

**فاعلية وحدة مقترحة فى الرياضيات العصرية المتجددة "المنطق الفازي Fuzzy
logic" باستخدام نماذج ما بعد البنائية فى تنمية التحصيل والاتجاه نحو
الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية**

إعداد

د. إيمان عبدالله محمد مهدي

أستاذ باحث مساعد بالمركز القومى للامتحانات

والتقويم التربوى

مستخلص:

هدف البحث إلى قياس فاعلية وحدة مقترحة في الرياضيات العصرية المتجددة " المنطق الفازي Fuzzy logic" باستخدام نماذج ما بعد البنائية في تنمية التحصيل والاتجاه نحو الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية، ولتحقيق هذا الهدف تم إعداد الوحدة المقترحة "المنطق الفازي"، وإعداد دليل معلم لتدريس الوحدة باستخدام نموذج الاستقصاء التقدمي، كما تم إعداد اختبار التحصيل، ومقياس الاتجاه نحو الرياضيات، ثم اختبرت مجموعة البحث التجريبية، وتم تطبيق الاختبار التحصيلي، ومقياس الاتجاه نحو الرياضيات على المجموعة قبل وبعد تدريس وحدة المنطق الفازي باستخدام نموذج الاستقصاء التقدمي. وقد أظهرت نتائج البحث وجود فرق دال إحصائياً بين متوسطى درجات تلاميذ المجموعة التجريبية فى التطبيق البعدي لاختبار التحصيل ومقياس الاتجاه نحو الرياضيات لصالح التطبيق البعدي.

Abstract:

The effectiveness of a suggested unit in an Innovation Contemporary Mathematics "fuzzy logic" using the post constructivism Models on developing cognitive achievement and the attitude towards Mathematics of primary stage students

This research aimed at identifying the effectiveness of a suggested unit in an Innovation Contemporary Mathematics "fuzzy logic" using the post constructivism Models on developing achievement and the attitude towards Mathematics of primary stage students. In order to achieve this aim, the suggested unit "fuzzy logic" was designed it. A teacher's guide for this unit was designed to teach by using the progressive inquiry model. The cognitive achievement test and the attitude towards Mathematics were prepared. The experimental study group was selected. The cognitive achievement test and the Attitude towards Mathematics were administered before and after teaching the unit "fuzzy logic" to the study group by using the progressive inquiry model. The results of the research showed that there is statistically – significant difference between the mean scores of the experimental group in the post – administration of the cognitive achievement test and the Attitude towards Mathematics in favour of the post – administration.

مقدمة:

يتميز القرن الحادي والعشرين بالتغير السريع في شتى مجالات الحياة، والذي تتحكم فيه تكنولوجيا الاتصالات والمعلومات؛ مما يتطلب إعداد أفراد قادرين على مواجهة تحديات المستقبل؛ وينبغي تطوير مناهجنا الدراسية لملاحقة التطورات العلمية والتكنولوجية الحديثة والمتزايدة في مختلف مجالات المعرفة.

ويُعد محتوى المنهج أحد الركائز الأساسية لتطوير المنهج؛ فقد طالب كثيرون بضرورة تطوير المحتوى، وأن تخرج عملية التحديث عن مجرد إحداث تبادل وإزاحات رأسية وأفقية في الموضوعات المقررة نفسها؛ وأكد **وليم عبيد (William E., 2000: 37)** على أننا بحاجة إلى تطوير المحتوى بشكل جديد والخروج من عمليات التطوير التي تقوم على الاحلال والابدال في الموضوعات إلى بناء محتوى جديد وموضوعات جديدة وفقاً لأحدث المفاهيم العلمية بحيث يراعى فيها روح العصر.

وتعتبر الرياضيات من أكثر المواد العلمية قيادة للتقدم العلمي والتكنولوجي الذي حدث في شتى مجالات الحياة، لذلك توصي معظم الدراسات العلمية والأبحاث التربوية بضرورة تطوير المناهج الدراسية بصفة عامة ومناهج الرياضيات بصفة خاصة إلى مناهج عصرية تتناسب مع تحديات القرن الحادي والعشرين؛ مناهج غير تقليدية تساهم في إعداد المتعلم القادر على استيعاب تكنولوجيا العصر، متعلم قادر على إحداث التغيير في مجتمعه؛ نظراً لدور المناهج الدراسية في رفع مستوى المتعلمين وجعلهم قادرين على مسايرة متطلبات التطور العلمي والتكنولوجي ومواجهة التحديات الناجمة عنه، وكذلك الإسهام فيه بفاعلية بما يتناسب مع دور الانسان في المستقبل.

فالرياضيات مكون أساسي في الثقافة الإنسانية وأداة فاعلة ليس فقط في شرح وفهم سائر العلوم والفنون والآداب بل أيضاً في معظم أن لم يكن كل الأنشطة الحياتية في جوانبها الإنتاجية والخدمية بل والتربوية. ومن هنا جاءت أهميتها كمادة أساسية وتأسيسية في مناهج التعليم في كل المراحل وكل الصفوف بل جميع التشعبات والتخصصات (وليم عبيد، ٢٠٠٧: ١١).

وقد شهدت العقود الثلاثة الأخيرة ثورة كبيرة في الرياضيات طغت على كل الثورات السابقة؛ وتتمثل ثورة المعلومات في الفيض المتدفق من مجالات المعرفة وتنوعها، وكونها شديدة الخصوبة والتوالد في أجيال متلاحقة مفتوحة الآفاق لا تحدها نهايات مسبقة، ولا أسقف مغلقة، ولا مسارات خطية، ولا يقينيات تفرض تصلباً في الرأي

(^٧) يشير ما بين القوسين إلى (الاسم، سنة النشر: الصفحات).

ولا جزمية في الفكر، فتتناول ثورة المعلومات والطاقة وتحولاتها وصورها الطبيعية والمُخلقة، الألياف الضوئية والفوتونات، الهندسة الحيوية ومزارع الأنسجة، الجينوم البشري وخريطة الموروثات، البيئة وتدوير المواد، ونظرية الفوضى (الهيلولية- الشواش Chaos) في إطار رياضيات معاصرة وهندسات جديدة تتعامل مع ظاهرة التعقد واللايقينية (وليم عبيد، ٢٠٠٤: ١٩).

ومن الرياضيات العصرية الجديدة التي ظهرت في العقود الأخيرة هندسة الفراكتال Fractal Geometry وتسمى بهندسة الفتافيت أو الهندسة الكسورية؛ والتي يمكن من خلالها العمل مع الأشكال غير المنتظمة والتي توجد في البيئة المحيطة بنا والتي لها بُعد غير صحيح أو بُعد كسوري، وتبلورت هندسة الفراكتال في نهاية السبعينات على يد الرياضي البولندي بينوا ماندلبروت Benoit Mandelbrot، ثم بدأ الاهتمام بها في الثمانينات والتسعينات، وتتميز هندسة الفتافيت بتطبيقاتها الواسعة في تكنولوجيا العصر وبإسهامها في خلق نظريات رياضية وعلمية أحدثت مثل نظرية الفوضى (الهيلولية Chaos)، ونظرية النظم الديناميكية غير الخطية، وبدأ الاهتمام حديثاً في البلاد المتقدمة باقتراح إدراج هذه الهندسة في مقررات الرياضيات لإعداد معلم الرياضيات، أو في برامج تدريب معلمى الرياضيات أثناء خدمه (نظلة خضر، ٢٠٠٤: ٣).

وأكد روبرت (Robert L., 2004) على أن نظرية الفوضى والهندسة الكسورية (الفراكتال) من الموضوعات التي يمكن تقديمها لطلاب مرحلة ما قبل التعليم الجامعي؛ فهي تقدم مواقف ترتبط بحياة الطلاب وتدخل في العديد من المجالات مثل الطب والتجارة والجيولوجيا والفن والموسيقى، وتحتوى على رسومات وأشكال تبين جمال الرياضيات، وأكد روبرت على التركيز على أفكار الرياضيات التي تكمن وراء هذه الأشكال .

وأشارت توصيات المؤتمر العلمي السنوى للجمعية المصرية لتربويات الرياضيات (الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ٢٠٠١، ٥٠٣) إلى زيادة الاهتمام بموضوعات أكثر تطوراً من حيث فائدتها التطبيقية الحياتية وإعمالها للأنشطة الذهنية مثل نظرية الفوضى، هندسة الفراكتال (الكسورية)، والتوبولوجي. ومن الرياضيات العصرية أيضاً والتي ظهرت في العقود الأخيرة المنطق الفازي Fuzzy Logic، ويرجع اكتشافه إلى العالم الإيراني لطفى زاده من جامعة كاليفورنيا في بيركلي عندما قدم سنة ١٩٦٥م ورقة بحثية بعنوان المجموعات الفازية Fuzzy Sets، وناقش في هذه الورقة مفهوم المجموعات الفازية كمجموعات ليس لها حدود محددة وواضحة، والانتماء لهذه المجموعات لا يتعلق بالاثبات والتوكيد أو الرفض والانكار وإنما يتعلق بدرجة الانتماء، وقدم زاده المنطق الفازي لوصف

الأنظمة الأكثر تعقيداً والتي لا يمكن تعريفها وتحديدها باستخدام تحليلات رياضية محددة <https://www.fuzzy-logic.com>

ويركز المنطق الفازي على الاستنتاج من خلال متغيرات لغوية، كصفات مثل: طويل، قصير، عجوز....، فقير... وهي صفات تتميز بالغموض وعدم الوضوح بدلاً من المتغيرات الرقمية، وقد تنبأ زاده بتطبيقات المنطق الفازي في مجالات الطب والاقتصاد والإدارة <https://ar.wikipedia.org/wiki/>.

وحيث إن المنطق الكلاسيكي "الأرسطي" لم يعترف إلا بقيمتين فقط لأحكام الصدق (الصواب والخطأ)، والمنطق البولي الذي وضع على يد جورج بول أيضاً ثنائي القيمة واحد أو صفر، ولملاحقة التطور العلمي والتكنولوجي في عصر اللائيقين للعلم لم يعد كلاً من المنطق الكلاسيكي والمنطق البولي مناسباً نظراً لثراء الواقع؛ حيث إن الحياة تنسم بعدم الدقة والغموض واللايقين.

ومبدأ عدم اليقين Uncertainty من المفاهيم التي تعرضت للتغيرات الإنموجية العديدة في الرياضيات والعلوم في القرن الحادي والعشرين؛ ففي مجال العلوم يتضح هذا التغير في التحول التدريجي من النظرة التي تصر على أن عدم اليقين غير مرغوب فيه في العلوم إلى نظره بديله تتسامح مع عدم اليقين وتؤكد على أنه لا يمكن تجنبه في مجال العلوم (Mary G., 2006: 1).

والعلماء يستبعدون الوصول إلى نتائج يقينية بعد ظهور مبدأ عدم اليقين عند هايزنبرج "كلما إزدادت معرفتنا بحركة الجزيء الذري تقل معرفتنا بموضعه، والعكس صحيح، أي أننا لا نستطيع معرفة الحركة والموضع في آن واحد" (فايز مينا، ٢٠٠٣: ٢٥).

وجاء المنطق الفازي على اللائيقين أي على المنطقة الوسط بين الصفر والواحد، وسمح بوجود العديد من البدائل وليس بديلين فقط، فالمنطق الفازي هو منطق للتفكير البشري يسمح بالاستدلالات التقريبية والبيانات الغامضة بدلاً من الاعتماد على البيانات الواضحة والتي تتضمن اختياراً من اثنين (نعم/ لا)، ومن ثم يهدف المنطق الفازي إلى تقديم إطار للمعرفة والاستدلال في بيئة عدم اليقين، وحل مشكلة ما يطلق عليه بالمفارقات المنطقية (سهام النويهي، ٢٠٠١: ١٠).

ويتميز المنطق الفازي بأنه لا يعتمد على مقاييس مقننه وبواسطته نقوم بعمل استجابات وصنع قرارات لا نهائية مستمرة والصدق فيه ليس ثنائياً (صواب/ خطأ) ولكنه صدق نسبي- جزئي- يعطى عدد في الفترة من الصفر إلى الواحد، وهذا المنطق العصري أصبح له تطبيقات تكنولوجية لمحاكاة التصرفات الإنسانية في الروبوت وتطبيقات في آلات التحكم والاقتصاد ومعظم أرجاء الحياة (نظلة خضر، ٢٠٠٧: ٣).

وكانت الورقة البحثية التي قدمها لطفى زاده ١٩٦٥م نقطة هامة في ظهور المفهوم الحديث لعدم اليقين (عدم التأكد)؛ وتكمن أهمية هذه الورقة في أنها مثلت تحدياً لنظرية الاحتمال على أنها العامل الوحيد لعدم اليقين، وللأسس التي قامت عليها نظرية الاحتمال وهي المنطق ثنائي القيمة لأرسطو (6: Klir G. & Yuan Bo, 2003). ومن ثم فإن عدم اليقين الممثل في نظرية الاحتمال يختص بنسبة حدوث حدث ما، أما في المنطق الفازي فيتمثل اللايقين في درجة الانتماء لمجموعة ما؛ أى أن المنطق الفازي لا يتنبأ إذا ما كان الحدث سيقع أم لا، ولكنه يتعامل مع الصفات التي تصف الحدث؛ مثل احتمال حدوث الحدث (صغير أو كبير).

وتحتاج متطلبات العصر الحالي إلى أساليب تدريسية مبتكرة أكثر كفاءة وفاعلية تساعد التلاميذ على البحث عن المعرفة وإعادة بنائها وتشكيلها ومن تلك التوجهات نماذج ما بعد البنائية.

وتستهدف نماذج ما بعد البنائية إكساب التلاميذ المعرفة وحفظها وتوظيفها في مواقف جديدة، من خلال دراستها دراسة عميقة وواسعة، عن طريق الاهتمام بعمليات البحث عن معلومات محددة في مصادر متنوعة، فضلاً عن التركيز على عمليات توليد الأسئلة التي تنقب عن الجديد والخفي، ومن ثم تهتم نماذج ما بعد البنائية بمساعدة التلاميذ على التمكن من مهارات دراسة المعرفة تحليلاً وتفسيراً وتقويماً؛ دراسة تُعنى باستخلاص دقائق المعلومات وأهمها، والبحث فيما وراءها من أفكار ومعلومات غائبة، ثم تتيح الفرصة أمام التلميذ للتعلم والابحار في المعلومات التي اكتسبها من خلال تعدد مصادر المعرفة ومجالاتها سواء أكانت هذه المصادر مطبوعة أو الكترونية، ليحللها ويقارن بينها ويحدد ما يراه مناسباً منها، مما ينعكس على تكامل المعرفة لديه (Taber, S., 2006:125).

وتستند نماذج ما بعد البنائية في تحقيقها لاكتساب المعرفة إلى أربعة توجهات رئيسة تتمثل في: نموذج التعلم التفارغي، نموذج الاستقصاء التقدمي لاكتشاف المعرفة وتحديد جوانبها، نموذج البحث العميق والمنظم لاكتساب المعرفة وبنائها، ونموذج الإبحار والتوسع في دراسة المعرفة؛ حيث تسهم هذه النماذج في تنظيم أنشطة التعامل مع المعرفة اكتساباً واتقاناً من خلال الاهتمام بالتدريب على مجموعة من العمليات العقلية مثل: البحث والاستقصاء، والاستنتاج والاستدلال والاستقراء، وإعادة بناء المعرفة، وتوليد الأسئلة، وحل المشكلات؛ تلك العمليات التي تعمق وتوسع دراسة المعرفة وتسهم في فهمها واستيعابها وتخزينها وتوظيفها في مواقف متنوعة Berger, (D., et al, 2009, 262).

ونظراً لطبيعة توجهات نماذج ما بعد البنائية وأسسها التي تحكم عملية اكتساب المعرفة، والاهتمام بالعمليات العقلية التي تمكن التلميذ من هذه المعرفة؛ فإن الباحثة

تسعى إلى استخدام أحد هذه النماذج وهو نموذج الاستقصاء التقدمي في تدريس موضوع هذا البحث؛ وقد تم اقتراح هذا النموذج من قبل كاي هاكرينان Kai Hakkarainen وفريقه البحثي في عام ٢٠٠٣م في جامعة هلسنكي Helsinki أكبر جامعة في فنلندا، وقد صمم هذا النموذج لدعم المعلمين والتلاميذ في تنظيم أنشطة التعامل مع المعرفة اكتساباً واثقاً، ويستند هذا النموذج إلى نظرية بناء المعرفة، ومدخل خلق المعرفة، ونموذج الاستفهام للاستقصاء العلمي وفكرة توزيع الخبرة، وقد تم تجريب هذا النموذج في مختلف البيئات التعليمية في فنلندا كما في دراسة كل من (Lahti, H. et al., 2003)، (Muukkonen, et al., 2005)، (Lakkala, et al., 2007).

وإنطلاقاً من أهمية المنطق الفازي التطبيقية والاتجاهات الحديثة في تعليم الرياضيات والتي من أهمها التركيز على وظيفية الرياضيات وتطبيقاتها في الحياة العملية؛ فقد رأت الباحثة تجريب تدريس وحدة مقترحة في المنطق الفازي باستخدام نماذج ما بعد البنائية للمرحلة الابتدائية وذلك بعد تبسيط مفاهيمه مستندة في ذلك على مبدأ برونر الذي يذكر بأنه "يمكن تعليم أي مادة بكفاءة في أي مرحلة نمو بطريقة ما في صورة آمنة"، والمسلمة التي تفيد بأنه يمكن تبسيط الرياضيات المتقدمة مع الاحتفاظ ببنيتها لتناسب تلاميذ أي مرحلة تعليمية.

ونظراً لحدثة المنطق الفازي في مجال الرياضيات من ناحية والندرة في القيام بتجريب تدريسه في مراحل التعليم المختلفة من ناحية أخرى فإن الباحثة وجدت صعوبة في التوصل إلى كثير من الدراسات البحثية في هذا الشأن؛ وفي ما توصلت إليه الباحثة في المرحلة الجامعية دراستي (يحيى صاوي، ٢٠٠٩)، و(يحيى صاوي، ٢٠١٤) وتناول فيهما المنطق الفازي للطالب المعلم والمعلم أثناء الخدمة وأظهرت الدراسات فاعلية البرامج التي أعدت لذلك، وفي مرحلة التعليم قبل الجامعي دراسة (هناء رضوان، ٢٠١٦) التي تناولت فيها المنطق الفازي لتلاميذ المرحلة الإعدادية، وأظهرت الدراسة فاعلية الوحدة المقترحة في تنمية التحصيل وتقدير الرياضيات، ودراسة (هبة عبدالعال، ٢٠١٨) التي أظهرت فاعلية برنامج مقترح في الرياضيات الفازية في تنمية التفكير الجانبي وحب الاستطلاع لدى تلاميذ المرحلة الثانوية. ولم تطلع الباحثة على دراسة محلية أو عالمية تناولت فاعلية استخدام نماذج ما بعد البنائية لتدريس المنطق الفازي في تنمية التحصيل والاتجاه نحو الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية، وهو ما دعا لإجراء هذا البحث.

الاحساس بالمشكلة:

اتضح مما سبق أهمية الرياضيات العصرية المتجددة ومنها المنطق الفازي كمنطق عصري ساعد في حل المشكلات العصرية، وأصبح الكثير من التربويين والرياضيين

والمعلمين والتلاميذ في حاجة لمعرفة ذلك المنطق وطبيعته المختلفة عن المنطق الكلاسيكي والبولى الحديث وقدرته على تنوير العقل وجعله أكثر تطوراً من أجل الاستفادة به، وذلك إيماناً منا بضرورة مواكبة كل حديث يطرأ في ميدان التعليم، وأنه ينبغي تجديد مناهج الرياضيات وتطويرها بالمستحدثات الرياضية التي لها تطبيقات في حياتنا التكنولوجية المعاصرة وهو ما نفقده في مناهج الرياضيات الحالية.

ومن خلال اطلاع الباحثة على مناهج الرياضيات بالمرحلة الابتدائية، اقتضت الحاجة إلى تطويرها بالمستحدثات العصرية للمنطق الفازي حتى يتسنى التفاعل مع علوم وتكنولوجيا العصر وللمساهمة في تنمية أنماط التفكير المختلفة.

ولما كان المنطق الفازي أساساً للرياضيات العصرية المتجددة التي تعكس طبيعة الحياة الإنسانية، لذا تسعى الباحثة إلى محاولة تبسيط أساسيات المنطق الفازي لتلاميذ المرحلة الابتدائية من خلال دراسة وحدة في هذا المنطق تناسب مستويات هؤلاء التلاميذ.

والباحثة- في حدود علمها- لم تطلع على دراسات تناولت على وجه التحديد تنمية التحصيل الرياضي للمنطق الفازي العصري لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية، وتبنى نماذج ما بعد البنائية لتحقيق هذا الهدف من ناحية أخرى، ومن هنا نبعت فكرة هذه الدراسة.

تحديد مشكلة البحث:

تتلخص مشكلة الدراسة في نقص قدرة التلاميذ على التعامل مع متغيرات الحياة المبهمة والحاجة الماسة إلى استخدام الرياضيات العصرية المتجددة "المنطق الفازي" في رياضيات المرحلة الابتدائية، فضلاً عن الافتقار إلى النظريات الحديثة التي تتعامل مع هذه الرياضيات العصرية وتنميتها عند التلاميذ.

وللتصدي لهذه المشكلة من خلال الإجابة عن السؤال الرئيسي التالي:

كيف يمكن بناء وحدة مقترحة في الرياضيات العصرية المتجددة "المنطق الفازي" لتلاميذ المرحلة الابتدائية؟

ويتفرع من هذا السؤال الرئيس الأسئلة الآتية:

١. ما أساسيات المنطق الفازي المناسبة لتلاميذ المرحلة الابتدائية التي يمكن

تضمينها في مناهج الرياضيات؟

٢. ما التصور المقترح لوحدة المنطق الفازي لتلاميذ المرحلة الابتدائية؟

٣. ما فاعلية الوحدة المقترحة في تنمية التحصيل لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية؟

٤. ما فاعلية الوحدة المقترحة في تنمية الاتجاه نحو الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية؟

فروض البحث:

١. يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى (٠,٠٥) بين متوسطى درجات تلاميذ المجموعة التجريبية التى تدرس الوحدة المقترحة فى المنطق الفازي فى التطبيقين القبلي والبعدى للاختبار التحصيلى لصالح التطبيق البعدى.
٢. يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى (٠,٠٥) بين متوسطى درجات تلاميذ المجموعة التجريبية التى تدرس الوحدة المقترحة فى المنطق الفازي فى التطبيقين القبلي والبعدى لقياس الاتجاه لصالح التطبيق البعدى.
٣. تحقق الوحدة المقترحة فى المنطق الفازي درجة من الفاعلية فى تنمية التحصيل، والاتجاه نحو الرياضيات، وذلك كما يقاس بنسبة الكسب المعدل ليلاك.

أهداف البحث:**يهدف البحث الحالى إلى:**

١. تحديد أساسيات المنطق الفازي المناسبة لتلاميذ المرحلة الابتدائية.
٢. إعداد وحدة مقترحة فى تبسيط المنطق الفازي بحيث يمكن تضمينها فى مناهج الرياضيات بالمرحلة الابتدائية.
٣. تعرف فاعلية الوحدة المقترحة فى قياس مدى تمكن تلاميذ الصف السادس الابتدائي من أساسيات المنطق الفازي.
٤. تعرف فاعلية الوحدة المقترحة فى تنمية اتجاه تلاميذ الصف السادس الابتدائي نحو الرياضيات.

حدود البحث:**اقتصر البحث الحالى على:**

١. مجموعة من تلاميذ الصف السادس الابتدائي بإدارة الخليفة والمقطم بمحافظة القاهرة.
٢. نموذج الاستقصاء التقدمي من نماذج ما بعد البنائية.
٣. أجري البحث فى الفصل الدراسي الأول من العام الدراسي ٢٠١٨/٢٠١٩م.

منهج البحث:

تم استخدم المنهج التجريبي ذو المجموعة الواحدة من خلال (التطبيق القبلي والتطبيق البعدى)؛ وذلك لبحث أثر وحدة المنطق الفازي على تنمية التحصيل والاتجاه نحو الرياضيات لتلاميذ الصف السادس الابتدائي، وذلك بتطبيق أدوات البحث على مجموعة البحث قبلياً ثم تدريس الوحدة ثم تطبيق أدوات البحث على نفس المجموعة بعدياً حيث إن التلاميذ لم يسبق لهم دراسة محتوى الوحدة من قبل.

تحديد مصطلحات البحث^(٨):

الرياضيات العصرية المتجددة Innovation Contemporary Mathematics: هي الرياضيات التي ظهرت في العقود الأخيرة وأحدثت ثورة كبيرة في علم الرياضيات طغت على كل الثورات السابقة، ومنها نظرية الفوضى وهندسة الفراكتال والمنطق الفازي، وتتميز هذه الرياضيات بأنها وليدة رياضيات أكثر حداثة وساعد في نموها التقدم الكبير في علوم الكمبيوتر وإمكاناته، وتتميز أيضا بتطبيقاتها الواسعة في تكنولوجيا العصر والرسوم والنمذجة وبإسهامها في خلق نظريات علمية ورياضية أحدث.

المنطق الفازي Fuzzy Logic:

تشير (نظلة خضر، ٢٠٠٧: ٨) بأن المنطق الفازي هو منطق يتعامل مع متغيرات مبهمه مثل المتغيرات اللغوية كصفات مثل طويل، قصير، فقير،... وهي صفات تتميز بالغموض وعدم التحديد، والصدق فيه نسبي (جزئي) ليس بالضرورة واحد أو صفر وإنما يعطى عدد في الفترة من صفر إلى واحد، ويسمى هذا الصدق النسبي بدرجة أو تقدير الانتماء μ .

المنطق الفازي هو المنطق الذي يتعامل مع المتغيرات المبهمه غير العددية مثل المتغيرات اللغوية، ويكون فيه الصدق جزئي (نسبي) يسمح بالمتصل اللانهائي لدرجات الصدق التي تقع بين الصفر والواحد، وهو وسيلة لنمذجة لا يقين اللغات الطبيعية، وعندما يطبق على الحاسب الآلي فإنه يسمح له بأن يحاكي عملية التفكير الانساني.

نموذج الاستقصاء التقدمي (PIM) Progressive Inquiry Model:

يعرف إجرائياً في هذا البحث على أنه: إطار تعليمي تعلمي لمساعدة التلاميذ على الإكتشاف وحل المشكلات الرياضية تعاونياً في ضوء خطوات واضحة تتضمن: إنشاء السياق أى التخطيط لدراسة المعرفة وتحديد الهدف منها، طرح الأسئلة وإعدادها، بناء نظريات العمل، التقييم الناقد، البحث العميق والواسع عن المعرفة، توليد الأسئلة الفرعية، وضع وتطوير نظريات جديدة، والخبرة الموزعة.

الاتجاه Attitude:

هو الموقف الذي يتخذه الفرد أو الاستجابة التي يظهرها إزاء شئ ما أو حدث ما أو قضية ما إما بالقبول أو الرفض أو المعارضة، نتيجة مرره بخبره معينة أو بحكم توافر ظروف أو شروط تتعلق بذلك الشئ أو الحدث أو القضية. وكما يعرف بأنه

^(٨) استندت الباحثة في هذه التعريفات إلى الأدبيات في الإطار النظري للبحث .

موقف أو ميل راسخ نسبياً سواء أكان رأياً أو اهتمام أو غرضاً يرتبط بتأهب لاستجابة مناسبة (حسن شحاته، زينب النجار، ٢٠٠٣: ١٦)

الاتجاه نحو مادة الرياضيات Attitude Towards Mathematics:

يعرف بأنه مجموع استجابات التلميذ إما بالقبول أو الرفض تجاه مادة الرياضيات والمتمثلة في الاهتمام بالمادة ومحتواها والاستمتاع بها، وذلك بعد دراسة "وحدة المنطق الفازي" موظفة بنماذج ما بعد البنائية، ويقاس بالدرجة التي يحصل عليها التلميذ في مقياس الاتجاه.

خطوات البحث وإجراءاته:

يسير البحث وفق الخطوات والإجراءات الآتية:

١. تحديد أساسيات المنطق الفازي المناسبة لتلاميذ المرحلة الابتدائية، ويتم ذلك

من خلال:

(أ) دراسة الأدبيات والبحوث والدراسات السابقة التي اهتمت بالمنطق الفازي.

(ب) الإطلاع على مواقع الانترنت ذات العلاقة بالمنطق الفازي ودراسة الاتجاهات العالمية الحديثة المرتبطة بالرياضيات العصرية "المنطق الفازي".

(ج) دراسة خصائص تلاميذ المرحلة الابتدائية.

(د) رأى الخبراء والمتخصصين.

٢. إعداد وبناء الوحدة المقترحة في المنطق الفازي من خلال:

(أ) دراسة ما توصلت إليه الخطوة السابقة (الأساسيات المتضمنة في المنطق الفازي والتي يمكن تقديمها للتلاميذ).

(ب) مراجعة على المنطق الكلاسيكي (المجموعات العادية) والذي سبق لمجموعة البحث دراسته في العام السابق.

(ج) تحديد الموضوعات الرياضية القائمة على المنطق الفازي والمناسبة لتلاميذ الصف السادس الابتدائي.

(د) تحديد وصياغة أهداف الوحدة المقترحة.

(هـ) كتابة موضوعات الوحدة في صورة سلسلة من الدروس.

(و) تحديد أساليب تقويم الوحدة.

وتتمثل في التقويم البنائي أثناء تقديم الموضوعات والتقويم النهائي ومقياس الاتجاه نحو الرياضيات؛ حيث تم إعداد إختبار تحصيلي في المنطق الفازي ويهدف لقياس مدى تمكن تلاميذ الصف السادس الابتدائي من

تحصيل الأساسيات المتضمنة في وحدة المنطق الفازي، وإعداد مقياس الاتجاه نحو الرياضيات.

٣. تطبيق الوحدة المقترحة في المنطق الفازي ويتم ذلك من خلال:

- (أ) اختيار مجموعة من تلاميذ الصف السادس الابتدائي.
- (ب) إعداد الاختبار التحصيلي في وحدة المنطق الفازي.
- (ج) تطبيق الاختبار التحصيلي قبلياً على مجموعة البحث.
- (د) تدريس وحدة المنطق الفازي لمجموعة البحث.
- (هـ) تطبيق الاختبار التحصيلي بعدياً على مجموعة البحث.

٤. تطبيق مقياس الاتجاه نحو الرياضيات ويتم ذلك من خلال:

- (أ) إعداد مقياس الاتجاه نحو الرياضيات.
- (ب) تطبيق مقياس الاتجاه قبلياً على مجموعة البحث.
- (ج) تدريس وحدة المنطق الفازي لمجموعة البحث.
- (د) تطبيق مقياس التقدير بعدياً على مجموعة البحث.

٥. رصد النتائج ومعالجتها إحصائياً وتفسيرها.

٦. تقديم التوصيات والمقترحات.

أهمية البحث:

تتمثل أهمية الدراسة فيما تقدمه لكل من:

١. مخططي مناهج الرياضيات:

إمكانية تضمين مناهج الرياضيات موضوعات جديدة مثل المنطق الفازي.

٢. معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية من خلال تعريفهم بـ:

(أ) أهمية الرياضيات العصرية المتجددة في كثير من المجالات الحياتية، وفي الطبيعة من حولنا من خلال تدريس بعض موضوعات المنطق الفازي.

(ب) خصائص الرياضيات العصرية المتجددة "المنطق الفازي".

(ج) مبدأ عدم اليقين وعدم الدقة وعدم المحدودية، وأن العلم يأخذ في اعتباره الحقيقة الرمادية للأشياء.

٣. المتعلمين: تزويدهم بالمستحدثات العصرية للمنطق الفازي حتى يتسنى لهم التفاعل مع علوم وتكنولوجيا العصر وتساوم في تنمية أنماط تفكيرهم المختلفة.

٤. الباحثين: تفتح المجال لدراسات أخرى تتناول المنطق الفازي، ومقياس فاعليته في تنمية متغيرات أخرى.

الإطار النظري

المنطق الفازي وتطبيقاته، ونماذج ما بعد البنائية

يهدف عرض هذا الإطار إلى تحديد أساسيات المنطق الفازي المناسبة لتلاميذ المرحلة الابتدائية، واستخلاص أهم الموضوعات الرياضية القائمة على المنطق الفازي، وتحديد أساليب التدريس المناسبة لعرض موضوعات الوحدة لتنمية التحصيل والاتجاه نحو الرياضيات. ولتحقيق هذه الأهداف يعرض الإطار النظري لبعدين رئيسيين هما:

- المنطق الفازي، نشأته، مبدأ عدم اليقين، مبدأ الاتصال، مفارقاته، الرياضيات الفازية، وتطبيقات المنطق الفازي.
- نماذج ما بعد البنائية، مفهومها، مبادئها، ونموذج الاستقصاء التقدمي.

وتفصيل ذلك كما يلي:

البعد الأول: المنطق الفازي، نشأته، مبدأ عدم اليقين، مبدأ الاتصال، مفارقاته، الرياضيات الفازية، وتطبيقات المنطق الفازي.

الرياضيات العصرية المتجددة **Innovation Contemporary Mathematics**:

هي الرياضيات التي ظهرت في العقود الثلاثة الأخيرة وأحدثت ثورة كبيرة في علم الرياضيات طغت على كل الثورات السابقة، ومنها هندسة الفراكتال والمنطق الفازي، وتتميز هذه الرياضيات بأنها وليدة لنظريات أكثر حداثة في مجالات وأفرع التوبولوجي، وساعد في نموها التقدم الكبير في علوم الكمبيوتر وإمكاناته، وتتميز أيضا بتطبيقاتها الواسعة في تكنولوجيا العصر والرسوم والنمذجة وبإسهامها في خلق نظريات علمية ورياضية أحدثت مثل نظرية الهولوية ونظرية النظم الديناميكية غير الخطية التي جعلت من النظرية النسبية نظرية عتيقة (نظلة خضر، ٢٠٠٤: ٢١).

وقد أطلق روبين هيرش الرياضي المعاصر على هذه الرياضيات العصرية الرياضيات الإنسانية **Math humanistic** ؛ لأنها من صنع الإنسان ومتغيرة مع الزمن وسياسية وتعكس النمو الحضاري وتؤثر وتتأثر به، وقد ذكر هيرش أن الرياضيات الإنسانية تُعنى أربعة افتراضات مترابطة مجملها أن الرياضيات هي ما يعملها الناس؛ وهذه الافتراضات هي:

- الرياضيات بما فيها الرياضيات العصرية تتغير مع الزمن.
- الرياضيات دالة للمكان أي أنها مرتبطة بالثقافة والنواحي الإجتماعية.
- أن الرياضيين يخطئون ولكن يصححون الأخطاء.
- أن الرياضيات شيء يعملها الناس معاً؛ أي أنها إجتماعية. (نظلة خضر، ٢٠٠٤:

ويذكر (محمد المفتى، ٢٠٠٩: ١٧-١٩) أنه ظهرت حديثاً أنساقاً متنوعة مثل: الهندسة التفاضلية، التوبولوجي، هندسة الفراكتال، المنطق الفازي، التفاضل الموجه، المعادلات التفاضلية، ونظرية الفوضى، ومثلما إنتقلت الرياضيات بمبادئها ونظرياتها من الصدق المطلق واليقين إلى الصدق النسبي واللايقين، عبرت بأنظمتها من الخطية إلى اللاخطية؛ فهذا يدل على أن الرياضيات نسق حى ينمو، يتغير، يتطور، ويتنوع. ونعرض فيما يلي لهذا البعد بشئ من التفصيل:

أولاً: المنطق الفازي Fuzzy Logic:

(١) تطور المنطق الرياضي من الكلاسيكي إلى الحديث إلى الفازي:

قد وضع أرسطو قديماً ما أسماه بقوانين الفكر والذي يُعد من أهمها قانون الوسط المرفوع (إستبعاد الوسط Excluded middle) ويتلخص هذا القانون فى عبارة "إما أ أو ليس أ" ($a \vee \bar{a} = 1$) فلا يمكن أن يجتمع الشئ ونقيضه فى آن واحد، ولهذا فإن المنطق الأرسطى هو منطق ثنائي القيمة؛ فالحكم على الأشياء لا يكون إلا من خلال قيمتى الصدق والكذب فقط (سهام النويهى، ٢٠٠١: ٩).

وقد تبلور المنطق الكلاسيكى وأسس على أساس رياضى على يد جورج بوول باستخدام التركيبات الرياضية المميزة للرياضيات الحديثة، وبه تم التوصل إلى أنواع مختلفة من البراهين.

وقام "هيلبرت" من (الشكليين المعتدين بطريقة المسلمات والتركيبات الرياضية) بوضع خصائص التركيب الرياضي ومنها خاصية الاكتمال، ثم قام "جودل Gödel" بعد ذلك بمناقشة صحتها وقدم تقارير لا يمكن برهنتها (يحيى زكريا، ٢٠٠٩، ٢٠). ولم يتجاوز المناطق الرياضيون المنطق ثنائى القيم؛ وذلك لتمسكهم بمبدأ الوسط المرفوع، ومن خلال التطبيقات المختلفة لمبدأ الثالث المرفوع برزت الحاجة بقوة إلى تجاوز وتطوير المنطق الكلاسيكى إلى المنطق متعدد القيم؛ وهو ذلك المنطق الذى لا يقتصر الحكم فيه على استخدام قيمتى الصدق (صواب وخطأ)؛ وإنما تتعدد قيم الصدق بينهما بما يسمح باستخدام قيمة الصدق الثالثة أو الرابعة وصولاً إلى النسق المنطقى ذى العدد اللانهائى من القيم (محمود على، ٢٠١٣: ١٣).

ومن الأسباب التى دفعت إلى ضرورة تجاوز الثنائية الكلاسيكية:

- غموض الطبيعة التى تفصح دائماً عن تغييرات متصلة فى حوادثها، تحول دون ثبات قيمة الصدق المقررة لهذه القضية أو تلك؛ فالتغيير يُعنى إمكانية التحول من الصدق إلى الكذب أو العكس، ويُعنى أيضاً أن هناك مراحل انتقالية تزداد فيها / أو تنقص درجة الصدق من لحظة إلى أخرى (صلاح عثمان، ٢٠٠٢، ١٩).

• مبدأ عدم اليقين عند هايزنبرج والقائل بأننا لا نستطيع معرفة حركة الإلكترون وموضعه بدرجة كافية من الدقة في آن واحد (فايز مينا، ٢٠٠٣: ٢٥).

ومن ذلك الوقت أصبح اللايقين قانوناً فيزيائياً معمول به، واللاحتمية Inderterminism أصبحت سمة أساسية من سمات التعامل مع الواقع، وهنا ظهرت ضرورة البحث عن أداة منطقية تلائم غموض الواقع، وتفرد مكاناً لاحتمالات تأتي بدرجات متوسطة بين الصدق والكذب.

• غموض اللغات الطبيعية التي تنطوي في عبارات يستخدمها الناس في حياتهم اليومية تفتقر إلى الدقة والتي منها "من المحتمل"، "من الجائز"، "إلى حد ما"، "ليس صادقاً دائماً"، "كاد الطقس أن يكون بارداً" وغيرها من التعبيرات التي يعبر بها الناس عن ما يدور في أذهانهم؛ فتتسم حياة الناس بعدم الدقة واللايقين والإبهام والغموض (سهام النويهي، ٢٠٠١: ٩).

• تمثل المفارقات المنطقية Logical Paradox تحدياً قوياً لثنائية "الصدق والكذب" الكلاسيكية، وثغرة في البناء المنطقي لم يستطع المناطق المعاصرون التخلص منها إلا بتجاوز مبدأ الثالث المرفوع. والمفارقة المنطقية هي قضية تحتل الصدق والكذب في وقت واحد أو بعبارة أخرى هي حجة استنباطية محكمة تبرهن على الحكم ونفيه في آن واحد (صلاح عثمان، ٢٠٠٢، ٢١).

ولذلك كانت الحاجة ملحة إلى نشأة الأنساق المنطقية التي تتجاوز مبدأ الوسط المرفوع وتعالج غموض اللغة بمعايير منطقية تهدم الثنائية الكلاسيكية، وتُجيز القول بقيم أخرى للصدق قد تكون متناهية أو لا متناهية، عددية أو غير عددية (صلاح عثمان، ٢٠٠٢، ١٢٧).

ومن هنا ظهرت الحاجة لأنساق منطقية تتعامل مع قيم الصدق الجزئي الذي يقع بين الصدق الكامل والكذب الكامل، ويسمح بالمتصل اللانهائي للدرجات الرمادية التي تقع بين الصفر والواحد؛ وهذا ما يقدمه المنطق الفازي، وترجع أهمية هذا المنطق إلى أن أغلب أنماط التفكير هي بطبيعتها تقريبية.

(٢) نشأة المنطق الفازي:

توجد عدة ترجمات لمصطلح "Fuzzy Logic" منها: "المنطق الغائم"، "المنطق الضبابي"، و"المنطق العائم"، وفي هذا البحث ستستخدم الباحثة مصطلح "المنطق الفازي".

نشأ المنطق الفازي على يد مهندس الكهرباء الأمريكي لطفى زاده؛ حيث قام بتطوير نظرية المجموعات حين نشر عام ١٩٦٥م بحثاً بعنوان المجموعات الفازية Fuzzy

Set، ليعكف بعد ذلك على تطويره حتى أصبح المنطق بمعناه الغامض "Fuzzy Logic" فكر مكتمل بذاته، له أعلامه الذين تنطق بلسانهم المجلة الدولية للمجموعات والأنساق الفازية منذ عام ١٩٧٨م (Timothy, 2005, 12). ولقد كان الهدف الأساسي لزاده حين اقترح المجموعات الفازية هو تطوير الأبحاث المتعلقة بنقل بعض الوظائف الذهنية إلى الآلات الحاسبة الإلكترونية، ثم لم تلبث أن أصبحت عصب الأجهزة الإلكترونية الحديثة بأشكالها المتنوعة، فمثلاً: كيف يمكن للحاسب الآلي أن يستجيب لمعلومات أو أوامر تمت صياغتها من قبل الإنسان على نحو غامض؟ لاشك أنه يحتاج لإطار عمل معين يلائم هذا الغموض؛ بحيث تتعدد لديه احتمالات الاستجابة بدرجات متفاوتة، قد تكون لا متناهية العدد، ومن ثم ينتقى منها أقربها للقرار الصحيح، ولقد بدت نظرية المجموعات الفازية نموذجاً جيداً وفعالاً لهذا الإطار (صلاح عثمان، ٢٠٠٢، ٩٥).

ولم تلقى نظرية المجموعات الفازية لزاده اهتماماً حتى عام ١٩٧٤م؛ حيث استخدم المنطق الفازي في تنظيم محرك بخاري، ثم تطورت تطبيقاته حتى وصلت لتصنيع شريحة منطق فازي استعملت في العديد من المنتجات كآلات التصور (ويكيبيديا الموسوعة الحرة).

والمنطق الفازي وسيلة لنمذجة لايقين اللغات الطبيعية؛ فيمكن أن يعبر عن الحدود اللغوية المتسمة بعدم اليقين مثل "ربما كان كاذباً"، "صادقاً نوعاً ما". وعند تطبيق المنطق الفازي على الحاسبات؛ فإنه يسمح لها بأن تحاكي عملية التفكير الإنساني، فتكتم المعلومات غير الدقيقة وتصنع قرارات مرتكزة على بيانات غامضة وناقصة، فالمنطق الفازي يعنى استنتاجاً بأعداد فازية وفئات فازية (سهام النويهي، ٢٠٠١ : ١٩).

وكانت وسيلة زاده لتحقيق هذا الهدف هي المجموعات الفازية التي وضعها لتكون بديلاً عن المجموعات المحددة المستخدمة في المنطق الكلاسيكي.

(٣) تعريف المنطق الفازي Fuzzy Logic:

عرف لطفى زاده (Zadaeh, 1988, 177) المنطق الفازي بأنه المنطق الذي يهتم بالمبادئ الصورية للتفكير الاستدلالي التقريبي، وينظر إلى التفكير الاستدلالي الدقيق باعتباره حاله حدية.

وتشير (سهام النويهي، ٢٠٠١، ١٨-١٩) أن المنطق الفازي هو المنطق الذي يتناول طرق التفكير التي تتسم بالتقريب وليس بالدقة، وهو وسيلة لنمذجة لايقين اللغات الطبيعية.

وتشير (نظلة خضر، ٢٠٠٧، ٣) أن المنطق الفازي هو منطق يتعامل مع متغيرات مبهمه مثل المتغيرات اللغوية كصفات مثل طويل، قصير، فقير،.... وهي صفات

تتميز بالغموض وعدم التحديد، والصدق فيه نسبي (جزئي) ليس بالضرورة واحد أو صفر وإنما يعطى عدد في الفترة من صفر إلى واحد، ويسمى هذا الصدق النسبي بدرجة أو تقدير الانتماء μ .

(٤) قضايا تناولها المنطق الفازي:

(أ) المنطق الفازي ومبدأ عدم اليقين:

من أهم التغيرات التي شهدتها العلم في القرن العشرين هي التغير في مفهوم عدم اليقين "Uncertainty"، حيث إن العلماء آمنوا منذ القدم بمبدأ الحتمية؛ فتنبؤات العلم وقوانينه ونظرياته يقينية لا استثناء فيها، واليقين هو التحديد المطلق الجازم الذي لا خطأ فيه ولا احتمال؛ فلا توجد إلا قيمة الصدق أو الكذب ولا وسط بينهما.

وبتتبع مسار الحتمية (اليقين) نجد أنها بدأت بحتمية المنطق الأرسطي الذي تجاهل الطبيعة وثرء الواقع ولم يعترف إلا بقيمتين فقط لأحكام الصدق مؤكداً بأنه إذا بدأنا من مقدمات كلية صادقة فإننا سنخلص إلى نتائج جزئية صائبة حتماً.

إلى الحتمية الرياضية (حتمية على المستوى الصوري) التي أسس لها ديكرات ووصلت إلى منتهاها في فكر لابلاس الذي تصور أن بإمكاننا استنباط الحالة التي سيكون عليها الكون في المستقبل بكل دقة لو استطعنا رصد كل موقع في الكون، وتجميع المعلومات عن كل الظروف والشروط، والعقبة الوحيدة أننا لا نعرف كل هذه الظروف والشروط في الوقت الراهن.

إلى الحتمية الفيزيائية (حتمية على المستوى الإخباري) لدى نيوتن؛ فكل ظاهرة من ظواهر الكون مقيدة بشرط يلزم حدوثها اضطراراً؛ أي خاضعة لقانون يجعلها نتيجة طبيعية لما قبلها ومقدمة شرطية لما بعدها.

إلى الحتمية الإحصائية (العشوائية) التي أسس لها كارنو بقانون الديناميكا الحرارية لينتقل بالحتمية الفيزيائية القائمة على الرياضيات إلى الحتمية الفيزيائية القائمة على الإحصاء، فبينما يتعذر التنبؤ بسلوك الأحداث الفردية كحركة جزيء الغاز مثلاً، فإن المتوسط وغيره من المؤشرات الإحصائية الأخرى يمكن التنبؤ بها.

إلى اللاحتمية الفيزيائية حيث إن مبدأ الحتمية في العلم ظل مقبولاً حتى أواخر القرن التاسع عشر حين عجزت ميكانيكا نيوتن على مستوى الميكرو عن تفسير حركة الجسيمات المتناهية في الصغر داخل نواة الذرة؛ فأول من زرع بذرة عدم اليقين هي ميكانيكا الكوانتم لماكس بلانك ومبدأ هيزنبرج والمسمى بمبدأ اللايقين والقائل بأنه "لا نستطيع مطلقاً تحديد موضع الإلكترون وسرعته بدرجة كافية من الدقة في نفس الوقت"؛ فقد أصبح اللايقين قانوناً فيزيائياً معمولاً به، وغدت اللاحتمية Indeterminism سمة أساسية من سمات التعامل مع الواقع (صلاح عثمان، ٢٠٠٢: ٢٤).

كما أتى كورت غودل باللاحتمية (اللايقين) اللامادى على أساس نظريته فى عدم القابلية للحسم؛ والتي مؤداها أنه "توجد قضايا رياضية يتعذر البت فى شأنها من حيث إثباتها أو نفيها فى أى نظام شكلى" بالإضافة إلى استحالة الاكتمال الرياضى؛ فما أن تحل قضية من القضايا رياضياً حتى ينشأ عنها قضايا أخرى أكثر تعقيداً.

وبذلك إنهارت كل معرفة تزعم بأن معرفتنا بالعالم الخارجى هى معرفة صادقة صدقاً مطلقاً، وتبين أن القوانين العلمية هى قوانين تجريبية إحصائية، أى انتقل العلم من التفسير السببى للظواهر العلمية إلى التفسير الإحصائى. ويواجه الإحصاء ذاته عجزه؛ حيث تكاثرت الظواهر العشوائية المعقدة التى لا تخضع للمعالجة الإحصائية، ومن الضرورى أن يصعد العلم إلى درجة أعلى من التعقد، ومن العشوائية إلى الفوضى (نبيل على، نادى حجازي، ٢٠٠٥: ٢١٩-٢٢٣).

فقد كان الاحتمال هو اللايقين الوحيد الذى تعاملت معه الرياضيات، إلا أن هناك نوعين من اللايقينيات، يتعلق الأول بالأنساق الفيزيائية، والثانى ينشأ عن التفكير والمعرفة والإدراك الإنسانى.

النمط الأول من اللايقين يتناول العمليات والظواهر التى تنشأ عن السلوك العشوائى للأنساق الفيزيائية مثل الاهتزازات العشوائية لألة ما، والتردد العشوائى للالكترونيات فى المجال المغناطيسى.

ويتناول النمط الثانى ظواهر تنشأ عن التفكير وعمليات الإدراك الإنسانى أو المعلومات المعرفية بصفة عامة؛ فنحن نعبر عن إدراكنا لغويًا بعبارة "مثل" هذه الوردة جميلة وذات رائحة عطرة "فالكلمات "جميلة"، و"رائحة عطرة" تصف كلاً من الإدراك المرئى وادراك الشم(سهم النويهى، ٢٠٠١: ١٤-١٥).

أى أن النوع الأول من اللايقين مرتبط باحتمال حدوث الظواهر. على سبيل المثال "السماء ستمطر غداً"، "عند إلقاء حجرة النرد تحصل على الرقم ٥"؛ هى عبارات يرتبط اللايقين فيها بحدوث الظاهرة، والنوع الثانى من اللايقين ناشئ عن الغموض فى معنى الكلمات، مثل عبارات "شخص عجوز"، و "حرارة عالية" ويسمى هذا النوع من اللايقين بالفازية.

ومن المتفق عليه أن الورقة البحثية التى قدمها لطفى زاده عام ١٩٦٥م كانت نقطة البداية فى ظهور المفهوم الحديث لعدم اليقين؛ حيث قدم زاده نظرية المجموعات الفازية وهى مجموعات لها حدود غير دقيقة، والانتماء لهذه المجموعات الفازية لا يتعلق بالإثبات والتوكيد Affirmation أو الرفض والإنكار Denial، وإنما يتعلق بالدرجة Degree.

ولا تكمن فقط أهمية هذه الورقة التى قدمها لطفى زاده فى أنها مثلت تحدياً لنظرية الاحتمال على أنها العامل الوحيد لعدم اليقين، وإنما مثلت تحدياً أيضاً للأسس التى

قامت عليها نظرية الاحتمال وهي المنطق ثنائي القيمة لأرسطو.... فعندما تكون B مجموعة فازية، y عنصر ينتمي لها؛ فإن الفرض "y عنصر في B" ليس بالضرورة أن يكون صحيحاً أو خاطئاً كما يتطلب المنطق ثنائي القيمة، وإنما يمكن أن يكون هذا الفرض صحيحاً إلى حد ما أو إلى درجة معينة، وهي الدرجة التي يكون فيها العنصر y ينتمي للمجموعة B.

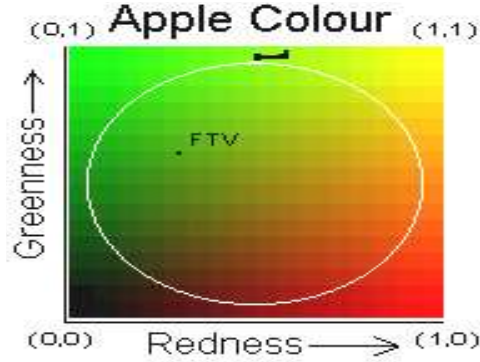
ومن ثم فإن عدم اليقين في نظرية الاحتمال يختص بنسبة حدوث حدث ما، أما في المنطق الفازي فيتمثل عدم اليقين في درجة الانتماء لمجموعة معينة، أي أن المنطق الفازي لا يتنبأ إذا ما كان الحدث سيقع أم لا، أو إذا كان سيقع بنسبة معينة، ولكنه يتعامل مع الصفات التي تصف الحدث (على سبيل المثال، قد يحدث الحدث باحتمال صغير أو كبير).

(ب) المنطق الفازي واتصال درجات الصدق:

نتخيل أننا في غرفة معينة بلا إضاءة صناعية، وضوء الشمس يغمر الغرفة بما يكفي لنرى كل شئ بوضوح. لا شك أن الغرفة مع مرور الوقت ستتحول تدريجياً إلى الظلام، لتصبح مظلمة تماماً عندما يسدل الليل ستائرهِ السوداء عليها؛ ففي كل لحظة "بداية من لحظة الغروب" تصبح الغرفة أظلم مما كانت عليه في أي لحظة سابقة وصولاً إلى الظلام الدامس الذي لا يمكننا معه رؤية أي شئ في الغرفة؛ إن هذا ما نسميه بمبدأ الاتصال Continuity؛ اتصال الزمان والمكان ومن ثم اتصال الأحداث والحركات.

في بداية تواجدنا بالغرفة بلاشك فإننا سوف نحكم على القضية في هذه اللحظة "الغرفة مظلمة" بالكذب التام، لأن الغرفة في البداية يملؤها ضوء الشمس، ومن ثم نعطي القضية القيمة "صفر"، أما في سواد الليل سنحكم على القضية بالصدق التام، ومن ثم نعطيها قيمة الصدق واحد، وما بين النور والظلمة تكون القضية صادقة بدرجة كون الغرفة مظلمة، هذه الدرجة تناظر في أي أن زمانى عدداً حقيقياً يقع في الفترة المغلقة Closed interval [٠، ١] (صلاح عثمان، ٢٠٠٢: ٦٩-٧٠).

ويظهر اتصال درجات الصدق أيضاً في مكونات الطبيعة من حولنا مثل ثمرة التفاح، فثمرة التفاح الناضجة تأخذ اللون الأحمر، والثمرة غير الناضجة تأخذ اللون الأخضر، وما بين اللونين الأحمر والأخضر يوجد متصل لا نهائي من درجات النضج (الصدق)، ويوضح شكل (١) التالي ذلك: (يحي صاوي، ٢٠١٤: ٤١).



شكل (١): إتصال درجات النضج لثمرة التفاح

ويعنى ذلك أن الصدق أيضاً يأتي بدرجات متصلة (وهو ما ينادى به المنطق الفازي)، ولقد بدأ هذا المتصل العددي لدرجات الصدق أكثر جاذبية للمعاصرين من علماء المنطق، لا لشيء إلا لأنه يعد بتجنب الاختيار التعسفي لقيم الصدق في المنطق ذي العدد المتناهي من القيم، فضلاً من أنه النموذج الفكري الأكثر ديناميكية تجاه غموض الواقع، أو بالأحرى تجاه غموض اللغة التي نعبر بها عن هذا الواقع (صلاح عثمان، ٢٠٠٢: ٧٠).

(ج) المفارقات المنطقية Logical Paradoxes:

تمثل هذه المفارقات تحدياً قوياً لثنائية "الصدق والكذب" الكلاسيكية، وقد أدى المنطق الفازي إلى حل هذه المشكلة.

فقد تعامل المنطق الفازي مع المفارقات Paradoxes تعاملًا سلسلاً؛ حيث تكشف خطوات الاستدلال التراكمي عن زيف المفارقة تبعاً لمفهوم درجات الصدق، وبذلك فالمنطق الفازي قدم حلاً لأكثر القضايا التي أدت إلى اهتزاز الثقة في المنطق الأرسطي بصفة عامة ومبدأ الثالث المرفوع "إما أ أو ليس أ" ($a \vee \bar{a} = 1$) بصفة خاصة.

والمفارقة هي قضية تحتمل الصدق والكذب في آن واحد، أو بعبارة أخرى هي حجة استنباطية محكمة تبرهن على الحكم ونفيه في آن واحد (صلاح عثمان، ٢٠٠٢: ٢١). وهناك العديد من الأمثلة على المفارقات المنطقية منها ما يلي:

- مفارقة الكومة Heap Paradoxe: التي تفترض مثلاً أنك بإزاء كومة رمل، هل هي كومة؟ نعم، اسحب منها حبة رمل واحدة. فهل تظل الكومة كومة؟ نعم. استمر في سحب حبات الرمل تدريجياً حبة فحبة، واستمر في طرح السؤال هل تظل الكومة كومة؟ فسوف تظل الكومة كومة في كل مرة،

وسوف تنتهي بالعقل بلا حبات رمل وبلا كومة (صلاح عثمان، ٢٠٠٢: ٢٢-٢٣)، (Kosko, B., 1993: 94).

ويمكن لب المفارقة في أن التغيرات الكمية التدريجية (التنقيص بمقدار حبة رمل واحدة) لا تؤدي إلى تغيرات كيفية؛ ومن ثم فإن القضايا القائلة بأن " ن من حبات الرمل تصنع كومة" ، " ن + ١ من حبات الرمل تصنع كومة" ، " ن - ١ من حبات الرمل تصنع كومة" كلها متكافئة، بمعنى أن لها جميعاً قيمة صدق واحدة (حيث ن أي عدد طبيعي متناهي).

كذلك الحال بالنسبة لمفارقة الأصلع Bald؛ حيث إن الاختلاف بين الأصلع وغير الأصلع ليس في شعره واحدة (الكسندرا غيتمانوفا، ١٩٨٩: ٢٩٧ - ٢٩٨).

- **مفارقة الكذاب Liar Paradoxe:** وهي مفارقة الإشارة الذاتية Self-Reference لأنها تقوم بتأكيد ونفي ذاتها في نفس الوقت، والمفارقة هي إذا كان "ص" من الأشخاص يقول عن نفسه أنه كذاب، فهل نحكم على قوله هذا بالصدق أم بالكذب؟ فإذا افترضنا أنه كاذب خلصنا إلى أنه صادق لأنه يقر بالكذب، وإذا افترضنا أنه صادق خلصنا إلى أنه كاذب لأنه يعترف على نفس بالكذب.

وهكذا يمتزج ويلتحم الصدق بالكذب؛ وهذا تناقض وفقاً لقانون الوسط المرفوع الذي لا يسمح بإقتران الصدق والكذب معاً (السيد نصر الدين ، ٢٠٠٧: ٢١).

- **مفارقة مجموعة كل المجموعات Set of sets** التي لا تكون أعضاء في ذواتها، والتي كشف عنها "برتراند راسل عام ١٩٠١م"؛ وهي المفارقة التي كشفت عن وجود خطأ ما في المنطق الثنائي، وهذه المفارقة مؤداها أننا إذا جمعنا كل أقلام الحبر في مجموعة، ولتكن صندوقاً؛ فإن هذه المجموعة لا تشمل على نفسها، لأن الصندوق ليس قلماً، وإذا كونا مجموعة من كل المجموعات التي لا تشمل على نفسها، برز أمامنا السؤال "هل هذه المجموعة تشمل على نفسها أم لا؟" إن كانت كذلك؛ فهي واحدة من تلك المجموعات التي لا تشمل على نفسها، وإن لم تكن كذلك فهي أيضاً واحدة من تلك المجموعات التي لا تشمل على نفسها؛ أي أن الحكم صادق وكاذب في آن واحد، وهذا تناقض. (برتراند راسل، ١٩٨٠: ١٥٠)، (صلاح عثمان، ٢٠٠٢: ٢٣-٢٤).

وهذا النوع من المفارقات يكشف وجود خطأ في النسق الرياضي والنسق المنطقي لإحتوائها على حدود منطقية مثل "عدد" ، "مجموعة".

والحقيقة أن اللجوء إلى المنطق متعدد القيم لم يؤدي إلى حل مشكلة المفارقات، ذلك أن القيم المتعددة تقوم على وضع حدود واضحة بينها، بينما تنشأ المفارقات لعدم وجود مثل هذه الحدود، ومن ثم كان الحل من وجهة نظر المنطق الفازي هو تدرج قيم المتصل وليس تعددها (سهام النويهي، ٢٠٠١: ١٧).

وتناول المنطق الفازي هذه المفارقات على أنها أنصاف حقائق يتحقق فيها أ وليس أ، أي تكون أ صادقة فقط بنسبة ٥٠٪، وتكون ليس أ صادقة بنسبة ٥٠٪ فقط، أي أن المفارقات نصف صادقة ونصف كاذبة؛ فهي على مسافة متساوية من أركان الأبيض والأسود (Kosko, B., 1993:101).

وإذا كانت المفارقات تمثل الاستثناء لمنطق أرسطو، فإن التحليل الفازي يبين العكس؛ فالمفارقات في المنطق الفازي هي القاعدة وليست الاستثناء؛ لأن ظلال الرمادي تتحقق بين الأبيض والأسود، وهي تعني أن القضية أ وليس أ متحققة بدرجة معينة (سهام النويهي، ٢٠٠١: ١٧).

فقد استطاع المنطق الفازي تمثيل التدرج الذي يميز أسلوب التفكير الإنساني، وكذلك فإن المنطق الفازي لا يضع حدوداً فاصلة بين المتناقضات، والحقيقة أننا نستشعر ذلك في حياتنا اليومية عندما نتساءل هل نحن سعداء أم لسنا سعداء؟ هل فهمنا المحاضرة أم لم نفهمها؟ فنحن قد نكون سعداء ولسنا سعداء في ذات الوقت، وفهمنا المحاضرة ولم نفهمها في آن واحد، فنحن ننتمي جميعاً بدرجة إنتماء معينة لكل المجموعات. فقد نكون ضد ومع، مختلفين ومتفقين ولكن بدرجة إنتماء ما، نحن لا نعرف إلى أي درجة نحن عندها، لكننا نعرف أننا ننتمي إلى هذه المجموعات كلها ولكن بدرجة إنتماء ما (يحيى زكريا، ٢٠٠٦: ٢٩).

(د) المتغيرات اللغوية Linguistic variables:

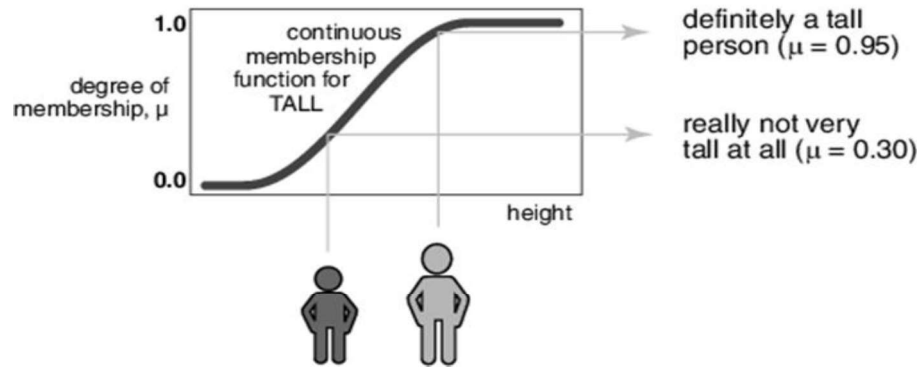
نعرف أن المجموعة في نظرية المجموعات معرفة تعريفاً جيداً والمتغيرات فيها عددية ومحددة ومعرفة. مثلاً التقرير لدرجة الحرارة المرتفعة "٤٧°" هو تقرير صادق. ويناظر مجموعة درجات الحرارة المرتفعة، ٤٧° عنصر ينتمي لها، وإذا كانت المجموعة = {٤٥°، ٤٦°، ٤٧°، ٤٨°، ٤٩°، ٥٠°} فإن أي عنصر ينتمي لها تكون قيمة صدقه "واحد" أو لا ينتمي لها فتكون قيمة صدقه "صفر"؛ أي أن الصدق ثنائي إما واحد أو صفر.

أما المنطق الفازي فهو يتعامل مع متغيرات لغوية Linguistic variable، ويُعرف لطفى زاده (Zadeh, 1975: 221) المتغير اللغوي بأنه "المتغير الذي لا تكون قيمه أعداداً بل كلمات أو جمل بلغة طبيعية أو اصطلاحية".

فمثلاً إذا أخذنا متغير الطول قد يعبر عن متغير عددي إذا كانت له قيمة عددية مثل ١٤٠ أو ١٥٠ أو ١٧٠ سم، وقد يعبر عن متغير لغوي إذا كانت له قيمة لغوية مثل طويل، ليس طويل، قصير، ليس قصير.... وهكذا.

إن الانسان يستخدم عند تقديره لطول شخص ما أسلوباً غير دقيق وغير محدد، فوصف شخص أنه "طويل" قد يُعنى عند البعض من يكون طوله في المدى من ١٤٠ سم إلى ٢٠٠ سم، بينما يعتبر البعض الآخر أن هذا الوصف يشمل أيضاً من يزيد طوله عن ٢٠٠ سم، وقد نجحت المجموعات الفازية في تمثيل هذا التفاوت أو اللاتحديد المصاحب لوصفنا لطول الفرد.

ويوضح شكل (٢) قيم صدق دوال الانتماء للمجموعة الفازية التي تمثل مفهوم "طويل" أخذه في الاعتبار تفاوت التقديرات المختلفة لأطوال هذه الصفة فالشخص الذي طوله ١٧٩ سم يُطلق عليه صفة طويل ولكن بنسبة معينة؛ حيث تمثل الأطوال على المحور السيني، وتقديرات (درجات) الانتماء التي تناظر الأطوال على المحور الصادي.



شكل (٢): قيم صدق دوال الانتماء للمجموعة الفازية

ثانياً: الرياضيات الفازية **Fuzzy Mathematics**:

الرياضيات الفازية هي الرياضيات العصرية القائمة على مبادئ المنطق الفازي، ومن موضوعاتها: المجموعات الفازية ودالة الانتماء، التوبولوجي الفازي، الهندسة الفازية، العلاقات الفازية، الأشكال الفازية، الحساب الفازي، القياس الفازي، نظرية الاحتمالات الفازية، التكامل الفازي، والجبر الفازي

https://en.wikipedia.org/wiki/Fuzzy_mathematics

ونعرض فيما يلي لبعض موضوعات الرياضيات الفازية:

(١) المجموعات الفازية ودالة الانتماء:

(أ) المجموعة الفازية Fuzzy Set:

حدد لطفى زادة (Zadeh, 1975: 29) المجموعة الفازية بأنها "مجموعة أشياء ذات سلسلة متصلة من درجات العضوية، وتوصف هذه المجموعة بدالة العضوية التي ترجع لكل شئ درجة عضوية تتراوح بين الصفر والواحد". وعرفها (يحيى صاوي، ٢٠١٤ : ٤٣) بأنها مجموعة تتميز بحدود غير محددة تسهل التحول التدريجي من الانتماء إلى عدم الانتماء والعكس صحيح؛ حيث يتم تعيين قيمة ما لكل عنصر تمثل درجة إنتمائه للمجموعة الفازية، وهذه القيمة تقع في الفترة $[0, 1]$ ، وتتوقف هذه القيمة على مدى تمثيل العنصر للمفهوم الذي تمثله المجموعة.

بافتراض أن U مجموعة شاملة، A مجموعة فازية معرفة على U ؛ فإنه يمكن التعبير عن المجموعة الفازية A كالتالي:

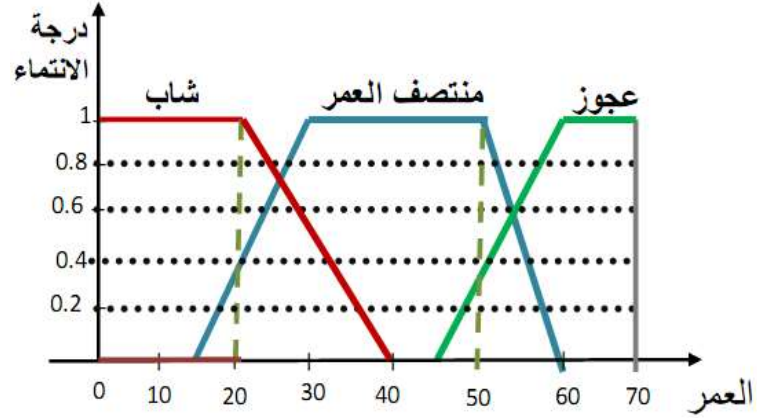
$$A = \{(x, \mu_A(x)) : x \in U\}$$

(ب) دالة (تقدير أو درجة) الانتماء μ :

بفرض أن A مجموعة فازية معرفة على المجموعة الشاملة U ؛ فإن دالة الانتماء هي الدالة التي تربط كل عنصر في المجموعة الفازية A بعدد حقيقي في الفترة $[0, 1]$ ، حيث إن قيمة الدالة μ لعنصر x تمثل درجة انتماء (عضوية) العنصر في المجموعة الفازية A ، أي درجة اتفاهه والمفهوم الذي تمثله المجموعة الفازية A ؛

$$\mu_A(x): U \rightarrow [0, 1]$$

ويوضح شكل (٣) دوال الانتماء للمجموعات الفازية الممثلة لمراحل العمر المختلفة (شباب، منتصف العمر، عجوز):



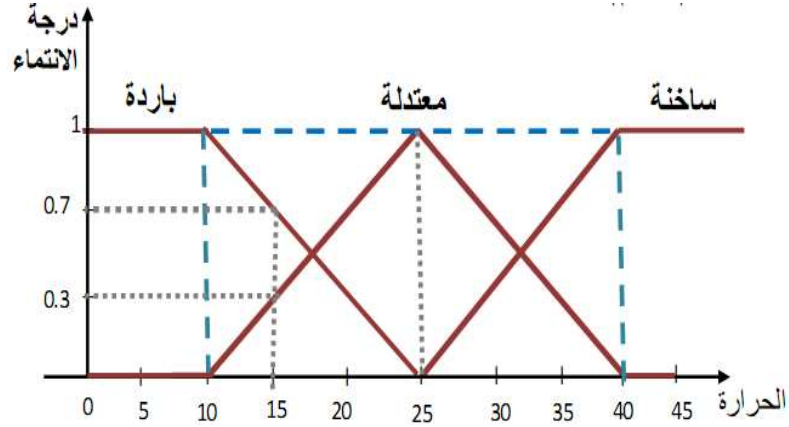
شكل (٣): دوال الانتماء للمجموعات الفازية الممثلة لمراحل العمر المختلفة ويوضح جدول (١) درجات الانتماء للمجموعات الفازية "شباب"، "منتصف العمر"، "عجوز"

جدول (١)

درجات الانتماء للمجموعات الفازية الممثلة لمراحل العمر المختلفة

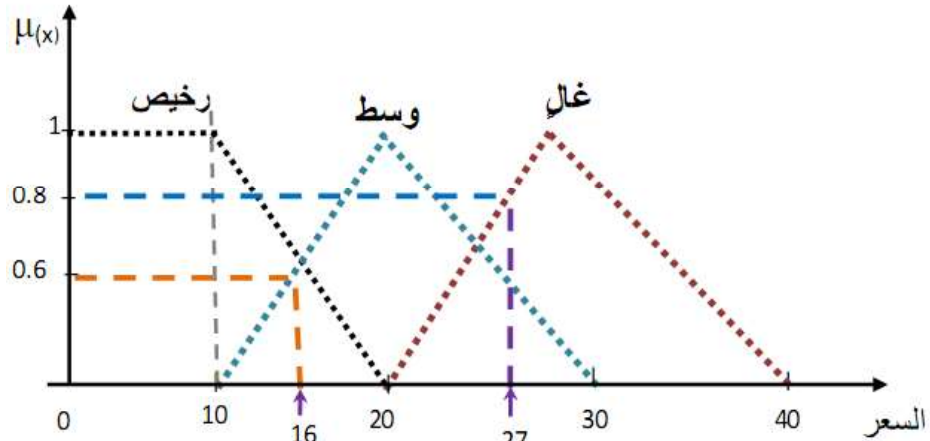
قيم دالة الانتماء للمجموعة الفازية "عجوز"	قيم دالة الانتماء للمجموعة الفازية "منتصف العمر"	قيم دالة الانتماء للمجموعة الفازية "شباب"	عناصر المجموعة الشاملة للعمر
٠	٠	١	٠
٠	٠	١	١٠
٠	٠,٣	١	٢٠
٠	١	٠,٥	٣٠
٠	١	٠	٤٠
٠,٣	١	٠	٥٠
١	٠	٠	٦٠
١	٠	٠	٧٠

ويوضح شكل (٤) دوال الانتماء للمجموعات الفازية الممثلة لدرجات الحرارة المختلفة (باردة، معتدلة، حارة (ساخنة)):



شكل (٤): دوال الانتماء للمجموعات الفازية الممثلة لدرجات الحرارة المختلفة

ونلاحظ من شكل (٤) أنه إذا كانت درجة الحرارة 15° ؛ فإنها تصنف على أنها درجة حرارة باردة بدرجة إنتماء $0,7$ وتصنف في نفس الوقت على أنها درجة حرارة معتدلة بدرجة إنتماء $0,3$ وحارة بدرجة إنتماء صفر؛ وبذلك يكون الانتقال من مجموعة فازية إلى مجموعة أخرى انتقالاً سلسلاً. ويوضح شكل (٥) دوال الانتماء للمجموعات الفازية الممثلة لسعر بضاعة معينة حسب متغير العرض ومتغير الطلب (رخيص، وسط، غال): (عادل عبدالنور، ٢٠٠٦: ٤٨).



شكل (٥): دوال الانتماء للمجموعات الفازية الممثلة لسعر بضاعة معينة

ونلاحظ من شكل (٥) أنه إذا كانت سعر البضاعة = ١٦ فإنه يُصنف على أنه سعر "وسط" بدرجة انتماء ٠,٦ ، وإذا كان سعر البضاعة = ٢٧ فإنه يُصنف على أنه سعر "غال" بدرجة انتماء ٠,٨ ؛ وبذلك يكون الانتقال من مجموعة فازية إلى مجموعة أخرى انتقالاً سلسلاً.

(ج) العمليات على المجموعات الفازية:

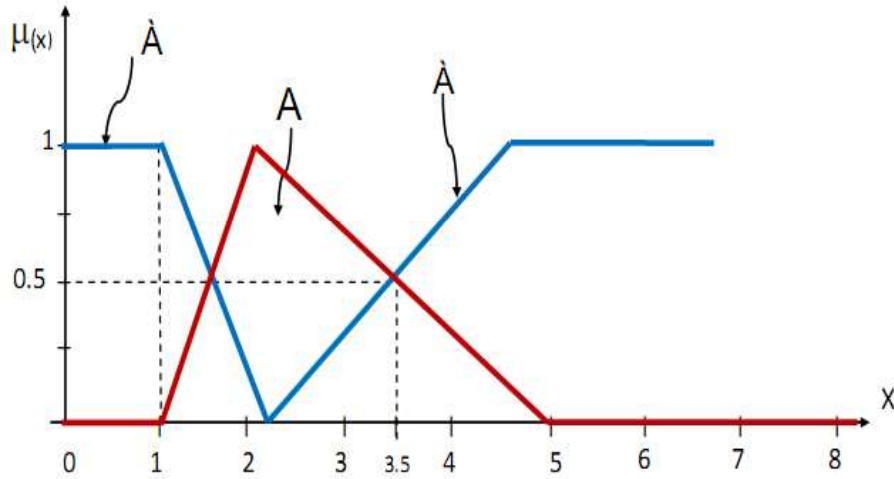
علمنا أن المجموعات الفازية تُعرف بدلالة دالة الإنتماء μ ، لذلك فإن العمليات عليها أيضاً تُعرف بدلالة دالة الإنتماء μ .

بفرض أن B ، A مجموعتان فازيتان معرفتان على المجموعة الشاملة U ، لكل عنصر x في المجموعة الشاملة U تُعرف العمليات الآتية:

١. مكملة المجموعة الفازية:

تُعرف المجموعة الفازية المكملة \bar{A} للمجموعة الفازية A عن طريق دالة الإنتماء كما يلي:

$$U \ni x \quad \mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$$



شكل (٦): الإكمال الفازي

نلاحظ من شكل (٦) ما يلي:

- تقاطع المجموعة الفازية A ومكملتها \bar{A} في المنطقة الصغيرة أسفل المنحنى؛ بعكس المجموعات العادية التي فيها $\bar{A} \cap A = \emptyset$ ؛ وتناظر أن التقرير ونفيه يكون خطأ وهو ما يسمى بمبدأ التناقض.

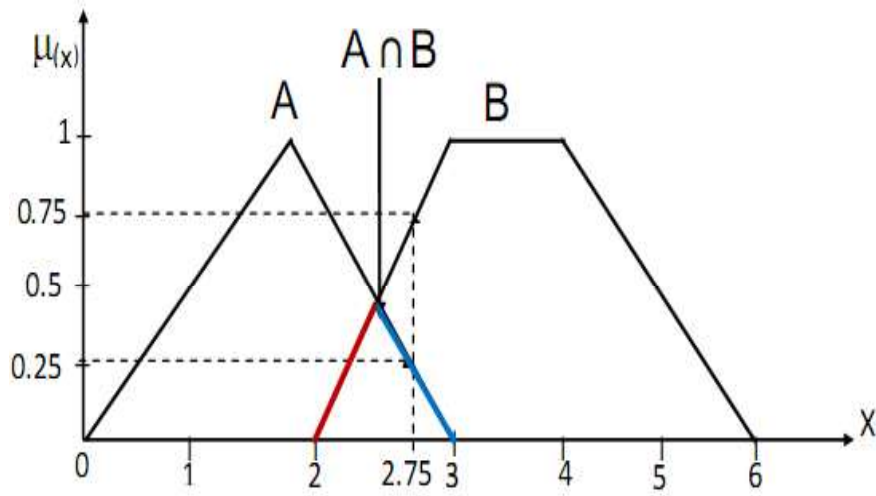
- اتحاد المجموعة الفازية A ومكملتها \bar{A} لا يساوي المجموعة الشاملة U ؛ أى أن $\bar{A} \cup A \neq U$ ، وهذا يختلف عن المجموعات العادية التى فيها $A \cup \bar{A} = U$ ؛ وهى تناظر أن التقرير أو نفيه صحيح وهو ما يسمى بمبدأ إستبعاد الوسط.
- وعلى ذلك فمبدأ التناقض وقانون إستبعاد الوسط لا يسريان على المجموعات الفازية (نظرة خضر، ٢٠٠٧: ١١).

٢. التقاطع :

يُعرف تقاطع مجموعتان فازيتان A ، B بدلالة دالة الانتماء كما يلي:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \text{Min} [\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad \forall x \in U$$

يوضح شكل (٧) تقاطع المجموعتان الفازيتان A ، B .



شكل (٧): تقاطع المجموعات الفازية

نلاحظ من الشكل ما يلي:

$$\mu_B(2.75) = 0.75 \quad , \quad \mu_A(2.75) = 0.25 \quad \bullet$$

إذن

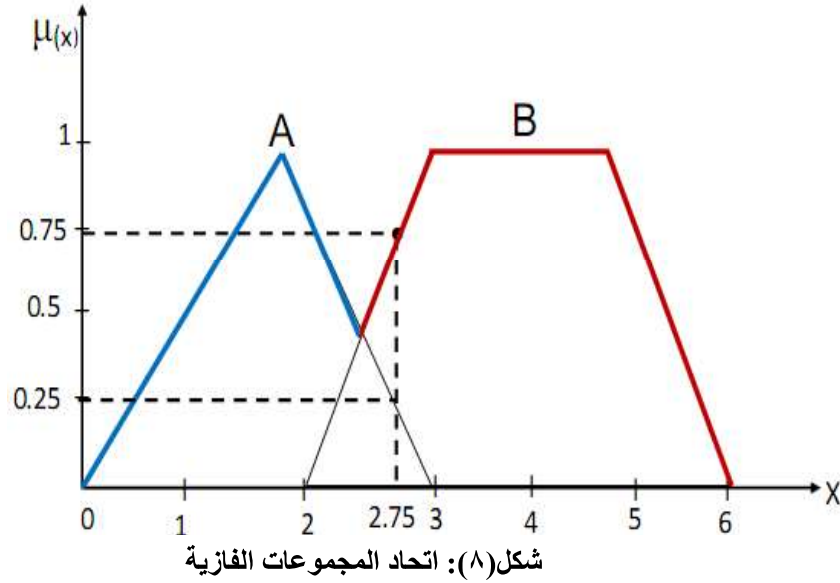
$$\mu_{A \cap B}(2.75) = \text{Min}(0.25, 0.75) = 0.25$$

٣. الاتحاد:

يُعرف اتحاد مجموعتان فازيتان A ، B بدلالة دالة الانتماء كما يلي:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \text{Max}[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad \forall x \in U$$

يوضح شكل (٨) اتحاد المجموعتان الفازيتان A ، B.



نلاحظ من الشكل ما يلي:

$$\mu_B(2.75) = 0.75 \quad , \quad \mu_A(2.75) = 0.25 \quad \bullet$$

إذن

$$\mu_{A \cup B}(2.75) = \text{Max}(0.25, 0.75) = 0.75$$

يوجد للمجموعات الفازية والعمليات عليها العديد من التطبيقات في أنظمة التحكم الفازية، الاستدلال التقريبي، وصنع القرار.

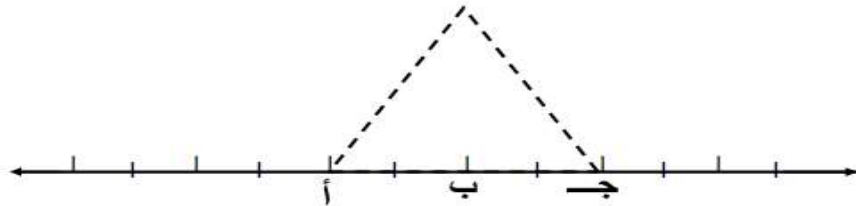
(٢) الحساب الفازي Fuzzy Arithmetic

أحد فروع الرياضيات الفازية هو الحساب الفازي الذي من خلاله نجرى العمليات الحسابية المختلفة على الأعداد الفازية.

(أ) العدد الفازي:

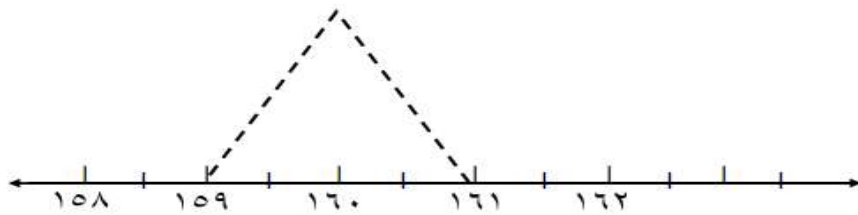
هو تعميم للعدد الحقيقي، وهو عدد غامض، تقريبي، غير محدد، لا يشير إلى قيمة وحيدة فريدة، ولكنه يشير إلى مجموعة متصلة من القيم المحتملة بحيث يكون لكل قيمة درجة انتماء خاصة بها. https://en.wikipedia.org/wiki/Fuzzy_number .
 فمثلاً: عندما نسأل أحد الأشخاص عن طوله فيجواب أن طوله تقريباً ١٦٠ سم، فهذا يعني أن طوله قد يكون ١٥٩ سم، ١٦٠ سم، ١٦١ سم، ١٦٢ سم. فالعدد ١٦٠ هنا هو عدد تقريبي، غامض، غير محدد؛ أي أنه عدد فازي له مدى قد يكون من ١٥٩ إلى ١٦١ مثلاً.

ويُمثل العدد الفازي بثلاث نقاط (أ، ب، ج)، ويسمى ب برأس العدد الفازي ودرجة انتمائه تساوي ١، وهي تمثل العدد الفازي في كميته المحددة، وتسمى الفترة أ إلى جـ بمدى (قاعدة) العدد الفازي؛ (المدى الذي يُمثل اللائقين): (Kwang H. Lee, 2005: 137-138)



شكل (٩) العدد الفازي المثلى

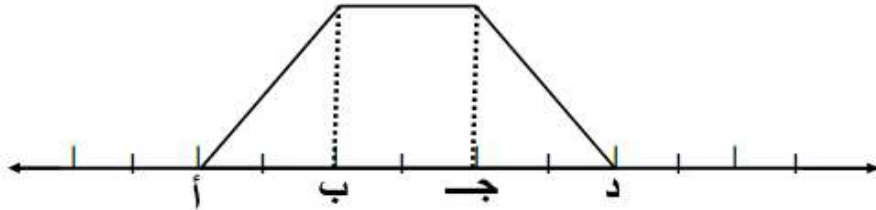
وبالتالي يُمثل العدد الفازي ١٦٠ بثلاث نقاط (١٥٩، ١٦٠، ١٦١) على خط الأعداد كما يلي:



شكل (١٠) العدد الفازي ١٦٠

العدد الفازي الشبه منحرفي: Trapezoidal fuzzy number

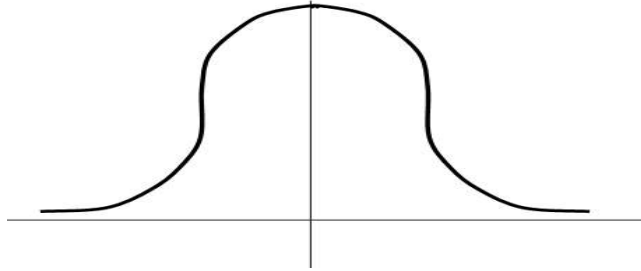
هو عدد فازي يُمثل بأربعة نقاط (أ ، ب ، ج ، د) ويعتمد على حقيقة أنه توجد أكثر من نقطة درجة إنتمائها تساوى الواحد.



شكل (١١) العدد الفازي الشبه منحرفي

العدد الفازي الجرسى Bell shape fuzzy number

هو العدد الفازي الذي يستخدم عادة فى التطبيقات العملية، ويوضح الشكل التالى الرسم البيانى للعدد الفازي الجرسى.



شكل (١٢) العدد الفازي الجرسى

وهناك أنواع أخرى للأعداد الفازية مثل العدد الفازي الجاوسى Gaussian، والعدد الفازي π ، والعدد الفازي السيجمويدال Sigmoidal، والعدد الفازي كوشي palash D. ، (Kwang H. Lee, 2005: 145-148) Cauchy، (Bulendra L., 2017: 71).

(ب) العمليات الحسابية على الأعداد الفازية:

هناك العديد من الطرق لإجراء العمليات الحسابية الأساسية الأربعة (الجمع، الطرح، الضرب، والقسمة) على الأعداد الفازية منها استخدام حساب الفترات أو توظيف مبدأ التوسع والطرق الحسابية الخاصة بالعدد الفازي المثلي أو العدد الفازي شبه المنحرفي.

(٣) الهندسة الفازية Fuzzy Geometry:

حيث إننا كثيراً ما نصف أشكالاً بأنها تشبه المثلث أو المستطيل أو الدائرة، لذا فإن المنطق الفازي يقدم معالجة مميزة للربط بين غموض الواقع ومثالية الهندسة الإقليدية لتجعلها قابله للتطبيق باستخدام الهندسة الفازية.

ففي مقابل النقطة والقطعة المستقيمة والزاوية والمثلث والمستطيل والدائرة في الهندسة الإقليدية، توجد النقطة والقطعة المستقيمة والزاوية والمثلث والمستطيل والشكل الرباعي والدائرة في الهندسة الفازية؛ وتلك الأشكال نرسمها بالقلم الرصاص لتنتج أشكالاً ذات حدود فازية؛ أى أن الشكل الهندسي الفازي يمكن اعتباره على أنه شكل هندسي ليس له حدود محددة واضحة، أو أنه إتحاد مجموعة من الأشكال الهندسية الإقليدية بدرجات إنتماء مختلفة (B. Mohammed Imran, M. M. Sufyan Beg, 2012: 270)

ثالثاً: تطبيقات المنطق الفازي:

في بداية الثمانينات من القرن العشرين كان للمنطق الفازي تطبيقات مذهلة في اليابان؛ حيث صممت شركة هيتاشي Hitachi قطاراً لمنطقة سنداى يعمل آلياً بالمنطق الفازي سنة ١٩٨٥م، وقد جمع هذا القطار بين السرعة والسلامة والرفاهية، كما صنعت شركة ماتسوشيتا Matsushita غسالات ومكيفات ذكية. وظهر أيضاً أول مصعد كهربائي يستعمل المنطق الفازي وكان من صناعة شركة توشيبا Toshiba (عادل عبدالنور، ٢٠٠٦: ٢٦).

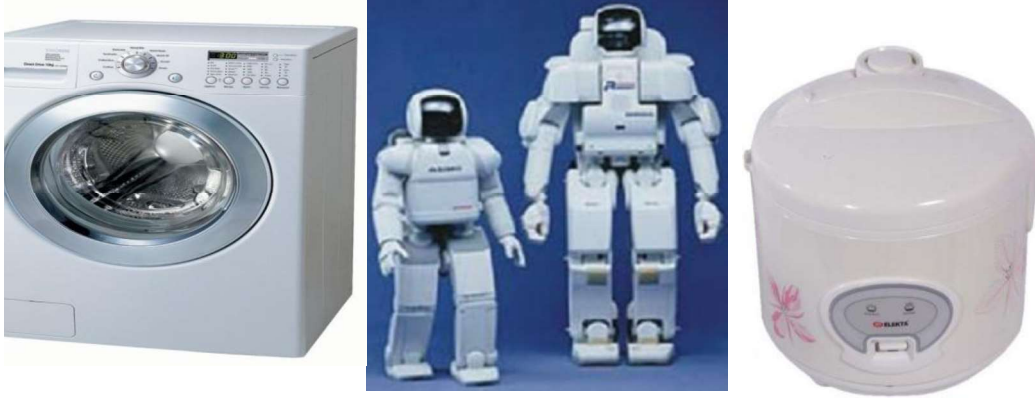
وقد تعددت النجاحات التجارية لتطبيقات المنطق الفازي في مجالات الذكاء الاصطناعي المختلفة مثل الأنظمة الخبيرة الفازية Fuzzy Expert Systems، والرؤية بالحاسوب Computer Vision، والروبوت (الإنسان الآلي) Robot، وغيرها، وتعتبر أنظمة التحكم الفازية Fuzzy Control System أكبر نجاح تم إنجازه لتطبيق الأنظمة الفازية في مجالات الصناعة والتجارة، Angel Garrido, (2012, 75).

ونعرض فيما يلي لتطبيقات المنطق الفازي في أنظمة التحكم الفازية، والأنظمة الخبيرة الفازية:

(١) أنظمة التحكم الفازية Fuzzy Control System:

حيث ترتبط المدخلات والمخرجات الفازية ببعضها بعلاقة "إذا كان- إذن If- Then" وتستخدم فيها قواعد الاستدلال المنطقي الفازي؛ فمعظم أجهزة التحكم الفازية في الأجهزة المنزلية التي تستخدمها مبنية على الأنظمة الفازية؛ بمعنى أن القواعد التي تعمل بها وتتحكم في إجراءاتها تستخدم اللغة الفازية، وليس الحساب الرقمي، وبهذا فهي تحاكي تفكير الإنسان في تعامله مع الواقع.

مثال: الغسالات الكهربائية التي يتم التحكم بها بأنظمة تحكم فازية، والتي يتم ضبط مستوى الماء وكمية المنظف المستخدم ومدة دورة الغسيل طبقاً لكمية الملابس ودرجة اتساخها، وجهاز طهي الأرز، والمكانس الكهربائية، وغلايات السفن وغيرها.



نموذج من الغسالة الكهربائية نموذج من الروبوت "الانسان الآلي" طبخة الأرز

شكل (١٣) بعض المنتجات التجارية للمنطق الفازي

(٢) الأنظمة الخبيرة الفازية Fuzzy Expert Systems:

نظم قادرة على حل مشكلات وتقديم استشارات في مجال ما وبنفس الطريقة والمستوى الذي يقوم به الخبير البشري في هذا المجال. ويعتبر المجال الطبي من أهم مجالات الأنظمة الخبيرة الفازية؛ حيث يقدم المنطق الفازي إطاراً طبيعياً للتعامل مع عدم اليقين وعدم الدقة في عملية تشخيص المرض؛ حيث تتمكن الأنظمة الخبيرة الطبية من معالجة مدخلات الإنسان المريض التي توصف بحدود لغوية فازية غامضة وتطبيق عملية اتخاذ قرارات الأطباء اللغوية المعقدة (السيد جاب الله، ٢٠١٠: ٢٣٧).

دراسات سابقة:

توجد العديد من الدراسات العربية التي حاولت تطوير مناهج الرياضيات في مختلف مراحل التعليم بإدخال محتوى جديد وموضوعات جديدة منها كل من:

- دراسة (يحيى الصاوي، ٢٠٠٩) والتي هدفت إلى إعداد وحدة بنائية مقترحة في المنطق الفازي يمكن تضمينها في برنامج إعداد معلمى الرياضيات بكلية التربية وقياس فاعلية الوحدة المقترحة. وتم إعداد الوحدة اعتماداً على عدد من المبادئ منها أن الطلاب المعلمين لديهم الخبرة الرياضية اللازمة لدراساتها، واعتمدت الدراسة على التصميم التجريبي ذو المجموعة الواحدة وتكونت عينة الدراسة من مجموعتين تجريبيتين من طلاب الفرقة الثانية شعبة رياضيات عام وشعبة

رياضيات أساسي بكلية التربية جامعة عين شمس وتكونت: المجموعة التجريبية الأولى (شعبة العام) من (٢١) طالباً، والمجموعة التجريبية الثانية (شعبة الأساسي) من (٢٥) طالباً، واشتملت أدوات الدراسة على اختبار تحصيلي في المنطق الفازي ومقياس تقدير في المنطق الفازي طبقت قبلًا وبعدياً على أفراد المجموعتين، واستغرق تطبيق الوحدة ستة أسابيع بواقع أربع ساعات أسبوعياً. وأوضحت نتائج الدراسة ارتفاع متوسط درجات الطلاب المعلمين في الاختبار التحصيلي البعدي، ومقياس التقدير في المنطق الفازي، وأوصت الدراسة بضرورة تضمين المنطق الفازي العصري في المقررات التدريسية للطلاب في مراحل التعليم المختلفة وبمستويات مناسبة.

• دراسة (يحيى الصاوي، ٢٠١٤) هدفت إلى بناء برنامج للارتقاء الرياضي والمهني لمعلم رياضيات المرحلة الأساسية في الرياضيات المتجددة (هندسة الفراكتال، والمنطق الفازي) والكشف عن فاعليته في تنمية الابتكار التدريسي لدى معلمى رياضيات المرحلة الأساسية، وتم إعداد برنامج في الرياضيات العصرية المتجددة واستراتيجيات التدريس الحديثة وأحد البرمجيات التفاعلية الديناميكية، واعتمدت الدراسة على التصميم التجريبي ذو المجموعة الواحدة وتكونت عينة الدراسة من (٢١) معلماً من المرحلة الإعدادية بإدارة حدائق القبة التعليمية، واشتملت أدوات الدراسة على اختبار تحصيلي في الرياضيات العصرية المتجددة، واختبار أدائي في استراتيجيات التدريس الحديثة، واختبار مهاري في برنامج Geometry's Sketchpad، ومقياس في الابتكار التدريسي طبقت قبلًا وبعدياً على مجموعة البحث، وأوضحت نتائج الدراسة ارتفاع متوسط درجات المعلمين أثناء الخدمة في أدوات الدراسة، وقد أوصى الباحث بضرورة تضمين الرياضيات العصرية المتجددة في المقررات الدراسية للطلاب في مراحل التعليم المختلفة وبمستويات مختلفة.

• دراسة (هناء رضوان، ٢٠١٦) هدفت الدراسة إلى حساب فاعلية وحدة بنائية مقترحة في المنطق الفازي Fuzzy logic وتطبيقاته في تنمية التحصيل وتقدير الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية بمدارس اللغات، ولتحقيق ذلك أعدت الباحثة الوحدة المقترحة، وأدوات الدراسة المتمثلة في اختبار تحصيلي في المنطق الفازي وتطبيقاته، ومقياس تقدير الرياضيات، وتكونت مجموعة الدراسة من (٢٥) تلميذاً من تلاميذ الصف الثاني الإعدادي للعام الدراسي ٢٠١٥/٢٠١٦م بمدرسة حلمية الزيتون الرسمية للغات (المستقبل ١٠) التابعة لإدارة عين شمس التعليمية، وأوضحت نتائج الدراسة فاعلية الوحدة المقترحة في تنمية التحصيل، وتقدير الرياضيات لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي.

• دراسة (هبة عبدالعال، ٢٠١٨) هدفت إلى دراسة فاعلية برنامج مقترح في الرياضيات الفازية في تنمية التفكير الجانبي وحب الاستطلاع لدى طلاب المرحلة الثانوية، ولتحقيق ذلك أعدت الباحثة اختباراً تحصيلياً في الرياضيات الفازية، مقياس التفكير الجانبي، ومقياس حب الاستطلاع، وتكونت مجموعة البحث من (٣٦) طالبة من طالبات الصف الأول الثانوي للعام الدراسي ٢٠١٧/٢٠١٨م بمدرسة كلية السلام التجريبية التابعة لإدارة الزيتون، وأوضحت نتائج الدراسة فاعلية البرنامج المقترح في تنمية التفكير الجانبي وحب الاستطلاع لدى طالبات الصف الأول الثانوي.

• دراسة (حامد السيد، ٢٠١٨: ٢٩٩) أوضحت أن من الاتجاهات الحديثة في مجال الرياضيات هو بناء وحدات في المنطق الفازي عند تطوير مناهج الرياضيات المدرسية.

وبالنسبة للدراسات الأجنبية لا توجد دراسات أجنبية تناولت المنطق الفازي بشكل عام.

وقد استفادت الباحثة من هذه الدراسات في:

- عرض أساس نظري للمنطق الفازي والرياضيات العصرية المتجددة القائمة عليه.
- الاطلاع على بعض موضوعات المنطق الفازي والرياضيات العصرية القائمة عليه، والتي يمكن الاستفادة منها في الوحدة المقترحة لتلاميذ الصف السادس الابتدائي.
- بناء الوحدة المقترحة لتلاميذ الصف السادس الابتدائي.
- بناء أدوات الدراسة.
- إمكانية تقديم الرياضيات العصرية المتقدمة للتلاميذ في المرحلة الابتدائية باستخدام أحد نماذج ما بعد البنائية المناسب وأنشطة مناسبة وطريقة عرض مناسبة.

البعد الثاني: نماذج ما بعد البنائية، مفهوماً، مبادئها، نموذج الاستقصاء التقدمي.

أولاً: نماذج ما بعد البنائية، مفهوماً ومبادئها:

تعد نماذج ما بعد البنائية من التوجهات الجديدة التي ظهرت لتقدم أساليب تعلم جديدة ومبتكرة في العملية التعليمية؛ حيث تستند في فلسفتها إلى أن المعرفة تُبنى في عقل التلميذ من خلال تنشيط مجموعة من العمليات الذهنية، تنظم بشكل متسلسل ومترابط لتحقيق تكامل المعرفة فهماً وتفسيراً وتقويماً، وتستند هذه النظرية في مبادئها إلى أن المعلومات المتوفرة في جميع المصادر تعد مواد بسيطة وعادية لا يُستفاد منها إلا بعد القيام بمعالجتها وتبويبها وتدقيقها وربطها مع مشابهها وتصنيفها في ذاكرة التلميذ

وحفظها، بحيث يتحول التلميذ من مستهلك للمعلومة إلى منتج وموظف لها (Deleuze, 2004:170).

ويعبر مفهوم نماذج ما بعد البنائية عن تلك التوجهات والأسس التي تحكم عملية إكساب المعرفة وحفظها وتوظيفها في مواقف جديدة، من خلال دراستها دراسة واسعة مستهدفاً الاهتمام بعمليات البحث عن معلومات معينة في مصادر عدة سواء كانت المصادر مواد مطبوعة أو الكترونية؛ فضلاً عن التركيز والاهتمام بعمليات توليد الأسئلة الفرعية التي تبحث عن الجديد والضمنى مما ينعكس على تكامل المعرفة (Taber, S. 2006: 125).

مبادئ نماذج ما بعد البنائية:

تستهدف تربية مجتمع ما بعد الحداثة بناء الإنسان المستوعب لمختلف الثقافات، والمعارف القادر على التعايش مع الآخر، وذلك من خلال تربية متكاملة تراعي كافة جوانب النمو الإنساني والحضاري وشمولية المعرفة وتكاملها من خلال التعلم الذاتي والتعلم مدى الحياة، وترتكز نماذج ما بعد البنائية إلى مجموعة من المبادئ التي تحكم عملية إكساب الطالب للمعرفة وتوظيفها في مواقف جديدة، ويحدد (محمد سكران، ٢٠٠٦: ١٥٦)، (فايزمينا، ٢٠١١: ٢٤)، (Muukkonen, H.et al., 2004:28)، (Hakkarainen, K., 2003:203) بعض المبادئ لنماذج ما بعد البنائية فيما يلي:

- ❖ **التعلم من أجل بناء المعرفة:** حيث تركز ما بعد البنائية على كيفية الحصول على المعرفة وبنائها بشكل سليم يوظفه التلميذ في أثناء تعلمه، فلا تكتفى فقط بتعريفها وتحديدها، وإنما بكيفية تحصيلها وإتقان أدوات التعامل معها وربط بعضها ببعض.
- ❖ **التعلم من أجل العمل:** حيث تنتشر مراكز التعليم أثناء العمل؛ فتكنولوجيا المعلومات في طريقها إلى تحويل المصانع إلى مدارس.
- ❖ **التعلم من أجل الذاتية الشخصية:** وذلك بالتركيز على مهارات التعلم الذاتي للمعرفة، فالمعلم لا يكتفى بتقديم المعلومات والمعارف المقررة في الكتاب المدرسي، بل عليه توجيه تلاميذه إلى مهارات التعلم الذاتي لاكتساب المعرفة وتكوين شخصياتهم بإبداء الرأي فيما يتعلمونه ويدرسونه.
- ❖ **التعلم من أجل خلق المعرفة وتجديدها:** حيث تهتم نماذج ما بعد البنائية بتجاوز تحصيل وحفظ المعرفة، لتصل بالتلميذ إلى بنائها وتكوينها من جديد من خلال البحث وراء المعلومات عن شئ جديد، أو معالجة هذه المعلومات بتوسع في دراستها وتحليلها والإضافة إليها وإثرائها.

- ❖ **تنمية الإبداع والخيال:** وذلك من خلال اتباع أساليب التعلم بالاكتشاف، والاستفادة من الدعم الكبير الذي تقدمه تكنولوجيا المعلومات لشتى أنواع الإبداع، والتعلم من الآخرين من خلال الحوار والمشاركة عن بعد عبر الإنترنت.
- ❖ **التعلم من أجل مشاركة الآخرين:** وذلك من خلال حلقات النقاش ومجموعات العمل التعاوني بين التلاميذ، التي تشجعهم على دراسة المعرفة واكتسابها بشكل أفضل، والتخلص من نزعات التعصب والعنف، وتنمية مهارات الحوار مع الآخر، وتنمية الرغبة في مشاركة الآخر.
- ❖ **التعلم من أجل البحث:** حيث تستهدف نماذج ما بعد البنائية البحث عن المعرفة، وكيفية بنائها وفهمها، من خلال عديد من المصادر المتاحة للتلميذ. ومن خلال عرض كل من مفهوم نماذج ما بعد البنائية وبعض مبادئها، يمكن الخروج ببعض التوجهات التي يمكن الاستناد إليها عند تدريس وحدة المنطق الفازي وهي:

- اختيار الأنشطة التي تعين التلميذ على التوسع في دراسته للوحدة.
- الاهتمام بمهارات التعلم الذاتي من بحث وجمع البيانات التي تتعلق بموضوعات الوحدة؛ بحيث تتضمن تكاليف فردية وجماعية.
- أن تتنوع الأسئلة المقدمة للتلاميذ بين الأسئلة الموضوعية والأسئلة المقالية لتنمية قدرتهم وتفكيرهم نحو دراسة الوحدة.

ثانياً: نموذج الاستقصاء التقدمي Progressive Learning Model

يهتم نموذج الاستقصاء التقدمي بدراسة المحتوى المعرفي المقدم للتلاميذ دراسة دقيقة تتجاوز حفظه وفهمه فهماً مباشراً؛ لتصل إلى تحليله وتفسيره وإعمال العقل فيه من خلال التركيز على مهارات التفكير المتنوعة في أثناء دراسة ما يتضمنه المحتوى من معلومات وإبداء الرأي فيه وتقييمه (Kozma, R., 2003:7).

وقد اقترح العديد من الباحثين مجموعة من المطالب لتسهيل عمليات تعلم المعرفة ذات المستويات العليا وهي: أن تكون بيئة التعلم أقرب ما يكون لبيئة الاستقصاء العلمي التي تُشجع التلميذ على الانخراط في عمليات طرح الأسئلة وإنتاج نظريات وتفسيرات واستخدام مصادر المعلومات بصورة ناقدة (Lakkala et al., 2008) (35)، ولقد حدد كل من (Rahikainen, M. & Hakkarainen, K, 2001) ، (Muukkonen, H., et al., 2004:28) مبادئ نموذج الاستقصاء التقدمي وهي:

- **نظرية بناء المعرفة:** تم وضعها لوصف ما يلزم على التلاميذ إنجازه لبناء المعرفة، وتتناول ضرورة تعليم التلاميذ من أجل إعدادهم للحياة في مجتمع تتغلغل فيه المعرفة والابداع.
- **مدخل خلق المعرفة:** يعتبر هذا المدخل أن التعلم عبارة عن عمليات استقصاء مبتكرة؛ ينتج عنها ثراء للمعرفة الأولية وبالتالي حدوث تغير كامل لهذه المعرفة.
- **بيئة التعلم المستقبلية:** صممت هذه البيئة التعليمية لدعم بناء المعرفة التعاونية والاستقصاء التقدمي، وتعتبر هذه البيئة جزء لا يتجزأ من نموذج الاستقصاء التقدمي؛ حيث يساعد النموذج التلاميذ على نقل أفكارهم إلى بيئة التعلم لبناء المعرفة التعاونية بدلاً من النقاشات الجانبية.
- **نموذج الاستفهام للاستقصاء العلمي:** فكرة هذا النموذج هي أن الاستقصاء عملية بحث عن المعرفة أو الحقيقة، والتلميذ الذي يقوم بالاستقصاء ليس ملاحظ سلبي، بل يحب الطبيعة لاعطائه إجابة عما يبحث عنه من استفسارات وتساؤلات.
- **فكرة توزيع الخبرة:** وتقوم هذه الفكرة على أن المعرفة لا تكمن داخل المتعلم فقط، ولكن في البيئة الاجتماعية والمادية أيضاً.
- **عملية تعميق السؤال- التفسير:** حيث إن الأسئلة الغامضة والصعبة تكون سبب الفهم الأول للموضوع؛ فمن خلال مشاركة المتعلم في عملية تعميق السؤال – والتفسير يتمكن من فهم الظاهرة أو المشكلة بعمق.

ويعرض كل من (Lakkala, Muukkonen, et al., 2005: 531- 534) ، (Lakkala, M., et al., 2007: 42-43) ، (Lakkala, M., et al., 2008: 43-44) لأطوار نموذج الاستقصاء التقدمي فيما يلي:



شكل (١٤): أطوار نموذج الاستقصاء التقدمي

- إنشاء السياق: التخطيط لدراسة المعرفة وتحديد الهدف منها؛ حيث يتم تحديد الهدف المرجو من دراسة المعلومات والمعارف الأساسية، والتخطيط لكيفية تحقيق ذلك الهدف، ففي البداية، ينشئ المعلم بمشاركة التلاميذ سياقاً من أجل فهم المشكلة محل الدراسة، وربط المشكلة بالمفاهيم الرئيسة ذات الصلة بالعلم أو التطبيقات في العالم الحقيقي، ويتم تشكيل فرق التعلم من خلال التخطيط المشترك ووضع أهداف مشتركة. ومن المهم خلق ثقافة إجتماعية للتعلم تدعم التبادل التعاوني للمعرفة والأفكار التي يتم التوصل إليها.
- طرح الأسئلة وإعدادها: حيث إن من مبادئ عملية الاستقصاء توجيه المعلم لمجموعة من الأسئلة حول المعلومات والمعارف المقدمة للتلاميذ، وتدريب التلاميذ على طرح الأسئلة من نوع (لماذا؟ كيف؟ ماذا؟) والاستفسارات التي

تحقق للتلميذ فهماً للأفكار والمعاني، وتستثير لديهم الرغبة في البحث والاستكشاف عن إجاباتها.

● **بناء نظريات العمل:** حيث إن هناك شرط هام وضروري لفهم التلاميذ للمشكلة أو الموضوع وهو صياغة التلاميذ بأنفسهم فروض المشكلة أو وضع تفسيرات لها، فمن المهم في بداية عملية الاستقصاء أن يحاول التلاميذ تفسير المشكلة أو الموضوع من الخلفية المعرفية الأساسية لديهم؛ وذلك قبل استخدام مصادر المعلومات؛ وهذا يحقق عدداً من الأهداف:

- ❖ إبراز المفاهيم السابقة (البديهية) للقضايا والمسائل المطروحة.
- ❖ تعتبر محاولة شرح التلميذ تلك التفسيرات للآخرين طريقة فعالة لاختبار فهم التلميذ نفسه للمشكلة، ويجعل الثغرات والتناقضات في معرفته أكثر وضوحاً.
- ❖ يسهم في خلق فهم مشترك بين التلاميذ للمشكلة.
- ❖ يعمل على خلق ثقافة "أن الأفكار المقدمة ليست نهائية وقابلة للتغيير من خلال النقاش المستمر".

● **التقييم الناقد:** يتم تحديد نقاط القوة ونقاط الضعف في الفروض والتفسيرات المختلفة التي وضعها فريق التعلم من أجل تنظيم الجهود المعرفية المشتركة لفريق لبناء المعرفة وتوجيهها، وتتضمن هذه المرحلة أو الطور تقييم عملية الاستقصاء نفسها وليس فقط تقييم النتيجة النهائية. بمعنى آخر، لا يتم التركيز على تقييم الفروض والتفسيرات فقط، ولكن تُقيم الطريقة التي اتبعها الفريق للتوصل لهذا الفروض والتفسيرات المختلفة، ويعتبر التقييم الناقد وسيلة لمساعدة الفريق على تحليل أدائه والارتقاء به.

● **البحث العميق والواسع عن المعرفة:** حيث يهتم نموذج الاستقصاء التقدمي باستخدام التلاميذ مصادر التعلم المطبوعة والإلكترونية لتمكينهم من البحث العميق والواسع عن المعرفة للتوصل إلى إجابات أسئلتهم؛ فالبحث عن المعلومات والمعارف وتحديدتها من المصادر المختلفة يوفر فرصة للاستقصاء والاستنتاج ومعالجتها بشكل واسع؛ ومن ثم على المعلم أن يحدد للتلاميذ المعلومات والمعارف التي يريد أن يتعمقوا في دراستها، وتلك التي يجب أن يتوسعوا فيها ويبحثوا عنها في مصادر المعرفة المتنوعة.

● **توليد الأسئلة الفرعية:** تركز عملية الاستقصاء على تدريب التلاميذ على تحويل الأسئلة الرئيسية التي طرحها عليهم المعلم إلى أسئلة فرعية أكثر تحديداً، استناداً إلى تقييمهم للمعارف الجديدة المنتجة التي توصلوا إليها. حيث

إن صياغة الأسئلة الفرعية تساعد التلاميذ على البحث والاستقصاء والاستخلاص لمعلومات خاصة وتفصيل غير واضحة، وتحديد إجابات الأسئلة التي طرحت في أثناء الدراسة؛ بهدف تركيز الانتباه وعمليات البحث والكشف.

● **تطوير نظريات جديدة:** تؤدي المعرفة التي تم التوصل إليها إلى ظهور نظريات وتفسيرات جديدة؛ وتشمل هذه العملية أيضا نشر ملخصات واستنتاجات الفريق على الانترنت؛ إذا تم تنظيم جميع النتائج في قاعدة بيانات مشتركة إلكترونية بشكل هادف، وينبغي أن يكون لجميع المشاركين سهولة الوصول إلى الإنتاج والبيانات، مما يجعل تطوير المفاهيم والتفسيرات عملية مرئية للجميع.

● **الخبرة الموزعة:** يسهم التنوع في الخبرات بين التلاميذ والتفاعل فيما بينهم في تطوير المعرفة وبنائها؛ من خلال توزيع الأدوار على التلاميذ فكل تلميذ يكلف بمهمة محددة، ثم يجتمع جميع التلاميذ للمناقشة والحوار، وفي النهاية يقيم المعلم العمل الذي توصلوا إليه.

ويتضح مما سبق عرضه عن نموذج الاستقصاء التقدمي أنه ينبغي عند تدريس وحدة المنطق الفازي الاهتمام بكل مما يلي:

- تحديد الأهداف المراد تحقيقها والتخطيط مع التلاميذ لتحقيقها.
- إعداد الأسئلة وطرحها وتوليدها؛ لتثير تفكير التلاميذ نحو البحث والاستقصاء عن المعلومات ولأهميتها في بناء المعرفة لديهم وتحقيق الفهم للمعلومات.
- العمل في مجموعات تعاونية، وتوجيه التلاميذ إلى مشاركة بعضهم البعض فيما يكفون به من واجبات وأعمال؛ وذلك لأهمية العمل الجماعي في تحقيق الفهم وإثراء الخبرات والمعلومات لدى التلاميذ من خلال الحوار والمناقشة فيما بينهم.
- مهارات التعلم الذاتي من بحث وتنقيب واستقصاء وجمع المعلومات الخاصة بالموضوعات المقرر تدريسها.
- الأنشطة التي تهيئ أذهان التلاميذ نحو اكتساب المعلومات ومعالجتها، وارشاد التلاميذ إلى أهم مصادر المعرفة التي يمكن الاستعانة بها من أجل الحصول على المعلومات.

وتم الاستفادة من هذه المراحل أو الأطوار عند صياغة دروس وحدة المنطق الفازي لتلاميذ الصف السادس الابتدائي.

إعداد أدوات البحث والتطبيق الميداني:

تتمثل أدوات البحث الحالي في:

أولاً: بناء وحدة المنطق الفازي لتلاميذ المرحلة الابتدائية.

ثانياً: إعداد دليل المعلم لتدريس الوحدة بنموذج الاستقصاء التقدّمى.

ثالثاً: إعداد الاختبار التحصيلي في وحدة المنطق الفازي.

رابعاً: مقياس الاتجاه نحو مادة الرياضيات.

ونتناول فيما يلي خطوات إعداد وتطبيق هذه الأدوات:

أولاً: بناء وحدة المنطق الفازي لتلاميذ المرحلة الابتدائية من خلال ما يلي:

- **تحديد الهدف من الوحدة؛** الهدف العام للوحدة المقترحة في المنطق الفازي هو الكشف عن فاعليتها في قياس مدى تمكن التلاميذ من تحصيل الأساسيات المتضمنة في المنطق الفازي والرياضيات العصرية القائمة عليه وفي اتجاه التلاميذ نحو الرياضيات.
 - **تحديد المصادر اللازمة لبناء الوحدة:** أعتمد البحث في بناء الوحدة على المصادر الآتية:
 - ❖ البحوث والدراسات والأدبيات ومواقع الإنترنت ذات العلاقة بموضوع البحث.
 - ❖ الاتجاهات الحديثة في تعليم وتعلم الرياضيات.
 - ❖ طبيعة المنطق الفازي كمنطق عصري جديد مسير للحياة، وأكثر ارتباطاً بتكنولوجيا العصر.
 - ❖ طبيعة التلاميذ بالمرحلة الابتدائية.
 - **صياغة محتوى الوحدة:** تمت صياغة المحتوى عن طريق الاستعانة بالمصادر السابقة بالإضافة إلى رأي بعض المتخصصين ومعلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية، وصياغة بعض الأسئلة في نهاية كل درس من دروس الوحدة.
 - **ضبط الوحدة:** للتأكد من صدق محتوى الوحدة وصلاحياتها للتطبيق تم عرضها على السادة المحكمين والخبراء لإبداء الرأي فيها، وقد أقر المحكمون بمناسبة الوحدة لتلاميذ الصف السادس الابتدائي، وأن الأنشطة الموجودة فيها مناسبة لتنمية التحصيل المعرفي، ومناسبة أساليب التقويم الموجودة في نهاية كل درس؛ وبذلك أصبحت الوحدة في صورتها النهائية^(٩) جاهز للتجريب والتطبيق الميداني.
- ثانياً: إعداد دليل المعلم لتدريس وحدة "المنطق الفازي" بنموذج الاستقصاء التقدّمى، وذلك من خلال ما يلي:

(٣) ملحق (١) وحدة المنطق الفازي لتلاميذ المرحلة الابتدائية.

- **تحديد الهدف من دليل المعلم:** هدف دليل المعلم إلى مساعدة المعلم على تدريس الوحدة للمجموعة التجريبية باستخدام نموذج الاستقصاء التقدمي، وذلك بغرض تنمية والتحصيل والاتجاه نحو الرياضيات، وإكساب الطلاب مفاهيم الوحدة بطريقة بسيطة ومشوقة.
 - **موجهات دليل المعلم:** تم الالتزام بخطوات وأسس نموذج الاستقصاء التقدمي عند بناء الدليل، كما تم الاهتمام بتنوع مصادر التعلم، والاعتماد على الأنشطة؛ مما ينمي روح التجريب والقدرة على الربط بين النظرية والتطبيق.
 - **عناصر دليل المعلم:** يشتمل دليل المعلم على مقدمة للدليل، ومقدمة للوحدة، وخطة تدريسية مفصلة لكل درس، وأساليب التقويم المختلفة للوحدة.
 - تم عرض دليل المعلم على المحكمين وإجراء التعديلات المقترحة، وأصبح في صورته النهائية^(١٠) جاهزاً للتجريب الميداني.
- ثالثاً: إعداد الاختبار التحصيلي لوحدة المنطق لتلاميذ الصف السادس الابتدائي:**
- تم إعداد الاختبار التحصيلي وفقاً للخطوات الآتية:
- **تحديد الهدف من الاختبار التحصيلي؛** هدف الاختبار إلى تحديد مستوى تحصيل تلاميذ الصف السادس الابتدائي لأساسيات المنطق الفازي والرياضيات العصرية القائمة عليه والمتضمنة في وحدة المنطق الفازي، وذلك بعد التدريس لهم باستخدام نموذج الاستقصاء التقدمي.
 - **صياغة مفردات الاختبار:** تم صياغة مفردات الاختبار من نوعين من الأسئلة هما (أسئلة الاختيار من متعدد، وأسئلة إنتاج الإجابة)، مع مراعاة الشروط والمواصفات الفنية لصياغة كل نوع من المفردات الاختبارية بحيث تتحقق فيها شروط الدقة والجودة، وقد اشتمل الاختبار في صورته الأولية على (٣٠) مفردة اختبارية.
 - **صدق الاختبار:** تم عرض الاختبار في صورته الأولية على مجموعة من السادة المحكمين تخصص مناهج وطرق تدريس الرياضيات، وذلك للتأكد من مدى وضوح المطلوب من كل مفردة، وملائمة البدائل المقترحة لها، ومناسبة الأسئلة لتلاميذ الصف السادس الابتدائي، والتأكد من أن الاختبار يقيس فعلاً ما وضع لقياسه، وفي ضوء آراء مجموعة من المحكمين تم حذف بعض المفردات وإجراء بعض التعديلات على بعض المفردات، وقد بلغ عدد مفردات الاختبار بعد الحذف وإجراء التعديلات (٢٨) مفردة، منهم (٢٠) مفردة من نوع الاختيار من متعدد، و(٨) مفردات من نوع إنتاج الإجابة.

^(١٠) ملحق (٢) دليل المعلم للتدريس باستخدام نموذج الاستقصاء التقدمي.

- التجربة الاستطلاعية للاختبار: تم تطبيق الاختبار على مجموعة من التلاميذ قوامها (٣٧) تلميذاً وتلميذة بالصف السادس الابتدائي بمدرسة السيدة خديجة بإدارة الخليفة والمقطم بمحافظة القاهرة؛ بهدف حساب زمن الاختبار وثباته:
 - تحديد زمن تطبيق الاختبار: تم تحديد الزمن بحساب متوسط الأزمنة الذي استغرقه جميع التلاميذ في الإجابة، ووجد أن الزمن المناسب لتطبيق الاختبار هو (٩٠) دقيقة.
 - حساب ثبات الاختبار: تم حساب ثبات الاختبار باستخدام معامل ألفا كرونباخ وكان معامل ثبات الاختبار (٠,٨٥)، مما يدل على ثبات الاختبار وصلاحيته للتطبيق.
- الصورة النهائية للاختبار التحصيلي: بعد إجراء التعديلات السابقة أصبح الاختبار في صورته النهائية^(١) صالحاً للتطبيق؛ ويشتمل الاختبار على (٢٨) مفردة موزعة على موضوعات الوحدة وعلى المستويات المعرفية الثلاثة (المعرفة، الفهم، والتطبيق) على النحو الذي يوضحه الجدول التالي:

جدول (٢): مواصفات الاختبار التحصيلي لوحددة المنطق الفازي

مجموع الدرجات	عدد المفردات	المفردات موزعة على المستويات المعرفية			المحتوى
		التطبيق ~٥٣%	الفهم ~١٧%	المعرفة ~٣٠%	
٦	٤	١٩	٨	٧،١	نشأة المنطق الفازي
١٣	٥	٢٣، ١٤، ٢١	٦	٣	المجموعات الفازية
١١	٩	٢٨، ١٦	١٢، ١٠، ٥	١٥، ١٣، ٩ ٢٢	العمليات على المجموعات الفازية
١١	٩	٢٧، ٢٤، ١١	٢٦، ٢٠	١٧، ٤، ٢ ١٨	الحساب الفازي والعمليات على الأعداد الفازية المثلثية
٢	١	-	-	٢٥	تطبيقات المنطق الفازي
٤٣	٢٨	٢٣ درجة	٩	٧ درجات	المجموع

^(١) ملحق (٣) الاختبار التحصيلي في صورته النهائية.

■ **نظام تقدير الدرجات:** تم وضع درجة واحدة لكل مفردة من مفردات الاختيار من متعدد إذا كانت الإجابة صحيحة وصفرًا إذا كانت الإجابة خاطئة، كما تم وضع عدد من الدرجات على المفردات المقالية تتناسب والخطوات التي يقوم بها التلميذ للتوصل إلى الحل الصحيح لتصبح الدرجة الكلية للاختبار (٤٣) درجة.

رابعاً: بناء مقياس الاتجاه نحو مادة الرياضيات:

يحدد الاتجاه السلوك المتوقع من التلميذ، وحيث إن الاتجاهات من الموضوعات الحيوية التي يتعلمها الإنسان ليتعامل بها مع الحياة العامة؛ فإن الأفراد يتكون لديهم إتجاه نحو الرياضيات وموضوعاتها نتيجة لتعاملهم معها.

لذلك فإن اتجاه التلاميذ نحو الرياضيات والمنطق الفازي واستجاباتهم بالقبول والرفض تعد من الأشياء الضرورية؛ حيث أن موضوع الدراسة موضوع جديد، والاتجاه نحو سيكون من العوامل التي تعطى مؤشرات لإمكانية تدريس موضوعات المنطق الفازي وشعور التلاميذ بأهميتها وأهمية الرياضيات.

وقد قامت الباحثة بالرجوع إلى الأدبيات والدراسات السابقة التي تناولت إعداد مقاييس للاتجاه نحو دراسة مادة الرياضيات مثل دراسة محمد الشهراني ٢٠١٠م، ودراسة هند الكعبية ٢٠١٠م، ودراسة عبدالرحيم الرويلي ٢٠١١م، ودراسة مها السرحاني ٢٠١٤م، حيث قامت الباحثة بمراجعة بنود هذه المقاييس واختيار البنود التي تراها الباحثة مناسبة وتعبر عن الهدف من المقياس.

وقد تم اتباع الخطوات الآتية لبناء المقياس:

■ **تحديد الهدف من المقياس:**

يهدف هذا المقياس إلى قياس اتجاه تلاميذ الصف السادس الابتدائي نحو مادة الرياضيات كمتغير تابع ناتج من توظيف نموذج الاستقصاء التقدمي كأحد نماذج ما بعد البنائية في تدريس الوحدة المقترحة "المنطق الفازي".

■ **تحديد أبعاد المقياس:**

تم تحديد أبعاد المقياس في ضوء طبيعة مادة الرياضيات، وطبيعة تلاميذ الصف السادس الابتدائي، والمراجع والدراسات التي تناولت إعداد مقاييس اتجاه نحو مادة الرياضيات، وفيما يلي الأبعاد التي اشتمل عليها المقياس:

❖ تعلم مادة الرياضيات.

❖ إدراك أهمية مادة الرياضيات.

❖ الاستمتاع بدراسة مادة الرياضيات.

■ **صياغة عبارات المقياس:**

تم صياغة المقياس في (٣٦) مفردة؛ وتنوعت مفردات المقياس بين مفردات موجبة وأخرى سالبة، وقد اتبعت الباحثة في تقدير درجات المقياس نموذج

"ليكرت" الخماسي (موافق بشدة، موافق، غير متأكد، غير موافق، غير موافق بشدة) تقابله في حالة العبارات الموجبة الدرجات (٥ - ٤ - ٣ - ٢ - ١) وفي حالة العبارات السالبة الدرجات (١ - ٢ - ٣ - ٤ - ٥)، وبذلك تكون الدرجة الكلية للمقياس (١٨٠) درجة.

■ التجريب الاستطلاعي للمقياس:

قد تم تطبيق المقياس في صورته الأولية على مجموعة مكونة من (٣٧) تلميذاً وتلميذة) بالصف السادس الابتدائي بمدرسة السيدة خديجة بإدارة الخليفة والمقطم التعليمية بمحافظة القاهرة، وذلك لحساب كل مما يلي:

(أ) زمن المقياس: في ضوء ما أسفرت عنه التجربة الاستطلاعية تم حساب وسيط الأزمنة التي استغرقتها التلاميذ في الإجابة عن المقياس، وقد وجد أن الزمن المناسب للمقياس هو (٣٠) دقيقة.

(ب) حساب صدق وثبات المقياس:

● **صدق المقياس:** تم عرض المقياس في صورته الأولية على مجموعة من السادة المحكمين في مجال المناهج وطرق تدريس الرياضيات، لابتداء آرائهم حول مدى مناسبة العبارات لقياس الاتجاه نحو الرياضيات، ومدى ملاءمة العبارات لمستوى تلاميذ الصف السادس الابتدائي، وعُدلت عبارات المقياس في ضوء تلك الآراء.

● **ثبات المقياس:** تم حساب معامل الثبات من خلال إيجاد معامل الفا كرونباخ باستخدام برنامج spss، وكانت قيمة معامل ألفا كرونباخ ٠,٨٧، مما يدل على أن المقياس على درجة عالية من الثبات.

■ الصورة النهائية للمقياس:

في ضوء آراء ومقترحات السادة المحكمين، تم إجراء بعض التعديلات سواء بالحذف أو الإضافة أو إعادة صياغة بعض العبارات، وتكون المقياس في صورته النهائية^(١٢) من (٣٦) عبارة: (١٩) عبارة منها موجبة، (١٧) عبارة أخرى سالبة. والجدول التالي يوضح أبعاد المقياس وعدد العبارات التي تقيس كل بعد من هذه الأبعاد.

جدول (٣): أبعاد مقياس الاتجاه وعدد عبارات كل بعد

الإجمالي	أرقام العبارات التي تقيسه	البعد
١٢	١ - ١٢	تعلم مادة الرياضيات
١٣	١٣ - ٢٥	أهمية مادة الرياضيات
١١	٢٦ - ٣٦	الاستمتاع بدراسة مادة الرياضيات
٣٦		الإجمالي

^(١٢) ملحق (٤) مقياس الاتجاه نحو مادة الرياضيات في صورته النهائية.

وبذلك أصبحت أدوات البحث جاهزة للتطبيق الميداني.

خامساً: إجراءات البحث التجريبية:

• تحديد مجموعة البحث:

تم اختيار فصل بالصف السادس الابتدائي بمدرسة السيدة خديجة بإدارة الخليفة والمقطم التعليمية بمحافظة القاهرة بطريقة عشوائية وهو فصل (٤/٦) وعدد تلاميذه (٣١) تلميذاً، ٢٥ تلميذة).

• التطبيق القبلي لأدوات البحث:

تم تطبيق أدوات البحث قبلياً على مجموعة البحث.

• تدريس وحدة المنطق الفازي باستخدام نماذج ما بعد البنائية لمجموعة البحث:

قد تم تدريس وحدة المنطق الفازي للمجموعة المختارة لتلاميذ المجموعة التجريبية باستخدام نموذج الاستقصاء التقدمي، وذلك تحت إشراف الباحثة لتذليل العقبات التي تواجه سير عملية التدريس عند استخدام دليل المعلم الذي أعدته الباحثة، وذلك خلال الفصل الدراسي الأول للعام الدراسي ٢٠١٨/٢٠١٩م؛ وقد استغرق تدريس الوحدة (١٣) حصة، ومن خلال متابعة الباحثة لتنفيذ تجربة البحث لاحظت ما يلي:

❖ كان هناك صعوبة من جانب تلاميذ المجموعة التجريبية في بداية الأمر في متابعة النموذج المتبع في تدريس الوحدة، وفي الوحدة نفسها، ولكن بعد أول حصتين كان هناك رغبة وحماس من التلاميذ للتجاوب مع المعلمة في دراسة الوحدة، والأنشطة الموجودة بمراحل النموذج.

❖ شعور التلاميذ بأهمية الأنشطة المتضمنة ضمن مراحل نموذج الاستقصاء التقدمي، وتجاوبهم مع المعلمة في تنفيذ الأنشطة.

• التطبيق البعدي لأدوات البحث: بعد الانتهاء من تدريس الوحدة، تم تطبيق أدوات البحث بعدياً على مجموعة البحث، وتم رصد الدرجات وإجراء العمليات الإحصائية.

• التصحيح ورصد الدرجات:

بعد الانتهاء من التطبيق البعدي للاختبار التحصيلي، ومقياس الاتجاه، واستبعاد أوراق الإجابات الخاصة بالتلاميذ الذين حضروا تطبيق واحد فقط من التطبيقين (القبلي والبعدي)، تم تصحيح أوراق الإجابة ورصد الدرجات ومعالجتها إحصائياً^(١٣) ثم مناقشة تلك النتائج وتفسيرها واختبار صحة الفروض.

(١٣) تم إجراء المعالجة الإحصائية باستخدام برنامج SPSS (Statistical Packages of the Social Science) ٢١,٠

سادساً: خطة المعالجة الإحصائية:

١. استخدم برنامج SPSS ٢١,٠ في إدخال وتصحيح البيانات.
٢. استخدم اختبار (ت) للمجموعتين المرتبطتين للتعرف على دلالة الفروق بين متوسطى درجات التلاميذ- مجموعة البحث- في التطبيقين القبلي والبعدي على كل من مقياس الاتجاه والاختبار التحصيلي.
٣. استخدم حجم التأثير (مربع إيتا (η^2))^(١٤) للمتغير المستقل (تدريس وحدة المنطق الفازي بنموذج الاستقصاء التقدّمى) على المتغيرين التابعين (تنمية التحصيل، تنمية الاتجاه نحو الرياضيات)؛ فيعتبر حجم التأثير هو الوجه المكمل للدلالة الإحصائية.
٤. الكسب المعدل لبلاك^(١٥) للتحقق من فاعلية تدريس وحدة المنطق الفازي بنموذج الاستقصاء التقدّمى في تنمية التحصيل والاتجاه نحو الرياضيات .

نتائج البحث ومناقشتها:

تضمنت نتائج البحث الحالي ما يلي:

أولاً: فاعلية الوحدة المقترحة في تنمية التحصيل لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية.
ثانياً: فاعلية الوحدة المقترحة في تنمية الاتجاه نحو الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية.

وفيما يلي عرض تفصيلي لتلك النتائج:

أولاً: فاعلية الوحدة المقترحة في تنمية التحصيل لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية .
تم تعرف هذه النتائج من خلال الإجابة عن السؤال الثالث من أسئلة البحث الحالي وهو: ما فاعلية الوحدة المقترحة في تنمية التحصيل لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية؟ وللإجابة عن هذا السؤال تم :

١. اختبار صحة الفرض الأول للبحث والذي ينص على " يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى (٠,٠٥) بين متوسطى درجات تلاميذ المجموعة التجريبية التى تدرس الوحدة المقترحة فى المنطق الفازي فى التطبيقين القبلي والبعدي

$$(\eta^2) \text{ مربع إيتا } = \frac{ت^2}{ت^2 + درجات الحرية} \quad (\text{رشدى منصور، ١٩٩٧، ٦٩})$$

$$(\eta^2) \text{ نسبة المكسب المعدل لبلاك} = \frac{ص-س}{د-س} + \frac{ص-ص}{د} \quad \text{حيث ص : متوسط درجات التلاميذ فى التطبيق البعدي، س: متوسط درجات التلاميذ فى التطبيق القبلي ، د: النهاية العظمى للاختبار (فؤاد أبو حطب، آمال صادق، ١٩٩٦، ٤٧)}$$

للاختبار التحصيلي لصالح التطبيق البعدي" وتم حساب الفروق بين متوسطي درجات التلاميذ مجموعة البحث في التطبيقين القبلي والبعدي للاختبار التحصيلي وحساب حجم التأثير، وجدول (٤) يوضح ذلك:

جدول (٤)

دلالة الفروق بين متوسطي درجات التلاميذ في التطبيق القبلي والبعدي للاختبار التحصيلي

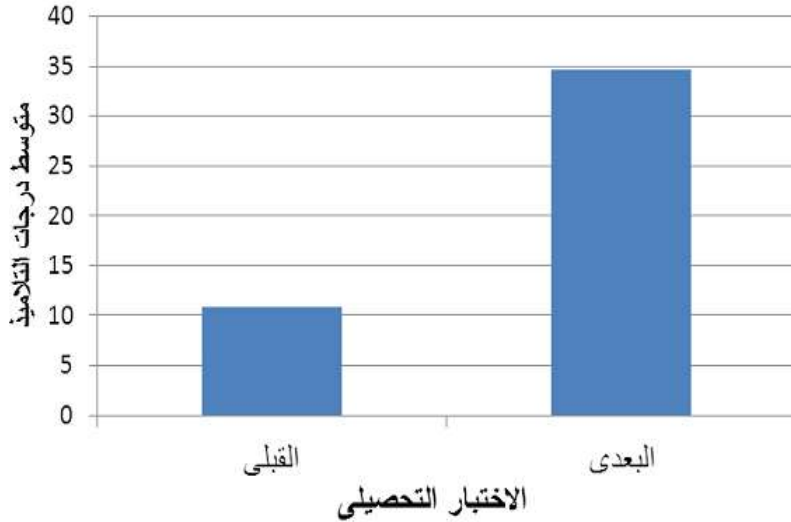
التطبيق	درجات الحرية	المتوسط	الانحراف المعياري	قيمة "ت"	مستوى الدلالة	قيمة η^2	حجم التأثير
القبلي	١١٠	١٠,٨٨	٢,٨٦١	٣٢,٨١	دالة	٠,٩١	كبير
البعدي		٣٤,٦٦	٤,٦٠٩				

يتضح من الجدول السابق:

- يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى (٠,٠١) بين درجات تلاميذ المجموعة التجريبية التي تدرس الوحدة المقترحة في المنطق الفازي في التطبيقين القبلي والبعدي للاختبار التحصيلي لصالح التطبيق البعدي؛ ولهذا تم قبول الفرض الأول للبحث.

- كما أنه بحساب حجم التأثير أشارت قيمة مربع إيتا (η^2) إلى وجود حجم تأثير كبير لتدرس الوحدة المقترحة في المنطق الفازي بنموذج الاستقصاء التقدمي على تنمية التحصيل الدراسي للتلاميذ؛ مما يشير إلى فاعلية نموذج الاستقصاء التقدمي أحد نماذج ما بعد البنائية في تنمية التحصيل، وقد يرجع ذلك إلى أن نموذج الاستقصاء التقدمي ساعد التلاميذ في اكتساب المعارف والمفاهيم الرياضية الواردة بوحدة المنطق الفازي، وكذلك فإن طبيعة نموذج الاستقصاء التقدمي والتي تجعل التلميذ محور العملية التعليمية، وتتيح له فرصة المشاركة الإيجابية النشطة في عملية التعلم، ويوفر له قدراً من الإحساس بالمسئولية والاهتمام، مما جعله يقبل على المشاركة في الأنشطة وإبداء الرأي واقتراح الحلول المختلفة، مما ساعد في ترسيخ المعرفة الجديدة في ذهنه، كل ذلك أدى إلى تقدم مستوى التلاميذ.

ويوضح شكل (١٥) التمثيل البياني لمتوسط درجات التلاميذ مجموعة البحث في التطبيقين القبلي والبعدي للاختبار التحصيلي لوحدة المنطق الفازي، وذلك لصالح التطبيق البعدي.



شكل (١٥): متوسط درجات مجموعة البحث في الاختبار التحصيلي لوحدة المنطق الفازي في التطبيقين (القبلي- البعدي)

ثانياً: فاعلية الوحدة المقترحة في تنمية الاتجاه نحو الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية:

تم تعرف هذه النتائج من خلال الإجابة عن السؤال الرابع من أسئلة البحث الحالي وهو " ما فاعلية الوحدة المقترحة في تنمية الاتجاه نحو الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية؟ وللإجابة عن هذا السؤال تم :

٢. اختبار صحة الفرض الثاني للبحث والذي ينص على "يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى (٠,٠٥) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية التي تدرس الوحدة المقترحة في المنطق الفازي في التطبيقين القبلي والبعدي لقياس الاتجاه لصالح التطبيق البعدي" لصالح التطبيق البعدي.

وتم حساب الفروق بين متوسطي درجات التلاميذ مجموعة البحث في التطبيقين القبلي والبعدي لقياس الاتجاه نحو الرياضيات وحساب حجم التأثير، وجدول (٥) يوضح ذلك:

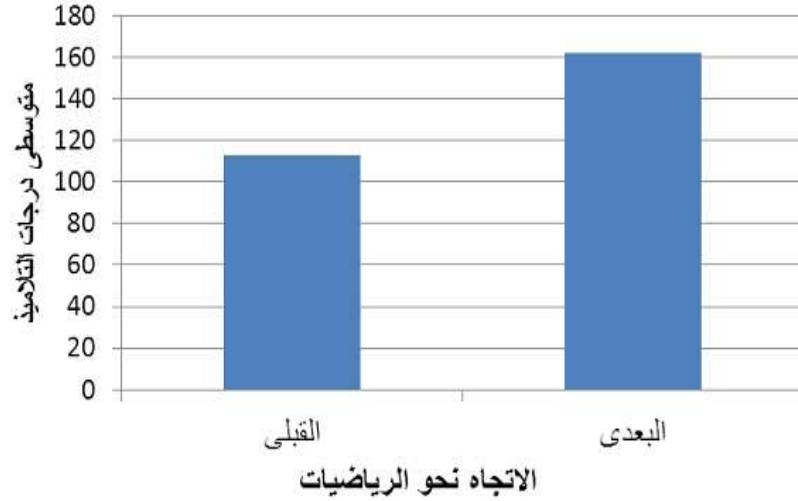
جدول (٥)

دلالة الفروق بين متوسطي درجات التلاميذ في التطبيق القبلي والبعدي
لمقياس الاتجاه نحو الرياضيات

أبعاد المقياس	التطبيق	درجات الحرية	المتوسط	الانحراف المعياري	قيمة "ت"	مستوى الدلالة	قيمة η^2	حجم التأثير
تعلم مادة الرياضيات	القبلي	١١٠	٤٠,٦١	٣,٩٠٢	١٧,٤٩٦	دالة	٠,٧٣	كبير
	البعدي							
إدراك أهمية الرياضيات	القبلي	١١٠	٤٢,١٣	٣,٣٤٧	١٩,٩٧٢	دالة	٠,٧٨	كبير
	البعدي							
الاستمتاع بدراسة مادة الرياضيات	القبلي	١١٠	٢٩,٨٦	٥,٦٣٦	١٥,٤٩٨	دالة	٠,٦٩	كبير
	البعدي							
الدرجة الكلية للمقياس	القبلي	١١٠	١١٢,٥٩	٦,٩٩	٢٣,٤٤٢	دالة	٠,٨٣	كبير
	البعدي							

يتضح من الجدول السابق:

- يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى دلالة (٠,٠٥) بين متوسطي درجات التلاميذ في التطبيق القبلي والبعدي لمقياس الاتجاه نحو الرياضيات لصالح التطبيق البعدي؛ ولهذا تم قبول الفرض الثاني للبحث.
 - كما أنه بحساب حجم التأثير أشارت قيم مربع إيتا (η^2) إلى وجود حجم تأثير كبير لتدريس الوحدة باستخدام نموذج الاستقصاء التقدمي على تنمية الاتجاه نحو مادة الرياضيات، مما يشير إلى فاعلية نموذج الاستقصاء التقدمي أحد نماذج ما بعد البنائية في تنمية الاتجاه نحو مادة الرياضيات، وهذا يدل على أن ذو تأثير إيجابي وفعال، وذلك في حدود مجموعة وظروف وزمان تجربة البحث.
- ويوضح شكل (١٦) التمثيل البياني لمتوسط درجات مجموعة البحث في التطبيقين القبلي والبعدي لمقياس الاتجاه نحو الرياضيات، وذلك لصالح التطبيق البعدي.



شكل (١٦): متوسط درجات مجموعة البحث في مقياس الاتجاه نحو الرياضيات

اختبار صحة الفرض الثالث: جدول (٦) يوضح المتوسط الحسابي لدرجات المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لكل من الاختبار التحصيلي ومقياس الاتجاه، وكذلك نسبة الكسب المعدل لبلاك.

٣. اختبار صحة الفرض الثالث والذي ينص على "تحقق الوحدة المقترحة في المنطق الفازي درجة من الفاعلية في تنمية التحصيل، والاتجاه نحو الرياضيات، وذلك كما يقاس بنسبة الكسب المعدل لبلاك".

تم استخدام معادلة الكسب المعدل لبلاك (فؤاد أبو حطب، آمال صادق، ١٩٩٦، ٤٧) لقياس فاعلية تدريس الوحدة المقترحة في المنطق الفازي بنموذج الاستقصاء التقدمي في تنمية التحصيل والاتجاه نحو الرياضيات و جدول (٦) يوضح المتوسط الحسابي لدرجات التلاميذ في التطبيق القبلي والبعدي لكل من الاختبار التحصيلي ومقياس الاتجاه نحو الرياضيات، وكذلك نسبة الكسب المعدل لبلاك.

جدول (٦)

نتائج نسبة الكسب المعدل لبلاك في التطبيقين القبلي والبعدي لكل من الاختبار التحصيلي ومقياس الاتجاه لمجموعة البحث

الاختبار	متوسط الدرجات		الدرجة العظمى	نسبة الكسب المعدل	الدلالة
	قبلي	بعدي			
التحصيلي	١٠,٨٨	٣٤,٦٦	٤٣	١,٢٩٣	مقبولة
مقياس الاتجاه	١١٢,٥٩	١٦٢,٠٧	١٨٠	١,٤٤٩	مقبولة

يتضح من الجدول السابق:

- أن نسبة الكسب المعدل لبلاك بالنسبة للاختبار التحصيلي (١,٢٩٣)، وبالنسبة لمقياس الاتجاه (١,٠٨) وهي تقع داخل المدى الذي حدده بلاك وهو من ١ إلى ٢ ، وهذا يدل على أن الوحدة المقترحة تتصف بدرجة كبيرة من الفاعلية، وأن تدريس الوحدة لمجموعة البحث بنموذج الاستقصاء التقدمي يحقق الفاعلية المطلوبة في نسبة الكسب المعدل لبلاك في الاختبار التحصيلي ومقياس الاتجاه نحو الرياضيات؛ ولهذا تم قبول الفرض الثالث للبحث؛ ويدل ذلك على أن:

- للوحدة المقترحة فاعلية في تنمية التحصيل، والاتجاه نحو الرياضيات؛ وقد يرجع ذلك إلى أن توظيف نموذج الاستقصاء التقدمي في التدريس أعطى فاعلية للتلاميذ وإثارة دافعيتهم للتعلم وأدى إلى تعليم فعال ذي معنى، وأن الممارسات التدريسية التي يهيئها المعلم للتلاميذ من خلال نموذج الاستقصاء التقدمي ساعدت في زيادة دافعية التلاميذ على ابتكار مواقف جديدة ومشكلات غير مألوفة، والدمج بين العديد من الأفكار والخروج بفكرة جديدة.
- المعلم الذي يخطط لدروسه جيداً، ويستخدم استراتيجيات تعليم تتمحور حول التلميذ، ويتواصل مع الآخرين بفاعلية، وينمي ذاته مهنيًا، ويتعامل على نحو جيد مع أولياء الأمور، يساهم في تطوير أداء تلاميذه.

مناقشة وتفسير النتائج:

قد ترجع تلك النتائج إلى أن:

- دراسة مفاهيم المنطق الفازي حفز تلاميذ مجموعة البحث على التعرف على أفكار وأساسيات ذلك المنطق.
- نموذج الاستقصاء التقدمي أحد نماذج ما بعد البنائية يقوم على تقديم مشكلة يحتاج حلها إلى إجراء عملية فرض الفروض، وتعد عملية فرض الفروض من العمليات التي تحتاج إلى استرجاع الخبرات السابقة لتخيل حل جديد للمشكلة، وهذا ما ساعد في تنمية التحصيل، والاتجاه نحو المادة.
- نموذج الاستقصاء التقدمي يعتبر عملية توليد الفروض شرطاً ضرورياً لتطوير الفهم؛ حيث إنه من المهم في بداية عملية الاستقصاء محاولة تفسير المسألة أو المشكلة أو النظرية من البنية والخلفية المعرفية للتلاميذ، وذلك قبل استخدام مصادر المعلومات؛ مما أتاح فرصة للتلاميذ للتفكير لوضع مثل هذه التفسيرات.
- استخدام نموذج الاستقصاء التقدمي أدى إلى زيادة الأنشطة الاستقصائية؛ التي تتطلب عمليات تفكير وإمعان للعقل، مما أدى إلى إثارة التفكير وتنمية التحصيل لدى التلاميذ.

- استخدام بيئة التعلم الإلكترونية في نموذج الاستقصاء التقدّمى ساعد التلاميذ على نقل أفكارهم إلى مركز بيئة التعلم، وبناء تعاونى من المعرفة فى فريق التعلم (مجتمع المعرفة).
- استخدام نموذج الاستقصاء التقدّمى كأحد نماذج ما بعد البنائية فى التدريس ولد لدى التلاميذ رغبة وحماسة للتعلم مما أكسبهم قدرة على التركيز والانتباه والمشاركة الجادة أثناء التطبيق مما انعكس كل ذلك إيجابياً على تحصيلهم الدراسى.
- نموذج الاستقصاء التقدّمى يقدم حلاً لمشكلة بناء المعرفة الجديدة تماماً بالنسبة للتلاميذ؛ حيث إن عملية البحث عن المعلومات والمعارف الجديدة باستخدام شبكة الانترنت تعتبر جزء لا يتجزأ من نموذج الاستقصاء التقدّمى؛ مما أدى إلى زيادة ثقة التلاميذ بأنفسهم، وتتفق هذه النتيجة مع دراسة (Wang S , & Reeves T., 2006) التى توصلت إلى أن استخدام شبكة الانترنت للتوصل إلى معلومات ترتبط بالمجالات الدراسية المختلفة يعمل على تنمية شعور التلاميذ بالتحكم، مما يساعد على اندماجهم فى التعلم.
- نموذج الاستقصاء التقدّمى يوفر وقتاً للمعلم لإشراك التلاميذ بفعالية فى عملية التعلم؛ حيث يعبرون بحرية ويصيغون المفاهيم بلغتهم الخاصة، كما أنها تعالج نقاط الضعف وتعزز نقاط القوة أولاً بأول، وهكذا تكون لديهم بنية معرفية سليمة فى المنطق الفازى.
- اختلاف دور المعلمة من كونها المسيطرة على الفصل إلى الميسرة للتعلم أدى إلى زيادة ثقة التلاميذ بأنفسهم ودافعتهم للتعلم وحبهم لها، وانعكس كل ذلك على حب مادة الرياضيات.
- تعليم الرياضيات باستخدام مراحل نموذج الاستقصاء التقدّمى ساعد على إثارة وطرح الأسئلة، ومناقشة الآراء واتخاذ القرار وحل المشكلات مما أدى إلى تنمية التحصيل لدى التلاميذ.

توصيات البحث:

- فى ضوء النتائج التى توصل إليها البحث ومناقشتها، توصى الباحثة بما يلي:
- يجب عقد دورات تدريبية لمعلمى ومعلمات مادة الرياضيات للتدريب على نماذج ما بعد البنائية وما تحقّقه من أهداف وكيفية استخدامها بفاعلية فى التدريس.

- ضرورة توعية موجهى مادة الرياضيات بأهمية استخدام هذه النماذج فى تدريس مختلف الموضوعات الرياضية وما تحققه استخدامها من أهداف فى مجال التحصيل الدراسى للتلاميذ، وتحسين اتجاهاتهم نحو المادة.
- ضرورة توجيه المعلمين إلى ضرورة الاهتمام بتوفير بيئة تعلم استقصائية تساعد التلاميذ على الاندماج فى التعلم، لما له من دور إيجابى فى التحصيل ونمو المهارات والاتجاهات الإيجابية نحو المادة.
- يجب عقد دورات تدريبية لمعلمى ومعلمات الرياضيات أثناء الخدمة على تدريس الموضوعات الجديدة ومنها المنطق الفازى العصرى للطلاب بمراحل التعليم المختلفة بما يتناسب مع المقررات التى يتم تدريسها.
- ينبغى تضمين المنطق الفازى العصرى فى المقررات التدريسية للطلاب فى جميع مراحل التعليم وبمستويات مناسبة.
- ضرورة أن يشتمل الكتاب المدرسى على مواقف حياتية مرتبطة بواقع الحياة العملية التى يعيش فيها الطالب.
- الاعتماد فى طرق وأساليب التقويم على طرق التقويم البنائية التى تسمح بتصحيح الأخطاء التى تظهر أثناء التدريس ومعالجتها بسرعة.

مقترحات البحث:

- تقترح الباحثة إجراء المزيد من البحوث والدراسات فى هذا المجال مثل:
 - إجراء دراسات حول أثر استخدام نماذج ما بعد البنائية فى تدريس موضوعات رياضية أخرى على صفوف ومراحل دراسية أخرى من أجل تأكيد النتائج التى توصل إليها البحث الحالى بشأن التحصيل والاتجاه نحو المادة.
 - دراسة فاعلية وحدات دراسية مقترحة فى المنطق الفازى العصرى على تنمية التفكير لدى الطلاب فى مراحل التعليم المختلفة.
 - دراسة حول أثر استخدام الإنترنت على تنمية استقلالية التعلم لدى الطلاب من خلال مفاهيم المنطق الفازى العصرى.
 - برنامج مقترح لتدريب معلمى الرياضيات على تدريس المنطق الفازى العصرى باستخدام نماذج ما بعد البنائية وأثره فى تنمية التفكير الإبداعى والاندماج فى التعلم لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية.
 - إعداد وحدات تقوم أساساً على الكمبيوتر فى إدراك وفهم وتوضيح مفاهيم وأساسيات المنطق الفازى العصرى.

المراجع:

١. الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات (٢٠٠١): المؤتمر العلمي السنوي "الرياضيات المدرسية معايير ومستويات (توصيات المؤتمر)، الجزء الأول، ٢١-٢٢ فبراير.
٢. الكسندرا غيتمانوفا (١٩٨٩): علم المنطق، الترجمة إلى اللغة العربية مع التعديلات قامت به دار التقدم- موسكو، مكتبة الطلبة.
٣. السيد نصر الدين السيد (٢٠٠٧): "وداعاً أرسطو"، كراسات علمية، سلسلة غير دورية تعنى بالاتجاهات العلمية الحديثة، القاهرة، المكتبة الأكاديمية.
٤. السيد عبدالفتاح جاب الله (٢٠١٠): "منهجية المنطق الغام وتطبيقاته في الذكاء الإصطناعي"، رسالة دكتوراه، كلية الآداب، جامعة القاهرة.
٥. برتراند راسل (١٩٨٠): مقدمة للفلسفة الرياضية (ترجمة محمد مرسي أحمد، مراجعة أحمد فؤاد الأهواني)، القاهرة، مؤسسة سجل العرب.
٦. حامد قاسم عبدالصمد السيد (٢٠١٨): الاتجاهات العالمية الحديثة لتطوير مناهج الرياضيات بالمرحلة الثانوية (دراسة نظرية)، مجلة تربويات الرياضيات، مج ٢١، ع ٦٤، ج ٣، أبريل، ص ٢٧٤-٣٠٩.
٧. حسن شحاته، زينب النجار (٢٠٠٣): معجم المصطلحات التربوية والنفسية، الدار المصرية اللبنانية، القاهرة.
٨. رشدي فام منصور (١٩٩٧): "حجم التأثير، الوجه المكمل للدلالة الإحصائية"، المجلة المصرية للدراسات النفسية، مج ٧، ع ١٦.
٧. سهام النويهى (٢٠٠١): المنطق الغائم، كراسة علمية، القاهرة، المكتبة الأكاديمية.
٨. صلاح عثمان (٢٠٠٢): المنطق متعدد القيم بين درجات الصدق وحدود المعرفة، الاسكندرية، منشأة المعارف.
٩. عادل عبدالنور (٢٠٠٦): مدخل إلى عالم الذكاء الصناعي، دار التنوير، <https://www.noor-book.com>
١٠. عبدالرحيم عائد جدعان الرويلي (٢٠١١): أثر تدريس الرياضيات بالأنشطة الإثرائية في التحصيل والاتجاه نحو المادة لدى طلاب الصف الخامس الابتدائي في المملكة العربية السعودية، رسالة ماجستير، كلية التربية، جامعة اليرموك، الأردن.
١١. فايز مراد مينا (٢٠٠٣): قضايا في مناهج التعليم، القاهرة، مكتبة الأنجلو المصرية.
١٢. فايز مراد مينا (٢٠١١): توجهات في الدراسة والبحث التربوي في مجال المناهج، مع إشارة خاصة إلى تعليم الرياضيات، القاهرة، مكتبة الأنجلو المصرية.
١٣. فؤاد أبو حطب، وأمال صادق (١٩٩٦): مناهج البحث وطرق التحليل الإحصائي في العلوم النفسية والتربوية والاجتماعية، القاهرة، الأنجلو المصرية.
١٤. محبات أبوعميرة (١٩٩٦): المتفوقون والرياضيات (دراسات تطبيقية)، القاهرة، الدار العربية للكتاب.
١٥. محمد أمين المفتي (٢٠٠٩): الرياضيات وما بعد الحداثة "رؤية تحليلية"، مجلة دراسات في المناهج وطرق التدريس، كلية التربية، جامعة عين شمس، ع ١٥١، أكتوبر.
١٦. محمد بن برجس مشعل الشهراني (٢٠١٠): أثر استخدام نموذج ويتلى في تدريس الرياضيات على التحصيل الدراسي والاتجاه نحوها لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي،

- رسالة دكتوراه، كلية التربية، جامعة أم القرى.
١٧. محمد محمد سكران (٢٠٠٦): التربية والثقافة فيما بعد الحداثة، القاهرة، مكتبة الأنجلو المصرية.
١٨. محمود محمد علي محمد (٢٠١٣): دراسات في المنطق المتعدد والقيم وفلسفة العلوم، الإسكندرية، دار الوفاء لنديا الطباعة والنشر.
١٩. مها بنت محمد السرحاني (٢٠١٤): أثر استخدام نموذج التعلم البنائي على تنمية بعض مهارات التفكير الرياضي والاتجاه نحو الرياضيات لدى طالبات المرحلة المتوسطة بالمملكة العربية السعودية، مجلة تربويات الرياضيات، المجلد (١٧)، العدد (٢) يناير، الجزء الثاني، ص ٦-٦١.
٢٠. نبيل علي، نادية حجازي (٢٠٠٥): "الفجوة الرقمية"، سلسلة عالم المعرفة، الكويت، ع ٣١٨، أغسطس.
٢١. نائلة حسن أحمد خضر (٢٠٠٤): معلم الرياضيات والتجديدات الرياضية في هندسة الفراكتال وتنمية الابتكار التدريسي لمعلم الرياضيات، القاهرة، عالم الكتب.
٢٢. نائلة حسن أحمد خضر (٢٠٠٧): المنطق الفازي وإعداد معلم الرياضيات، المؤتمر العلمي السابع "الرياضيات للجميع"، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ١٧-١٨ يوليو.
٢٣. هبة محمد محمود عبدالعال (٢٠١٨): برنامج مقترح في الرياضيات الفازية ودراسة فاعليته في تنمية التفكير الجانبي وحب الاستطلاع لدى طلاب المرحلة الثانوية، مجلة تربويات الرياضيات، المجلد (٢١)، العدد (٦)، الجزء الثالث، إبريل، ص ١٤٣-١٧٧.
٢٤. هناء محمود عثمان رضوان (٢٠١٦): فاعلية وحدة بنائية مقترحة في المنطق الفازي Fuzzy Logic وتطبيقاته في تنمية التحصيل وتقدير الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية بمدارس اللغات، رسالة ماجستير، كلية التربية، جامعة عين شمس.
٢٥. هند بنت عبيد بن سالم الكعبية (٢٠١٠): فاعلية استخدام الحاسوب في تنمية مهارات التفكير البصري والاتجاه نحو الرياضيات لدى طالبات الصف التاسع الأساسي، رسالة ماجستير، جامعة مؤتة.
٢٦. وليم تاووضروس عبيد (٢٠٠٤): تطوير المناهج القومية في إطار ثورة المعلوماتية، رسائل النداء الجديدة، العدد ٦٨، القاهرة، جمعية النداء الجديدة.
٢٧. وليم تاووضروس عبيد (٢٠٠٤): تعليم الرياضيات لجميع الأطفال في ضوء متطلبات المعايير وثقافة التفكير، عمان، الأردن، دار المسيرة.
٢٨. وليم عبيد (٢٠٠٧): تطوير المناهج في عصر اقتصاد المعرفة، المنظمة الإسلامية للتربية والعلوم والثقافة (إيسيسكو ISESCO)، الكويت، ٢٤-٢٦ ديسمبر.
٢٩. ويكيبيديا الموسوعة الحرة: منطق غائم (ضبابي)، <https://ar.wikipedia.org/wiki/>
٣٠. يحيى زكريا صاوي (٢٠٠٩): وحدة بنائية مقترحة في المنطق الفازي Fuzzy Logic ودراسة فاعليتها في تحصيل وتقدير ذلك المنطق لدى طلاب كلية التربية قسم الرياضيات، رسالة ماجستير، كلية التربية، جامعة عين شمس.
٣١. يحيى زكريا صاوي (٢٠١٤): بناء برنامج للارتقاء الرياضي والمهني لمعلم رياضيات المرحلة الأساسية في الرياضيات المتجددة وأثره على تنمية الابتكار التدريسي، رسالة دكتوراه، كلية التربية، جامعة عين شمس.

32. Angel Garrido (2012): A Brief History of Fuzzy Logic, Brain , Broad Research in Artificial Intelligence and Neuroscience, Vol3, No1, pp. 71-77, February, ISSN 2067-3957 (online), ISSN 2068-0473.
33. Berger, D., Jourdan, D., Pizon, F., Nekaa, M., Pierre, S. (2009): " School health education: Impacts of a prevention AIDS programme in children 9 to 11 years old, Contemporary Science Education Research: Scientific literacy and social aspects of science", A collection of papers presented at ESERA 2009 conference, pp 261-271.
<https://www.dropbox.com/s/xes9d6qzhffad0g/Book5.pdf?dl=0>
34. B. Mohammed Imran, M. M. Sufyan Beg (2012): Fuzzy Identification of Geometric Shapes", Second International Conference, CCSIT 2012, Bangalore, India, part3, pp269-279.
35. Deleuze, Gilles (2004): How do we recognize structuralism? Los Angeles and New York. 170=192. ISBN 1-58435-018-0.pp.171-173, Available for free download at : <http://www.topoi.net/>
36. Hakkarainen, K.,(2003): " Emergence of progressive inquiry culture in computer-supported collaborative learning". Learning Environments Research, vol.(6), No.(2), pp. 199-220. <http://ldt.stanford.edu/>
37. Klir George J. & Yuan Bo, (2003): Fuzzy sets and fuzz logic : theory and applications, Asoke K. Ghosh, New Delhi.
38. Kosko, Bart.(1993) : " Fuzzy Thinking, The new science of fuzzy logic, New York."
39. Kozma, R. (2003): " Technology and classroom practices: An international study". Journal of Research on Technology in Education, Vol.(36), No.(1), pp.1-14. . <https://pdfs.semanticscholar.org/>
40. Kwang H. Lee (2005): "First Course on Fuzzy Theory and Applications", Springer, Germany.
<http://www.boente.eti.br/boente2012/fuzzy/ebook/ebook-fuzzy-lee.pdf>
41. Lahti, H., Seitamaa - Hakkarainen, P. & Hakkarainen, K. (2003): "Piloting participatory designing within a collaborative learning environment": Journal of Interactive learning Rersearch, vol.(14), No.(2), pp. 185-207. <http://www.learntechlib.org/noaccess/1827>
42. Lakkala, M., Ilomaki, L. & Palonen , T (2007): "Implementing virtual collaborative inquiry practices in a middle- school context". Behaviour & Information Technology, vol.(26), No.(1), January – February 2007, pp. 37-53. <https://www.researchgate.net/>
43. Lakkala, M., Muukkonen, H. & Paavola, S. (2008): "Designing

- pedagogical infrastructures in university courses for technology-enhanced collaborative inquiry". Research and practice in Technology Enhanced Learning, vol.(3), No.(1), pp. 33-64.
<https://helda.helsinki.fi/bitstream/handle>.
44. Mary George(2006): Fuzzy Mathematics-Application in Economics, Campus Books International, New Delhi.
45. Muukkonen, H., Hakkarainen, K., & Lakkala, M. (2004):" Computer-mediated Progressive inquiry in higher education". In T.S. Roberts (Ed.), Online Collaborative Learning: Theory and practice, pp.28-53. Hershey, PA: Information Science Publishing.
<https://www.researchgate.net/>
46. Muukkonen, H., Lakkala, M. & Hakkarainen, K. (2005) : "Technology-Mediation and Tutoring: How Do They Shape Progressive Inquiry Discourse? The Journal of the learning Sciences, vol.(14), No.(4), pp. 527-565. <http://blogs.helsinki.fi/ypeda-komposti/files>.
47. Palash Dutta, Bulendra Limboo(2017): Bell- shaped Fuzzy soft ests and their application in medical diagnosis, Available online at www.Sciencedirect.Com, Fuzzy Information and Engineering Branch of the operations research society of China, An International Journal, N. 9 , pp 67-91.
48. Rahikainen, M. , Lallimo, J. & Hakkarainen, K, (2001): Progressive inquiry in CSILE environment: teacher guidance and students' engagement, Proceedings of the First European Conference on CSCL . Maastricht, the Netherlands: Maastricht McLuhan Institute , pp. 520-528. <http://www.helsinki.fi/science/networkedlearning/texts/>
49. Robert, L. Devaney (2004): Chaos in the classroom, Boston University. <http://math.bu.edu/>
50. Taber, S. (2006): beyond constructivism the progressive research programme into learning science, Studies in Science Education, Vol.42 No.1, pp125-184 ,<https://www.academia.edu/>
51. Timothy Williamson (2005): Vagueness, London, Routledge. <https://www.amazon.com/Vagueness-Problems-Philosophy>.
52. Wang, S. , and Reeves, T. (2006): " The Effects of a Web-Based Learning Environment on Student Motivation in a High School Earth Science Course". Education of Technology Research and Development. Vol (54), No.(6), December, pp. 597- 621.
53. William Ebeid (2000):"The Paradigm Shift in Mathematics

Education- Ascenario for change", proceeding of the international conference on " mathematics and the 21st Century (Ashour, Obada"eds"), World Scientific, Singapore, New Jersey, London, Hong Kong ,pp27-40.

54. Zadeh, L.A(1975): "**The concept of linguistic variable and its aplication to approximate Reasoning** , part I, in Yager , R. et al(eds)., Fuzzy sets and application: pp219-269.

55. Zadeh, L. A(1988): "**Fuzzy logic**" , In Sanchez-sinencio, E&Lau,c(eds). Artificial Neural Networks: paradigm, Applications, And Hard war Implementation, IEEE press, Inc. New York.

مواقع الانترنت

<https://www.fuzzy-logic.com>

<https://ar.wikipedia.org/wiki/>

https://en.wikipedia.org/wiki/Fuzzy_mathematics

https://en.wikipedia.org/wiki/Fuzzy_number