

تصورات الطلبة الموهوبين لمعايير الجمال الرياضي في أساليب حل المشكلات الرياضية غير المألوفة

**Gifted Students' Perceptions of the Criteria of Mathematical Beauty in Strategies for
Solving Non-Routine Mathematical Problems**

إعداد

أ.د. مسفر السلولي

أمل الشهري

أستاذ- جامعة الملك سعود

طالبة دكتوراه- جامعة الملك سعود

Misfer5@yahoo.com

Amalalshehri1438@gmail.com

المستخلص:

هدفت الدراسة إلى الكشف عن أساليب حل المشكلات الرياضية غير المألوفة ومدى توافقها مع معايير الجمال الرياضي لدى الطلبة الموهوبين في المملكة العربية السعودية، وذلك من خلال تحليل تفضيلات الطلبة تجاه استراتيجيات الحل المختلفة. اعتمدت الدراسة المنهج المختلط، حيث جمعت بين الأساليب الكمية والنوعية في جمع وتحليل البيانات. تألفت عينة البحث من (٢٠) طالباً موهوباً في الرياضيات، واستخدم البحث أداتي مقياس ترتيب الجمال الرياضي لأساليب الحل، والمقابلات النوعية شبه المنظمة. وكشفت النتائج أن تصورات الطلبة للجمال الرياضي ارتكزت على عدد من المعايير الجوهرية، أبرزها البساطة في خطوات الحل، والأناقة في العرض والتنظيم البصري، والعمق التفسيري الذي يكشف العلاقات الخفية بين المفاهيم، والاتساق المنطقي في تسلسل الأفكار. كما يرى الطلبة الحلول التي تتسم بالإبداع أو توفر رؤية مختصرة للمسألة أكثر جمالاً من الحلول الطويلة. وأوضحت المقابلات أن الجمال الرياضي لديهم يُدرك بوصفه تجربة عقلية ووجدانية تجمع بين الفهم، والدهشة، والرضا الفكري عند الوصول إلى حل أنيق ومقتنع. في حين أوصت الدراسة بضرورة تضمين معايير الجمال الرياضي في مناهج الرياضيات واستراتيجيات تدريسيها، لما لذلك من أثر في تنمية تذوق الطلبة الموهوبين للرياضيات وتعزيز قدراتهم الإبداعية.

الكلمات المفتاحية: الطلبة الموهوبون - المشكلات الرياضية غير المألوفة - الجمال الرياضي.

Abstract

The study aimed to identify the strategies used to solve non-routine mathematical problems and the extent to which they align with criteria of mathematical beauty among gifted students in the Kingdom of Saudi Arabia, by analyzing the preferences of students, regarding different solution strategies. A mixed-methods design was employed, combining quantitative and qualitative approaches to data collection and analysis. The research sample consisted of (20) mathematically gifted students, and the study utilized two instruments: a scale for ranking the aesthetic appeal of solution strategies and semi-structured qualitative interviews. The results revealed that the students' perceptions of mathematical beauty were grounded in several core criteria, most notably simplicity in the sequence of solution steps, elegance in presentation and visual organization, interpretive depth that uncovers hidden relationships among concepts, and logical coherence in the progression of ideas. The students also viewed solutions characterized by creativity or those offering a concise and insightful vision of the problem as more beautiful than lengthy or procedural ones. Moreover, the interviews indicated that mathematical beauty, from their perspective, is experienced as a cognitive and emotional process that combines understanding, a sense of wonder, and intellectual satisfaction upon reaching an elegant and convincing solution.

The study recommends incorporating criteria of mathematical beauty into mathematics curricula and teaching strategies, given their impact on nurturing gifted students' aesthetic appreciation of mathematics and enhancing their creative capacities.

Keywords: Gifted students – Non-routine mathematical problems – Mathematical beauty

مقدمة البحث:

يُعدّ حلّ المشكلات الرياضية من أهم المداخل التي تسهم في تطوير مهارات التفكير العليا لدى الطلبة، إذ يمنحهم فرصاً للتأمل والابتكار وتوليد استراتيجيات متنوعة تتجاوز حدود النماذج الإجرائية التقليدية. وفي ظل التحول الذي يشهده تعليم الرياضيات نحو التركيز على الفهم العميق وبناء التفكير الإبداعي، لم يعد حل المشكلات غاية تعليمية في ذاته، بل أصبح وسيلة أساسية لتطوير القدرات العقلية وتعزيز استقلالية المتعلم في بناء المعرفة من خلال مواقف رياضية غير مألوفة تتطلب مرونة واستنباطاً وتفكيراً متعدد المسارات.

وفي هذا الإطار، تبرز فئة الطلبة الموهوبين رياضياً بوصفها نموذجاً مميزاً يستحق الدراسة، لما تمتلكه من قدرات معرفية واستدلالية تفوق أقرانها. هؤلاء الطلبة يتميزون بسرعة الفهم، والقدرة على الانتقال بين مستويات التفكير التجريدي، والمرونة في توظيف استراتيجيات متنوعة، مما يجعلهم أكثر استعداداً لاكتشاف الأنماط الرياضية غير المألوفة، وصياغة حلول جديدة ومبتكرة. كما أن طبيعة تفكيرهم تجعلهم يدركون الجوانب الجمالية في الحلول الرياضية إدراكاً يتجاوز الصواب الإجرائي إلى التدنق البنائي للمفاهيم والعلاقات. (Leikin, 2023)

هذا التفاعل المعرفي لدى الموهوبين لا يقتصر على إيجاد الحل الصحيح، بل يمتد ليشمل تقدير البنية الجمالية للحل. إذ يشير تجوي (Tjoe, 2015) إلى أن إدراك الجمال الرياضي يمثل دافعاً جوهرياً لدى الموهوبين للبحث عن حلول أنيقة وبسيطة، بينما يرى غاورز (Gowers, 2002) أن جماليات الرياضيات تتجلى في البساطة والوضوح والتنظيم، وهي سمات تجذب المتعلمين الموهوبين عند تقييمهم لفاعلية الحلول. وفي الاتجاه نفسه، يؤكد زيكي وآخرون (Zeki et al., 2014) أن الجمال الرياضي يتجسد في خصائص مثل التجريد والدقة والاتساق، وهي عناصر تثير مشاعر البهجة والانبهار لدى المتعلمين المتميزين.

ولا يقتصر أثر الجمال الرياضي على الجانب الوجداني، بل يتعداه إلى تعزيز الدافعية والتفكير العميق. فقد أظهرت بحوث حديثة أن معايير الجمال مثل البساطة والانسجام والمنطقية تُسهم في تحفيز التعلم ذي المعنى وتنمية الاتجاهات الإيجابية نحو الرياضيات، لأنها تربط بين المتعة الفكرية والاكتشاف المعرفي. (Mendick, 2020) ومن هنا يمكن القول إن الجمال الرياضي ليس بعداً شكلياً في المعرفة، بل يمثل عنصراً معرفياً وجماليّاً يعيد تشكيل طريقة تفكير الموهوبين عند التعامل مع المشكلات.

وعندما يواجه الطلبة الموهوبون مسائل غير مألوفة، فإنهم لا يكتفون بالبحث عن الحل الصحيح فحسب، بل يسعون إلى حلول تتسم بالأناقة والتناسق الداخلي والاقتصاد في الخطوات. فهم يُفضّلون الحلول التي تُبرز العلاقات الرياضية بوضوح وتقدّم تفسيراً أعمق لفاعلية الطريقة المستخدمة. وتشير الأدبيات إلى أن الموهوبين ينجذبون إلى استراتيجيات مثل رسم شكل أو حلّ مسألة أبسط لما تمنحه من وضوح بصري وتسلسل منطقي في الحل، بينما يقلّ تقديرهم للاستراتيجيات الأكثر تجريداً مثل العمل العكسي أو استخدام المعادلات. (Leikin, 2013)

بناءً على ما سبق، تتضح الحاجة إلى دراسات نوعية تستكشف تصوّرات الطلبة الموهوبين أنفسهم لمعايير الجمال الرياضي في أساليب حلّ المشكلات الرياضية غير المألوفة، بوصفهم الأقدر على التعبير عن هذا البعد الجمالي نظراً لخبراتهم الذهنية ومرونتهم في التفكير. إن استكشاف تفضيلاتهم الجمالية يقدّم أساساً معرفياً لتصميم مناهج إثرائية تُنمّي الحسّ الجمالي الرياضي وتدعم التفكير الإبداعي. وعليه، تنطلق هذه الدراسة من فرضية أن إدراك الجمال الرياضي لدى الطلبة الموهوبين يمكن أن يشكل إطاراً لفهم كيفية تفاعلهم مع المشكلات الرياضية غير المألوفة، وتسعى إلى الكشف عن تصوّراتهم لمعايير الجمال الرياضي وربطها باستراتيجيات الحل المختلفة، بما يسهم في تطوير تعليم الرياضيات في ضوء احتياجات الموهوبين. (Sinclair & Gol Tabaghi, 2023)

مشكلة البحث:

تُظهر المؤشرات الدولية لجودة تعليم الرياضيات استمرار ضعف أداء الطلبة العرب – ومنهم الطلبة السعوديون – في المستويات العليا التي تتطلب معالجة مسائل غير مألوفة وتوظيف استراتيجيات حل متنوعة (TIMSS, 2023; PISA, 2022; OECD, 2023). فقد بيّنت نتائج دراسة مولس وآخرين (Mullis et al., 2024) أن نسبة الطلبة السعوديين القادرين على بلوغ المستويين الخامس والسادس لم تتجاوز (١٪) مقارنة بنسبة (٤٤٪) لدى الطلبة في بعض الدول المتقدمة مثل الصين، وهو ما يعكس فجوة واضحة في قدرة المتعلمين على التعامل مع مهام رياضية تتطلب مرونة في التفكير وتوظيف استراتيجيات غير نمطية.

وقد أكدت دراسات سعودية حديثة (الزهراني، ٢٠٢٣؛ القحطاني، ٢٠٢٤) أن هذه الفجوة لا تقتصر على الطلبة العاديين، بل تمتد إلى فئة الطلبة الموهوبين رياضياً، الذين رغم امتلاكهم قدرات معرفية واستدلالية عالية، إلا أنهم لا يجدون في المناهج والبرامج التعليمية الحالية فرصاً كافية لتنمية التفكير الإبداعي أو التدقيق الجمالي في التعامل مع المشكلات الرياضية. كما أشارت هيئة تقويم التعليم والتدريب (٢٠٢٤) إلى أن المناهج تركز على التدريب الإجرائي في الحلّول الرياضية أكثر من تركيزها على تنمية التفكير المرن والابتكاري، مما يحدّ من قدرة الموهوبين على الوصول إلى المستويات العليا من الأداء في الاختبارات الدولية.

وتُظهر الأدبيات العربية الحديثة ندرة الدراسات التي تناولت البعد الجمالي في التفكير الرياضي، حيث ركز معظمها على الجوانب المعرفية أو المهارية، وأغفلت تحليل التصورات الوجدانية والجمالية لدى الطلبة الموهوبين. وأكدت توصيات مؤتمر تعليم الرياضيات في الوطن العربي (عمّان، ٢٠٢٢) أهمية إعادة النظر في تعليم الموهوبين بحيث يُدمج الجانب الوجداني والجمالي ضمن الخبرات التعليمية؛ لأنّ هذا البعد يساهم في تعزيز الدافعية ويُنمّي مهارات التفكير الراقى لديهم.

كما أظهرت دراسة أجراها الشهراني (٢٠٢٤) على معلمي الرياضيات في برامج الموهوبين أن (٨٢٪) منهم يرون أن الأنشطة الإثرائية المقدمة تركز على الجانب المعرفي دون الجانب الجمالي أو التدقيق الرياضي، وأن الطلبة الموهوبين يفتقرون إلى توجيه منظمّ يساعدهم على إدراك معايير الجمال في الحلّول الرياضية.

وانطلاقاً من ذلك، تتحدد مشكلة هذا البحث في السعي إلى الكشف عن تصوّرات الطلبة الموهوبين لمعايير الجمال الرياضي في أساليب حل المشكلات الرياضية غير المألوفة، من خلال تحليل تفضيلاتهم وتقييماتهم للاستراتيجيات المختلفة. فالطلبة الموهوبون لا يكتفون بتمييز الحلّول الصحيحة عن غيرها، بل يُظهرون حسّاً جمالياً في تفضيل بعض الأساليب دون أخرى. ومن ثمّ، فإن فهم هذه التصورات الجمالية يزوّد المعلمين ومطوّري المناهج بمؤشرات عملية لتصميم خبرات تعليمية تُنمّي تذوق الجمال الرياضي لدى الموهوبين، وتدعم قدراتهم الإبداعية، وتساهم في الارتقاء بمستويات أدائهم إلى المعايير الدولية المتقدمة.

أسئلة البحث:

أجاب البحث عن السؤال الرئيس: ما أساليب حل المشكلات الرياضية غير المألوفة ومدى توافقها مع معايير الجمال الرياضي لدى الطلبة الموهوبين بالمملكة العربية السعودية؟ ويتفرع منه الأسئلة التالية:

(١) ما الأساليب التي يفضلها الطلبة الموهوبون باعتبارها الأكثر جمالاً عند حل المشكلات الرياضية غير المألوفة؟

(٢) كيف يفسر الطلبة الموهوبون تفضيلهم لبعض الحلّول باعتبارها أجمل من غيرها؟

أهداف البحث:

- يهدف هذا البحث إلى الكشف عن تصورات الطلبة الموهوبين رياضياً لمعايير الجمال الرياضي في أساليب حل المشكلات الرياضية غير المألوفة، وذلك من خلال تحقيق الأهداف الفرعية الآتية:
- تحليل تفضيلات الطلبة الموهوبين لاستراتيجيات حل المشكلات الرياضية غير المألوفة، وتحديد الاستراتيجيات التي تحظى بقبول أكبر لديهم.
- إبراز أبعاد التذوق الجمالي لدى الموهوبين في الرياضيات، ومدى انعكاس ذلك على تفضيلهم لبعض الحلول دون غيرها.

أهمية البحث:

- تبرز أهمية هذا البحث من الناحية النظرية من خلال ما يلي:
- إبراز تصورات الموهوبين أنفسهم لمعايير الجمال الرياضي، بعيداً عن تصورات المعلمين أو الخبراء.
- الإسهام في توسيع مفهوم الجمال الرياضي باعتباره مكوناً وجدانياً ومعرفياً يؤثر في تفضيل الحلول الرياضية.
- إثراء النظرية التربوية حول العلاقة بين حل المشكلات غير المألوفة والمعايير الجمالية، مما يوفر إطاراً يمكن الاستناد إليه في أبحاث لاحقة.
- أما على الصعيد التطبيقي، فإن لهذا البحث أهمية عملية مباشرة في تطوير الممارسات التربوية، حيث يمكن الاستفادة من نتائجه في:
- تصميم مناهج إثرائية تركز على تنمية تذوق الجمال الرياضي لدى الطلبة الموهوبين.
- مساعدة معلمي الرياضيات على تضمين معايير الجمال (البساطة، الأناقة، التناسق، العمق) في أنشطة الصف وطرائق التدريس.
- دعم مطوري المناهج والمشرفين التربويين في بناء خبرات تعليمية تراعي تفضيلات الطلبة الموهوبين، مما يساهم في تعزيز دافعيتهم نحو التعلم والإبداع.
- توفير مؤشرات عملية للبرامج المتخصصة مثل الأولمبيادات والمسابقات الرياضية التي تستهدف الموهوبين، من خلال التركيز على بعد الجمال كعامل محفز للأداء المتميز.

حدود البحث

١. **الحدود الموضوعية:** يقتصر هذا البحث على دراسة تصورات الطلبة الموهوبين رياضياً لمعايير الجمال الرياضي في أساليب حل المشكلات الرياضية غير المألوفة، وذلك من خلال تحليل تفضيلاتهم الجمالية وتقييمهم للاستراتيجيات المختلفة.
٢. **الحدود البشرية:** تقتصر عينة البحث على مجموعة من الطلبة الموهوبين رياضياً الذين تم تحديدهم وفق معايير مؤسسة الملك عبد العزيز ورجاله للموهبة والإبداع (موهبة)، والذين اجتازوا اختبارات المستوى الثاني لمسابقات أولمبياد الرياضيات الدولي في مدارس التعليم بالمملكة العربية السعودية.
٣. **الحدود الزمانية:** تم تنفيذ هذا البحث خلال الفصل الدراسي الثالث من العام الدراسي ١٤٤٦هـ / ٢٠٢٥م.

مصطلحات البحث:

المشكلات الرياضية غير المألوفة (Non-routine Mathematics Problems) يعرف أوزكان وآخرون (Ozcan et al, 2017,p130) المشكلات الرياضية غير المألوفة بأنها: "مواقف مشكلات أكاديمية أو حياتية، تتضمن في طياتها مهام تعليمية تتصف بدخلها أساليب الوصول إلى الحلول المناسبة والأهداف المطلوبة إنجازها، بأنها لا يمكن تحقيقها بشكل فوري أو بالاستعانة بإجراءات وخوارزميات رياضية مباشرة وواضحة".

ويعرف بدوي (٢٠١٩، ص ١٩١) المشكلة الرياضية غير المألوفة بأنها: " موقف يتطلب تفكيراً يتحدى الفرد ليصل إلى الحل".

وتعرف الباحثة المشكلة الرياضية غير المألوفة إجرائياً بأنها: موقف أو مشكل رياضي غير مألوف يتعرض له الطالب الموهوب الذي اجتاز اختبارات المرحلة الثانية لمسابقات أولمبياد الرياضيات الدولي في مدارس التعليم العام بحيث لا يتوفر لديه إجابة آنية؛ إذ يتضمن الموقف تحدياً يتطلب حله مثابرة وقدرة ومهارات تفكير عليا وتقاس خلال الاختبار المعد لهذا الغرض.

أساليب حل المشكلات الرياضية غير المألوفة (Approaches of Non-routine Mathematics Problem solving):

يعرفها سيررمان (Sriraman, 2003, p152) بأنها: " مجموعة من الإجراءات أو الأساليب التي يتم توظيفه من قبل الطلبة لفهم حالة المشكلة وحلها".

كما عرفها خطاب وآخرين (٢٠١٨، ص ٤٩٦) بأنها: "مجموعة من الاستراتيجيات العامة كالمحاولة والخطأ والقائمة المنظمة والتجريب والاستنتاج المنطقي والحل العددي والعمل من البدائية للنهائية، أو المساعدة كالرسوم والجداول والقوائم والمعادلات، والتي تنظم في صورة مجموعة من الخطوات الإجرائية تبدأ بفهم المشكلة، وتحديدتها، وتخطيط حل المشكلة، وتنفيذ الحل وتنتهي بتقييم حلها".

وتعرف الباحثة أساليب حل المشكلات الرياضية غير المألوفة إجرائياً بأنها مجموعة الإجراءات والخطوات التي يقوم بها الموهوبون الذين اجتازوا اختبارات المرحلة الثانية لمسابقات أولمبياد الرياضيات الدولي في مدارس التعليم العام أثناء حل المشكلات الرياضية غير المألوفة، وقد تكون عامة كالمحاولة والخطأ والقائمة المنظمة والتجريب والاستنتاج المنطقي والحل العددي والعمل العكسي، أو مساعدة كالتمثيل بالرسوم والجداول والقوائم والمعادلات، والتي يصل من خلالها إلى الحل المنطقي، أو خاصة كالمعرفة والمهارات الرياضية ومدى القدرة على بناء روابط بينها.

الطلبة الموهوبين (Gifted Students):

عرف الجهني (٢٠١٠، ص ٢٢) الموهوب بأنه: "الفرد الذي يتميز بقدرة عقلية عالية، والتي تزيد نسبة ذكائه عن (١٣٠) درجة على مقاييس الذكاء، كما يتميز بمستوى عال من التفكير الإبداعي، والقدرة على التعبير عن الجديد غير التقليدي وطرح أفكار مبتكرة لحل للمشكلات التي تواجه الافراد".

وتعرفهم الجمعية الوطنية الأمريكية للموهوبين (National Association for Gifted Children [NAGC], 2010, P11) بأنهم: "الافراد الذين يظهرون مستويات أعلى مقارنة بالآخرين من نفس العمر".

وتعرف الباحثة الطلبة الموهوبين رياضياً إجرائياً بأنهم الأفراد الذين لديهم قدرات عقلية عالية، ومستوى مرتفع من التفكير الابتكاري والإبداعي مما يؤهلهم لطرح أفكاراً مبتكرة لحل المشكلات الرياضية غير المألوفة التي تواجههم أثناء دراستهم الأكاديمية أو الحياتية؛ وذلك بناء على تصنيف مؤسسة الملك عبدالعزيز ورجاله للموهبة والإبداع (موهبة) بحيث تمكنوا من اجتياز اختبارات المستوى الثاني لمسابقات أولمبياد الرياضيات الدولي في مدارس التعليم العام بالمملكة العربية السعودية.

الجمال الرياضي (Mathematical Beauty):

عرف جوويرس (Gowers, 2002, P112) الجمال الرياضي بأنه: المعيار الأساسي لجدارة الرياضيات، من خلال الشعور بالبهجة، والعمق، المعنى، عند دراسة الرياضيات فهي لغة الطبيعة".

ويعرف سيلوتشي (Cellucci, 2014, P340) الجمال الرياضي بأنه: " الاتساق والبساطة والروعة للكينونات الرياضية، وهذه تعتمد على المعايير الجمالية للمراقب التي يتذوق هذه الخصائص ويصفها بأنها جميلة".

فيما تعرف الباحثة الجمال الرياضي إجرائياً بأنها اتساق وبساطة وروعة الأساليب الرياضية بصورة تولد شعور بالبهجة والانبهار للأفكار الرياضية المجردة من قبل الطلبة الموهوبين رياضياً.

معايير الجمال الرياضي (Standards of Mathematical Beauty):

عرفها عبيده (٢٠٠٥، ص٣٧٨) بأنها: "تكوين الكل من أجزاء صغيرة، والتماثل الرياضي، والعلاقات الرياضية، والتصور البصري في الرياضيات، والاقتصادية في الرياضيات، والتبسيط، والأناقة، والنظامية والترتيب، والإيجاز، والوضوح، والبنية الرياضية، والطاقة والقوة، والمهارة، والدهشة، والتعقيد، والدمج، والتجانس، والترابط، والنمط الرياضي".

وتعرف الباحثة معايير الجمال الرياضي إجرائياً بأنها مجموعة من المؤشرات على دقة التنظيم والاتساق والبساطة في حل المشكلات الرياضية غير المألوفة، وتتمثل في هذا البحث بقائمة المعايير التي يتفق عليها كلا من الطلبة الموهوبين الذين اجتازوا اختبارات المرحلة الثانية لمسابقات أولمبياد الرياضيات الدولي في مدارس التعليم العام.

الدراسات السابقة:

أجرى ليكين (Leikin 2013) دراسة بعنوان أهمية تعدد طرق الحل في تنمية الإبداع الرياضي، وهدفت إلى فحص أثر تكليف الطلبة بحل مسائل بطرق متعددة على تنمية التفكير الإبداعي لديهم. استخدمت الدراسة المنهج التجريبي على عينة من (٩٥) طالباً موهوباً في الرياضيات. وأظهرت النتائج أن التفكير الإبداعي يرتبط إيجاباً بقدرة الطلبة على إدراك جمالية الحلول التي تتسم بالبساطة والتنظيم. وأوصت بتكامل مهام الحل المتعدد مع التدريب على تذوق الجمال الرياضي.

أجرى تجوي (Tjoe 2015) دراسة بعنوان الموهبة الرياضية: حل المشكلات والجماليات والإبداع، وهدفت إلى تحليل العلاقة بين الموهبة في الرياضيات وبين إدراك الجمال الرياضي من خلال حل مسائل غير مألوفة. اعتمدت الدراسة المنهج النوعي بتتبع حلول (١٢) طالباً موهوباً في المرحلة الثانوية. وأظهرت النتائج أن الطلبة الموهوبين يميلون إلى تفضيل الحلول التي تعكس التبسيط والانسجام الداخلي، مع قدرة على إيجاد حلول مبتكرة. وأوصت الدراسة بدمج أنشطة إثرائية تُبرز البعد الجمالي كأداة لتشجيع الإبداع.

في حين قدّم مينديك (Mendick 2020) دراسة بعنوان جاذبية الجمال الرياضي: استجابات الطلبة الجمالية للرياضيات، وهدفت إلى الكشف عن أبعاد التذوق الجمالي لدى طلبة المرحلة الثانوية. استخدمت الدراسة المنهج الكيفي التحليلي عبر مقابلات متعمقة مع (٣٠) طالباً وطالبة. وأظهرت النتائج أن الطلبة يعبرون عن شعور بالرضا والجاذبية عند مواجهة حلول رياضية أنيقة أو مقننة. وأوصت الدراسة بتطوير مناهج تراعي البعد الجمالي لتحفيز اتجاهات إيجابية نحو الرياضيات.

كما أجرى وي ولوفيت (Wai & Lovett 2021) دراسة بعنوان تطوير الموهبة في الرياضيات: رؤى من تعليم الموهوبين، وهدفت إلى تحليل استراتيجيات تنمية الموهوبين رياضياً وعلاقتها بإدراكهم للجمال الرياضي. اعتمدت الدراسة المنهج التحليلي لمجموعة من البيانات الطولية حول (٢٠٠) طالب موهوب. وأظهرت النتائج أن الموهوبين أكثر انجذاباً إلى الحلول التي تتسم بالوضوح والبساطة مقارنة بالحلول المعقدة. وأوصت الدراسة بضرورة مراعاة البعد الجمالي في تصميم برامج الموهوبين.

كما أعد سينكلير وتابي (Sinclair & Gol Tabaghi 2023) دراسة بعنوان الجماليات الرياضية في الصف: وجهات نظر الطلبة، وهدفت إلى التعرف على الكيفية التي ينظر بها الطلبة في المراحل المتوسطة والثانوية إلى جمال الرياضيات. استخدمت الدراسة المنهج النوعي عبر ملاحظات صفية ومقابلات مع (٤٨) طالباً. وأظهرت النتائج أن الطلبة يربطون الجمال بالرياضيات في عناصر مثل البساطة والانسجام البصري والوضوح. وأوصت الدراسة بتوظيف الأنشطة الصفية التي تسمح للطلبة بالتعبير عن تفضيلاتهم الجمالية.

وأجرى ليكين (Leikin 2023) دراسة بعنوان الموهبة الرياضية والإبداع: التداخلات والمنظور التعليمي، وهدفت إلى تحليل العلاقة بين التفكير الإبداعي والجماليات الرياضية لدى الطلبة الموهوبين. اعتمدت الدراسة المنهج الكيفي التحليلي بمشاركة (٢٢) طالباً موهوباً في المرحلة الثانوية. وأظهرت النتائج أن الموهوبين يُظهرون حساسية عالية تجاه الحلول البسيطة والأنيقة، وأن إدراكهم للجمال يرتبط بقدرتهم على توليد حلول مبتكرة. وأوصت الدراسة بتكامل أبعاد الإبداع والجمال في البرامج الإثرائية.

التعقيب على الدراسات السابقة:

تكشف الدراسات السابقة عن اهتمام متنامٍ بموضوع الجمال الرياضي وعلاقته بحل المشكلات غير المألوفة لدى الطلبة، وخصوصًا الموهوبين. فقد أظهرت نتائج (Tjoe (2015 و (Leikin (2013 أن الطلبة الموهوبين يميلون إلى تفضيل الحلول البسيطة والمنظمة، وأن إدراك الجمال يرتبط بقدرتهم على تنويع الاستراتيجيات. كما بينت دراسة (Mendick (2020 أن الطلبة يعبرون عن استجابات وجدانية إيجابية تجاه الحلول التي تتسم بالأناقة والاقتصاد في الخطوات. وأكدت دراسة (Wai & Lovett (2021 أن الموهوبين أكثر انجذابًا إلى الحلول الواضحة مقارنة بالحلول المعقدة، بينما أوضحت (Sinclair & Gol Tabaghi (2023 أن الطلبة ينظرون إلى الجمال في عناصر مثل البساطة والانسجام البصري. أما دراسة (Leikin (2023 فقد ربطت بين الحس الجمالي والإبداع الرياضي، وأبرزت أن إدراك الجمال يمثل محفزًا على توليد حلول مبتكرة.

وبالرغم من تنوع هذه الدراسات، فإن معظمها لم يركز بشكل مباشر على تصورات الطلبة الموهوبين أنفسهم لمعايير الجمال الرياضي عند تقييم استراتيجيات الحل المختلفة، وهو ما يسعى البحث الحالي إلى معالجته من خلال إعطاء صوت مباشر للموهوبين للكشف عن تفضيلاتهم ومعاييرهم الجمالية الخاصة.

منهج البحث:

اعتمد البحث المنهج الوصفي التحليلي ذو الطابع المختلط (Quantitative–Qualitative Mixed Methods)، نظرًا لملاءمته أهداف الدراسة في الكشف عن تصورات الطلبة الموهوبين لمعايير الجمال الرياضي عند حل المشكلات غير المألوفة. ويقوم هذا المنهج على دمج الأسلوب الكمي - من خلال تطبيق مقياس تفضيلات الجمال الرياضي الذي يتيح للطلبة ترتيب الحلول الجاهزة وفق معايير الجمال مع الأسلوب النوعي من خلال المقابلات شبه المنظمة التي تكشف عن تفسيرات الطلبة لأسباب تفضيلهم لبعض الحلول على غيرها.

مجتمع البحث:

يتحدد مجتمع الدراسة في جميع الطلبة الموهوبين رياضياً الملتحقين بمدارس التعليم العام في المملكة العربية السعودية، ممن جرى ترشيحهم وفق معايير مؤسسة الملك عبد العزيز ورجاله للموهبة والإبداع (موهبة)، والذين اجتازوا اختبارات المستوى الثاني لمسابقات أولمبياد الرياضيات الدولي في مدارس التعليم العام بالمملكة العربية السعودية وعددهم (٣٨) طالباً وطالبة.

عينة البحث:

تم اختيار عينة البحث بطريقة قصدية من بين الطلبة الذين اجتازوا اختبارات المستوى الثاني من أولمبياد الرياضيات، وهم الذين أبدوا استعدادهم كعينة للبحث. وقد بلغ حجم العينة (٢٠) طالباً موهوباً، وهو عدد كافٍ لتحقيق أهداف البحث، ويتيح في الوقت نفسه تطبيق أدوات الدراسة بعمق وتحليل النتائج بصورة تفصيلية.

خصائص العينة:

تم تحديد عدد من المتغيرات الوصفية الرئيسية التي تُسهم في تفسير نتائج الدراسة وتحليلها، وتشمل المرحلة الدراسية للطلبة الموهوبين، ومستوى انجاز اختبارات التأهيل لمسابقات الأولمبياد الدولي للرياضيات، وفيما يلي عرض تفصيلي لهذه المتغيرات:

(١) المرحلة الدراسية:

وتوزعت عينة البحث على مرحلتين دراسيتين كما هو موضح في الجدول (٣-١):

جدول (٣-١) توزيع عينة البحث وفق متغير المرحلة الدراسية.

المرحلة الدراسية	عدد الطلبة الموهوبين	الصف الدراسي	عدد الطلبة الموهوبين
المرحلة المتوسطة	٩	الأول المتوسط	٢
		الثاني المتوسط	٣
		الثالث المتوسط	٤
المرحلة الثانوية	١١	الأول الثانوي	٦
		الثاني الثانوي	٣
		الثالث الثانوي	٢
المجموع	٢٠	المجموع	٢٠

يتضح من الجدول أن عينة البحث توزعت على مرحلتين التعليم المتوسط والثانوي بشكل متوازن، حيث بلغ عدد الطلبة الموهوبين (٢٠) طالبًا، منهم (٩) في المرحلة المتوسطة و(١١) في المرحلة الثانوية. ويُلاحظ أن أعلى تمثيل كان لطلاب الصف الأول الثانوي (٦ طلاب)، يليه الصف الثالث المتوسط (٤ طلاب)، مما يشير إلى ترايد بروز سمات الموهبة في بداية المرحلة الثانوية مع استمرار استقرارها في نهاية المرحلة المتوسطة. كما يُظهر التوزيع شمولية العينة لمستويات دراسية مختلفة، مما يعزز دقة المقارنات وإمكان تعميم نتائج البحث على فئات متنوعة من الطلبة الموهوبين.

(٢) مستويات اجتياز الطلاب لاختبارات التأهيل لمسابقات الأولمبياد الدولي للرياضيات:

توزعت المستويات للطلبة عينة البحث كما هو موضح في الجدول (٣-٢):

جدول (٣-٢) مستويات اجتياز الطلاب لاختبارات التأهيل لمسابقات الأولمبياد الدولي للرياضيات.

مستويات الاجتياز	عدد الطلبة الموهوبين	النسبة المئوية
تجاوز المستوى الثاني	٨	٤٠٪
٤-٣ مستويات	٧	٣٥٪
٦-٥ مستويات	٥	٢٥٪
المجموع	٢٠	١٠٠٪

يتضح من الجدول أن غالبية الطلبة الموهوبين حققوا مستويات متقدمة في اختبارات التأهيل للأولمبياد، حيث تجاوز ٤٠٪ منهم المستوى الثاني، بينما تراوحت بقية النسب بين المستويين الثالث والسادس. ويُشير ذلك إلى ارتفاع كفاءة العينة الأكاديمية وتميزها في مهارات التفكير الرياضي العليا.

(٣) السمات المهنية لمعلمي ومعلمات الموهوبين في عينة البحث:

ويوضح الجدول (٣-٤) السمات المهنية لمعلمي ومعلمات الموهوبين في عينة البحث كما يلي:

رمز المعلم	المؤهل	الجنس	المرحلة التدريسية	سنوات الخبرة في تدريس الموهوبين	عدد طلبة موهبة	عدد الدورات التدريبية	لديه/لا تكليفات مهنية أخرى
م١	بكالوريوس	بنات	المتوسطة	٦	٤٠	٢	لا
م٢	بكالوريوس	بنات	الثانوية	٣	٣٢	٠	نعم
م٣	بكالوريوس	بنات	المتوسطة	٧	٣٣	٣	نعم
م٤	بكالوريوس	بنات	المتوسطة	٨	٢٦	٤	لا
م٥	بكالوريوس	بنين	المتوسطة	٢	٤٥	٠	نعم
م٦	بكالوريوس	بنين	الثانوية	٣	٣٥	٦	نعم
م٧	بكالوريوس	بنات	الثانوية	٥	٤٧	١	نعم

جدول (٣-٤): السمات المهنية لمعلمي ومعلمات الموهوبين في عينة البحث

يتضح من الجدول أن جميع معلمي ومعلمات العينة من حملة البكالوريوس، ولديهم خبرة تتراوح بين (٣-٨) سنوات في تدريس الطلبة الموهوبين، كما يمتلك معظمهم دورات تدريبية وتكليفات مهنية متنوعة. ويُشير ذلك إلى ارتفاع مستوى التأهيل المهني والخبرة التخصصية لدى أفراد العينة، مما يعزز موثوقية البيانات ودقة ملاحظاتهم.

(٤) السمات المهنية لخبراء الرياضيات في عينة البحث:

ويوضح الجدول (٤-٤) السمات المهنية لخبراء الرياضيات في عينة البحث كما يلي:

جدول (٤-٣): السمات المهنية لمعلمي ومعلمات الموهوبين في عينة البحث

رمز الخبير	المؤهل	الجنس	التخصص	سنوات الخبرة في مجال الموهوبين
خ١	دكتورة	بنين	مناهج وطرق تدريس عامة	٢٧ سنة
خ٢	دكتورة	بنات	مناهج وطرق تدريس الرياضيات	١٢ سنة
خ٣	بكالوريوس	بنين	رياضيات	٢٥ سنة

يبين الجدول أن خبراء الرياضيات المشاركين يتمتعون بتأهيل علمي عالٍ، إذ يحمل اثنان منهم درجة الدكتوراه بينما يحمل أحدهم درجة البكالوريوس، كما أن جميعهم من المتخصصين في مناهج وطرق تدريس الرياضيات. وتتراوح خبراتهم بين (١٢-٢٧) سنة، مما يعكس عمق خبرتهم الأكاديمية والميدانية في مجال الطلبة الموهوبين ويضفي موثوقية علمية على تفويضهم وملاحظاتهم.

أدوات البحث:

أولاً- مقياس الجمال الرياضي:

يهدف المقياس إلى التعرف على تفضيلات الطلبة الموهوبين رياضياً للجمال الرياضي في أساليب حل المشكلات غير المألوفة، وذلك من خلال عرض حلول متعددة لكل مسألة، ويقوم الطالب بترتيبها من الأكثر جمالاً إلى الأقل جمالاً، بما يكشف عن اتجاهاتهم الجمالية تجاه الاستراتيجيات المختلفة.

• **إعداد الصورة الأولية للمقياس:** تم بناء الصورة الأولية للمقياس بالاستناد إلى الأدبيات والدراسات السابقة المتعلقة بحل المشكلات غير المألوفة والجمال الرياضي. وقد اشتمل المقياس في صورته الأولية على ست مسائل غير مألوفة، صيغت بحيث يندرج تحت كل مسألة ثلاثة إلى أربعة حلول جاهزة تمثل استراتيجيات متنوعة مثل: رسم شكل، حل مسألة أبسط، عمل قائمة منظمة، البحث عن نمط، العمل العكسي، التبرير المنطقي، استعمال المعادلة.

• **مراجعة المقياس وتعديله:** عُرضت الصورة الأولية للمقياس على مجموعة من المحكمين المتخصصين في تعليم الرياضيات وطرائق تدريسه للتأكد من وضوح صياغة المسائل والحلول، وشمولية الحلول لتمثيل الاستراتيجيات بدقة، وملاءمة التعليمات لطبيعة العينة. وقد أدخلت التعديلات اللازمة وفق ملاحظات المحكمين، مثل تبسيط صياغة بعض الأسئلة والحلول وإعادة ترتيبها بما يحقق التنوع في الاستراتيجيات.

• **إعداد الصورة النهائية للمقياس:** بعد المراجعة والتعديل، أصبحت الصورة النهائية للمقياس متضمنة ست مسائل، يتبع كل منها مجموعة من الحلول الجاهزة. وتُعرض المسائل على الطلبة بطريقة متسلسلة، بحيث يقوم الطالب بقراءة الحلول ثم ترتيبها بالأرقام ابتداءً من (١) الأكثر جمالاً حتى الرقم الأخير الأقل جمالاً.

• **آلية تطبيق المقياس:** تم تطبيق المقياس على أفراد العينة وفق الإجراءات المنهجية التالية:

١. تصميم المواد وتجهيزها إلكترونياً وذلك تجنباً للتحديات اللوجستية المرتبطة بعمليات الشحن والإرسال، فقد تم تصميم نسخة إلكترونية متكاملة للمقياس، بحيث تشتمل على العناصر التالية:
- صفحة تقديمية: احتوت على خطاب تعريفي يشرح أهداف الدراسة وأهمية مشاركة الطالب في تحقيق أهدافها.
- تعليمات إجرائية مفصلة: وتضمنت تعليمات مكتوبة ومنظمة تشرح بالتفصيل كيفية إكمال مهمة الترتيب.
- قائمة بأساليب الحل المقترحة: عرضت قائمة منظمة ومنسقة بأساليب الحل المقترحة لكل مسألة من مسائل اختبار حل المشكلات الرياضية غير المألوفة.
- نموذج إلكتروني مخصص: تم تصميم نموذج إلكتروني تفاعلي لتسهيل عملية تسجيل الترتيبات من قبل الطلبة المشاركين.

- رابط دعم فني متزامن: تم إعداد رابط إلكتروني للوصول إلى جلسة دعم فني متزامنة عبر برنامج Zoom وذلك لتمكين الطلبة من التواصل المباشر مع الباحثة لطرح أي استفسارات أو طلب توضيحات أثناء أداء المهمة.

٢. إتاحة الوصول للمشاركين من خلال توزيع روابط الوصول إلى المقياس الإلكتروني على عناوين البريد الإلكتروني الخاصة بالطلبة المشاركين التي تم الحصول عليها من مؤسسة موهبة، مع التأكد من استلامهم الروابط في التوقيات المحددة.

٣. استخلاص البيانات وتحليلها: بعد انقضاء فترة زمنية مناسبة (٤ أسابيع) من تاريخ إتاحة الوصول، تم استخلاص البيانات المسجلة في النماذج الإلكترونية، والتحقق من اكتمالها وسلامتها قبل الشروع في عمليات التحليل.

ثانياً: المقابلة شبه المنظمة:

هدفت المقابلة شبه المنظمة إلى تعميق الفهم النوعي لتصورات الطلبة الموهوبين حول معايير الجمال الرياضي التي اعتمدها ضمناً عند ترتيبهم للحلول الجاهزة في المقياس. وتوفر المقابلة مجالاً للتعبير الحر يتيح الكشف عن المبررات والأبعاد الوجدانية والفكرية التي لا يمكن حصرها من خلال البيانات الكمية فقط.

• إعداد الصورة الأولية للمقابلة: تم إعداد أسئلة مقابلة أولية بالاعتماد على الإطار النظري والدراسات السابقة (Tjoe, 2015; Leikin, 2023; Sinclair & Gol Tabaghi, 2023) ،

بحيث شملت محاور رئيسة مرتبطة بموضوع البحث، ومن أبرزها:

١. معايير التفضيل: التي تبحث عن الصفات أو الخصائص التي تجعل حلاً ما أجمل من غيره.

٢. مقارنة الحلول: من حيث اختلاف الحل الأنيق عن الحل المعقد.

٣. التجربة الشعورية: لمعرفة الشعور نحو الحل البسيط أو المنظم.

• تجريب بطاقة المقابلة: تمت عملية المقابلة على العينة استطلاعية للطلاب من مجتمع البحث، خارج عينة البحث (٨ موهوبون في مرحلتين مختلفتين)، بهدف التحقق من موضوعية ومصداقية الأداة، من خلال البيانات التي توفرها وتحقيقها لما وجدت من أجله.

• مراجعة المقابلة وتعديلها: عرضت مسودة بطاقة المقابلة على عدد من المحكمين المتخصصين في تعليم الرياضيات للتأكد من وضوح الأسئلة وملاءمتها لأهداف البحث. وبناءً على ملاحظاتهم، تم تبسيط صياغة بعض الأسئلة لتناسب المرحلة العمرية للطلبة، كما تم تقليص عدد الأسئلة لضمان ملائمة زمن المقابلة عند عملية التطبيق.

• إعداد الصورة النهائية للمقابلة: بعد الأخذ بآراء المحكمين، وما أسفرت عنه المقابلة للعينة الاستطلاعية، وإجراء التعديلات على بطاقة المقابلة، أصبحت بطاقة المقابلة جاهزة في صورتها النهائية، بعدد (٢٠) سؤالاً.

• آلية تطبيق المقابلة: نُفذت المقابلات عن بُعد عبر منصات الاتصال المرئي (Microsoft Teams / Zoom) نظراً لظروف الدراسة الميدانية، واستغرقت المقابلة الواحدة حوالي (٢٠ – ٢٥) دقيقة، سُجِّلَت جميع المقابلات صوتياً بعد الحصول على موافقة مسبقة من الطلبة وأولياء أمورهم، مع التأكيد على سرية البيانات واستخدامها لأغراض البحث فقط، وأخيراً تم تفريغ المقابلات حرفياً، ثم خضعت لعمليات الترميز والتحليل الموضوعي للكشف عن المعايير الجمالية التي برزت في إجابات الطلبة.

الصدق والثبات والمصدقية والاعتمادية لأدوات الاختبار:

صدق مقياس الجمال الرياضي:

حرصت الباحثة على التحقق من صدق أداة الجمال الرياضي لضمان صلاحيتها كأداة علمية مناسبة لأهداف البحث، خاصة وأنها تقيس تفضيلات نوعية مرتبة (Rank Order) للحلول الرياضية، وليست درجات كمية مباشرة. وتم التحقق من صدق الأداة بعدة أساليب تكاملية:

- الصدق الظاهري: عرضت الأداة على مجموعة من المحكمين من أعضاء هيئة التدريس المتخصصين في مناهج وطرق تدريس الرياضيات، وذلك للتأكد من وضوح تعليماتها، وصياغة بنودها، ومدى ملاءمتها للفئة المستهدفة، وقد أجمع المحكمون على مناسبة الأداة لأهداف البحث وقدرتها على قياس تفضيلات الجمال الرياضي.
- صدق المحتوى: راجع المحكمون كذلك مدى شمول الأداة لأبعاد الجمال الرياضي كما حددتها الأدبيات والدراسات السابقة (مثل: البساطة والاقتصاد، الأناقة والوضوح، التناسق والانسجام، العمق الرياضي، القوة التفسيرية). وأجمعوا على أن الأداة تغطي هذه الأبعاد بصورة كافية، مما يعكس تمثيلاً مناسباً لمجال القياس.

ثبات مقياس الجمال الرياضي:

للتحقق من ثبات المقياس، استخدمت الباحثة أسلوب إعادة التطبيق (Test-Retest)، حيث طُبّق المقياس على العينة الاستطلاعية نفسها المكوّنة من (٨) طلاب موهوبين مرتين بفواصل زمني مقداره أسبوعان بين التطبيقين. ونظراً لأن بيانات المقياس تعتمد على ترتيب تفضيلات الطلبة (Rank Orders) للحلول الرياضية وليس على درجات كمية مباشرة، فقد تم حساب معامل الارتباط الرتبى لسبيرمان (Spearman's rho) لقياس مدى استقرار ترتيب التفضيلات عبر الزمن. أُجري التحليل على متوسطات الرتب التي حصلت عليها استراتيجيات الحل المختلفة في التطبيقين، فكانت قيمة معامل الارتباط ($r = 0.79, p < 0.01$)، وهي قيمة مرتفعة ودالة إحصائية، مما يدل على اتساق واستقرار مرتفع في تفضيلات الطلبة عبر الزمن، ويعكس ثبات المقياس وصلاحيته للاستخدام في التطبيق الفعلي.

مصادقية المقابلة شبه المنظمة:

يستخدم مصطلح المصادقية مقابل الصدق في البحث الكمي، والذي يعني أن يقيس الاختبار ما وضع من أجله، وهو من أهم العوامل لضمان موثوقية البحث (العبد الكريم، ٢٠١٨)، ولتحقيق المصادقية في البحث الحالي اتبعت الباحثة الإجراءات الآتية:

- تم استخدام مصادر متعددة للبيانات لتعزيز مصداقية النتائج الكيفية، وذلك من خلال مقارنة وتحليل البيانات المستخلصة من المقابلات مع البيانات التي تم جمعها باستخدام مقياس الجمال الرياضي.
- تم عرض أدوات المقابلة وتحليل البيانات على باحثين متخصصين في المنهجية الكيفية لتقديم ملاحظات حول جودة التصميم والتحليل والتفسير.

اعتمادية المقابلة شبه المنظمة:

- يستخدم هذا المصطلح مقابل الثبات في البحث الكمي، والذي يعني أنه لو أعيد تطبيق الاختبار في نفس الظروف سيحقق نتائج مشابهة، لكن إعادة تطبيق البحث في المنهج النوعي يمثل إشكالية (العبد الكريم، ٢٠١٨)، إلا أن هنالك مجموعة من الإجراءات التي اتبعتها الباحثة لتعزيز الاعتمادية وهي كالآتي:
- تم توثيق جميع خطوات البحث، بدءاً من تصميم الدراسة وحتى تحليل البيانات وتفسير النتائج، وذلك لتوفير مسار واضح وقابل للمرجعة لعملية البحث.
- قامت الباحثة بترميز جزء من البيانات، ثم بعد فترة قام بترميز نفس البيانات مرة أخرى. ثم قام بحساب معامل الاتفاق لتقييم ثبات الترميز.

إجراءات تنفيذ البحث:

- سارت إجراءات تنفيذ البحث وفق خطوات منظمة لضمان تحقيق أهدافه، وذلك على النحو الآتي:
- (١) قامت الباحثة بإعداد الصورة الأولية لكل من مقياس تفضيلات الجمال الرياضي وأسئلة المقابلة، استناداً إلى الأدبيات التربوية والدراسات السابقة ذات الصلة.
- (٢) عُرضت الأدوات على مجموعة من المحكمين المتخصصين في تعليم الرياضيات وطرائق تدريسه للتحقق من صدق المحتوى، وتم إدخال التعديلات اللازمة استجابةً لملاحظاتهم، ثم إعداد الصورة النهائية للأدوات.

(٣) الحصول على الموافقات الرسمية بما في ذلك موافقة الجهات المختصة وأولياء الأمور، مع الالتزام بأخلاقيات البحث العلمي المتعلقة بسرية المعلومات وخصوصية المشاركين.

(٤) تطبيق الأدوات على عينة الدراسة البالغ عددها (٢٠) طالباً موهوباً.

(٦) تحليل البيانات كمياً باستخدام الإحصاءات الوصفية، واختبار فريدمان لقياس الفروق بين رتب الاستراتيجيات، ومعامل توافق كيندال (Kendall's W) لقياس قوة الاتفاق بين الطلبة. أما بيانات المقابلات فقد حُللت نوعياً باستخدام أسلوب الترميز المفتوح والمحوري لاستخلاص المعايير الجمالية التي استند إليها الطلبة في تفضيلاتهم.

(٧) الدمج والتفسير للنتائج الكمية المستخلصة من المقياس بالنتائج النوعية المستخلصة من المقابلات، في إطار تكاملي يعزز من صدق النتائج وقوتها التفسيرية.

نتائج البحث:

الإجابة عن السؤال الأول ومناقشة نتائجه وتفسيرها:

للإجابة على السؤال الأول الذي ينص على: أي أساليب حل المشكلات الرياضية غير المألوفة أكثر جمالية من وجهة نظر الطلبة؟ فقد قامت الباحثة بتحليل بيانات مقياس الجمال الرياضي القائمة على تقديم مجموعة من الحلول المتنوعة لمسائل رياضية غير مألوفة، حيث طُلب من الطلبة الموهوبين ترتيب تلك الحلول من حيث الجمال الرياضي، وفق معاييرهم الشخصية. كما تم حساب متوسط الترتيب الجمالي لكل أسلوب، من خلال تحليل تكرارات الرتب لكل أسلوب لمعرفة عدد المرات التي حصل فيها على الرتبة الأولى، الثانية، وهكذا.

وللكشف عن الأساليب التي يراها الطلبة الموهوبون أكثر جمالية في حل المشكلات الرياضية غير المألوفة قامت الباحثة بعمل تحليل لأساليب الحل وما هي معايير الجمال الرياضي التي يحققها كل أسلوب للحل، وذلك وفقاً للأدب التربوي. ويهدف الجدول (١) إلى إيضاح الصلة بين كل أسلوب من الأساليب الثمان التي استخدمها الطلبة في السؤال البحثي الأول وبين معايير الجمال الرياضي. جدول (١): يوضح العلاقة بين أساليب الحل ومعايير الجمال الرياضي المنطبقة عليها.

م	الأسلوب	معايير الجمال المنطبقة
١	استعمال معادلة	البساطة، الأناقة
٢	التبرير المنطقي	القوة التفسيرية، الأناقة
٣	التخمين والتحقق	البساطة، الدهشة
٤	الحل العكسي	العمق، القوة التفسيرية
٥	عمل قائمة منظمة	الدهشة، التناسق
٦	رسم شكل	الأناقة، التناسق
٧	البحث عن نمط	العمق، التناسق
٨	حل مسألة أبسط	البساطة، العمق

من الملاحظ على الجدول أعلاه تعدد المعايير الجمالية المنطبقة على كل أسلوب من أساليب الحل، والتي بدورها قد تؤثر في تفضيل الطلبة لبعض الحلول عن غيرها، ويعكس التصنيف اتساقاً مع ما ورد في الأدبيات التربوية حول تنوع أنماط التفكير الرياضي لدى الموهوبين ويمثل هذا التصنيف أساساً تحليلياً يتم البناء عليه لاحقاً في تحليل تفضيلات الطلبة للجمال الرياضي، بهدف تحديد الأساليب الأكثر جاذبية جمالياً لديهم.

واستكمالاً لتحليل البيانات، تم في هذه المرحلة تفريغ بيانات أداة البحث الخاصة بتقييم الجمال الرياضي من وجهة نظر الطلبة الموهوبين، حيث طُلب من كل طالب ترتيب الإجابات المقترحة لكل سؤال رياضي غير مألوف بحسب مدى جاذبيتها الجمالية.

ويمثل هذا الترتيب انعكاساً لذوق الطالب الرياضي، ويُعد مؤشراً كمياً يمكن من خلاله تقييم تفضيل الطلبة لأساليب حل معينة بناءً على معايير الجمال الرياضي. وتم تحليل بيانات ترتيب الطلبة للإجابات المقدمة في أداة مقياس الجمال الرياضي، وربط هذه الترتيبات بتصنيف كل إجابة حسب الأسلوب المستخدم في الحل.

ويعرض الجدول (٢) متوسط الترتيب الجمالي الذي منحه الطلبة لكل أسلوب، حيث يشير الرقم الأقل إلى إدراك أعلى للجمال الرياضي. وتُعد هذه البيانات مؤشراً كمياً موضوعياً يعكس توجهات الذوق الجمالي الرياضي لدى أفراد العينة.

جدول (٢): يوضح رتب أساليب الحل وفق معايير الجمال الرياضي من وجهة نظر الطلبة.

م	أسلوب الحل	متوسط الترتيب الجمالي	نسبة الحصول على المرتبة الأولى	نسبة الحصول على المرتبة الثانية
١	رسم شكل	١,٧٩	٢٣,٣%	٢٠%
٢	حل مسألة أبسط	٢,٤٢	٢٠%	١٦,٧%
٣	عمل قائمة منظمة	٢,٦٧	١٦,٧%	١٦,٧%
٤	التبرير المنطقي	٣	١٣,٣%	١٣,٣%
٥	التخمين والتحقق	٣,٢١	١٠%	١٣,٣%
٦	استعمال معادلة	٣,٨	١٠%	١٠%
٧	الحل العكسي	٤,٦٤	٣,٣%	٦,٧%
٨	البحث عن نمط	٥,٢٢	٣,٣%	٣,٣%

في ضوء نتائج الجدول المصنّف تصاعدياً بحسب متوسط الترتيب الجمالي (حيث تعني القيمة الأقل جمالاً أعلى)، يتضح أنّ الطلبة الموهوبين ينزعون إلى تقدير الوضوح البصري والتنظيمي بوصفهما مصدرين رئيسيين لجمال الحل. فقد جاء أسلوب رسم شكل في المرتبة الأولى بمتوسط (١,٧٩)، حيث حصل على الترتيب الأول والثاني من ترتيبات الطلبة لأفضل الإجابات جمالاً بنسبة (٤٣,٣%)، وهو ما يعكس ارتباط الجمال عند الطلبة بمعايير الأناقة والتناسق؛ فالتجسيد البصري يقدّم بنية المسألة وعلاقاتها بطريقة مكثفة ومباشرة، ويخلق لحظة وضوح تمنح الحل جاذبية خاصة. يليها مباشرة أسلوب حل مسألة أبسط بمتوسط (٢,٤٢)، حيث حصل على الترتيب الأول والثاني من ترتيبات الطلبة لأفضل الإجابات جمالاً بنسبة (٣٦,٧%)، التي تجمع بين البساطة والعمق، حيث يبدأ الطالب بنموذج مصغّر يسهل التحكم فيه ثم يعمم الفكرة على الحالة الأصلية، بما يقدّم فكرة قوية بأقل تعقيد ممكن.

كما برز أسلوب عمل قائمة منظمة بمتوسط (٢,٦٧) ثم التبرير المنطقي بمتوسط (٣) ويشير ذلك بأن الطلبة يهتمون جمال التصميم المنهجي والسردي البرهاني الأنيق؛ فالقوائم المنظمة تُجسّد البساطة والتناسق عبر ترتيب المعطيات وخطوات العمل، بينما يمنح التبرير المنطقي إحساساً بالأناقة والعمق والقوة التفسيرية عندما تتعاقب المبررات بصورة طبيعية تقود إلى النتيجة وكأنها لا بدّ أن تكون كذلك. أما الأساليب التي اعتمدت على مسار استكشافي تجريبي فحلت في طبقة تالية، حيث جاء أسلوب التخمين والتحقق بمتوسط (٣,٢١) بعد التبرير المنطقي مباشرة. ورغم ما تمنحه هذه الاستراتيجية من

بساطة ودهشة عبر بناء فرضيات صغيرة ثم تصويبها، فإن جاذبيتها الجمالية لدى الطلبة كانت أدنى من الحلول ذات البنية البصرية أو البرهانية المحكمة.

من ناحية أخرى فقد تراجعت جاذبية أسلوب استعمال المعادلة بمتوسط (٣,٨٠) نسبياً على الرغم من ارتباطها بالبساطة والأناقة، فتمثيل العلاقات جبرياً ينجز العمل بكفاءة، لكنه لا يقدّم في نظر الطلبة قدراً من الأناقة البصرية أو التناسق مماثلاً لما يتيح أسلوب رسم شكل. وهذا يلفت إلى فارق مهم بين فاعلية الأسلوب وجماله المدرك فقد يكون الأسلوب فعالاً تعليمياً، لكنه لا يُعدّ الأجمل من حيث الأثر الجمالي.

وفي الترتيب الأخير جاء الحل العكسي بمتوسط (٤,٦٤) والبحث عن نمط بمتوسط (٥,٢٢) وكلاهما يرتبطان بمعيار العمق، غير أن جاذبيتهما تتطلبان نضجاً معرفياً أعلى للحكم على الفكرة المنظمة قبل ظهور جمالهما. كما أنه بالنسبة لعدد من الطلبة، قد لا ينكشف الجمال إلا بعد إتمام سلسلة من الاستدلالات أو بعد رؤية النمط يتماسك عبر حالات عدّة، وهو ما قد يقلل من الأثر الجمالي الفوري مقارنة بالرسم أو حل مسألة أبسط.

الإجابة عن السؤال الثاني:

للإجابة على السؤال الثاني الذي ينص على: كيف يفسر الطلبة الموهوبون تفضيلهم لبعض الحلول باعتبارها أجمل من غيرها؟ اعتمدت الباحثة على تحليل المقابلات شبه المنظمة للطلاب، وذلك للتحقق من مدى اتساق توجهات التفضيل الجمالي كما ظهرت في بيانات الترتيب، مع التصورات الذاتية التي عبّر عنها الطلبة بشكل مباشر حول ملامح الجمال الرياضي في الأساليب المختلفة. وبناء على ذلك تم فحص استجابات الطلبة في المقابلات، ولوحظ أن هذه الأساليب قد وردت بشكل متكرر في مداخلاتهم، واقتُرنت غالباً بوصف مباشر لمفاهيم الجمال، مثل الوضوح، المتعة، الابتكار، والدهشة، بما يعزّز قابلية المقارنة بين الأدلة الكمية والكيفية.

واتضح من خلال تحليل نتائج المقابلة إجماع عدد كبير من الطلبة على أنّ الرسوم البيانية والتمثيلات الصورية تُيسّر إدراك العلاقات العددية والبنائية، وتمنحهم شعوراً بالمتعة وفهماً أعمق. وجاء في إحدى العبارات "الرسم يعطيني صورة ذهنية تساعدني أفهم بسرعة"، وقال آخر: "أرتاح أكثر عندما أمثل المسألة بصرياً؛ أحسّ أن الحل يتضح من تلقاء نفسه". وهذا يتوافق مباشرة مع النتائج الكمية التي وضعت رسم شكل في صدارة الجمال حيث تم اختيارها في الترتيب الأول بنسبة (٢٣,٣٪) وفي المرتبة الثانية بنسبة (٢٠٪)، كما تتسق هذه النتيجة مع ما توصل إليه كلاً من (Devine & Nahornick, 2021; Devine, 2022; Ellison & Waldecker, 2021)، التي أبرزت أثر التمثيل البصري في تحسين إدراك بنية المسألة، كما تتفق مع دراسة (Ozcan, Imamoglu & Bayraklı, 2017) من حيث ميل الطلبة الموهوبين إلى إعادة تنظيم البيانات بصرياً أثناء الحل، كما تتسق مع هذه النتيجة مع ما توصلت إليه دراسة (Cellucci, 2015) في علاقة معيار الأناقة والتناسق للجمال الرياضي والمرتبطة بأسلوب رسم شكل في القدرة على الفهم والاكتشاف.

ومن ناحية أخرى أفاد بعض الطلبة بتفضيلهم للحلول التي تبدأ بتخمينات أولية تُختبر وتُنقّح عبر خطوات منطقية متدرّجة؛ وُصِف هذا النهج بأنه يحفّز التفكير ويجعل الحل ممتعاً. فيقول أحدهم: "أحياناً أبدأ بالتخمين، وإذا لم ينفع أنتقل إلى تخمين آخر، وهذا يجعلني أكتشف أشياء جديدة". وتكشف هذه التصورات أنّ الجمال هنا يتشكل من تفاعل البساطة والدهشة عبر الاكتشاف الذاتي. وهذا يتوافق مباشرة مع النتائج الكمية التي وضعت أسلوب التخمين والتحقق في المرتبة المتوسطة من الجمال الرياضي، حيث تم اختيارها في الترتيب الأول بنسبة (١٠٪) وفي المرتبة الثانية بنسبة (١٣,٣٪)، وتختلف هذه النتيجة مع دراسة كلاً من (الحربي، ٢٠٢٣)، (Pativisan, 2020) التي توصلت إلى أن أسلوب التخمين والتحقق من أكثر الأساليب استخداماً لدى الطلبة الموهوبين.

كما أبدى العديد من الطلبة ارتياحاً لاستخدام أكثر من استراتيجية في المسألة الواحدة، يقول أحد الطلبة: "أجرب أكثر من طريقة وأفارن بينها، وهذا يعطيني شعوراً بأنني أتحكّم في الحل". هذا الوعي الجمالي بالمرونة ينعكس على نتائج السؤال الأول من حيث تقدّم حل مسألة أبسط وعمل قائمة منظمة في الترتيب الجمالي بعد رسم شكل، وهذا يتفق مع دراسة كلاً من (Keleş & Yazgan, 2022)؛ (العتيبي،

(٢٠٢٢)، التي توصلت إلى المرونة في أسلوب الحل وتبديل الأساليب عند التعثر في الحل، كما اتفقت مع دراسة كلاً من (Robinson, 2016)؛ السلمي والفحطاني، (٢٠٢٢) التي أبرزت دور التنظيم الذاتي في تحسين اختيار الاستراتيجية وإعادة التخطيط، إلى جانب الخبرة التكيفية التي تربط قرارات الانتقال بين الأساليب بمعايير الأناقة والوضوح والبساطة والعمق في دراسة (Hatano & Inagaki, 2023).

ومن جانب آخر، ارتبطت الأساليب الإجرائية الخالصة مثل استعمال معادلة بوصف نمطي يفتقر إلى الحيوية الجمالية، ووصفت كما يقول أحد الطلبة "إنه أسلوب ممل"، ويصف أحدهم الأسلوب بأنه "مجرد تكرار لما تعلمنا عليه"، بل وصرّح بعضهم بقوله "لا يوجد شيء جديد فيها يجعلني أستمع بالحل". وتُشير هذه الإجابات إلى عزوف واضح عن الحلول النمطية، وتؤكد أن الجمال الرياضي، في منظور الطلبة الموهوبين، لا يُختزل في سرعة الوصول إلى الجواب، بل يحتاج عنصراً من الإبداع أو التجريب الحر، وهذا يتوافق مباشرة مع النتائج الكمية التي وضعت أسلوب استعمال معادلة في المرتبة المتوسطة من الجمال الرياضي، حيث تم اختيارها في الترتيب الأول بنسبة (١٠٪) وفي المرتبة الثانية بنسبة (١٠٪)، وهو ما يشير إلى ميل الطلبة نحو تبسيط العلاقات الرياضية إلى صيغ جبرية قابلة للحل الفوري رغم عدم تنوعهم لجمال الحل بهذا الأسلوب. وتتفق هذه النتيجة ضمناً مع دراسة (حامد، ٢٠٠٨) من حيث استعمال هذا الأسلوب بشكل أكبر لدى الطلبة لكونه يحقق معيار البساطة في الجمال الرياضي، ويتضح ذلك من العلاقة الارتباطية الموجبة بين استعمال هذا الأسلوب ودرجات الطلبة في الثانوية العامة، حيث يلجأ إليه الطلبة بشكل أكبر في الاختبارات رغبة في الحصول على الدرجة فقط دون التفكير في جمال الحل.

وأخيراً يتضح من خلال هذا الربط، أن هناك درجة عالية من الانسجام بين ما أجاب عنه الطلبة ضمناً في ترتيب الأساليب، وما صرّحوا به في المقابلات حول معايير الجمال الرياضي. فالميل نحو التمثيل البصري والتبسيط المتدرّج والمرونة التجريبية يتوافق مع تقدّم هذه الأساليب جمالياً في بيانات الترتيب، بينما تتراجع الأساليب الإجرائية ذات الطابع الروتيني. ويشير ذلك إلى الحاجة لخبرات تعليمية تُظهر الأناقة والاقتصاد حتى في الحلول الرمزية، وتزيد حضور التمثيل البصري والتبسيط المنهجي عند تقديم المسائل غير المألوفة. ويعزّز هذا الاتساق موثوقية النتائج، ويدعم فرضية الدراسة القائلة بأن الذوق الجمالي لدى الطلبة الموهوبين يميل إلى الأساليب التي تجسّد البساطة والأناقة والتناسق والعمق والقوة التفسيرية والدهشة بصورة محسوسة.

التوصيات:

خلص البحث إلى جملة من التوصيات على النحو الآتي:

- دمج معايير الجمال الرياضي (البساطة، الأناقة، التناسق، العمق، القوة التفسيرية، الدهشة) ضمن محتوى مناهج الرياضيات وأنشطتها بما يعزز الوعي الجمالي لدى المتعلمين.
- تطوير برامج تدريبية للمعلمين تهدف إلى تنمية قدرتهم على إبراز الجمال الرياضي في الحلول وتنظيمه داخل الموقف التعليمي.
- تصميم أنشطة إثرائية للطلبة الموهوبين تقوم على مشكلات غير مألوفة تُظهر الأبعاد الجمالية للحلول وتشجع التفكير الإبداعي.

مقترحات البحث:

- فاعلية برنامج إثرائي قائم على معايير الجمال الرياضي في تنمية التفكير الإبداعي وحل المشكلات غير المألوفة لدى الطلبة الموهوبين.
- تصورات معلمي الرياضيات لمفهوم الجمال الرياضي واستراتيجيات توظيفه في تدريس المشكلات غير المألوفة للطلبة الموهوبين.
- تحليل محتوى كتب الرياضيات في التعليم العام للكشف عن حضور معايير الجمال الرياضي في الأنشطة والمهام غير النمطية.

المراجع:

- حامد، أحمد. (٢٠٠٨). أنماط التفكير وعلاقتها باستراتيجيات حل المشكلات الرياضية لدى طلاب المرحلة الثانوية. مجلة كلية التربية – جامعة طنطا، ٣٤(٢)، ١٨٧-٢١٤.
- الحربي، فاطمة. (٢٠٢٣). فاعلية استراتيجيات حل المشكلات في تحسين الأداء الرياضي لدى الطلبة الموهوبين. مجلة العلوم التربوية والنفسية، ١٨(٢)، ١٥٩-١٨٥.
- الزهراني، سعيد. (٢٠٢٣). فاعلية البرامج الإثرائية في تنمية مهارات التفكير الرياضي لدى الطلبة الموهوبين في المملكة العربية السعودية. مجلة تربويات الرياضيات، ١٢(٢)، ٧٥-٩٨.
- السلمي، عبدالله، والقحطاني، سامي. (٢٠٢٢). العلاقة بين التنظيم الذاتي والتفكير المرن في حل المشكلات لدى الطلبة الموهوبين. مجلة التربية الحديثة، ١٣(٤)، ٢٢٥-٢٥٢.
- الشهراني، سعيد. (٢٠٢٤). اتجاهات معلمي الرياضيات نحو تضمين البعد الجمالي في الأنشطة الإثرائية المقدمة للطلبة الموهوبين. مجلة كلية التربية – جامعة بيشة، ٦(٣)، ٢١١-٢٣٨.
- العبد الكريم، خالد. (٢٠١٨). البحث النوعي في العلوم التربوية: الأسس والمنهجيات والتطبيقات. الرياض: مكتبة الرشد.
- العتيبي، منى. (٢٠٢٢). أثر توظيف استراتيجيات مرنة في حل المشكلات الرياضية على التفكير الإبداعي لدى الطالبات الموهوبات. مجلة الخليج العربي للبحوث التربوية، ٤٢(١)، ٩١-١٢٤.
- القحطاني، نورة. (٢٠٢٤). تصورات معلمات الرياضيات حول تنمية الإبداع لدى الطالبات الموهوبات في ضوء مهارات التفكير العليا. مجلة جامعة الملك خالد للعلوم التربوية، ١٥(١)، ١٤٥-١٧٢.
- هيئة تقويم التعليم والتدريب. (٢٠٢٤). تقرير نتائج الطلبة في الاختبارات الوطنية والدولية في الرياضيات (تقرير نافس وتيمز). الرياض: هيئة تقويم التعليم والتدريب.

- Anagun, S., Kocak, S., Yasar, E., & Demir, F. (2019). The role of problem-solving in mathematics education: A review of international literature. *International Journal of Education and Literacy Studies*, 7(2), 1–8.
- Cai, J., Jiang, C., & Hwang, S. (2022). Problem solving in mathematics education: Recent trends and future directions. *Educational Studies in Mathematics*, 109(1), 1–24. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10093-2>
- Carlson, M. P., & Bloom, I. (2021). *Studying mathematical problem solving: A review of recent research trends*. *Journal of Mathematical Behavior*, 62, 100876.
- Gowers, T. (2002). *Mathematics: A very short introduction*. Oxford University Press.
- Leikin, R. (2013). On the role of multiple solution tasks in developing mathematical creativity. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 45(1), 103–113. <https://doi.org/10.1007/s11858-012-0460-1>
- Leikin, R. (2023). Mathematical giftedness and creativity: Interrelations and educational perspectives. *Journal of Mathematical Behavior*, 70, 101057. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2023.101057>
- Leikin, R. (2023). *Mathematical giftedness and creativity: Interrelations and educational perspectives*. *Journal of Mathematical Behavior*, 70, 101057.

- Mann, E. L., Chamberlin, S. A., & Dixon, J. (2022). Fostering mathematical creativity in gifted students. *Journal for the Education of the Gifted*, 45(2), 132–151. <https://doi.org/10.1177/01623532211073250>
- Mann, E. L., Chamberlin, S. A., & Dixon, J. (2022). *Fostering mathematical creativity in gifted students*. *Journal for the Education of the Gifted*, 45(2), 132–151.
- McLain, S., Zhang, X., & Cai, J. (2021). *Non-routine mathematics problems and student reasoning*. *Educational Studies in Mathematics*, 107(1), 77–95.
- Mendick, H. (2020). The allure of mathematical beauty: Students' aesthetic responses to mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 103(3), 295–312. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09961-2>
- Mendick, H. (2020). *The allure of mathematical beauty: Students' aesthetic responses to mathematics*. *Educational Studies in Mathematics*, 103(3), 295–312.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., & Loveless, T. (2024). TIMSS 2023 international results in mathematics and science. Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center.
- OECD. (2023). PISA 2022 results: Volume I – The state of learning worldwide. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/97892644446673-en>
- Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. *Journal of Education*, 196(2), 1–38.
- Sinclair, N. (2018). Mathematics and beauty: Aesthetic approaches to teaching children. *Mathematics Teaching*, 261, 8–12.
- Sinclair, N., & Gol Tabaghi, S. (2023). Mathematical aesthetics in the classroom: Students' perspectives. *For the Learning of Mathematics*, 43(1), 2–9.
- Sinclair, N., & Gol Tabaghi, S. (2023). *Mathematical aesthetics in the classroom: Students' perspectives*. *For the Learning of Mathematics*, 43(1), 2–9.
- Sriraman, B. (2003). *Mathematical problem solving and giftedness: The need for conceptual clarity*. *Gifted Child Quarterly*, 47(3), 151–158.
- Tjoe, H. (2015). On mathematical giftedness: Problem solving, aesthetics, and creativity. *Gifted Child Quarterly*, 59(1), 20–33. <https://doi.org/10.1177/0016986214559595>
- Wai, J., & Lovett, B. J. (2021). Talent development in mathematics: Insights from gifted education. *Gifted Child Quarterly*, 65(3), 175–189. <https://doi.org/10.1177/00169862211009121>

- Zeki, S., Romaya, J. P., Benincasa, D. M. T., & Atiyah, M. F. (2014). The experience of mathematical beauty and its neural correlates. *Frontiers in Human Neuroscience*, 8, 68. <https://doi.org/10.3389/fnhum.2014.00068>
- Zeki, S., Romaya, J. P., Benincasa, D. M. T., & Atiyah, M. F. (2014). *The experience of mathematical beauty and its neural correlates*. *Frontiers in Human Neuroscience*, 8, 68