبي Proportional thinking

تتمثل روعة التفكير التناسبي في تفكير الطلاب في الأعداد كتعبيرات نسبية relative terms أكثر من مجرد كونها تعبيرات مطلقة absolute terms، فالطلاب يستخدمون التفكير التناسبي عندما يقررون أن "٣ مجموعات تمثل ٩ أطفال" هي تتغير بدلالة أكثر من "١٠٠ مجموعة تمثل ١٥٠ طفلاً"، حيث إن العدد للمجموعة الأولى ضرب في ٣ بينما فقط زاد بمقدار ٥٠٪ في المجموعة الثانية ولم يتضاعف كما حدث في الحالة الأولى. (Classroom Educator, 2012: 3)

ويعد التفكير التناسبي العمود الفقري والبوابة الكبيرة للمستويات العليا من النجاح في الرياضيات، ويعتبر تتويجاً لتعلم الرياضيات في المرحلة الابتدائية. (Parish, 2010: 469)

فيرتبط التفكير التناسبي بمجموعة من المفاهيم الرياضية المتنوعة مثل: الأعداد النسبية، والاستدلال الضربي، والتفكير العلاقي، وفهم الكميات والتغيّر، والتفكير الفراغي، والقياس والنماذج الخطية، والحجم والمساحة، والتقسيم، والتوحيد. (Classroom Educator, 2012: 4)

ويستلزم التفكير التناسبي التفكير حول العلاقات، القيام بعمل مقارنات بين الكميات والقيم، وينظر إليه أحياناً عند دراسة النسب ratios والمعدلات rates والأعداد النسبية rational numbers مثل الكسور fractions والنسب المئوية percents، ولكنه فعلياً يتخلل عبر كافة فروع الرياضيات، والناس عادة يستخدمون التفكير التناسبي ليحسبوا أفضل المشتريات والضرائب والاستثمارات، وخلال عملهم على الرسوم والخرائط لانجاز القياس أو تحويل العملات النقدية، وعند عملهم لضبط الوصفات أو لإنشاء تركيزات مختلفة من التراكيب والمحاليل.
(Classroom Educator, 2012: 3-4)

وتستخدم مفاهيم التفكير التناسبي في الحياة اليومية، والطلاب عادة يمكنهم حل مشكلات التفكير التناسبي باستخدام استراتيجيات غير شكلية، وتلك الاستراتيجيات يمكن أن تؤدي لعمل الحس والتوصل إلى حلول صحيحة، ومع ذلك فإن تلك الاستراتيجيات تكون عادة غير كافية عندما يكون المطلوب معالجة مشكلات أكثر تعقيداً. (Dooley, 2006: 14)

فالتفكير التناسبي له العديد من التطبيقات في كثير من المجالات التعليمية خارج مجال الرياضيات كالعلوم والطب والهندسة والعمارة والموسيقى والمساحة والشريعة. (ربابعة، ٢٠٠٧: ٧)

ويعرف التفكير التناسبي بأنه (الصبحي، ٢٠١٣: ١٧) نوع من أنواع التفكير الرياضي، يقوم على مجموعة مختلفة من الأنماط والاستراتيجيات الخاصة بالتفكير التناسبي، بحيث يتعلم الطلاب هذه الأنماط والاستراتيجيات من خلال تعرضهم لمواقف مشابهة لتلك التي تعرض لها في الحياة.

ويقصد بالتفكير التناسبي (جرادات، ٢٠١٣: ٤٣) "شكل من أشكال التفكير الرياضي التي ترتبط بمفاهيم النسبة والتناسب (مفهوم النسبة والتناسب، التناسب الطردي والتناسب العكسي، التقسيم التناسبي) وتطبيقاتها في الرياضيات والعلوم الأخرى والحياة العملية".

ويعد التفكير التناسبي طريقة معقدة من التفكير، ويتطلب تنميته وتطويره اتباع طرق ومداخل غير خطية. (Classroom Educator, 2012: 4)

والتفكير التناسبي هو (ربابعة، ٢٠٠٧: ٥) أحد أنماط التفكير الرياضي، الذي يعتمد على الحس العددي والمقارنات العددية المتعددة، والقدرة على التذكر لإجراء العمليات لإعادة تجميع الوحدات، ويتمثل في القدرة على تحديد العلاقات بين النسب، والمعدّلات، والكسور من خلال النمذجة، والقدرة على حل مسائل النسبة والتناسب وتطبيقاتها.

والتفكير التناسبي يعني أنه (ربابعة، ٢٠٠٧: ١٤) "نمط من أنماط التفكير الرياضي، ويتعلق بالنسبة والتناسب وتطبيقاتها مثل المعدّل، والتقسيم التناسبي، والزكاة والمواريث".

وجوهر الاستدلال التناسبي هو اعتبار الكميات في صورة علاقات بدلاً من اعتبارها في صورة وحدات مجردة، والانتقال من التفكير الجمعي additive reasoning إلى التفكير الضربي multiplicative reasoning. (McIntosh, 2013: 8)

فمثلاً عند "نمو كائن من ٥ إلى ٨" و"نمو كائن آخر من ٣ إلى ٦"، فالتفكير المجرد يؤدي إلى أن النمو في الحالتين متساوٍ، بينما في حقيقة الأمر باستخدام التفكير التناسبي فإن النمو الثاني يعبر عن نمو بمقدار الضعف، في حين النمو الأول لا يعبر عن نمو بمقدار الضعف وإنما أقل من ذلك، لذا لا يتكافأ مقدار النمو في كلا الحالتين، ويتكافئ فقط إذا كان النمو في الحالة الأولى من ٥ إلى ١٠. (Classroom Educator, 2012: 6)

ويتضمن التفكير التناسبي العديد من التوجهات، بما في ذلك استيعاب النسبة باعتبارها مقارنة للمضاعفات وكوحدة مركبة، وكذلك عمل ترابطات بين النسب والكسور ونواتج القسمة وفهم الأفكار المعقدة المتزايدة تعقيداً. (McIntosh, 2013: 8)

ويشمل التفكير التناسبي على فهم النسبة (أ:ب) أولا، انطلاقاً إلى المقارنة بين نسبتين أو أكثر- تحديد العلاقة التناسبية -، وتحديد نوع العلاقة من أجل إيجاد المجهول والتنبؤ، وإنتاج نسب متكافئة، والقدرة على المقارنة الذهنية لمجموعة مختلفة من المعلومات، والتفكير التناسبي مرتبط بالتفكير النوعي والكمي، وليس المهارة على استخدام الطرق الميكانيكية وخوارزمية القسمة فقط، بل إن تطور التفكير التناسبي مرتبط بفهم الطالب لمفهوم العدد والكسر والنسبة والنسب المتكافئة، وتدريبه على استراتيجيات متنوعة لحل المسألة التناسبية. (ربابعة، ٢٠٠٧: ٦)

وهناك ستة مركبات للتفكير التناسبي (McIntosh, 2013) (Lamon, 2013) (Lamon,2005) (Lamon, 1999) تتمثل في:

١) التفكير العلاقي relative thinking:

تعد القدرة على تحليل التغيّر change في أشكال علاقية relative terms أحد الأبعاد المهمة والمتطلبة والدعامة الأساسية في ممارسة التفكير التناسبي، حيث تستلزم من الطلاب فهم وتحديد الاختلافات بين التغيّر المطلق absolute change (الكمية الفعلية من التغيّر تكون مستقلة عن أي شئ آخر وغير متعلقة به)، والتغّير النسبي relative change (كم مقدار تغّير شئ ما بالمقارنة بشئ آخر).

وكمثال يوضح الاختلاف بين التغّير المطلق والتغّير النسبي هو مثال النمو: "كائن بدأ طوله من ٤ أقدام ونما حتى وصل طوله إلى ٨ أقدام، وكائن آخر بدأ طوله من ٦ أقدام ونما حتى وصل طوله إلى ١٠ أقدام. فما مقدار التغيّر؟"، ففي التغيّر المطلق فإن كلا الكائنان تغيّرا بنفس المقدار (٤ أقدام زيادة في طول كل منهما)، أما في التغّير النسبي فإن الكائن الأول نما مرتين (٤+٤=٨ أو ١٠٠٪) بينما الكائن الثاني نما بمقدار ٥/٣ (٦٠٪)، ومن ثم فالتغّير النسبي للكائن الأول أكبر من التغّير النسبي للكائن الثاني، ويكاد يكون التغيّر المطلق absolute change أو التفكير الجمعي additive thinking هو الذي يشكل غالبية استجابات الأفراد ما لم يطلب منهم المقارنة بصورة مباشرة والتي تعبّر عن التغيّر النسبي relative change أو التفكير الضربي multiplicative thinking.

ويبدأ ممارسة التفكير النسبي مع بدايات تعلم الكسور fractions، فتعلم الكسور يكون نوعاً خاصاً من النسبة ratio حيث يقارن الجزء مع الكل، والتفكير النسبي يمكن تسليط الضوء عليه من خلال ثلاث طرق: العلاقة بين حجم الأجزاء الكلي وعدد الأجزاء، ومقارنة الكسور في علاقتها بوحدة واحدة، ومفهوم تمثيلات الكسور المتكافئة.

كما أن مشكلات النسبة المئوية percent problems هي مثال أولي للتفكير التناسبي لا يتم عادة توضيحه خلال عملية التدريس، حيث يوضّح للطلاب الاختلاف بين السؤالين في ذات السياق لذات المشكلة: "كم عدد؟" how many? و"كم من؟" how much of?، حيث توضح هذه النوعية من الأسئلة الاختلاف بين التغيّر المطلق (كم عدد؟) والتغيّر النسبي (كم من؟) لدى الطلاب، فمثلاً "شخص أخذ أجازة من العمل لمدة ٣ أيام خلال هذا الأسبوع. فما عدد الأيام التي داوم فيها؟ وكم من الأيام داوم فيها مقارنة بأيام الأسبوع؟"، ومثال آخر"ازداد الطلاب الملتحقون بأحد فرق الكشافة من ١٢ إلى ١٥. فكم عدد الطلاب الإضافيين؟ وكم من التغير المطرد الحادث في هذا التغّير؟"، ليستوعب الطلاب أن التغيّر النسبي لا يعطي كمية التغيّر ولكن عدد مرات التكبير أو التصغير (مقياس نسبة التغيّر: نسبة أو نسبة مئوية).

والنسبة ratio تعني ممارسة التفكير الضربي multiplicative thinking وتقارن بين كميتين، ويمكن استخدام استراتيجية البناء لأعلى (التصاعدية أو الإضافة المتصاعدة) او البناء لأسفل (التنازلية أو الإضافة المتناقصة) لحل مشكلات النسبة.

وعند ممارسة التفكير العلاقي لابد من مراعاة ما يلي: جعل الفروق واضحة بين المقارنات المطلقة والمقارنات النسبية مع وجود خيارات على كلتا المقارنتين، اختيار مشكلات النسبة بعناية لتسليط الضوء على التفكير الضربي أكثر من التفكير الجمعي، المقارنة والتناقض بين الطرق المختلفة لحل مشكلات النسب، توضيح الفروق في حل مشكلات النسبة بطرق الحل الجمعي والحل الضربي، الوعي بالطريقة التي تطرح بها الأسئلة حول مشكلات النسبة.

٢) الوحدات والتوحيد units and unitizing.

فمشاكل النسبة والتناسب تتضمن كميات ذات وحدات موحدة أو وحدات بينها علاقة، فالقياس عندئذ لتلك الكميات سيتأثر بالوحدات المقاس بها الكميات في المشكلة صغراً وكبراً، فمعنى الكسور عندئذ سواء بصورة ضمنية أو صريحة سيؤثر على نسب التغيّر في علاقته بالوحدات المستخدمة، ويفضّل استخدام وحدات متنوعة في موضوعات النسب والتناسب.

والتوحيد unitizing هو عملية معرفية تحدث بعد تحديد الوحدات ليسمح بعقد المقارنة بالوحدة المفضّلة، ويعبّر عن القدرة على تصور الوحدات المختلفة المقاس بها الكميات، وكمثال: "اعتبر ثلاثة برتقالات ثمنهم ١,٢٠ دولار. فما ثمن تسع برتقالات؟"، فمدخل الوحدة المعياري هنا سوف يؤدي إلى حساب ثمن البرتقالة الواحدة (٣/١,٢٠=٠,٤٠) ومن ثم الحصول على التكلفة الإجمالية لتسع برتقالات (٠,٤٠×٩=٣,٦٠ دولار)، أما

التوحيدunitizing المناسب في تلك المثال هو: أن حزمة من ثلاث برتقالات تتكلف ١,٢٠ دولار، ومن ثم فالمطلوب حساب" تكلفة ثلاث حزم، علماً بأن الحزمة الواحدة تتكلف ١,٢٠ دولار" بمعنى (١,٢٠×٣=٣,٦٠ دولار).

٣)التقسيم partitioning.

التقسيم هو عملية تجزئة الموضوع إلى عدد من الأجزاء المفككة التي إذا تم تجميعها تكوّن الكل، وهذا يعني أن الأجزاء لا تكون متداخلة بل منفصلة، والتقسيم يقع في قلب فهم العدد النسبي، فالكسور fractions والكسور العشرية decimals كلاهما يستخدم فيه التقسيم، والكسور العشرية تقوم على تجزئة كميتين إلى عدد صحيح وعدد من الأجزاء المتساوية.

وفي المراحل المبكرة، فالطلاب يقسّمون عدداً كلياً إلى عدد من الأجزاء المتساوية، وقد يبحثون عن أكثر التقسيمات كفاءة، فمثلاً "إذا تشارك أربعة أفراد في خمس بيتزات. فما نصيب كل واحد (خارج القسمة)؟"، فالطلاب سيقسّمون كل بيتزا إلى أربعة أجزاء متساوية، ويعطون كل فرد جزءً واحداً من كل بيتزا ... وهكذا، وفي النهاية سيدركون الطريقة الأكثر كفاءة وهي إعطاء كل فرد بيتزا واحدة كاملة ويقسّمون البيتزا الأخيرة (الخامسة) إلى أربعة أجزاء ويوزّعونها على الأفراد الأربعة.

وينبغي تشجيع الطلاب على ممارسة القسمة خلال تفحص الكسور المتكافئة والأعداد النسبية.

٤)الانتباه للكميات والتغّير attending to quantities and change.

غالبية معرفة الطلاب للتغيّر يكون بدائياً ومبنياً على خبرتهم الشخصية، ويتطلب التفكير التناسبي من الطلاب قدرتهم على التقييم والمقارنة للعلاقة بين كميتين ودراسة كيف تتغيّر العلاقة، ويتطلب الفهم الأساسي حول التغيّر مراعاة بعض النقاط منها: التفكير بالنسب التي تتطلب الانتباه والتنسيق بين كميتين، والقدرة على تشكيل النسبة كمقياس لخصائص العالم الحقيقي ودراسة تأثير التغيّر لكل كمية على إحدى خصائص النسبة، ودراسة التناسب كعلاقة من المساواة بين نسبتين.

ويستلزم التفكير الكمي quantitative thinking القدرة على التفسير والمعالجة مع التغيّر، وذلك يتطلب التعامل مع الثابت أو معدّل الاختلاف من التغيّر، فمثلاً: ص=٦ س فيها "٦" هو الثابت.

٥)حس النسبة ratio sense.

تنمية حس النسبة يكون ضرورياً لممارسة التفكير التناسبي لأن التعريفات والمعاني الدقيقة من النسب ratios والمعدّلات rates تأتي من سياق المشكلة، وتلك التنمية تحتاج من الطلاب الاهتمام بالتمثيلات الكسرية باعتبارها وسيلة لترتيب وتكافؤ النسب في سياق محتوى يوضح استخدام النسب.

ويوجد أربعة أنواع من النسب المهمة في حل المشكلات التناسبية: جزء- جزء كلي، مجموعات مرتبطة، مقاييس معروفة جيداً، النمو سواء تزايدي (تمددي) أو تناقصي (تقلصي).

ويبدأ ممارسة حس النسبة عبر وجود اختلافات واضحة عند مقارنات الكل بالجزأ أو عند تكوين جزء لجزء، والطلاب يحتاجون دوماً للتأكيد على أنهم يصفون علاقات أكثر من مجرد معالجة مجموعات من الأعداد، ويتطور ذلك مع استخدام عدد من النماذج لتمثيل العلاقات بين الكميات، والتفكير بمرونة في حل المشكلة المتضمنة النسب.

٦)تفسيرات الأعداد النسبية rational numbers interpretations.

فالأعداد النسبية تبنى على فهم الطلاب للكسور، لكنها لا تتكافأ مع الكسور، فكلمة كسر تكون غامضة المعنى ولها تفسيرات متنوعة داخل وخارج مجال الرياضيات.

فالكسور يمكن استخدامها كتعبير عن الكميات الصغيرة، أو كشكل رمزي لكتابة الأعداد، أو لعلاقات الكل بالجزء أو تعبيراً عن عدد نسبي، كما وأن الكسور تتطلب من الطلاب العمل مع نماذج جيدة وطرق جديدة من أجل عمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة.

وفهم الأعداد النسبية يستلزم وجود معاني عديدة ومختلفة للبحث في نهاية المطاف عن رموز كسرية تعبّر عنها، والتفكير مع الأعداد النسبية يتطلب القدرة على التفكير بمرونة مع الكسور والنسب المئوية والعمليات عليهم.

وقد ذكرت دراسة (Ortiz, 2015: 56-57) أنه يوجد أربعة مستويات للتفكير التناسبي وهي:

١. المستوى صفر: التفكير (الاستدلال) غير التناسبي non-proportional reasoning، ويتضمن استراتيجيات التخمينات واستخدام مفاتيح بصرية، والطالب فيه يكون غير قادر على إدراك العلاقات الضربية، وبصورة عشوائية يستخدم الأعداد أو العمليات أو الاستراتيجيات، وغير قادر على ربط كميتين مقاستين، ولا يؤدي إلى حلول صحيحة أو يطور تفكير تناسبي ناضج،

مثل "يوجد ٧ بنات لديهن ٣ فطائر، و٣ أولاد لديهم فطيرة واحدة. فأي من البنات والأولاد لديهم فطائر أكثر؟".

٢. المستوى ١: التفكير (الاستدلال) غير شكلي حول المواقف التناسبية، ويتضمن استراتيجيات (استخدام الصور أو النماذج أو اليدويات لعمل حس بالمواقف، وعمل مقارنات وصفية).
٣. المستوى ٢: التفكير (الاستدلال) الكمي، يتضمن استراتيجيات (توظيف أو استخدام وحدات مركبة، إيجاد واستخدام وحدات المعدّل، استخدام الكسور المتكافئة، البناء على مقاييس أخرى، استخدام استراتيجيات عددية).
٤. المستوى ٣: التفكير (الاستدلال) التناسبي الشكلي، ويستخدم استراتيجيات (تنفيذ التناسب باستخدام المتغيرات، والحل باستخدام علاقة الضرب الاتجاهي أو الكسور المتكافئة، والفهم الكامل للعلاقات الثابتة وعلاقات التغاير، وعرض التفكير الدالي).

والتفكير التناسبي يتضمن الاستخدام المتداول للعلاقات الضربية ومقارنة الكميات والتنبؤ بالقيمة الواحدة القائمة في علاقتها بالقيم الأخرى. (McIntosh, 2013: 7)

والنسبة ratio هي مقارنة جزء بجزء، مثلا "٣ حلوي يمكن شراؤها بـ ١٠ سنتات" ذلك يصف النسبة بين المال وكمية الحلوى التي يمكن شراؤها مع هذا المبلغ من المال، والنسبة ratio تصبح معدّل rate عندما يكون بها ثابت ويشار إليها لكل (/)، مثلاً "٨٠ كم لكل ساعة" تصف النسبة بين قياس المسافة وقياس الزمن حيث لكل ساعة واحدة يتم قطع مسافة ٨٠ كم ويؤدي ذلك إلى أنه في ثلاث ساعات يتم قطع مسافة ٢١٠ كم، والمعدلات كذلك يمكن أن تكون قيد التغيير مثل أسعار الصرف للعملات النقدية. (Parish, 2010: 469-470)

والنسبة ratio تهتم بالمقارنة بين عددين (زوج مرتب من الأعداد أو القياسات)، ويمكن أن تقارن/تعبّر عن الجزء بالكل، أو الكل بالجزء أو الأجزاء، أو الجزء من الكل بجزء آخر، أو المعدّل rate (المقارنة بين كميتين مختلفتين)، والنسبة يمكن التعبير عنها بثلاث طرق: إما "لـ" أو ":" أو بعلامة الكسر، فمثلاً النسبة التي تقارن ربع دولار مع واحد دولار يمكن التعبير عنها "١ لـ ٤" أو "١: ٤" أو $\frac{1}{4}$، وتعرف النسبة ratio أحياناً بأنها المعدّل rate الذي يقارن بين كميتين، حيث يقارن معدّل الوحدة الكمية لـ الواحد، ويحسب معدّل الوحدة للنسبة $\frac{a}{b}$ بواسطة b حيث b≠0، فمثلاً شخص ركض شارع ما في $1\frac{1}{4}$ دقيقة، فإن نسبة ركوضه في الدقيقة هو $\frac{1}{1\frac{1}{4}}$، ومعدّل الوحدة حسبت بالقسمة على

$1\frac{1}{4}$ لذا فالمقام بعد التبسيط يساوي واحد، بمعنى أن الشخص يركض $\frac{4}{5}$ من الشارع في دقيقة واحدة. (Muschla, Muschla and Muschla, 2012: 2-4) (ربابعة، ٢٠٠٧: ١٤)

أما التناسبية proportionally هي شكل مهم من القياسات measurements، حيث تتضمن تحويلات الوحدة unit conversions وفهم العلاقات الضربية multiplicative relationships من أبعاد المساحة والمحيط، كما تكون التناسبية واضحة في المجالات الأخرى غير الرياضية مثل العلوم والموسيقى والجغرافيا وتمتد إلى كافة أنشطة الحياة اليومية. (Classroom Educator, 2012: 4)

والتناسب proportion يُعرّف بأنه (ربابعة، ٢٠٠٧: ١٥) "تساوي نسبتين، ويعبّر عنه (أ/ب=ج/د أو أ:ب = ج:د)، والمسألة التناسبية هي مسألة رياضية متعلقة بالنسبة والتناسب".

ويمكن تنمية التفكير التناسبي في كافة المراحل التعليمية، فهو يبدأ مبكراً عند الأطفال ابتداءً من معرفة الطفل لمفهوم العدد والكسر العادي والكسر العشري ومفاهيم النسبة والتناسب والتحويلات بين أنواع الكسور العادية والعشرية، وانطلاقاً إلى الكسور المتكافئة وتساوي النسب ومدلولاتها، انتهاءً بالقدرة على حل مسائل النسبة والتناسب. (ربابعة، ٢٠٠٧: ٥-٦)

وفي المرحلة الابتدائية يمكن سؤال التلاميذ حول التفكير التناسبي عن طريق عقد مقارنة بين تكافؤ أربعة معادن نيكل مع ٤ عملات، بينما في الصفوف الابتدائية العليا والمتوسطة فالطلاب يعملون مباشرة مع تكافؤ الكسور والنسب والمعدّل والنسبة المئوية، والعمل الرسمي على التفكير التناسبي يتم إكماله في الصفوف العليا عند مقارنة التناسب من خلال مواقف عدم التناسب ودراسة علم المثلثات واستخدام مقاييس الرسوم البيانية.(Classroom Educator, 2012: 3)

وهناك تعليمات مهمة لتضمين التفكير التناسبي عند تعليم الطلاب وهي: (Classroom Educator, 2012: 8)

١. زود الطلاب بمواقف تناسبية تمدهم بمدى واسع من المحتويات والعلاقات بعالمهم.
٢. قدّم مشكلات تكون في طبيعتها نوعية أو كمية.
٣. شجّع الطلاب ليمارسوا التفكير التناسبي دون الاقتصار على الأعداد فقط.
٤. ساعد الطلاب ليفرقّوا بين المواقف التناسبية وغير التناسبية.

٥. شجّع المناقشة والتجربة في التنبؤ بالنسب ومقارنتها.
٦. ساعد الطلاب ليربطوا بين التفكير التناسبي وخبراتهم السابقة، مثلا ربط الاختلاف بين وحدات الكسور ووحدات المعدّل.

إن مجرد معرفة الإجراءات الآلية لحل التناسب لا تنمي لدي الطلاب التفكير التناسبي، بل يحتاجون ليصبحوا أكثر مرونة في تفكيرهم واكتساب استراتيجيات متنوعة.

ويمكن ممارسة الطلاب لحل مشكلات التناسبية سواء الروتينية منها أو غير الروتينية، فمشكلات التناسب الروتينية routine proportion problems ينظر إليها كإجراء تدريبي يتكون من عدد محدود من الخطوات، يتم فيها إعطاء نسبة ونسبة ثانية، وتكون إحدى النسبتين غير معلومة، بينما مشكلات التناسب غير روتينية non-routine proportion problems لا يمكن حلها فوراً بعد اختيار الخوارزمية المناسبة، ومشكلات التناسب التي لا يمكن تصنيفها كمشكلة روتينية يمكن اعتبارها غير روتينية. (Nutsch, 2009: 4)

وحل المشكلات التناسبية يتطلب من الطلاب (الصبحي، ٢٠١٣: ١٧) استخدام وتطبيق مجموعة مختلفة ومتنوعة من استراتيجيات حل المشكلات التناسبية (المعدّل والوحدة، عامل التغيّر، الرسم البياني، التدرج التصاعدي، التدرج التنازلي، التبرير والحدس المنطقي، الضرب المتبادل، التشابه في الأشكال الهندسية)، وخطوات حل المشكلات التناسبية التي تقابلهم في مسائل النسبة والتناسب.

وهناك عدد من الطرق لحل مشكلات النسب والتناسب منها: استخدام جدول النسبة أو النمط ratio or pattern table كأداة منظمة عند حل بعض مشكلات النسب والتناسب، حيث يتم دمج عمليات الضرب والقسمة والجمع والضرب بهدف إنتاج نسب متكافئة لتحقق بعض الكميات المستهدفة وتكون مساعدة في حل المشكلات، وأيضاً الطريقة المعيارية لتدريس التفكير التناسبي standardized method of teaching proportional reasoning والتي تعد إحدى الطرق القائمة على بعض المعايير التي تستخدم خوارزمية الضرب. (Nutsch, 2009: 4)

بالإضافة إلى وجود عددً من الاستراتيجيات منها: استراتيجية المقياس scaling strategy، فمثلاً ١٢ تذكرة = ١٥ دولار لذا ٦٠ تذكرة = ٧٥ دولار، ٢٠ تذكرة = ٢٣ دولار لذا ٦٠ تذكرة = ٦٩ دولار، واستراتيجية معدّل الوحدة unit-rate strategy، فمثلا ١٢ تذكرة = ١٥ دولار لذا ١,٢٥ دولار لكل تذكرة واحدة، ٢٠ تذكرة = ٢٣ دولار لذا ١,١٥ دولار لكل تذكرة واحدة. (NCTM, 2000: 221)

وفي هذا السياق فقد أشارت دراسة (Avcu and Avcu, 2010:1278) إلى وجود ست استراتيجيات لحل مشكلات النسبة والتناسب وهي:

١. خوارزمية الضرب التبادلي cross product algorithm.
٢. استراتيجية معدّل الوحدة unit rate strategy.
٣. استراتيجية معامل التغيّر factor of change strategy.
٤. استراتيجية الكسور المتكافئة equivalent fractions strategy.
٥. استراتيجية الفصل المتكافئ equivalence class strategy.
٦. استراتيجية البناء لأعلى (التصاعدي) build-up strategy أو استراتيجية عمل قائمة making a list strategy أو استراتيجية البحث عن النمط looking for a pattern strategy.

ولتوضيح الفروق بين استراتيجيات حل مشكلات النسبة والتناسب السابقة، نعتبر المثال: إذا كان ٣ كتب في معرض الكتاب يتكلفون ٣٠ دولار، فما التكلفة الإجمالية لتسعة كتب؟، لاستخدام استراتيجية الضرب التبادلي: $\frac{\text{كتب } 3}{\text{دولار } 30} = \frac{\text{كتب } 9}{\text{س}}$ إذن التكلفة $= \frac{30\times9}{3}$ = ٩٠ دولار، ولاستخدام استراتيجية معدّل الوحدة: قيمة كل كتاب = ١٠ دولار لأن كل ٣ كتب يتكلفون ٣٠ دولار، لذا فإن ٩ كتب يتكلفون ٩×١٠= ٩٠ دولار، ولاستخدام استراتيجية معامل التغيّر: ٩ كتب يكونوا ٣ مرات أكثر (ثلاثة أضعاف) من ٣ كتب، لذا لما كان تكلفة ٣ كتب تساوي ٣٠ دولار فإن تكلفة ٩ كتب تساوي ٣٠×٣= ٩٠ دولار، ولاستخدام استراتيجية الكسور المتكافئة: فإن $\frac{3}{30} = \frac{9}{\text{س}}$ وبجعل بسط $\frac{3}{30}$ يساوي ٩ فإن $\frac{3}{30} = \frac{3\times3}{30\times3} = \frac{9}{90}$ ومن ثم $\frac{9}{90} = \frac{9}{\text{س}}$ إذن س = ٩٠ دولار، ولاستخدام استراتيجية الفصل المتكافئ: فالمعدّل الزوجي هو $\frac{\text{كتب } 3}{\text{دولار } 30}$ ومن ثم فإن فصل الكسور المتكافئة هو $\frac{3}{30} = \frac{6}{60} = \frac{9}{90}$ لذا فإن زوج المعدّل المطلوب هو $\frac{\text{كتب } 9}{\text{دولار } 90}$ وهي مساوية للكسر $\frac{9}{90}$ فالإجابة عندئذ هي ٩٠ دولار، ولاستخدام استراتيجية البناء لأعلى (التصاعدي): ٣ كتب : ٣٠ دولار، ٦ كتب : ٦٠ دولار، ٩ كتب = ٦ كتب + ٣ كتب : ٦٠ دولار + ٣٠ دولار، إذن ٩ كتب : ٩٠ دولار. (Avcu and Avcu, 2010: 1278-1279)

ويعرض (ربابعة، ٢٠٠٧: ١٥-١٦) استراتيجيات حل المسائل التناسبية والتي سبق توضيح بعضها، ومنها:

١. معدّل – الوحدة unit-rate: وتعني قسمة القيمة الكلية على الوحدة الواحدة، ومن ثم الضرب بعدد الوحدات المطلوبة.
٢. عامل التغيّر factor of change: وتعني البحث عن نسبة تكون مضاعفة لنسبة سابقة للحصول على القيم المطلوبة.
٣. الرسم البياني للمعادلات الخطية: التمثيل البياني لجزأي النسبة، وتكرار العملية للنسب الأخرى المعطاة، والحصول على القيمة المطلوبة بالإسقاط العمودي أو الأفقي.
٤. التدرج التصاعدي: تكوين جداول، وإعطاء مدخلات ذات أرقام أكبر يأخذ طابع التدرج التصاعدي.
٥. التدرج التنازلي: تكوين جداول، وإعطاء مدخلات ذات أرقام أكبر يأخذ طابع التدرج التنازلي.
٦. التبرير الحدسي المنطقي: يتم من خلالها بناء الحجج والتخمينات، ومحاكمتها منطقياً لإيجاد القيم المجهولة.
٧. الضرب التبادلي: الطريقة التي من خلالها ضرب المقام الأول في البسط الثاني، والبسط الأول في المقام الثاني.
٨. التشابه في الأشكال الهندسية: استخدام الرسم والمقياس لإيجاد القيمة المجهولة بالاستناد إلى تشابه الأشكال الهندسية.

وقد أجريت دراسة (Avcu and Avcu, 2010) بهدف تحديد الاستراتيجيات المستخدمة من طلاب الصف السادس عند حلهم مشكلات النسبة والتناسب، وأشارت النتائج إلى وجود ست استراتيجيات يمكن استخدامها عند حل مشكلات النسبة والتناسب، وأكثر الاستراتيجيات استخداماً هي "خوارزمية الضرب التبادلي" يليها "معامل التغيّر" يليها "الكسور المتكافئة" ونادراً ما يستخدم الطلاب الاستراتيجيات "معدّل الوحدة" أو "الفصل المتكافئ" أو "البناء لأعلى (التصاعدي)".

وعادة ما تستلزم الأدوات مع التناسبية الكثير من جلسات التعلم ليس فقط على نسبتين متساويتين وحل فراغات على المصطلحات، إنه يتضمن إدراك كميات لها علاقة تناسبية باستخدام الأعداد والجداول والرسوم البيانية والمعادلات للتفكير حول الكميات وعلاقاتها، فالتناسب موضوع مهم يربط بين موضوعات الرياضيات في مختلف الدروس، فيواجه الطلاب التناسب عند دراسة الدوال الخطية، وعند النظر للمسافة بين نقطتين على خريطة مرسومة ومقارنتها بالمسافة الحقيقية في الواقع، وعند استخدام

العلاقة بين محيط دائرة وقطرها، وعند الاستدلال حول البيانات من رسم التكرار النسبي باستخدام الرسم البياني بالأعمدة. (NCTM, 2000: 217)

ويصعب قياس نمو التفكير في النسبة والتناسب، كونه يشبه النمو الحادث في الفهم الذي لا يظهر بوضوح ولا يبدو خطياً في جميع أنواع المشكلات، فغالبية الطلاب لديهم فهم قليل أو ضعيف لمشكلات النسبة والتناسب التي تحاول استخدام التفكير البصري أو تعتمد على التخمينات البصرية، كما قد يحاول الطلاب التعرف على أهمية الأرقام في المشكلات بإضافة أرقام تعادل كل قيمة وهي استراتيجية الإضافة ولا يذكروا أنها تمثل التناسبية. (Parish, 2010: 473)

وحول توجهات الدراسات السابقة التي تناولت التفكير التناسبي، فقد هدفت دراسة (Orletsky, 2015) إلى اختبار ٩ أشخاص بالغين في حل مشكلات حول التفكير التناسبي وكيفية دعم مفاهيم العدد التناسبي من خلال حلولهم للمشكلات، وأشارت النتائج إلى وجود صعوبات لدي الأشخاص البالغين في حل المشكلات المتضمنة النسب ratios، كما استخدمت طرقاً مبتكرة من الفحص والتخمين لإنتاج حلول تقديرية التي احتوت على بعض الأخطاء.

وهدفت دراسة (Ortiz, 2015)إلى استكشاف الاختلافات الحادثة لدى الطلاب عند حل مشكلات حول النسبة والتناسب في بيئتين تعليميتين مختلفتين (بيئة تعليمية إثرائية، وبيئة تعليمية قائمة على الألعاب الإلكترونية) وقياس مستويات التفكير التناسبي لديهم، وأشارت النتائج إلى وجود تحسينات في مستويات التفكير التناسبي لدى الطلاب الذين تعلموا علاقات النسب والتناسب في البيئة التعليمية القائمة على الألعاب الإلكترونية مقارنة بالطلاب البيئة التعليمية الإثرائية.

واهتمت دراسة (McIntosh, 2013) بمشروع لتنمية التفكير التناسبي لدى طلاب المدارس المتوسطة عن طريق موقع إلكتروني للمساعدة في فهم المحتوى، وارتكز المشروع على التفكير العلاقي والتقسيم والتوحيد وتفسيرات العدد النسبي وحس النسبة والعمل على الكميات والتغيّر.

وهدفت دراسة (الصبحي، ٢٠١٣) إلى التعرف على أثر برنامج تدريسي قائم على وظائف نصفي الدماغ في التفكير التناسبي وحل المشكلات التناسبية لدى طلاب الصف الأول المتوسط (الإعدادي)، وأظهرت النتائج فروقاً تعزى إلى البرنامج في تحسين التفكير التناسبي وحل المشكلات التناسبية.

ودراسة (جرادات، ٢٠١٣) التي هدفت إلى قياس مستويات التفكير الاحتمالي ومستويات التفكير التناسبي ومعرفة العلاقة بينهما لدى طلاب الصف الأول الثانوي،

وأوضحت النتائج أن مستويات كل من التفكير الاحتمالي والتفكير التناسبي كانت دون المستوى التربوي المقبول لدى الطلاب، ووجدت علاقة منخفضة وطردية ودالة بين التفكير الاحتمالي والتفكير التناسبي.

وهدفت دراسة (Parish, 2010) إلى تجريب تقويم مهام ستة أسئلة تضمنت موضوع النسبة والمعدّل على عشرة طلاب من الصفوف الخامس إلى التاسع لمحاولة وصف تنمية الفهم في محتوى العدد النسبي، وقدمت الدراسة مراحل لنمو الفهم، وكانت أبرز نتائج الدراسة أن نمو فهم الطلاب في حل مشكلات النسبة يسير طبقا للمراحل: وجود فهم قليل أو ضعيف لدى الطلاب عند حل مشكلات النسبة التي ربما يقدمون فيها محاولات بصرية أو باستخدام التخمين مما قد يساعدهم في الحل، ثم يستخدمون استراتيجية الإضافة (إضافة كميات متكافئة)، وخلال ذلك ينجز الطلاب الحلول الصحيحة للمشكلات بدون إدراك التشابهات التركيبية في طرفي العلاقة التناسبية، ثم يستخدم الطلاب العلاقات المتكافئة بين كميتين عن طريق التفكير العلاقي واستخدام الاستراتيجية الضربية التصاعدية للقيمة الجديدة، ثم استخدام العلاقات الدالية والعلاقات العددية، وفي الأخير يصل الطلاب لممارسة التفكير التناسبي الكمي.

بينما هدفت دراسة (عبد، ٢٠٠٩) إلى استقصاء مستويات التفكير التناسبي لدى طلبة المرحلة الأساسية العليا في الأردن (الصفوف: السابع والثامن والتاسع والعاشر)، وقدمت الدراسة اختباراً مكوناً من ٢٠ فقرة حول مفهوم التناسب (النسخة الأولى للاختبار) والتناسب الطردي والعكسي والتقسيم التناسبي (النسخة الثانية للاختبار) والتناسبية (النسخة الثالثة للاختبار)، وكشفت النتائج أن غالبية الطلبة كانوا في المستوى الأول من مستويات التفكير التناسبي، وطلاب المستويات المتقدمة (الصف العاشر) أفضل في مستويات التفكير التناسبي مقارنة بالصفوف السابقة له، كما توصلت الدراسة إلى أن مستويات التفكير التناسبي تنمو تبعا للعمر ومع تقدم المستوى الدراسي.

وهدفت دراسة (Nutsch, 2009) إلى استكشاف العلاقة بين استخدام الطلاب لجداول النسبة (عبارة عن رسم من صفين أو أكثر يستخدم كأداة لتسجيل النسب المتكافئة عليها) كأداة مساعدة واستيعابهم المفاهيمي للتفكير التناسبي، وتوصلت النتائج إلى وجود تأثيرات إيجابية لجداول النسبة في تنمية التفكير التناسبي، حيث ساعدت جداول النسبة كأداة قوية الطلاب على التفكير تناسبياً.

وهدفت دراسة (Boyer, Levine, and Huttenlocher, 2008) إلى تفحص أخطاء الطلاب في عملية التناسبات المتضمنة في الكميات المنفصلة، وأشارت نتائجها إلى أن الطلاب لديهم مشكلات عند حلهم لمشكلات تتضمن الوحدات المنفصلة

discrete units عندما يزاوجون بينها وبين الأعداد، كما أن لديهم مشكلات في المفاهيم العددية المتكافئة عند حل مشكلات التكافؤ التناسبية.

أما دراسة (Schwarz and Linchevski, 2007) هدفت إلى إمكانية تصميم مهام تتيح تغيرات عميقة في التفكير التناسبي في سياق التفاعل بين الأقران، واشترك في تلك الدراسة ٦٠ طالباً بالمدارس العليا لحل مهام في التفكير التناسبي، وأشارت النتائج إلى أن الاستراتيجيات التي استخدمها الطلاب لم تتحسن نتيجة المناقشات، بينما وجدت تحسينات في فهمهم لمشكلات التفكير التناسبي عبر تلك المناقشات.

وهدفت دراسة (ربابعة، ٢٠٠٧) إلى بيان فعالية برنامج تدريبي قائم على استراتيجيات حل المسألة التناسبية في التفكير التناسبي والتحصيل في الرياضيات لطلبة المرحلة الأساسية المتوسطة في الأردن، وأشارت نتائج الدراسة إلى فعالية البرنامج على التفكير التناسبي والتحصيل، وعدم وجود فروق ترجع لمتغير الجنس.

وهدفت دراسة (Dooley, 2006) إلى استقصاء مدى امتلاك طلاب المدرسة العليا لقدرات التفكير التناسبي، واستكشاف فهمهم عبر خوارزميات الضرب والقسمة، وتقييم العائد من استخدام اليدويات على تفكير الطلاب، وأشارت النتائج إلى أن ٩,٥٪ فقط من الطلاب لديهم قدرات تفكير تناسبي عالية، و٩٠,٥٪ من الطلاب غير قادرين على تطبيق معرفتهم بالتناسبات وخوارزميات الضرب والقسمة عند حلهم لمشكلات غير تقليدية، كما أن استخدام اليدويات ساعد الطلاب على التحرك نحو إنجاز الحلول لبعض مشكلات التفكير التناسبي.

وهدفت دراسة (السواعي، ٢٠٠٤) إلى تحديد تأثير مجموعة من العوامل السياقية في التفكير التناسبي لطلبة المراحل الدراسية المختلفة، وكذلك تحديد الاستراتيجيات المستخدمة لحل مسائل التناسب، كما اهتمت بفحص إمكانية انتقال أثر التعلم من خبرة في حل مسائل تناسب إلى حل مسألة أخرى، واستخدمت الدراسة خمسة نماذج من المسائل في سياقات مختلفة، وأشارت النتائج إلى ما يلي: العامل الوحيد الذي يؤثر في التفكير التناسبي من بين العوامل المفحوصة هو نوع الكميات المستخدمة في المسألة، وتفوق الذكور على الإناث في التفكير التناسبي في الصفوف التاسع والحادي عشر والجامعة، وازدياد القدرة على التفكير التناسبي مع تقدم الصف الدراسي، وتؤثر مسألة التناسب التي يحلها الطالب في البداية على حل مسائل التناسب التالية لها.

وهدفت دراسة (Allain, 2000) إلى تطوير موثوقية وصلاحية أداة لقياس التفكير التناسبي لدى مدرسة متوسطة (إعدادية) للبنات، وتكونت عينة الدراسة من ٧٠ تلميذة (الصفوف السادس والسابع والثامن)، وتضمنت أداة الدراسة لقياس التفكير التناسبي

مشكلات حول المقارنة والقيم المجهولة ومقاييس الرسم البياني وعلاقات الكل بالأجزاء، وأشارت النتائج إلى صلاحية أداة الدراسة لقياس التفكير التناسبي والكشف عن الأخطاء الشائعة.

مشكلة الدراسة:

تمثلت في وجود ضَعف كبير في التفكير التناسبي لدى عينة من تلاميذ الصف السادس الابتدائي الذين درسوا موضوع النسبة والتناسب، حيث لم يظهر لديهم الإدراك الكافي لأهمية النسبة والتناسب في تطوير التفكير التناسبي واعتباره كموضوع سيؤسس عليه فهمهم لأفكار رياضية كبري خلال دراستهم فيما بعد، وعند تطبيق اختبار تضمن عينة من أسئلة التفكير التناسبي لدى عينة التلاميذ السابق ذكرها، كانت غالبية الإجابات إما بدون إجابات أو إجابات ناقصة أو إجابات غالبيتها تشير إلى العلاقة بين الكميتين باستخدام التفكير المجرد، مما يؤكد على أن التفكير التناسبي لم يصل لمستويات مقبولة لدى عينة التلاميذ، وتتعلق تلك النتيجة بانخفاض تحصيل التلاميذ في موضوع النسبة والتناسب.

بالإضافة إلى ما سبق، فقد أجريت مناقشات غير شكلية مع بعض معلمي ومعلمات الرياضيات بالمرحلة الابتدائية حول معرفتهم بمعايير النسبة والتناسب أو تضمينها خلال عملية تدريس موضوعات "النسبة والتناسب"؛ فلم تكن معرفتهم وإدراكهم لمعايير تعليم النسبة والتناسب على المستوى المقبول مما أثر على تدريسهم وتناولهم للأمثلة بطريقة ربما تعوق تنمية التفكير التناسبي لدى تلاميذهم داخل حصص تعليم الرياضيات، على الرغم من احتواء كتاب رياضيات الصف السادس الابتدائي على بعض الأمثلة والمواقف والتدريبات الجيدة والممكن استغلالها في تنمية بعض مستويات التفكير التناسبي إذا أُحسن تعليمها.

وبفحص وحدتي "النسبة" والتناسب" من كتاب الرياضيات – للصف السادس الابتدائي للفصل الدراسي الأول وجد ما يلي:

١. قلة وجود أمثلة متنوعة ومنظّمة على النسبة بين كميتين في الدروس: الأول "معنى النسبة" والثالث "تدريبات متنوعة على النسبة وخواصها" والرابع "التقسيم التناسبي" من دروس الوحدة الأولى "النسبة"، حيث لم يوجد مثال يوضح النسبة بين الجزء والكل وإنما غالبية الأمثلة والتمارين ركزت على النسبة بين جزء وجزء، وتلك الملاحظة قد تؤدي إلى قلة استيعاب التلاميذ لمفهوم النسبة أو تكوين فهم خاطئ لديهم.
٢. لم يؤكد الكتاب المدرسي في الوحدة الخامسة "تطبيقات على حساب النسبة (المعدّل)" من دروس الوحدة الأولى "النسبة" على عرض أمثلة متنوعة توضّح

المعدّل ومعدّل الوحدة، وتميّز بينهما، وفائدة كل منهما، واستخدامهما في حل عدد كافٍ من المسائل.

٣. عرض الكتاب المدرسي لموضوع "التناسب" في الوحدة الثانية من الكتاب المدرسي، بصورة غير مكتملة من حيث الأمثلة والتمارين وأبعاد الموضوع، حيث عرض لموضوع التناسب من خلال تكوين الجداول بين كميتين ولم يتعرض للتمثيلات البيانية الموضحة للتناسب أو المعادلات الممثلة لعلاقات تناسبية، كما لم يشر إلى أهمية التمييز بين العلاقات التناسبية وغير التناسبية والتعرف عل كل منهما من خلال عرض التلاميذ للأمثلة وجداول وأشكال بيانية ومعادلات، مما أظهر الموضوع كأنه غير مكتمل مما قد يؤدي إلى قلة استيعاب التلاميذ للموضوع، وربما إذا تضمن الموضوع هذا الترتيب والتفاصيل المهمة من ناحية تعليم وتعلم الرياضيات ربما يحتاج تنفيذ المقرر إلى وقت أطول، ويمكن حل تلك المشكلة بعرض تسلسل الموضوع المنطقي بالكامل وتوزيعه على المقرر خلال الصفين السادس الابتدائي والأول الإعدادي لأهمية تقديمه بتلك الطريقة العلمية.

٤. ضَعف عرض الكتاب المدرسي للدرس الثالث "مقياس الرسم" من دروس الوحدة الثانية "التناسب"، حيث لم يؤكد على العلاقة بين "النسبة" و"التناسب" و"معدّل الوحدة" و"نسبة مقياس الرسم"، كما لم يراع أهمية تفسير "نسبة مقياس الرسم" كعلاقة للتكبير أو التصغير، وأهمية طرح التلاميذ لأمثلة حولها مع تحديد نسبة التكبير أو التصغير.

٥. لم يقدم الكتاب المدرسي التوضيح الكافي للربط بين الدرسين: الخامس "حساب المائة" والسادس "تطبيقات على حساب المائة" من دروس الوحدة الثانية "التناسب"، مع المفاهيم الأساسية المعروضة خلال الدرسين وهي "النسبة" و"التناسب" "والمعدّل"، وظهر ذلك في الأمثلة والتمارين والتوضيحات المعروضة في الدرسين.

٦. لم توجد أمثلة في الوحدة الثانية "التناسب" تتضمن كل من: إنشاء رسم بياني أو شكل هندسي بمقياس نسبي، أو طلب تغيير المقاييس، أو إنتاج رسم بياني لتمثيل علاقة تناسبية، أو التوصل لمعادلة تصف علاقة تناسبية وتحديد ثابت التناسب منها، رغم أهمية تلك الموضوعات في تطوير وصقل التفكير التناسبي لدى التلاميذ.

أسئلة الدراسة وفرضياتها:

للتصدي لمشكلة الدراسة، حاولت الدراسة الإجابة عن السؤال الرئيس التالي: "ما أثر استخدام الممارسات الداعمة لمعايير النسبة والتناسب على مستويات التفكير التناسبي والتحصيل لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية؟"، وللإجابة عن السؤال الرئيس، أجابت الدراسة عن الأسئلة الفرعية التالية:

١) ما أثر استخدام الممارسات الداعمة لمعايير النسبة والتناسب على مستويات التفكير التناسبي لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي ؟
٢) ما أثر استخدام الممارسات الداعمة لمعايير النسبة والتناسب على التحصيل لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي ؟
٣) ما مدى العلاقة بين: التفكير التناسبي والتحصيل لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي؟

وللإجابة عن أسئلة الدراسة، تم صياغة الفروض الصفرية التالية:

١) لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة $\leq$ ٠,٠٥ بين متوسطي درجات تلاميذ مجموعتي الدراسة (التجريبية والضابطة) في التطبيق البعدي لاختبار التفكير التناسبي.
٢) لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة $\leq$ ٠,٠٥ بين متوسطي درجات تلاميذ مجموعتي الدراسة (التجريبية والضابطة) في التطبيق البعدي لاختبار التحصيل.
٣) لا توجد علاقة ارتباطية ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة $\leq$ ٠,٠٥ بين: التفكير التناسبي، والتحصيل لدى تلاميذ المجموعة التجريبية.

أهمية الدراسة:

- تقديم أدوات قياس تتضمن: اختبار التفكير التناسبي، واختبار تحصيل "النسبة والتناسب" مما قد يفيد من تطبيقهما المعلمون والباحثون أو عمل أدوات قياس مماثلة لهما.
- طرح نماذج لدروس في الوحدة الأولى "النسبة" والوحدة الثانية "التناسب" من كتاب الرياضيات – الفصل الدراسي الأول – الصف السادس الابتدائي، مُعدّة باستخدام معايير النسبة والتناسبية ومعايير الممارسة الرياضية، مما قد يفيد المعلمين والباحثين في إدراك واستخدام تلك الدروس أو إنشاء دروس أخرى مماثلة لها في تعليم وتعلم الرياضيات.

- توجه الدراسة نحو مزيد من الاهتمام بالتفكير التناسبي لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي كنقطة أساسية ومحورية لانطلاقهم في فهم موضوعات "النسبة والتناسب" لما تحويه من مفاهيم كبرى تؤسس عليها فهمهم لموضوعات رياضية أخرى سيواجهونها فيما بعد خلال دراستهم للرياضيات في فروعها المختلفة مثل الهندسة والأعداد النسبية والمعادلات.

أهداف الدراسة:

١. بيان مدى تأثير استخدام الممارسات الداعمة لمعايير النسبة والتناسب على مستويات التفكير التناسبي لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي.
٢. قياس مدى تأثير استخدام الممارسات الداعمة لمعايير النسبة والتناسب على التحصيل لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي.
٣. معرفة مدى العلاقة بين التفكير التناسبي والتحصيل لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي.

محددات الدراسة:

- اقتصار عينة الدراسة على تلاميذ وتلميذات مدرسة جلال الدين الابتدائية المشتركة – إدارة شرق المحلة الكبرى التعليمية، وتكونت العينة من فصلين (ن = ١٠٢ تلميذ وتلميذة) من فصول الصف السادس الابتدائي؛ المجموعة التجريبية (فصل ٢/٦، ن = ٥٠ تلميذ وتلميذة) والمجموعة الضابطة (فصل ٣/٦، ن = ٥٢ تلميذ وتلميذة).
- الاقتصار على استخدام التصميم شبه التجريبي لمناسبته لإجراء الدراسة.
- تطبيق الدراسة زمنياً خلال الفصل الدراسي الأول من العام الدراسي ٢٠١٦/٢٠١٧م، ومكانياً في فصول مدرسة جلال الدين الابتدائية المشتركة – إدارة شرق المحلة الكبرى التعليمية.
- قياس مستويات التفكير التناسبي الأربعة (صفر، الأول، الثاني، الثالث) والمرتبطة بالمعرفة الرياضية بالوحدتين: الأولى "النسبة"، والثانية "التناسب" من كتاب الرياضيات – الفصل الدراسي الأول – الصف السادس الابتدائي طبعة ٢٠١٦/٢٠١٧م.
- قياس التحصيل في الوحدتين: الأولى "النسبة"، والثانية "التناسب" من كتاب الرياضيات – الفصل الدراسي الأول – الصف السادس الابتدائي طبعة ٢٠١٦/٢٠١٧م في ضوء المستويات المعرفية: التذكر، التطبيق، وحل المشكلات.
- اختبرت فروض الدراسة إحصائيا عند مستوى دلالة $\leq$ ٠,٠٥.

التعريفات الإجرائية لمصطلحات الدراسة:

من خلال فحص وتحليل بعض الأطر النظرية والدراسات السابقة – مثل السابق عرضها - للاستفادة منها في الدراسة الحالية، فقد كانت إحدى محاور الاستفادة منها هي الوصول إلى التعريفات الإجرائية التالية:

- معايير الممارسة الرياضية Mathematical practice standards:

عبارة عن سلوكيات التعليم والتعلم والتقويم التي تعبّر عن أفعال الرياضيات الممارسة داخل الصف بصفة عامة (ويمكن توصيفها على المحتوى المقدم) من خلال تفعيل أبعادها مما يساعد الطلاب على تقدم تعلمهم وإحرازهم الفهم في الرياضيات، وتتكون من الأبعاد التالية:

١. الحس بالمشكلات والمثابرة في حلها: التلاميذ الماهرون في الرياضيات قادرون على عمل الحس في النسبة ومعدلات الوحدة في سياق مواقف العالم الحقيقي، ويثابرون عند اختيارهم واستخدامهم تمثيلات مناسبة للسياقات المعطاة.
٢. الاستدلال تجريديا وكميا. التلاميذ الماهرون في الرياضيات قادرون على الاستدلال حول قيمة العدد النسبي في علاقته بالنماذج التي ابتكرت لتمثيله.
٣. إنشاء حجج قابلة للتطبيق ونقد استدلال الآخرين. التلاميذ الماهرون في الرياضيات قادرون على استخدام الحجج لتبرير استدلالهم عندما يبتكرون ويحلون التناسبات مستخدمين سياقات العالم الحقيقي.
٤. النمذجة (الصياغة) مع الرياضيات: التلاميذ الماهرون في الرياضيات قادرون على ابتكار النماذج مستخدمين الرسوم البيانية والجداول وخطوط الأعداد المزدوجة واليدويات لتمثيل المواقف الرياضية ومواقف العالم الحقيقي، ويفحصوا العلاقات بين ميول الخطوط وجداول النسبة في سياق المواقف المعطاة.
٥. استخدام أدوات مناسبة استراتيجيا: التلاميذ الماهرون في الرياضيات قادرون على استخدام تمثيلات بصرية مثل المستوى الإحداثي لتوضيح ثابت التناسبية.
٦. العناية والاهتمام بالدقة. التلاميذ الماهرون في الرياضيات قادرون على الاهتمام بلغة النسبة والمعدّل لتمثيل وحل المشكلات المتضمنة المعدّلات والنسب.
٧. استكشاف التركيب واستخدامه: التلاميذ الماهرون في الرياضيات قادرون على البحث عن الأنماط التي توجد في جداول النسبة لكي يعملوا ترابطات بين ثابت النسبة في الجدول مع الميل من الرسم البياني.

٨. استكشاف التناسق المطرد في الاستدلال المتكرر والتعبير عنه: التلاميذ الماهرون في الرياضيات قادرون على العمل بصورة شكلية ليبدأوا العمل مع الترابطات بين التغاير والنسب والتمثيلات التي توضح العلاقات بين الكميات.

- **معايير علاقات النسب والتناسبية Ratios and proportional relationships**:
هي إحدى معايير المحتوى content standards في معايير الرياضيات المحورية المشتركة common core mathematics standards، والتي تهدف إلى إكساب الطلاب معرفة المفاهيم الأساسية والمهارات والتطبيقات في موضوعات النسب والتناسب، وتتضمن معايير النسبة والتناسبية ما يلي:

١) فهم مفهوم النسبة، واستخدام لغة النسبة لوصف علاقات النسبة بين كميتين.
٢) فهم مفهوم معدّل الوحدة unit a/b بواسطة b حيث b≠0، واستخدام لغة المعدّل في سياق علاقة النسبة.
٣) استخدام النسبة والتفكير حول المعدّل لحل مشكلات رياضية ومشكلات حقيقية، عن طريق التفكير في جداول النسب التكافئة، أو الرسوم البيانية (خط الأعداد، المستوى الإحداثي الثنائي)، أو المعادلات.
أ. عمل جداول للنسب المتكافئة وعلاقتها بالكميات مع مقاييس العدد الكلي، وإيجاد القيم الفارغة (الناقصة) في الجداول، ورسم أزواج المتغيرات على المستوى الإحداثي، واستخدام الجداول لمقارنة النسب.
ب. حل مشكلات معدّل الوحدة المتضمنة سعر الوحدة والسرعة الثابتة.
ج. إيجاد النسبة المئوية لكمية كمعدّل لكل ١٠٠ (بمعنى ٣٠٪ تعني ١٠٠/٣٠ مرة من الكمية)، وحل المشكلات المتضمنة إيجاد الكل، وإعطاء الأجزاء والنسبة المئوية.
د. استخدام تفكير النسبة لتحويل وحدات القياس، ومعالجة وتحويل الوحدات بشكل مناسب عند ضرب الكميات أو قسمة الكميات.
٤) تحليل العلاقات التناسبية واستخدامها لحل المشكلات الرياضية ومشكلات العالم الحقيقي.
أ. حساب معدّلات الوحدة المتعلقة بنسب الكسور، ومتضمنة نسب الأطوال والمساحات والكميات الأخرى المقاسة في وحدات متشابهة أو وحدات مختلفة.
٥) إدراك وتمثيل العلاقات التناسبية بين الكميات.

أ. التقرير لأي كميتين متى يكون بينهما علاقة تناسبية، بمعنى إجراء اختبار لنسبتين متكافئتين في جدول أو رسم بياني مرسوم في المستوى الإحداثي وملاحظة ما إذا كان الرسم البياني يمثّل خطاً مستقيماً يمر بنقطة الأصل.
ب. تحديد ثابت التناسب (معدّل الوحدة) في الجداول والرسوم البيانية والمعادلات والأشكال المرسومة، وإعطاء وصف لفظي للعلاقات التناسبية.
ج. تمثيل العلاقات التناسبية باستخدام المعادلات.
د. شرح معنى النقاط (x,y) على الرسم البياني مع الاهتمام الخاص بالنقطتين (1,r)، (0,0) حيث r تعبّر عن معدّل الوحدة.

٦) استخدام العلاقات التناسبية لحل مشكلات النسبة ذات الخطوات المتعددة ومشكلات النسبة المئوية.

- مستويات التفكير التناسبي Proportional thinking levels:

يعرّف "التفكير التناسبي" بأنه أحد أنماط التفكير الرياضي، الذي يهتم بدراسة العلاقات والتطبيقات وحل المشكلات التي تربط بين كميتين أو أكثر باستخدام مفاهيم النسب والتناسبية، وتتضمن مستوياته:

١. المستوى صفر: التفكير غير التناسبي non-proportional reasoning، ويتضمن استراتيجيات التخمينات واستخدام مفاتيح بصرية، والطالب فيه يكون غير قادر على إدراك العلاقات الضربية، وبصورة عشوائية يستخدم الأعداد أو العمليات أو الاستراتيجيات، وغير قادر على ربط كميتين مقاستين، ولا يؤدي إلى حلول صحيحة أو يطور تفكير تناسبي ناضج.
٢. المستوى ١: التفكير غير شكلي حول المواقف التناسبية (تفكير غير كمي)، ويتضمن استراتيجيات (استخدام الصور أو النماذج أو اليدويات لعمل حس بالمواقف، وعمل مقارنات وصفية).
٣. المستوى ٢: التفكير الكمي، يتضمن استراتيجيات (توظيف أو استخدام وحدات مركبة، إيجاد واستخدام وحدات المعدّل، استخدام الكسور المتكافئة، البناء على مقاييس أخرى، استخدام استراتيجيات عددية).
٤. المستوى ٣: التفكير التناسبي الشكلي، ويستخدم استراتيجيات (تنفيذ التناسب باستخدام المتغيرات، والحل باستخدام علاقة الضرب الاتجاهي أو الكسور المتكافئة، والفهم الكامل للعلاقات الثابتة وعلاقات التغاير، واستخدام التفكير الدالي).

- **التحصيل achievement**:
يعبّر عن درجة اكتساب التلميذ للمفاهيم والتعميمات وحل المشكلات المتضمنة في الوحدتين "النسبة"، و"التناسب"من كتاب الرياضيات – الفصل الدراسي الأول – الصف السادس الابتدائي طبعة ٢٠١٦/٢٠١٧م في ضوء المستويات المعرفية (التذكر، والتطبيق، وحل المشكلات).

الطريقة وإجراءات الدراسة:

أولاً:عينة الدراسة:

اختيرت عينة عشوائية من مجتمع تلاميذ وتلميذات المرحلة الابتدائية تمثلت في تلاميذ وتلميذات مدرسة جلال الدين الابتدائية المشتركة - إدارة شرق المحلة الكبرى التعليمية - بهدف استخراج النتائج واختبار الفروض الإحصائية، وتمثلت في فصلين (ن = ١٠٢) من فصول الصف السادس الابتدائي خلال الفصل الدراسي الأول من العام الدراسي ٢٠١٦/٢٠١٧م؛ أحدهما المجموعة التجريبية (فصل ٢/٦، ن = ٥٠) والتي تعلمت الوحدتين: الأولى "النسبة" والثانية "التناسب" من كتاب الرياضيات – الفصل الدراسي الأول – الصف السادس الابتدائي باستخدام الممارسات الداعمة لمعايير النسبة والتناسب، والآخر المجموعة الضابطة (فصل ٣/٦، ن = ٥٢) التي تعلمت نفس الوحدتين بالطريقة المعتادة والتي عادة تركز على حل المسائل دون الاهتمام بمعايير النسبة والتناسبية والممارسة الرياضية، بالإضافة إلى الاستعانة بعينة استطلاعية مثّلها تلاميذ فصل ٤/٦ (ن = ٤٤) من ذات المدرسة بالفصل الدراسي الثاني للعام الدراسي ٢٠١٥/٢٠١٦م بهدف التوصل إلى صلاحية وثبات أدوات الدراسة.

ثانياً:أدوات الدراسة:

أ. اختبار مستويات التفكير التناسبي:

أعد اختبار مستويات التفكير التناسبي من نوع اختبار الورقة والقلم بهدف عقد المقارنات بين مجموعتي الدراسة واختبار فروضها، وتمثل الهدف منه في قياس مستويات التفكير التناسبي لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي.

ومر إعداد الاختبار كما يلي: تحديد مفهوم التفكير التناسبي من خلال بعض الدراسات مثل (الصبحي، ٢٠١٣: ١٧) (جرادات، ٢٠١٣: ٤٣) (ربابعة، ٢٠٠٧: ١٤)، وكذلك تحديد مستوياته بدقة (Ortiz, 2015: 56-57)، والاطلاع على بعض الدراسات التي أشارت إلى تقويم التفكير التناسبي أو تضمنت عرض مفردات اختبارية له مثل (Ortiz, 2015) (Orletsky, 2015), (McIntosh, 2013)(الصبحي، ٢٠١٣) (جرادات، ٢٠١٣) (عبد، ٢٠٠٩) (Nutsch, 2009) (ربابعة، ٢٠٠٧) ، مع مراعاة أن تكون المعرفة الرياضية المتضمنة بمفردات الاختبار في مستوى تلاميذ الصف

السادس الابتدائي بعد انتهائهم من دراسة الوحدتين الأولى "النسبة" والثانية "التناسب" من كتاب الرياضيات – الفصل الدراسي الأول – الصف السادس الابتدائي.

وبناء على ما سبق، وضع تصور لجدول مواصفات اختبار التفكير التناسبي، وكتبت مفردات الاختبار بصورة أولية، ويوضح ذلك جدول (١) الذي يعرض توزيع أسئلة الاختبار على مستوياته ودرجات كل سؤال.

جدول (١): جدول يوضح توزيع أسئلة اختبار التفكير التناسبي على مستوياته

المستوى	عنوان المستوى	وصف المستوى	بنود الاختبار (السؤال، الدرجة)	إجمالي الدرجات(%)
صفر	تفكير غير تناسبي	- عدم إدراك العلاقات الضربية. - استخدام الأعداد أو العمليات أو الاستراتيجيات بصورة عشوائية قائمة على التخمين. - عدم القدرة على الربط بين كميتين. - عدم التوصل إلى حلول صحيحة أو تطوير تفكير تناسبي ناضج.	(١، ٣) (٢، ٢) (٣، ٢) (٤، ٢) (٥، ٢)	١١ (٢٣٪)
الأول	تفكير تناسبي غير شكلي (تفكير غير كمي)	- استخدام الصور أو النماذج أو اليدويات لعمل حس بالمواقف. - عمل مقارنات وصفية.	(٦، ٢) (٧، ٣) (٨، ٣) (٩، ٣)	١١ (٢٣٪)
الثاني	تفكير كمي	- توظيف واستخدام وحدات متنوعة. - إيجاد واستخدام معدّلات الوحدة. - استخدام الكسور المتكافئة. - البناء على مقاييس أخرى. - استخدام استراتيجيات عددية قائمة على الأعداد أو الجداول.	(١٠، ٢) (١١، ٢) (١٢، ٢) (١٣، ٢) (١٤، ٢)	١٠ (٢١٪)
الثالث	تفكير تناسبي شكلي	- تنفيذ التناسب باستخدام المتغيرات. - الحل باستخدام علاقة الضرب الاتجاهي أو الكسور المتكافئة. - الفهم الكامل للعلاقات الثابتة وعلاقات التغاير. - استخدام التفكير الدالي.	(١٥، ٥) (١٦، ٢) (١٧، ٢) (١٨، ٢) (١٩، ٢) (٢٠، ٣)	١٦ (٣٣٪)
الإجمالي			٤٨ (١٠٠٪)	

وللتحقق من صدق المحتوى، فقد تم طلب تحكيم نسخة من الاختبار في صورته الأولية مرفقاً بها جدول المواصفات على مجموعة من الأساتذة المتخصصين في المناهج وطرق تدريس الرياضيات أو القياس والتقويم أو اللغة العربية لاستطلاع آرائهم حول مناسبة مفردات الاختبار: علميا أو لغويا أو لتلاميذ الصف السادس الابتدائي أو طبقاً لمستويات التفكير التناسبي، وتم إجراء بعض التعديلات على الصياغة اللغوية لبعض مفردات الاختبار التي أكّد عليها المحكمون.

وللتحقق من مناسبة الاختبار للتطبيق وحساب ثباته والزمن المناسب للتطبيق، فقد تم تطبيق الاختبار استطلاعياً على عينة استطلاعية (فصل ٤/٦، ن=٤٤ تلميذاً) خلال الفصل الدراسي الثاني من العام الدراسي ٢٠١٥-٢٠١٦م بمدرسة جلال الدين الابتدائية المشتركة – إدارة شرق المحلة الكبرى التعليمية، وحسب الزمن المناسب لحل الاختبار فوجد أن متوسط الزمن لأداء التلاميذ يساوي ١٠٠ دقيقة تقريبا، كما تم حساب ثبات الاختبار بطريقة إعادة الاختبار على نفس العينة الإستطلاعية بفارق ١٥ يوم، وكانت قيمة متوسط معامل الثبات للاختبار تساوي (٠,٦٦) وهي قيمة مناسبة.

وأصبح اختبار التفكير التناسبي في صورته النهائية (ملحق (١)) ويتكون من ٢٠ سؤالاً ودرجته العظمى ٥٠ درجة وزمن الإجابة عنه تساوي ١٠٠ دقيقة، ويمكن اعتبار أن التلميذ: عند المستوى صفر إذا حصل على درجة (من صفر درجة إلى ١١ درجة)، وعند المستوى الأول إذا حصل على درجة (من ١٢ درجة إلى ٢٢ درجة)، وعند المستوى الثاني إذا حصل على درجة (من ٢٣ درجة إلى ٣٢ درجة)، وعند المستوى الثالث إذا حصل على درجة (من ٣٣ درجة إلى ٤٨ درجة).

ب. اختبار التحصيل:

أعد اختبار التحصيل من نوع اختبار الورقة والقلم بهدف عقد المقارنات بين مجموعتي الدراسة واختبار فروضها، وتمثل الهدف منه في قياس التحصيل في الوحدتين: الأولى "النسبة"، والثانية "التناسب" من كتاب الرياضيات – الفصل الدراسي الأول – لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي.

وتم إعداد الاختبار باتباع الخطوات التالية: تحليل محتوي الوحدتين الأولى "النسبة"، والثانية "التناسب" طبقاً للتصنيف (مفاهيم، تعميمات، حل مشكلات) والتأكد من ثبات التحليل بإعادة التحليل بفاصل ١٥ يوما، حيث وصل الاتفاق بين التحليلين إلى ٩٤٪، علماً بأن تلك الموضوعات تستغرق حوالي ٣ أشهر (أكتوبر ونوفمبر وديسمبر) بمعدّل ٣٦-٤٠ حصة تقريباً طبقا للخطة التدريسية المعتمدة،ووضع مخططاً لجدول المواصفات بناء على المساحة التي يشغلها كل موضوع بالكتاب وأهميته النسبية وتحليل محتواه والأبعاد المعرفية (تذكر، تطبيق، حل مشكلات)، ومن ثم كتبت مفردات الاختبار بصورة أولية، ويوضح ذلك كل من: جدول (٢) تحليل المحتوي للوحدة الأولى "النسبة"، وجدول (٣) تحليل المحتوى للوحدة الثانية "التناسب"، وجدول (٤) جدول المواصفات للوحدتين معاً.

جدول (٢): تحليل محتوى الوحدة الأولى "النسبة"

الدروس	تحليل المحتوى		
	مفاهيم	تعميمات	حل مشكلات
١. معنى النسبة	النسبة	- النسبية بين عدد وآخر = العددالأول / العددالثاني	تدريب١ – ص٢ تدريبات٢، ٣، ٤ –

			ص٣
٢. خصائص النسبة		- النسبة لها نفس خصائص الكسر الاعتيادي من حيث الاختصار والتبسيط والمقارنة. - حدا النسبة يجب أن يكونا عددين صحيحين. - عند مقارنة كميتين لتكوين نسبة بينهما يجب أن تكون وحدة قياسهما من نفس النوع. - النسبة بين مقدارين من نفس النوع عدد ليس له وحده (أي لا تمييز لها).	مثال١، ٢– ص٥ مثال٣، تدريب١– ص٦ مثال٤، تدريب٢، ٣، ٤، ٥ – ص٧
٣. تدريبات متنوعة على النسبة وخواصها			مثال١– ص ص٨-٩ مثال٢ – ص٩ مثال٣ – ص١٠ مثال٤، تدريب – ص١١
٤. النسبة بين ثلاثة أعداد			مثال١، ٢– ص ص١٢-١٣ مثال٣ – ص ص١٣-١٤ مثال٤– ص١٤
٥. تطبيقات على النسبة (المعدّل)	المعدّل، معدّل الوحدة	- المعّدل هو النسبة بين كميتين مختلفتين. - معدّل الوحدة هو عدد وحدات الكمية الأولى لكل وحدة من الكمية الثانية.	تدريب/ مثال– ص١٦

جدول (٣): تحليل محتوى الوحدة الثانية "التناسب"

الدروس	تحليل المحتوى		
	مفاهيم	تعميمات	حل مشكلات
١. معنى التناسب	التناسب	- التناسب هو تساوى نسبتين أو أكثر.	تدريب١، مثال١– ص١٩ تدريب٢، مثال٢ – ص٢٠
٢. خواص التناسب		- يمكن تكوين تناسب بمعلومية نسبة واحدة، بضرب (أو قسمة) حدي النسبة في (على) عدد لا يساوي الصفر. - لأي علاقة تناسب فإن حاصل ضرب الطرفين يساوي حاصل ضرب الوسطين. - عند مقارنة كميتين لتكوين نسبة بينهما يجب أن تكون وحدة قياسهما من نفس النوع. - النسبة بين مقدارين من نفس النوع عدد ليس له وحده (أي لا تمييز لها).	تدريب١، ٢– ص٢٢ تدريب٣– ص ص٢٢–٢٣ مثال١– ص٢٣ مثال٢، ٣– ص ص٢٤–٢٥ مثال٤– ص٢٥
٣. مقياس الرسم	مقياس الرسم	- مقياس الرسم = $\frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الرسم في الحقيقة}}$. - إذا كان مقياس الرسم >١ يدل على التكبير، وإذا كان مقياس الرسم <١ يدل على التصغير.	مثال١– ص ص٢٦–٢٧ مثال٢ – ص٢٧ مثال٣، تدريب – ص٢٨
٤. التقسيم التناسبي	التقسيم التناسبي	- التقسيم التناسبي هو شئ ما (نقود – أراضي – أوزان ...) بنسبة معلومة.	مثال١، ٢– ص ص٢٩–٣٠ مثال٣ – ص ٣٠ مثال٤– ص٣١ مثال٥– ص ص٣١– ٣٢

			تدريب– ص٣٢
٥. حساب المائة	النسبة المئوية	- النسبة المئوية هي نسبة حدها الثاني ١٠٠ ويرمز لها بالرمز %. - خطوات تحويل النسبة المئوية إلى كسر إعتيادي. - خطوات تحويل الكسر الإعتيادي إلى نسبة مئوية.	تدريب١– ص ص٣٣ تدريب٢– ص ص٣٤ مثال١، تدريب٣ – ص٣٥ مثال٢– ص ص٣٥– ٣٦ تدريب٤، مثال٣– ص٣٦
٦. تطبيقات على حساب المائة			مثال١، ٢، تدريب١– ص ٣٧ تدريب٣– ص٣٨ مثال٤ – ص ص٣٨– ٣٩ مثال٥، تدريب٢، ٣– ص٣٩ تدريب٤، مثال٦– ص٤٠

جدول (٤): جدول مواصفات اختبار التحصيل للوحدتين "النسبة و"التناسب"

موضوعات الوحدتين	المستويات المعرفية			مجموع الدرجات
	أسئلة تذكر	أسئلة تطبيق	أسئلة حل مشكلات	
١. معنى النسبة	١-١	١-٢		٢
٢. خصائص النسبة		٢-٢		١
٣. تدريبات متنوعة على النسبة وخواصها		٢-٣، ٢-٤	١-٣	٣
٤. النسبة بين ثلاثة أعداد		٢-٥	٢-٣	٢
٥. تطبيقات على النسبة (المعدّل)	١-٢، ١-٣	٢-٦	٣-٣	٤
٦. معنى التناسب	١-٥	٢-٧		٢
٧. خواص التناسب		٢-٨	٣-٤	٢
٨. مقياس الرسم		٢-٩	٣-٥	٢
٩. التقسيم التناسبي	١-٤	٢-١٠	٣-٦	٣
١٠. حساب المائة	١-٦	٢-١١		٢
١١. تطبيقات على حساب المائة		٢-١٢	٣-٧	٢
١٢. المجموع	٦ .١٣	١٢ .١٤	٧ .١٥	٢٥ .١٦

وتم حساب صدق المحتوى عن طريق إعطاء نسخة من الاختبار في صورته الأولية مرفقاً معها جدول المواصفات ونسخة إلكترونية من الوحدتين من كتاب الرياضيات – للصف السادس الابتدائي طبعة ٢٠١٦/٢٠١٧م (المتاح على موقع وزارة التربية والتعليم المصرية) إلى مجموعة من أعضاء هيئة التدريس المتخصصين في المناهج وطرق تدريس الرياضيات، ومجموعة من أعضاء هيئة التدريس المتخصصين في القياس والتقويم لاستطلاع آرائهم حول مدى مناسبة مفردات الاختبار علمياً ولغوياً ولمستوى تلاميذ الصف السادس الابتدائي، وتم إجراء بعض التعديلات على صياغة بعض المفردات التي أشار إليها المحكمون.

وللتحقق من مناسبة الاختبار للتطبيق وحساب ثباته والزمن المناسب للتطبيق، فقد تم تطبيق الاختبار استطلاعياً على عينة استطلاعية (فصل ٤/٦، ن=٤٤ تلميذاً) خلال

الفصل الدراسي الثاني من العام الدراسي ٢٠١٥-٢٠١٦م بمدرسة جلال الدين الابتدائية المشتركة – إدارة شرق المحلة الكبرى التعليمية، وحسب الزمن المناسب لحل الاختبار فوجد أن متوسط الزمن لأداء التلاميذ يساوي ٧٥ دقيقة تقريباً، كما تم حساب ثبات الاختبار بطريقة إعادة الاختبار على نفس العينة الإستطلاعية بفارق ١٥ يوم، وكانت قيمة متوسط معامل الثبات للاختبار تساوي (٠,٧٧) وهي قيمة مناسبة.
وأصبح اختبار التحصيل في صورته النهائية (ملحق (٢)) ويتكون من ٣ أسئلة من نوع الإجابات القصيرة (اختيار من متعدد) ودرجته العظمى ٢٥ درجة وزمن الإجابة عنه يساوي ٧٥ دقيقة.

ثالثاً: إجراءات الدراسة:

- اختيرت العينة الأساسية للدراسة بطريقة عشوائية من تلاميذ مدرسة جلال الدين الابتدائية المشتركة – إدارة شرق المحلة الكبرى التعليمية، وتكونت من فصلين مثلا المجموعة التجريبية (استخدام الممارسات الداعمة لمعايير النسبة والتناسب)، والأخرى المجموعة (الطريقة المعتادة والتي عادة تركز على حل المسائل دون الاهتمام بمعايير النسبة والتناسبية والممارسة الرياضية)، وقام بالتدريس لمجموعتي الدراسة معلم من المدرسة تم الاجتماع والتواصل المستمر ومتابعته لضمان استيعاب مهامه المطلوب منه خلال تنفيذ تجربة الدراسة بعد إمداده بالدروس في صورتها المطلوبة ومناقشتها معه.
- تطبيق أدوات الدراسة قبل دراسة تلاميذ عينة الدراسة للوحدتين الأولى "النسبة" والثانية "التناسب" من كتاب رياضيات الصف السادس الابتدائي – الفصل الدراسي الأول، وتضمنت اختبار التفكير التناسبي واختبار التحصيل، وذلك بهدف التحقق من تقارب المجموعتين في مستويات التفكير التناسبي والتحصيل، ويعرض جدول (٥) حساب دلالة الفرق بين متوسطي مجموعتي الدراسة علي كل من: اختبار التفكير التناسبي، واختبار التحصيل قبل بداية التجربة باستخدام اختبار ت T-Test بين مجموعتين مستقلتين.

جدول (٥): حساب دلالة الفرق بين متوسطي مجموعتي الدراسة في القياسات القبلية باستخدام اختبار ت T-Test بين عينتين مستقلتين

الاختبار	المجموعة	المتوسط	الانحراف المعياري	اختبار "ت"		
				ت	الدلالة	الدلالة عند ≤ ٠,٠٥
التفكير التناسبي	تجريبية	٤,٢٤	٣,٦١	٠,٥٣	٠,٥٩٥	غير دالة
	ضابطة	٧,٩٠	٢,٦٦			
التحصيل	تجريبية	٢,٤١	٢,٤١	١,٢٧	٠,٢٠٨	غير دالة
	ضابطة	٢,٤٩	٢,٤٩			

يتضح من جدول (٥) أنه لم يصل الفرق بين متوسطي مجموعتي الدراسة إلى مستوى الدلالة الإحصائية فى كل من: متوسطي درجاتهم القبلي في اختبار التفكير التناسبي، ومتوسطي درجاتهم القبلي في اختبار التحصيل؛ مما يشير إلى إلى وجود تجانس بين المجموعتين التجريبية والضابطة فى: مستويات التفكير التناسبي، والتحصيل قبل إجراء تجربة الدراسة.

إجراءات تجربة الدراسة

١) الإعداد لتنفيذ تجربة الدراسة عن طريق: أخذ موافقة إدارة المدرسة، وإجراء لقاء مع تلاميذ المجموعة التجريبية (فصل ٢/٦، ن = ٥٠) لتقديم نبذة عن تجربة الدراسة وأهميتها لهم وأخذ موافقة التلاميذ على إجراء التجربة، وتشكيل مجموعات تعاونية منهم لمقابلة الأنشطة التي تتطلب ذلك.

٢) مراعاة تعليمات مهمة خلال تعليم الدروس ومنها: عرض أهمية التفكير التناسبي واستخداماته وفوائده، عرض بعض المواقف المتضمنة استخدام وتطبيق معدّل الوحدة وذكر الفائدة من ذلك، عرض بعض الأمثلة وكيفية معالجتها.

٣) تحديد عناصر الدروس بالوحدتين الأولى"النسبة" والثانية "التناسب" باستخدام الممارسات الداعمة لمعايير النسبة والتناسب لتلاميذ المجموعة التجريبية كالتالي (ملحق (3): نماذج من دروس المجموعة التجريبية)، والتي روعي فيها ربط أهداف كل درس بمعايير النسبة والتناسبية ومعايير الممارسة الرياضية المناسبة لعناصر الدرس، وتضمين أنشطة تساعد على إمكانية تطبيق المفاهيم الأساسية المهمة ومناقشتها بطريقة ثرية تفعّل نشاط التلاميذ وتفاعلهم وتعاملهم ببراعة كبيرة مع المهام المطلوبة منهم بانتقاء الأسئلة الموجهة للصف والحديث عن إفادتهم والتحديات والعقبات التي واجهوها مع الحفاظ على الوقت المحدد، وتضمنت العناصر:

أ. تحديد الوحدة وعنوانها، والدرس وعنوانه، وعدد الحصص (الفترات) والزمن التقديري.

ب. كتابة بعض أو كل معايير الممارسة الرياضية المناسبة للدرس، عن طريق تحليل الدرس وعمليات التعليم والتعلم سواء على مستوى الإجراءات أو نواتج التعلم.

ج. كتابة معايير محتوى الدرس والتي تشير إلى معايير علاقات النسب والتناسبية الملائمة لكل درس على حده.

د. كتابة أهداف الدرس وأسئلته الأساسية، وتحديد الاستراتيجيات والمواد المطلوبة، وشكل تنظيم التلاميذ.

ه. تحديد أخطاء التلاميذ المتوقع حدوثها خلال عمليات تعلم الدرس.

و. كتابة إجراءات الدرس وأنشطته وزمن كل نشاط.

ز. تقديم ملخص للدرس وبعض الأنشطة الإضافية (الإثرائية).
ح. تصميم أنشطة للواجب المنزلي.

ويوضح جدول (٦) توزيع دروس النسبة والتناسب على معايير المحتوى (النسبة والتناسبية) ومعايير العمليات (الممارسة الرياضية).

جدول(٦): توزيع دروس النسبة والتناسب على معايير المحتوى (النسبة والتناسبية) ومعايير العمليات (الممارسة الرياضية)

الوحدة	الموضوعات	معايير النسبة والتناسبية						معايير الممارسة الرياضية							
		١	٢	٣	٤	٥	٦	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
الوحدة الأولى	١. معنى النسبة	√						√	√				√	√	
	٢. خصائص النسبة	√						√	√	√			√		√
	٣. تدريبات متنوعة على النسبة وخواصها	√		√				√	√		√		√		
	٤. النسبة بين ثلاثة أعداد	√		√				√		√			√	√	
	٥. تطبيقات على النسبة (المعدّل)		√	√	√			√	√	√			√		√
الوحدة الثانية	٦. معنى التناسب			√	√	√				√	√				
	٧. خواص التناسب														
	٨. مقياس الرسم	√			√		√	√	√	√	√		√		
	٩. التقسيم التناسبي				√	√	√	√	√	√	√		√		
	١٠.حساب المائة	√	√				√	√	√		√		√	√	√
	١١.تطبيقات على حساب المائة	√		√	√	√	√	√	√	√	√		√		√

٤) قدمت دروس الوحدتين الأولى "النسبة" والثانية "التناسب" لتلاميذ المجموعة الضابطة (فصل ٣/٦، ن = ٥٢) بالطريقة المعتادة والتي عادة تركز على حل المسائل دون الاهتمام بمعايير النسبة والتناسبية أو الممارسة الرياضية.

٥) التطبيق البعدي لأدوات الدراسة (اختبار التفكير التناسبي، اختبار التحصيل) بعد الانتهاء من تدريس الوحدتين الأولى "النسبة" والثانية "التناسب" على تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة.

رابعاً: طريقة تحليل البيانات والمنهج والتصميم التجريبي في الدراسة

تضمنت طرق معالجة البيانات: حساب بعض الإحصاءات الوصفية للعينات (المتوسط الحسابي والانحراف المعياري)، وحساب دلالة الفرق بين متوسطي مجموعتين مستقلتين باستخدام اختبار ت Independent T-Test ، وحساب دلالة الفرق بين متوسطي مجموعتين مرتبطتين باستخدام اختبار ت Paired (dependent) T-Test، وحساب حجم التأثير Size Effect، واستخدام تمثيل بياني (الرسم البياني الصندوقي box plot، ورسم شكل الانتشار scatter diagram)، واستخدم في ذلك برنامج Minitab17. كما استخدم المنهج شبه التجريبي لقياس تأثير المتغير المستقل (استخدام الممارسات الداعمة لمعايير النسبة والتناسب) على المتغيرات التابعة (التفكير التناسبي، التحصيل)، والتصميم التجريبي المستخدم للدراسة كان من النوع Pretest-posttest Control Group Design.

عرض النتائج ومناقشتها وتفسيرها:

أولاً: النتائج الخاصة بقياسات مجموعتي الدراسة على اختبار التفكير التناسبي ومناقشتها:

للإجابة عن السؤال الأول للدراسة، تم اختبار صحة الفرض الصفري الأول باستخدام اختبار ت للعينات المستقلة Independent Samples T Test للكشف عن دلالة الفرق بين متوسطي درجات مجموعتي الدراسة في التطبيقات البعدية لاختبار التفكير التناسبي (درجته العظمى= ٤٨)، ويعرض جدول (٧) ملخصاً للإحصاء الوصفي وحساب دلالة الفرق .

جدول (٧)

نتائج تطبيق اختبار "ت" لعينتين مستقلتين بين متوسطي درجات مجموعتي الدراسة في التطبيق البعدي لاختبار التفكير التناسبي

المجموعة	المتوسط	الانحراف المعياري	اختبار "ت"		
			ت	الدلالة	الدلالة عند ≤ ٠,٠٥
تجريبية	٣٣,٥٨	٦,٨١	١٩,١٠	٠,٠٠٠	دالة
ضابطة	٩,٩٢	٥,٦١			

يتضح من جدول (٧) وجود فرق دال إحصائيا (عند مستوى ≤ ٠,٠٥) بين تلاميذ مجموعتي الدراسة في التطبيق البعدي لاختبار التفكير التناسبي لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية (المجموعة ذات المتوسط الأكبر).

بناء على النتائج السابقة (من جدول (٧)) يمكن رفض الفرض الصفري الأول فيما يتعلق بنتائج التطبيق البعدي لاختبار التفكير التناسبي، مما يشير إلى وجود دلائل إيجابية بشأن مستويات التفكير التناسبي لدى تلاميذ المجموعة التجريبية مقارنة بأداء تلاميذ المجموعة الضابطة.

ولمعرفة مدي دلالة الفروق الإحصائية بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية في اختبار التفكير التناسبي قبل وبعد التجربة، تم استخدام اختبار ت للمجموعات المرتبطة Paired-Samples T Test ، ويعرض جدول (٨) نتائج هذا التحليل.

جدول (٨)

نتائج تطبيق اختبار ت لعينتين مرتبطين بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في تطبيق اختبار التفكير التناسبي قبل وبعد التجربة

التطبيق	المتوسط	الانحراف المعياري	اختبار "ت"		
			ت	الدلالة	الدلالة عند ≤ ٠,٠٥
قبل	٨,٢٤	٣,٦١	٢١,٤٢	٠,٠٠٠	دالة
بعد	٣٣,٥٨	٦,٨١			

توضح نتائج جدول (٨) أن هناك مؤشرات ايجابية دالة إحصائياً (عند مستوى ≤٠,٠٥) فى نتائج تلميذات المجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لاختبار التفكير التناسبي مقارنة بالتطبيق القبلي (انظر قيم متوسطات درجات تلميذات المجموعة التجريبية القبلية والبعدية فى اختبار التفكير التناسبي جدول (٨)).

يشير جدول (٨) إلى أن قيمة النسبة التائية دالة إحصائياً، ولحساب حجم التأثير (درجة العلاقة) القائمة بين المتغيرين وهو يساوي ت^{٢}/(ت^{٢}+درجات الحرية)(علام ، ٢٠٠٥: ٢٠٧-٢٠٨)، ولإيجاد قوة العلاقة بين المتغيرين المستقل والتابع تم حساب حجم التأثير = ٠,٨١؛ الذي يعني أن ٨١٪ من تباين درجات تلاميذ المجموعة التجريبية فى اختبار التفكير التناسبي– تُعزى إلي المتغير المستقل ،في حين ما قيمته ١٩٪ من التباين لذات الاختبار لا يعزى إلى تدخل المتغير المستقل وإنما لعوامل أخرى خارج حدود الدراسة.

ومن ثم يمكن القول بأن حجم تأثير المتغير المستقل (استخدام الممارسات الداعمة لمعايير النسبة والتناسب) قد ساهم بنسبة معقولة فى تحسين مستويات التفكير التناسبي لدى تلاميذ المجموعة التجريبية بصرف النظر عن العوامل الأخرى .

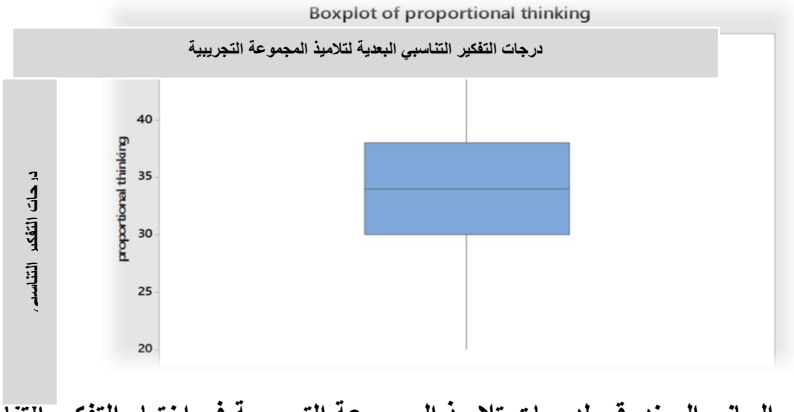
وبناء على ما سبق، يمكن القول بأنه يوجد مؤشرات مناسبة نتيجة استخدام الممارسات الداعمة لمعايير النسب والتناسب أدت إلى تحسين مستويات التفكير التناسبي لدى تلاميذ المجموعة التجريبية، وأكد وجود تلك المؤشرات مقدار حجم التأثير(٨١ %).

ولفحص مدى نمو مستويات التفكير التناسبي لدى تلاميذ المجموعة التجريبية، بناء على درجات اختبار التفكير التناسبي البعدية لتلاميذ المجموعة التجريبية:

١. المستوى صفر (تفكير غير تناسبي) يمثّل ١١ درجة من ٤٨، لذا يمكن اعتبار التلاميذ الحاصلين على درجات من صفر إلى ١١ درجة يقعون في هذا المستوى.

٢. المستوى الأول (تفكير تناسبي غير شكلي/تفكير غير كمي) يمثّل ١١ درجة من ٤٨ درجة، لذا يمكن اعتبار التلاميذ الحاصلين على درجات من ١٢ إلى ٢٢ درجة يقعون في هذا المستوى.
٣. المستوى الثاني (التفكير الكمي) يمثّل ١٠ درجات من ٤٨ درجة، لذا يمكن اعتبار التلاميذ الحاصلين على درجات من ٢٣ إلى ٣٢ درجة يقعون في هذا المستوى.
٤. المستوى الثالث (التفكير تناسبي غير شكلي) يمثّل ١٦ درجات من ٤٨ درجة، لذا يمكن اعتبار التلاميذ الحاصلين على درجات من ٣٣ إلى ٤٨ درجة يقعون في هذا المستوى.

وبناء على التصنيف السابق، والرسم البياني الصندوقي Box plot (شكل (١)) لدرجات تلاميذ المجموعة التجريبية في اختبار التفكير التناسبي (أقل قيمة =٢٦، الإرباعي الأول=٣٠، الإرباعي الثاني=٣٤، الإرباعي الثالث=٣٨، أكبر درجة=٤٦)



شكل (١) الرسم البياني الصندوقي لدرجات تلاميذ المجموعة التجريبية في اختبار التفكير التناسبي البعدي

يتضح من شكل (١) أن الرسم البياني الصندوقي يلتوي ناحية اليسار left skewed، مما يعنى أن غالبية درجات تلاميذ المجموعة التجريبية تميل ناحية الدرجات المرتفعة في الاختبار البعدي للتفكير التناسبي، كما يدل أن ٧٥٪ من عدد تلاميذ المجموعة التجريبية حصلوا على درجات أكبر من أو تساوي ٣٠ (يقعون في نهاية درجات المستوى الثاني من مستويات التفكير التناسبي)، وأن ٥٠٪ من درجات تلاميذ المجموعة التجريبية حصلوا على درجات أكبر من أو تساوي ٣٤ درجة (يقعون في المستوى الثالث من مستويات التفكير التناسبي)، وأن أقل درجة حصل عليها أي من

تلاميذ المجموعة التجريبية في اختبار التفكير التناسبي تساوي بأن تلاميذ ٢٦ درجة (يقعون في المستوى الثاني) من مستويات التفكير التناسبي.
بناء على ما سبق فإن تلاميذ المجموعة التجريبية حققوا مستويات تفكير تناسبي تراوحت بين المستوى الثاني والمستوى الثالث.
ويمكن تفسير النتيجة السابقة، بأن استخدام الممارسات الداعمة لمعايير النسبة والتناسب في تعليم النسبة والتناسب ساهم في توفير بيئة تعلم نشطه، تمثلت في تنفيذ أنشطة متسلسلة تقابل معايير محددة للنسبة والتناسب راعت مستويات التلاميذ المعرفية، وأكدت على بعض الممارسات الرياضية المناسبة لكل درس والتي ظهرت جلياً خلال الممارسات الإجرائية عبر الأنشطة بالدروس المقدمة للتلاميذ والوصول إلى نواتج تعلم حققت تلك المعايير بصورة ملموسة، كما أن توقع أخطاء التلاميذ حوّلت المواقف التدريسية داخل حجرة الدراسة إلى تعلم حقيقي والذي بدوره رسخ المفاهيم الرياضية الصحيحة، وتنوع تنظيم بيئة حجرة الدراسة ما بين التعلم التعاوني والفردي والجماعي عبر الأنشطة المتنوعة ساعد التلاميذ في التركيز والانتباه وزيادة المشاركة كماً وكيفاً وتحسين التفاعل التعلمي والاستفادة من الآراء المختلفة.
وساعد تحديد الأسئلة الرئيسية المحورية لكل درس، على تصحيح مسارات التفكير وجعل بؤرتها تحقيق معايير المحتوى (النسبة والتناسب) وظهور بعض أبعاد الممارسات الرياضية بصورة جلية واضحة خلال المناقشات داخل حجرة الدراسة.
ويمكن تفسير وصول تلاميذ المجموعة التجريبية إلى مستويات عالية التفكير التناسبي، ربما لأنهم اكتسبوا المهارات اللازمة لحل مشكلات التفكير التناسبي خلال تعليم موضوعات النسبة والتناسب، ولأن اختبار التفكير التناسبي لم يكن متحرراً من المحتوى مما ساعد في وصول التلاميذ لمستويات عالية فيه، وإذا ما طبق بعض اختبارات التفكير التناسبي المتحررة من المحتوى ربما ستنخفض نتيجة التلاميذ.
وتتفق نتيجة الدراسة حول التأثير الإيجابي لاستخدام الممارسات الداعمة لمعايير النسبة والتناسب على مستويات التفكير التناسبي مع عدد من الدراسات منها: (الصبحي، ٢٠١٣) (Nutsch, 2009)(Parish, 2010) (ربابعة، ٢٠٠٧).

ثانياً: النتائج الخاصة بقياسات مجموعتي الدراسة على اختبار التحصيل ومناقشتها:
للإجابة عن السؤال الثاني للدراسة، تم اختبار صحة الفرض الصفري الثاني باستخدام اختبار ت للعينات المستقلة Independent Samples T Test للكشف عن دلالة الفرق بين متوسطي درجات مجموعتي الدراسة في التطبيقات البعدية لاختبار التحصيل (درجته العظمى= ٢٥)، ويعرض جدول (٩) ملخصاً للإحصاء الوصفي وحساب دلالة الفرق .

جدول (٩)

نتائج تطبيق اختبار "ت" لعينتين مستقلتين بين متوسطي درجات مجموعتي الدراسة في التطبيق البعدي لاختبار التحصيل

المجموعة	المتوسط	الانحراف المعياري	اختبار "ت"		
			ت	الدلالة	الدلالة عند ≤ ٠,٠٥
تجريبية	٢٠,٢٢	٣,٧٣	٧,٢٧	0.000	دالة
ضابطة	١٣,٤٠	٥,٥٩			

يتضح من جدول (٩) وجود فرق دال إحصائيا (عند مستوى ≤ ٠,٠٥) بين متوسطي درجات مجموعتي الدراسة في التطبيق البعدي لاختبار التحصيل لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية (المجموعة ذات المتوسط الأكبر).

وبناء علي النتائج السابقة (من جدول (٩)) يمكن رفض الفرض الصفري الثاني فيما يتعلق بنتائج التطبيق البعدي لاختبار التحصيل، مما يعني وجود دلائل ايجابية في التحصيل لدى تلاميذ المجموعة التجريبية مقارنة بأداء تلاميذ المجموعة الضابطة.

ولمعرفة مدي دلالة الفروق الإحصائية بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية في اختبار التحصيل قبل وبعد التجربة، تم حساب استخدام اختبار ت للمجموعات المرتبطة Paired-Samples T Test ، ويعرض جدول (١٠) نتائج هذا التحليل.

جدول (١٠)

نتائج تطبيق اختبار ت لعينتين مرتبطين بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في تطبيق اختبار التحصيل قبل وبعد التجربة

التطبيق	المتوسط	الانحراف المعياري	اختبار "ت"		
			ت	الدلالة	الدلالة عند ≤ ٠,٠٥
قبل التجربة	٦,٥٠	٢,٤١	١٩,٩٤	0.000	دالة
بعد التجربة	٢٠,٢٢	٣,٧٢			

توضح النتائج المعروضة في جدول (١٠) وجود مؤشرات ايجابية دالة إحصائياً (عند مستوى ≤٠,٠٥) فى نتائج تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لاختبار التحصيل مقارنة بالتطبيق القبلي (انظر قيم متوسطات درجات تلاميذ المجموعة التجريبية القبلية والبعدية فى اختبار التحصيل جدول (١٠)).

ويبين جدول (١٠) أن قيمة النسبة التائية دالة إحصائياً، ولحساب حجم التأثير (درجة العلاقة) بين المتغيرين (المستقل والتابع) تم حساب حجم التأثير = ٠,٨٠؛ الذي يعني أن ٨٠٪ من تباين درجات تلاميذ المجموعة التجريبية فى اختبار التحصيل– تُعزى إلي المتغير المستقل ،في حين ما قيمته ٢٠٪ من التباين لذات الاختبار لا يعزى إلى تدخل المتغير المستقل وإنما لعوامل أخرى خارج حدود الدراسة .

ومن ثم يمكن القول بأن حجم تأثير المتغير المستقل (استخدام الممارسات الداعمة لمعايير النسب والتناسب) قد ساهم بنسبة جيدة فى تحسين التحصيل لدى تلاميذ المجموعة التجريبية بصرف النظر عن العوامل الأخرى خارج حدود الدراسة.
وبناء على ما سبق، فهناك مؤشرات مناسبة ناتجة عن تطبيق الممارسات الداعمة لمعايير النسبة والتناسب على تحسين التحصيل لدى تلاميذ المجموعة التجريبية، حيث وصل حجم تأثيرها إلى نسب جيدة بصرف النظر عن العوامل الأخرى.
ويمكن تفسير النتيجة المتعلقة بتحسين التحصيل، بأن التلاميذ شعروا بكم مناسب من الأنشطة المتنوعة والتي تضم كافة جوانب وعناصر تعلم الدرس، كما احتوى الدرس أنشطة تدريبية وإثرائية وتلخيص له، وساعدتهم تلك الأنشطة على إتقان الدرس بما يحويه من مفاهيم وتعميمات وحل مشكلات، كما أن جودة مشاركات التلاميذ على المستوى التعاوني أو الفردي أو الجماعي صححت بعض المفاهيم الخاطئة والتغلب على بعض الصعوبات التي واجهت التلاميذ عند حل المشكلات عبر المناقشات وعروض أعمال المجموعات داخل حجرة الدراسة،وكانت بيئة التعلم مشجعة على سبر أغوار غالبية الفجوات المعرفية لدى التلاميذ وتعميق الفهم والممارسة الناجحة لعمليات تعلم الرياضيات والوصول إلى معايير عالية من البراعة الرياضية لدى كل تلميذ.
بالإضافة إلى ما تقدم، فاستخدام وسائل تقويم متنوعة وأصيلة عبر مواقف واقعية، زاد حافز التلاميذ ودوافعهم ورغبتهم في الاستيعاب وسرعة انجاز المهام التعليمية المطلوبة منهم والحرص على أدائها بأفضل شكل ممكن دون خوف أو تردد.

ثالثاً: النتائج الخاصة بقياسات العلاقة الارتباطية بين التفكير التناسبي والتحصيل لدى تلاميذ المجموعة التجريبية ومناقشتها

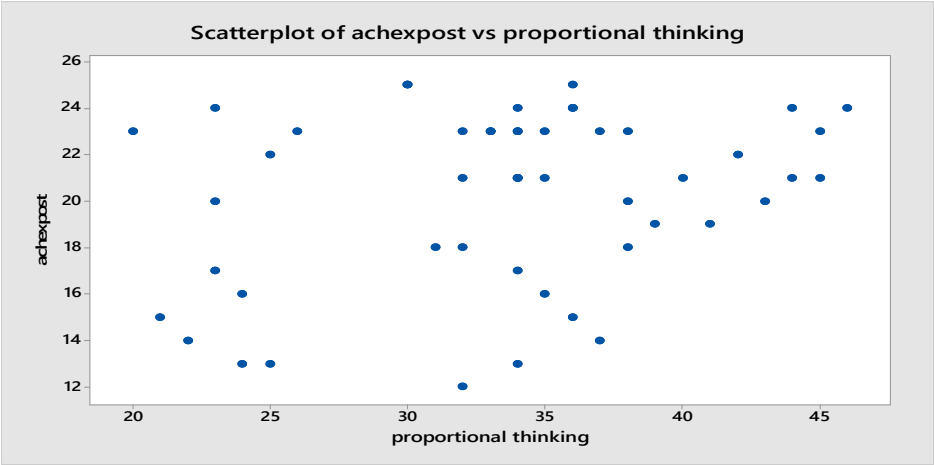
للإجابة عن السؤال الثالث من أسئلة الدراسة، تم اختبار صحة الفرض الصفري الثالث باستخدام اختبار دلالة معامل ارتباط بيرسون Pearson Correlation Test للكشف عن معامل الارتباط بين درجات التطبيق البعدي لكل من التفكير التناسبي والتحصيل لدى تلاميذ المجموعة التجريبية، ويعرض جدول (١١) نتائج اختبار دلالة معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرات التابعة الثلاثة.

جدول (١١)
نتائج اختبار معامل ارتباط بيرسون للكشف عن العلاقة الارتباطية بين درجات تلميذات المجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لأدوات الدراسة

	التفكير التناسبي	مستوى الدلالة	الدلالة عند ≤ ٠,٠٥
التحصيل	٠,٢٩	٠,٠٤٥	دالة

يشير جدول (١١) إلى وجود علاقة ارتباطية موجبة وضعيفة ودالة إحصائياً عند مستوى دلالة (≤٠,٠٥) بين مفردات التفكير التناسبي والتحصيل، لذا يمكن رفض الفرض الصفري الثالث.

ويمكن تفسير وجود علاقة ضعيفة بين التفكير التناسبي والتحصيل، إلى أن كلا المتغيرين قد تحسّن لدى تلاميذ المجموعة التجريبية ولكن بغير اقتران كافٍ بسبب أن التحصيل العالي لا يعني عادة الوصول إلى تفكير عالي وإن اشتركا في نفس المحتوى "النسبة والتناسب"، بالإضافة إلى أن العلاقة بين المتغيرين "التفكير التناسبي، التحصيل" ربما لم تكن خطية بدرجة كافية ليتم الكشف عنها باستخدام معامل الارتباط (انظر شكل (٢)).



شكل (٢): شكل الانتشار بين درجات تلاميذ المجموعة التجريبية البعدية (التفكير التناسبي، التحصيل)

توصيات ومقترحات الدراسة:

١. ضرورة تطوير مقررات الرياضيات في ضوء معايير الرياضيات المحورية المشتركةcommon core mathematics standards، سواء على مستوى موضوعات الرياضيات أو عملياتها.
٢. نشر ثقافة معايير الرياضيات المحورية المشتركة في قطاعات معلمي ومعلمات الرياضيات وأطراف العملية التعليمية كأولياء الأمور عن طريق عقد دورات وورش عمل لتدريبهم عليها وكيفية توظيفها داخل حجرة دراسة الرياضيات.
٣. الاهتمام بتفعيل الممارسات الرياضية mathematical practices داخل مختلف موضوعات الرياضيات، وتضمين أبعادها الملائمة في تحضير الدروس، وتحديد

الإجراءات والنواتج التعليمية لكل درس بدقة وربطها بأحد أبعاد الممارسات الرياضية الثمانية.

٤. تطبيق الدراسة الحالية على موضوعات أخرى لصفوف أخرى مثل الأعداد النسبية، والمعادلات، والتشابه في الأشكال الهندسية ... والموضوعات المتطلبة لتطبيق معايير النسبة والتناسب، وأثرها على مستويات التفكير التناسبي.

٥. أثر استخدام استراتيجيات التفكير التناسبي على حس العمليات أو الحس العددي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية.

٦. بيان أثر استخدام الألعاب التعليمية التفاعلية على تنمية التفكير التناسبي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية.

٧. دراسة العلاقة بين أبعاد التفكير التناسبي والحس العددي على التحصيل لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية.

٨. دور التفكير التناسبي في فهم الجبر (التمثيلات الجبرية، حل المشكلات الجبرية، الاستدلال الجبري) لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية.

قائمة المراجع:

١) السواعي، عثمان نايف (٢٠٠٤): تأثير مجموعة من العوامل المتعلقة بسياق المسألة في الاستدلال التناسبي لطلاب المراحل التعليمية المختلفة، وإمكانية انتقال أثر التعلم من خبرة إلى أخرى. ***دراسات في المناهج وطرق التدريس***، ٩٤: ٢٠٢-٢٢٥.

٢) الصبحي، خليل عبدالله فراج (٢٠١٣): أثر برنامج تدريسي قائم على وظائف نصفي الدماغ في التفكير التناسبي وحل المشكلات التناسبية لدى طلاب المرحلة المتوسطة. ***رسالة ماجستير***، كلية التربية – جامعة طيبة، المملكة العربية السعودية.

٣) جرادات، هاني محمود (٢٠١٣): العلاقة بين التفكير الاحتمالي والتفكير التناسبي لدى طلاب المرحلة الثانوية في محافظة وادي الدواسر. ***المجلة العربية لتطوير التفوق***، ٤(٦): ٢٩-٥٢.

٤) ربابعة، حسان عبده محمد (٢٠٠٧): فعالية برنامج تدريبي قائم على استراتيجيات حل المسألة التناسبية في التفكير التناسبي والتحصيل في الرياضيات لطلبة المرحلة الأساسية المتوسطة في الأردن. ***رسالة دكتوراه***، كلية الدراسات التربوية العليا، جامعة عمان العربية، الأردن.

٥) عبد، إيمان رسمي (٢٠٠٩): مستويات الاستدلال التناسبي لدى طلبة المرحلة الأساسية العليا في الأردن. ***دراسات***، العلوم التربوية، ٣٦: ٢٨-٤٠.

٦) علام، صلاح الدين محمود (٢٠٠٥): ***الأساليب الإحصائية الاستدلالية فى تحليل بيانات البحوث النفسية والتربوية والاجتماعية (البارامترية واللابارامترية)***. القاهرة: الطبعة الأولى ، دار الفكر العربى.

7) Allain, A. (2000). Development of an instrument to measure proportional reasoning among fast-track middle school students. Master of Science, North Carolina state University. Retrievable from:

https://repository.lib.ncsu.edu/bitstream/handle/1840.16/805/etd.pdf?sequence=1&isAllowed=y

8) Avcu, R. and Avcu, S. (2010). 6th grade students` use of different strategies in solving ratio and proportion problems. ***Procedia Social and Behavioral Sciences***, 9: 1277-1281.

9) Boyer, T.W., Levine, S.C., and Huttenlocher, J. (2008). Development of proportional reasoning: where young children go wrong. ***Development Psychology***, 44(5): 1478-1490.

10) Classroom Educator (2012). Pay attention to proportional reasoning k-12. Queen`s printer for Ontario, Canada. Retrievable from: ***www.edu.gov.on.ca/studentsuccess/proportionReason.pdf***

11) Common core state standards Initiative (2016). Ratio and proportional relationships. Retrievable from ***http://www.corestandards.org/Math/Content/RP/***

12) Dooley, K. (2006). An investigation of proportional thinking among high school students. All Dissertations, Paper 17. In Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree Doctor of Philosophy Curriculum and Instruction. Retrievable from ***http://tigerprints.clemson.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1017&context=all_dissertations***

13) Lamon, S. J. (1999). ***More In-Depth Discussion of the Reasoning Activities in "Teaching Fractions and Ratios for Understanding"***. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

14) Lamon, S. J. (1999). ***Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers***. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

15) Lamon, S. J. (2005). ***MORE In-Depth Discussion of the Reasoning Activities in "Teaching Fractions and Ratios for Understanding"***. 1st Edition, Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

16) Lamon, S. J. (2012).***Teaching Fractions and Ratios for Understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers***. 1st Edition, Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

17) Mardis, M. A. (2015). ***The collection`s at the core***. California, USA: Libraries Unlimited.

18) McCallum, W. (2011). Standards for mathematical practice. Retrievable from ***https://static.pdesas.org/content/documents/M3grouping_mathematical_practices.pdf***

19) McIntosh, M. B. (2013). Developing proportional reasoning in middle school students. A master`s project submitted to the faculty of the university of Utah. Retrievable from ***Csme.utah.edu/wp-content/uploads/2013/06/Marcie-McIntosh.pdf***

20) Muschla, J. A., Muschla, G. R., and Muschla, E. (2012). ***Teaching the common core math standards with hands-on activities: grades 6-8***. USA: 1st Edition, Jossery-Bass Teacher.

21) National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). ***Principles and Standards for School Mathematics***. Reston, USA: NCTM.

22) Nutsch, R. M. (2009). Using ratio tables to encourage proportional reasoning. Master of science in Mathematics Education. Chico: California State University. Retrievable from:***http://csuchico-***

space.calstate.edu/bitstream/handle/10211.4/174/thesis-rita_nutsch.pdf?sequence=1

23) Orletsky, D.W. (2015). **The use of proportional reasoning and rational number concepts.** A dissertation presented in partial fulfillment of the requirements for the degree Doctor of Philosophy, Arizona State University. Retrievable from ***https://repository.asu.edu/attachments/150631/content/Orletsky_asu_0010E_14747.pdf***

24) Ortiz, A. M. (2015). Examining students proportional reasoning strategy levels as evidence of the impact of an in integrated LEGO robotics and mathematics learning experience. ***Journal of Technology Education***, 26(2): 46-69.

25) Parish, L. (2010). Facilitating the development of proportional reasoning through teaching ratio. In L. Sparrow, B. Kissance, and C. Hurst (Eds.), ***shaping the future of mathematics education*** (3-7 July) (PP. 469-476), Mathematics Education Research Group of Australia, Fremantle: MERGA.

26) Rivera, F. D. (2014). ***Teaching to math common core state standards: focus on kindergarten to grade 5***. Sense published, USA, Boston.

27) Rivera, F. D. (2015). ***Teaching to the math common core state standards***. Netherlands: Sense Publishers

28) Schwarz, B. B. and Linchevski, L. (2007). The role of task design and argumentation in cognitive development during peer interaction: the case of proportional reasoning. ***Learning and Instruction***, 17: 510-531.

29) State Board of Education (2013). California core state standards: mathematics. The California Department of Education. Retrievable from ***https://www.cde.ca.gov/be/st/ss/documents/ccssmathstandardaug2013.pdf***

30) Texas, L. A. and Jones, T. L. (2013). ***Strategies for common core mathematics: implementing the standards for mathematical practice 6-8***. New York: 1st published, Taylor & Francis Group.

31) The North Dakota Curriculum Initiative (NDCI)(2011). Common core state standards for mathematics: standards for mathematical practice. Retrievable from ***http://ndcurriculuminitiative.org/media/common_core/Gr._6-8_Mathematical_Practices_.pdf.***