برنامج قائم على المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات (CCSSM) لتنمية الجدل الرياضياتي والكفاح المنتج لدى طلاب المرحلة الثانوية

A program based on the Common Core State Standards for Mathematics to develop mathematical argumentation and productive struggle for high school students

إعداد

مها على محمد حسن
أستاذ مناهج وطرق تدريس الرياضيات المساعد
كلية التربية – جامعة الغردقة
maha.ali.0147@hurghada.edu.eg

الملخص :

هدف البحث إلى التعرف على فاعلية البرنامج القائم علي المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات CCSSM في تنمية بعض مهارات الجدل الرياضياتي والكفاح المنتج لدى طلاب الصف الأول الثانوي، وتكونت مجموعة البحث من مجموعة تجريبية واحدة ، وتم تطبيق أدوات البحث قبليًا(اختبار الجدل الرياضياتي– مقياس الكفاح المنتج– بطاقة ملاحظة الكفاح المنتج) ، ثم تدريس البرنامج لتلاميذ المجموعة التجريبية (مجموعة البحث)، وبعد ذلك تم تطبيق أدوات البحث بعديًا ، وتوصلت نتائج البحث إلى : وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي درجات طلاب مجموعة البحث في التطبيقين القبلي والبعدي على اختبار الجدل الرياضياتي لصالح التطبيق البعدي ، وكذلك وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي درجات طلاب مجموعة البحث في التطبيقين القبلي والبعدي على كلًا من مقياس وبطاقة ملاحظة الكفاح المنتج لصالح التطبيق البعدي . وقدم البحث مجموعة من التوصيات أبرزها: عقد دورات تدريبية تركز على الممارسات الرياضياتية الثمانية الواردة في وثيقة معايير CCSSM واكسابهم مهارات تصميم الأنشطة التعليمية التي تدعم الجدل الرياضياتي والكفاح المنتج لدى المتعلمين، بالإضافة إلي ضرورة تضمين كتب الرياضيات في المراحل التعليمية المختلفة بأنشطة تعليمية تسهم في تنمية مهارات الجدل الرياضياتي والكفاح المنتج ، فضلًا عن إعداد وثيقة معتمدة لمعايير مناهج الرياضيات المصرية تراعي التطورات التربوية والمعايير العالمية المعاصرة.

الكلمات المفتاحية: المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات ، الجدل الرياضياتي، الكفاح المنتج .

Abstract:

The research aimed to identify the effectiveness of a program based on the Common Core State Standards for Mathematics (CCSSM) in developing some skills of mathematical argumentation and productive struggle among first-year secondary school students. The research sample consisted of a single experimental group, to whom the research tools were applied pre-test (Mathematical Argumentation Test – Productive Struggle Scale – Productive Struggle Observation Checklist). The program was then taught to the experimental group (the research group), followed by the post-test application of the research tools.The findings revealed statistically significant differences between the mean scores of the students in the pre- and post-test applications of the Mathematical Argumentation Test in favor of the post-test. Similarly, there were statistically significant differences between the mean scores of the students in the pre- and post-test applications of both the Productive Struggle Scale and the Productive Struggle Observation Checklist, also in favor of the post-test.The study provided a set of recommendations, most notably: conducting training courses that focus on the eight mathematical practices included in the CCSSM framework and equipping teachers with the skills to design instructional activities that developing mathematical argumentation and productive struggle among learners. It also recommended the integration of such practices and activities into mathematics textbooks at different educational stages to enhance mathematical argumentation and productive struggle skills. Furthermore, the study emphasized the importance of developing an official document for mathematics curriculum standards in Egypt that aligns with contemporary educational developments and international standards.

Key Words: The Common Core State Standards for Mathematics, mathematical argumentation , productive struggle.

مقدمـة :

تعد مرحلة التعليم الثانوي أحد المراحل التعليمية الهامة التي تمثل دورًا محوريًا في توسيع مدارك المتعلمين وتطوير مهارات التفكير العليا لديهم، كما تسهم في إعدادهم لمواجهة التحديات المستقبلية، وذلك من خلال المعارف والمهارات المتعددة التي يكتسبها المتعلمون والمتضمنة في المواد الدراسية المختلفة ، وتبرز مادة الرياضيات كأحد المواد الأساسية التي تساعد علي تنمية التفكير لدي المتعلمين وتعزز قدرتهم علي حل المشكلات المختلفة عن طريق كفاحهم المنتج في إدراك المفاهيم الرياضياتية وتوظيفها في سياقات متنوعة.

ويمثل الكفاح المنتج أحد التوجهات الحديثة في تعليم وتعلم الرياضيات، حيث أشار المجلس الوطني الأمريكي لمعلمي الرياضيات National Council of Teachers of Mathematics (NCTM,2014)[1] إلي ثمانية ممارسات أساسية لتدريس الرياضيات والتي تهدف إلي تعزيز تعليمها وتعلمها لدي المتعلمين وتنمية الفهم العميق لديهم بالإضافة إلي ضمان نجاحهم، ومن بين هذه الممارسات يأتي دعم الكفاح المنتج الذي يوفر الفرصة للمتعلمين لفهم البنية الرياضياتية للمشكلات المختلفة، وكذلك إدراك العلاقات بين الأفكار الرياضياتية بدلًا من التركير فقط علي البحث عن الحلول الصحيحة لهذه المشكلات.

ويشير يونغ وآخرون (Young,et al., 2023,471) إلي أن الكفاح المنتج يتضمن تعامل المتعلمين مع المهام والمشكلات الرياضياتية الصعبة التي تتطلب جهدًا وتفكيرًا نقديًا ومثابرة من أجل الوصول إلي الحل، حيث يعزز مهارات حل المشكلات لدي المتعلمين ويدعم التعلم المستدام لديهم، وذلك من خلال تمكينهم من تخطي التذكر السطحي وتشجيعهم علي اكتساب معرفة أكثر عمقًا .

ويركز الكفاح المنتج علي المثابرة والجهد المستمر أثناء حل المشكلات الرياضياتية ومواجهة التحديات وذلك من خلال استخدام استراتيجيات متنوعة مما يساعد المتعلمين على استيعاب المفاهيم والتعميمات الرياضياتية بشكل أفضل بالإضافة إلي إمكانية توظيفها في مواقف جديدة، كما يوضح روسو وآخرون (Russo et al.,2020) أهمية تضمين الكفاح المنتج كعنصر أساسي في عملية تعليم الرياضيات وتعلمها، فليس الهدف من المشكلات الرياضياتية اتباع المتعلمين لخطوات متكررة للحصول علي الحلول الصحيحة، بل ينبغي أن توفر لهم الفرصة لمواجهة التحديات الفكرية التي تمكنهم من التعلم من أخطائهم وتطبيق المعارف المكتسبة في سياقات متعددة.

ويتخذ الكفاح المنتج صور و أشكال متعددة في حصص الرياضيات وفقًا لمستوى التفكير الذي يتطلبه النشاط من المتعلمين ويتضمن ذلك التعبير عن الشكوك وعدم اليقين فيما يتعلق بالعمليات والاستنتاجات وحلول المشكلات، وكذلك مواجهة الإحباط الذي قد يشعر به المتعلمين في مراحل معينة أثناء حل المشكلات، كما يتضمن التنافس والجدال بين المتعلمين حول المفاهيم والأفكار الرياضياتية (سيد،٢٠٢٢، ١٩٥).

ويعد الجدل الرياضياتي عملية تفاعلية يتم من خلالها إجراء المناقشات وتبادل الآراء بين المتعلمين حول المفاهيم والمبادئ الرياضياتية المختلفة، وخلال هذه العملية يتمكن المتعلمين من تقديم الحجج التي تدعم آرائهم بالإضافة إلي تحليل تلك الحجج وتقييمها، مما يعزز قدرتهم علي التعبير عن آرائهم، كما يساعدهم علي الاستيعاب والفهم العميق للمفاهيم الرياضياتية التي تم مناقشتها.

كما أشار أيالون(Ayalon,2019) إلي أن الجدل إحدى العمليات الأساسية المرتبطة بالكفاءات التي يمكن أن تساعد المتعلمين على مواجهة تحديات الحياة في القرن الحادي والعشرين، وتشمل هذه الكفاءات التفكير الناقد والتواصل والمهارات التعاونية والمرونة وتعلم كيفية التعبير عن الأفكار والاستماع باهتمام لأفكار الآخرين.

[1] اتبع البحث توثيق الجمعية الأمريكية لعلم النفس الإصدار السابع APA(7)

وتتمثل مهارات الجدل الرياضياتي في قدرة المتعلمين علي إنتاج حجج جديدة والتعبير عن الحجج القائمة وفهم الحجج المقدمة، وذلك من خلال تطبيق قواعد الاستدلال الصحيحة والاستنتاجات والتعميمات الرياضياتية، حيث ينبغي علي المتعلمين أن يتمكنوا من تحديد التسلسلات المنطقية للحجج التي تدعم الفرضيات ضمن إطار نظري ، وكما ينبغي عليهم التواصل بفاعلية مع الآخرين لشرح صحة استنتجاتهم الرياضياتية (Vogel et al,2022).

بالإضافة إلي ذلك يهدف الجدل الرياضياتي إلي تحقيق مجموعة من الأهداف التعليمية التي تعزز إدراك المفاهيم الرياضياتية وتطبيقها في مواقف حياتية متنوعة و تنمية قدرة المتعلم على الاستدلال المنطقي والبرهنة، كما يساعد المتعلم على التكيف مع المواقف الجديدة وتقبل آراء الآخرين، حيث ذكر بولر(Boaler,2016) أن مهارات الجدل في الرياضيات تساهم في تحليل الأفكار والمفاهيم بشكل أعمق، كما تعمل علي تحسين مهارات التواصل من خلال التعبير عن الأفكار الرياضياتية بلغة دقيقة ومنطقية. وكذلك تدعم التعاون بين المتعلمين أثناء العمل الجماعي، مما يخلق بيئة تعليمية تفاعلية تساعد المتعلم على الاستعداد لمواجهة التحديات الواقعية من خلال تطبيق المفاهيم الرياضياتية لحل المشكلات بطريقة منهجية وابداعية.

وفي ظل الاهتمام بتنمية مهارات الكفاح المنتج والجدل الرياضياتي لدى المتعلمين، تبرز أهمية استخدام برامج تعليمية تعتمد على معايير دولية حديثة ومتطورة، وتعد المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات(Common Core State Standards for Mathematics (CCSSM أحد المبادرات التعليمية الأمريكية التي تهدف إلي تحسين تعليم الرياضيات وتطوير المناهج المدرسية في المراحل التعليمية المختلفة بدءًا من مرحلة رياض الأطفال وحتى المرحلة الثانوية.

وتتضمن وثيقة المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات نوعين من المعايير والتي تتمثل في معايير خاصة بمحتوي الرياضيات تتكون من أحدى عشر مجالًا وهي: العد والعدد ، العمليات والتفكير الجبري، الكسر العشري والكسر العادي، القياس والبيانات الإحصائية، الهندسة، النسبة والتناسب، ونظام الأعداد، المقادير الجبرية والمعادلات الرياضية، الدالة، والاحصاء والاحتمال، كما تتضمن معايير خاصة بالممارسات الرياضياتية والتي تقدم وصفًا لثمانية أنواع من الممارسات والخبرات التي ينبغي تنميتها لدي المتعلمين من مرحلة رياض الأطفال حتى المرحلة الثانوية والمتمثلة في فهم المشكلات الرياضياتية والمثابرة في حلها، والتفكير بشكل تجريدي وكمي، بناء الحجج الرياضياتية، النمذجة بالرياضيات، استخدام الأدوات المناسبة بصورة استراتيجية، الدقة الرياضياتية ، البحث عن البنى الرياضياتية واستخدامها، و البحث عن التنظيم والتعبير عنه بشكل استدلالي(CCSSI,2010).

ويشير أكوس (Akkus,2016,49) إلي أنه تمت مراجعة ونشر هذه المعايير كجزء أساسي من المفاهيم والمهارات الرياضياتية التي ينبغي تحسينها لدي المتعلمين، حيث تتناول قضيتين رئيستين في التعليم الأمريكي وهما: تعزيز مبدأ المساواة بين المدارس الأمريكية من خلال تطبيق هذه المعايير في جميع الولايات، وكذلك ضمان جودة المحتوى الرياضياتي الموحد والثابت في جميع مدارس الولايات المتحدة.

وتستند هذه المعايير إلى ما تم ذكره في وثيقة معايير المجلس الوطني الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000)ومبادئ البراعة الرياضياتية المعتمدة من المجلس الوطني للبحوث National Research Council (NRC)، بالإضافة إلى تقارير لجنة دراسة تعلم الرياضيات Mathematics Learning Study Committee. كما تأخذ في الاعتبار معايير الدول الرائدة في مجال التعليم، ومعايير الولايات المختلفة ، ونتائج الأبحاث، واللجان العلمية، ومعايير الكليات، ومتطلبات التنمية، ونتائج الدراسات الدولية المتعلقة بتوجهات تعليم العلوم والرياضيات (Dossey,et al,2016,16).

وتتميز المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات (CCSSM) بعدة خصائص من أبرزها التركيز العميق على المحتوى والمهارات الرياضياتية، حيث تتميز الخوارزميات والتمثيلات الرياضياتية

في هذه المعايير بالتكامل والتماسك، مع اعتمادها على أدلة موثوقة، كما تتضمن المعايير نصوصًا محددة توضح مستوى صعوبة المحتوى المناسب لكل مرحلة تعليمية، مما يضمن ملاءمتها لمتطلبات التعلم لكل صف. وقد تم تطوير هذه المعايير بمشاركة فعّالة من المعلمين والخبراء من مختلف أنحاء البلاد (جودة، ٢٠٢٠،٣٠).

وتمثل المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات(CCSSM) إطار شاملًا يهدف إلي تعزيز جودة تعليم الرياضيات وذلك من خلال تقديم المحتوى والمهارات الرياضياتية المناسبة لكل مرحلة تعليمية بما يتناسب مع خصائص المتعلمين وبنيتهم المعرفية السابقة ويحقق الترابط بين التطور المعرفي للمتعلمين ومتطلبات العصر المتجددة، وكذلك تعزيز قدراتهم على التفكير التحليلى والناقد وتحديد المشكلات وحلها بفاعلية وذلك من خلال بعض الممارسات الرياضياتية المناسبة.

ومن خلال ما سبق عرضه يحاول البحث التعرف على فاعلية البرنامج القائم علي المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات(CCSSM) في تنمية بعض مهارات الجدل الرياضياتي والكفاح المنتج لدى طلاب الصف الأول الثانوي.

مشكلة البحث :

يعد الكفاح المنتج أحد العناصر الأساسية في تعليم الرياضيات وتعلمها، حيث يساعد المتعلم على مواجهة المشكلات الرياضياتية المعقدة من خلال الاستكشاف والمثابرة والتركيز على خطوات الحل دون تقديم حلول مباشرة مما يعزز إدراك المفاهيم الرياضياتية ، ويوضح ليملي آخرون (Lemley et al., 2019,20) أن الكفاح المنتج في الرياضيات يمثل ممارسة رياضياتية فعالة ومثمرة تتيح الفرصة للمتعلم لإدراك العلاقات بين المفاهيم الرياضياتية وربط الأفكار بالحقائق والإجراءات المختلفة، مما يساعد على التعامل مع المشكلات الرياضياتية الصعبة وحلها بشكل مستقل بدلًا من التركيز على إيجاد الحلول الصحيحة فقط ، وبالرغم من أهمية الكفاح المنتج إلا أن العديد من الدراسات أشارت إلي وجود ضعف في مهاراته لدى المتعلمين في المراحل التعليمية المختلفة، ومن هذه الدراسات:

دراسة سيد (٢٠٢٢) التي أظهرت ضعف مهارات الكفاح المنتج لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي مما أدى إلي عدم قدرتهم على الوصول إلي مستويات مناسبة من الفهم العميق عند دراستهم للهندسة، وقد أرجعت أسباب هذا ضعف إلي واقع تدريس الرياضيات المتمثل في عدم مشاركة التلاميذ في كفاح مثمر أثناء حصص الرياضيات بالإضافة إلي اندفاع التلاميذ في تقديم إجابات وحلول سريعة للمشكلات الرياضياتية ، وكذلك عدم منح المعلم لتلاميذه الوقت الكافي للتفكير بعمق في حلول للمشكلات.

وأوضحت دراسة خليل(٢٠٢٤) ضعف بعض مهارات الكفاح المنتج لدى تلاميذ الصف الثاني المتوسط، حيث أشارت إلي وجود العديد من المعوقات التي تحد من دعم الكفاح المنتج لدى التلاميذ ومنها: عدم توافر بيئة تعليمية مناسبة، وشعور التلاميذ بالإحباط أثناء حل المشكلات الرياضياتية الصعبة، وعدم تقديم المعلم لتلاميذه مهام رياضياتية تتحدى تفكيرهم.

كما أشارت دراسة عبد الله (٢٠٢٤) أن تلاميذ الصف الثاني الإعدادي يعانون من ضعف في مهارات الكفاح المنتج. وأوضحت أن المعلم يركز بشكل أساسي على إكساب التلاميذ المعارف دون مساعدتهم على توظيفها ، كما أن عملية التقويم تعتمد على سرعة الوصول إلى الإجابات الصحيحة، مع صعوبة تقبل المعلم لأخطاء التلاميذ وعدم محاولة تصحيحها. بالإضافة إلى ذلك يعتمد المعلم على طرق تقليدية تعتمد على الحفظ والتلقين، مع عدم منح التلاميذ الفرصة لممارسة الكفاح أثناء حل المشكلات الرياضياتية.

ويعد الجدل الرياضياتي أحد العوامل التي يمكن أن تسهم في تحقيق الكفاح المنتج في الرياضيات لدي المتعلمين، حيث تشير دراسة بروير وزيجلر Brouwer&Zigler(2020) إلي أن الجدل الرياضياتي يساعد علي تنمية إدراك المتعلمين للمسائل الرياضياتية، وتحفيز الفهم العميق للمفاهيم الرياضياتية، وكذلك إيجاد حلول إبداعية للمشكلات الرياضياتية المعقدة، وبالرغم من أهمية تنمية مهارات الجدل الرياضياتي إلا أن العديد من الدراسات أشارت إلى ضعف مهاراته لدى المتعلمين في المراحل التعليمية المختلفة، حيث

أشارت دراسة تريستانتى و نوسانتارا Tristanti&Nusantara (2021) إلى أن بعض طلاب المرحلة الجامعية يعانون من ضعف في مهارات الجدل الرياضياتي حيث أن الطلاب غير قادرين على بناء الحجج الرياضياتية بشكل كامل، وأرجع ذلك إلي أن الطلاب لم يكن لديهم الوقت الكافي لاستيعاب المفاهيم الرياضياتية وحل المشكلات المعقدة بطريقة صحيحة ، كما أن الطلاب لم يتم تدريبهم على التعبير عن الأفكار الرياضياتية وتقديم الحجج الصحيحة لإقناع الآخرين ، وكذلك أظهرت دراسة سيبان وآخرون (Syban et al.,2021) أنه عند تحليل استجابات طلاب الصف العاشر بالمرحلة الثانوية في بعض المهام الجبرية المركبة تبين أن العديد من الطلاب قادرون علي تقديم ادعاءات صحيحة ولكنهم يفتقرون إلي تقديم تبريرات منطقية واضحة، وكذلك ضعف قدرتهم علي دعم حلولهم بأدلة كافية بالإضافة إلي محدودية تفكيرهم في حلول بديلة.

كما أشارت دراسة عبد العال(٢٠٢٣) وجود ضعف فى مستوى تلاميذ الصف السادس الابتدائي في بعض مهارات الجدل الرياضياتي، وأوصت بضرورة تنميتها لدى التلاميذ في مرحلة التعليم الأساسي مما يساعد على اكتساب المفاهيم الرياضياتية وذلك عن طريق النقد والمناقشات، وأوضحت دراسة بوترى وآخرون Putri. et al (2024) وجود ضعف في بعض مهارات الجدل الرياضياتي لدى طلاب ، وظهر ذلك من خلال عدم قدرتهم على تقديم الحجج الجبرية، وذلك بسبب تأثير العديد من العوامل والتي تشمل صعوبة ربط الطلاب بين المفاهيم الجبرية وبناء وتقديم الحجج الجبرية المنطقية، وكذلك المهارات اللغوية التي تمثل صعوبة لدى الطلاب في التعبير عن الحجج، بالإضافة إلى طرق التدريس التقليدية التي تركز على الحفظ ولا تحفز التفكير الناقد والجدل الرياضياتي.

كما لاحظت الباحثــة من خلال الإشراف على بعض مجموعات التربية العملية للفرقة الرابعة عام شعبة الرياضيات وجود ضعف في بعض مهارات الكفاح المنتج والجدل الرياضياتي لدى طلاب الصف الأول الثانوي ، لذلك تم إجراء دراسة استكشافية طبق فيها مقياس مبدئى لقياس الكفاح المنتج على عينة بلغ قوامها (٤٦) طالبًا ، وأشارت نتائج الدراسة إلى ضعف مستوى الكفاح المنتج لدى الطلاب حيث لم يتجاوز متوسط درجات الطلاب فى المقياس ١٥ درجات من ٥٠(الدرجة النهائية) ، كما طبق اختبارًا للجدل الرياضياتي على الطلاب ، وبلغ متوسط درجات الطلاب ١٧ درجة من ٥٠ (الدرجة النهائية) ، وهذه النتيجة تشير إلى ضعف مستوى أغلب الطلاب فى كل من الكفاح المنتج والجدل الرياضياتي.

ومن ثم **تحددت مشكلة البحث** فى ضعف مستوى أغلب طلاب الصف الأول الثانوي فى بعض مهارات الجدل الرياضياتي والكفاح المنتج.

أسئلة البحث:

١- ما فاعلية البرنامج القائم علي المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات(CCSSM) في تنمية بعض مهارات الجدل الرياضياتي لدى طلاب الصف الأول الثانوي؟

٢- ما فاعلية البرنامج القائم علي المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات(CCSSM) في تنمية الكفاح المنتج لدى طلاب الصف الأول الثانوي؟

فروض البحث:

١- توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي درجات طلاب مجموعة البحث في التطبيقين القبلي والبعدي على اختبار الجدل الرياضياتي.

٢- توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي درجات طلاب مجموعة البحث في التطبيقين القبلي والبعدي على مقياس الكفاح المنتج.

٣- توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي درجات طلاب مجموعة البحث في التطبيقين القبلي والبعدي على بطاقة ملاحظة الكفاح المنتج.

هدف البحث :

١- التعرف على فاعلية البرنامج القائم علي المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات(CCSSM) في تنمية بعض مهارات الجدل الرياضياتي لدى طلاب الصف الأول الثانوي.
٢- التعرف على فاعلية البرنامج القائم علي المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات(CCSSM) في تنمية بعض مهارات الكفاح المنتج لدى طلاب الصف الأول الثانوي.

أهمية البحث:

تكمن أهمية البحث في أنها قد تفيد :

١- مخططى المناهج ومطوريها : حيث تزويدهم بقائمة المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات (CCSSM) عند تطوير المناهج في المرحلة الثانوية مما يساعدهم على تصميمها بما يتماشى مع التوجهات العالمية الحديثة، وكذلك توجيه أنظارهم إلي تضمين مناهج الرياضيات بأنشطة تسهم في تنمية مهارات الجدل الرياضياتي والكفاح المنتج لدى الطلاب.
٢- المعلمون: حيث يقدم البحث برنامجًا في الرياضيات قائم على المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات مما يتيح الفرصة للمعلمين لتطوير طرق تدريسهم و تخطيط الدروس وتنفيذها بشكل فعال، كما يقدم اختبار الجدل الرياضياتي ومقياس وبطاقة ملاحظة الكفاح المنتج.
٣-طلاب الصف الأول الثانوي : حيث قد يسهم هذا البحث في تنمية مهارات الجدل الرياضياتي والكفاح المنتج لديهم، وذلك من خلال تدريس برنامج قائم علي المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات.
٤- الباحثون: يقدم البحث مجموعة من التوصيات والبحوث المقترحة فى مجال مناهج وطرق تدريس الرياضيات لإجراء مزيدً من الدراسات المستقبلية في ضوء التوجهات العالمية الحديثة مثل المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات، وكذلك مهارات الجدل الرياضياتي والكفاح المنتج.

حدود البحث: يقتصر البحث الحالى على :

١- مجموعة من طلاب الصف الأول الثانوي بمدرسة على رفيع الثانوية بنات- إدارة غارب التعليمية- محافظة البحر الأحمر- الفصل الدراسي الأول- للعام الدراسي ٢٠٢٤ / ٢٠٢٥ م.
٢- مهارات الجدل الرياضياتي: التي تتمثل في (بناء الإدعاءات- جمع الأدلة- تقديم التبريرات- التنفيد).
٣- أبعاد الكفاح المنتج:الكفاح من أجل بدء المهمة- الكفاح أثناء تنفيذ المهمة- الكفاح أثناء تفسير طريقة حل المهمة- الكفاح أثناء التعبير عن الأخطاء والمفاهيم الخاطئة.

مواد البحث :

أ- البرنامج القائم على المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات (CCSSM) .

أدوات البحث :

أ- اختبار الجدل الرياضياتي.
ب- مقياس الكفاح المنتج .
جـ- بطاقة ملاحظة الكفاح المنتج.

مصطلحات البحث :

١- المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات : (CCSSM)

Common Core State Standards for Mathematics

تعرف إجرائيًا بأنه :مجموعة من المعايير والمؤشرات الخاصة بمحتوى الرياضيات والتي تحدد المعارف والمهارات التي يجب أن يكتسبها طلاب الصف الأول الثانوي في مجالات الأعداد

والكميات والجبر والدوال والنمذجة والمشتقة من وثيقة المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات ، وفي ضوء هذه المعايير تم تصميم برنامج في الرياضيات لتنمية الجدل الرياضياتي والكفاح المنتج لدى الطلاب.

٢- الجدل الرياضياتي : mathematical argumentation

ويعرف إجرائيًا بأنه : مجموعة من القدرات العقلية والمنطقية التي تمكن الطلاب من بناء الادعاءات عن طريق صياغة الفرضيات والاستنتاجات الرياضياتية و تقديم الأدلة والحجج باستخدام البراهين الرياضياتية والمعطيات لدعم هذه الادعاءات، وكذلك قدرتهم على التبرير المنطقي من خلال الربط بين الأدلة والادعاءات و تحليل الأدلة والحجج المقدمة بالإضافة إلي صياغة حجج بديلة حتي يتمكن الطلاب من عرض الأفكار الرياضياتية بشكل واضح ومنظم ، وتقاس بالدرجة التى يحصل عليها الطالب فى الاختبار المعد لهذا الغرض .

٣- الكفاح المنتج :Productive struggle

ويعرف إجرائيًا بأنه : قدرة الطلاب على بذل الجهد العقلي والمثابرة ومواجهة التحديات المختلفة أثناء تعلم المفاهيم الرياضياتية وحل المشكلات المعقدة وكذلك إظهار الحماس قبل البدء في حلها والرغبة في تحسين أدائهم أثناء الحل، بالإضافة إلي الاستمرار في البحث عن حلول وتطبيق استراتيجيات متنوعة أثناء حل تلك المشكلات ، ويقاس بالدرجة التى يحصل عليها الطالب فى مقياس الكفاح المنتج وبطاقة الملاحظة المعدان لهذا الغرض .

الإطار النظري والدراسات السابقة:

أولاً : المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات : (CCSSM)

Common Core State Standards for Mathematics

١- مفهوم المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات :(CCSSM)

ترتكز المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات علي مجموعة من المبادئ والأسس والجهود السابقة للعديد من الهيئات والمنظمات التعليمية المختلفة، والتي تتمثل في معايير المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM) ومبادئ البراعة الرياضياتية الصادرة عن المجلس الوطني للبحوث (NRC) وكذلك تقارير لجنة دراسة تعليم الرياضيات، كما تعتمد على بعض معايير الدول الرائدة في التعليم ومعايير الولايات المختلفة ونتائج البحوث التربوية، بالإضافة إلى نتائج الدراسة الدولية لتوجهات تعليم الرياضيات (TIMSS) مما يجعلها نموذجًا شاملًا ومتكاملًا لعرض أفضل الممارسات الرياضياتية (Dossey et al., 2016,16).

وتمثل المعايير إطارًا تعليميًا يصف ما يتوقع من الطلاب فهمه وإنجازه بدءًا من مرحلة رياض الأطفال وحتي الصف الثاني عشر، وذلك بهدف توحيد أسس تعليم الرياضيات بين الولايات، وتتكون هذه المعايير من نوعين وهما معايير المحتوى الرياضياتي ومعايير الممارسات الرياضياتية، وقد ركزت معايير المحتوى علي ما ينبغي أن يشتمل عليه كتب الرياضيات وحددت معايير لكل صف من الصفوف الدراسية من رياض الأطفال حتى الصف الثامن، وكما حددت معايير مشتركة من الصف التاسع وحتى الصف الثاني عشر ، وكذلك ركزت على ثمانية ممارسات رياضياتية تتمثل في فهم المشكلات والمثابرة في حلها، والتفكير التجريدي والكمي، وبناء الحجج، والنمذجة في الرياضيات، واستخدام الأدوات المناسبة بشكل استراتيجي، والدقة، والبحث عن البنى الرياضياتية والاستفادة منها، والاستدلال المنطقي (CCSSI, 2010) .

وقد تعددت تعريفات المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات وفقًا للمرحلة الدراسية التي تتناولها الدراسات المختلفة ، ومنها :

تعريف القواس (٢٠٢٢، ٤٦) بأنها مجموعة من المواصفات المعيارية التي تستخدم في تحديد المحتوى الرياضياتي الواجب تضمينه في كتب الرياضيات للمرحلة الثانوية، وتوضح هذه المعايير المفاهيم والمهارات التي ينبغي على الطلاب دراستها واستيعابها وتطبيقها أثناء دراستهم من الصف التاسع إلي الصف الثاني عشر مما يساعد على بناء أساس مشترك لتعليم الرياضيات، وتتكون معايير المحتوى الرياضياتي من ست معايير رئيسة وهي: الأعداد والكميات و الجبر و الدوال و النمذجة و الهندسة و الإحصاء والاحتمالات.

بالإضافة إلي تعريف زيادة وقنيبي (٢٠٢٢، ٧) بأنها معايير تطويرية لمعايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات NCTM وتتمثل هذه المعايير في العبارات التي تم صياغتها لتصف محتوى كتب الرياضيات من معارف ومهارات وعلاقات في المجالات الرياضياتية المختلفة.

كما عرفها عطيفه (٢٠٢٤، ١٤٤) بأنها مجموعة من المواصفات المعيارية التي تهدف إلي تنظيم محتوى كتب الرياضيات للصفوف من (١- ٣) بما يتوافق مع أربعة معايير رئيسة من المعايير الأمريكية الأساسية المشتركة والتي تتمثل في العمليات والتفكير الجبري، الأعداد والعمليات، القياس والبيانات، والهندسة.

بينما يعرف مهاود (٢٠٢٤، ٣٦٢) المعايير المحورية (CCSSM) الخاصة بالإحصاء والاحتمالات بأنها مجموعة من المؤشرات التي تحدد المفاهيم والمهارات الإحصائية التي ينبغي أن يكتسبها الطالب والتي اعتمدتها الولايات المتحدة الأمريكية لبناء أساس مشترك في التعليم وتحسين أداء المعلمين .

ويتضح من خلال ما سبق أن المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات تعد إطار تعليمي يحتوي علي مجموعة من المعايير والمؤشرات التي تحدد المحتوى الرياضياتي من مرحلة رياض الأطفال حتي المرحلة الثانوية، وكذلك تشمل بعض الممارسات الرياضياتية الفعالة التي تسهم في رفع مستوى المتعلمين في مادة الرياضيات، كما تهدف إلي تحقيق النجاح في المرحلة الجامعية والحياة المهنية، ويمكن تعريفها إجرائيًا كالتالى: مجموعة من المعايير والمؤشرات الخاصة بمحتوى الرياضيات والتي تحدد المعارف والمهارات التي يجب أن يكتسبها طلاب الصف الأول الثانوي في مجالات الأعداد والكميات والجبر والدوال والنمذجة والمشتقة من وثيقة المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات ، وفي ضوء هذه المعايير تم تصميم برنامج في الرياضيات لتنمية الجدل الرياضياتي والكفاح المنتج لدى الطلاب.

٢- العناصر الأساسية في وثيقة المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات (CCSSM) :

قد أشارت مبادرة المعايير الأمريكية الأساسية المشتركة Common Core State Standards Initiative (CCSSI,2010) إلي أن المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات تتكون من نوعين من المعايير الرئيسة المترابطة والتي تتمثل في:

أولًا: المعايير المرتبطة بالمحتوي:

تعد معايير المحتوى الرياضياتي جزءًا أساسيًا من المعايير الأمريكية (CCSSM) والتي تحدد مجموعة المبادئ والتوجيهات لما يتوقع من المتعلم معرفته والقيام به في المراحل التعليمية المختلفة. (الغامدي والتميمي، ٢٠١٨، ٢)، وتوضح مبادرة المعايير الأمريكية أن المعايير الخاصة بالمحتوى تركز على وصف وتحديد المعارف والمهارات الرياضياتية التي ينبغي تعلمها واكسابها للمتعلمين في كل مرحلة دراسية، وتشمل هذه المعايير موضوعات متنوعة مثل العمليات الحسابية والأعداد والجبر والهندسة، ويتم تدريسها بشكل منظم ومتسلسل خلال المراحل الدراسية المختلفة بهدف تحقيق الفهم العميق للمفاهيم الرياضياتية المتعددة (Tran,D,2016) .

وذكر الديب(٢٠٢١، ١٠٢) أن المعايير الخاصة بمحتوى الرياضيات تشمل ٣٦ مجال رئيسي وتختلف مجالات المحتوي الدراسي حسب الصفوف الدراسية ، ومن أمثلة مجالات المحتوى الدراسي العد والعدد ، العمليات والتفكير الجبري، الكسر العشري، القياس والبيانات الإحصائية، الهندسة ، النسب والعلاقات

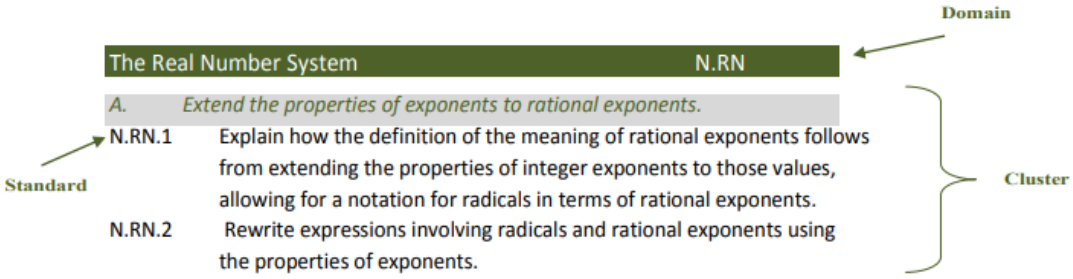
النسبية، نظام الأعداد ، التعبيرات الجبرية والمعادلات، الإحصاء والاحتمالات ، الدوال، النمذجة الرياضياتية.

وتوضح معايير المرحلة الثانوية محتوى الرياضيات الذي ينبغي على جميع المتعلمين دراسته لكي يصبحوا مستعدين للالتحاق بالكلية والانخراط في الحياة المهنية مثل: الأعداد والكميات، الجبر، الدوال، النمذجة، الهندسة، الإحصاء والاحتمالات، كما تم تحديد محتوى رياضياتي إضافي يفضل دراسته كمرحلة متقدمة وأكثر تخصصًا في تعلم الرياضيات مثل التفاضل والتكامل والإحصاء المتقدم (CCSSM,2020,57) .

وأشار الصعيدي (٢٠٢٢، ٥٤٦) أنه تم عرض المعايير المرتبطة بالمحتوى الرياضياتي في وثيقة المعايير CCSSM تبعًا للمستويات الآتية:

- المعايير (Standards): تحدد ما يجب أن يفهمه المتعلم وعليه القيام به.
- المجموعات (Clusters) : تمثل المعايير المرتبطة ببعضها البعض، مع الأخذ في الاعتبار أن المعايير من مجموعات مختلفة قد تكون مرتبطة ببعضها البعض حيث أن الرياضيات مادة مترابطة.
- المجالات (Domains): مجموعات أكبر من المعايير المرتبطة معًا، وقد ترتبط المعايير من مجالات مختلفة ببعضها البعض.

ويمكن توضيح تنظيم المعايير المرتبطة بالمحتوى الرياضياتي وفقًا لوثيقة المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات من خلال الشكل التالي:



الشكل (١) تنظيم المعايير المرتبطة بالمحتوى (CCSSM,2010,4)

ثانيًا: المعايير المرتبطة بالممارسات الرياضياتية:

تحدد معايير الممارسات الرياضياتية الواردة في وثيقة المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات المهارات الأساسية التي ينبغي على معلمي الرياضيات الاهتمام بتنميتها وتطويرها لدى المتعلمين في جميع المراحل التعليمية المختلفة. وتتمثل هذه المعايير المرتبطة بالممارسات الرياضياتية في ثمانية ممارسات وهي: (CCSSM,2010,5)

١- فهم المسائل والمثابرة في حلها.
٢- التفكير بشكل تجريدي وكمي.
٣- بناء حجج منطقية قابلة للتطبيق ونقد الآخرين.
٤- النمذجة باستخدام الرياضيات.
٥- استخدام الأدوات المناسبة استراتيجيًا.
٦- الاهتمام بالدقة.
٧- البحث عن البنى الرياضياتية واستخدامها.

٨- التعرف على الأنماط المتكررة في التفكير الرياضياتي والتعبير عنها بشكل منتظم.

ويشير مهاود (٢٠٢٤، ٣٨٠) إلي أن معايير الممارسات الرياضياتية تهدف إلي تنمية مهارات حل المشكلات وكذلك تنمية بعض مهارات التفكير مثل التفكير الناقد التي تشمل التفسير وتقييم الحجج والتعرف على الافتراضات والمناقشات والوصول إلي الاستنتاجات.

وعلاوة على ذلك تركز المعايير المحورية المشتركة للرياضيات علي أهمية حل المشكلات كأحد الممارسات الأساسية في الرياضيات، حيث أسهمت في تمكين المعلمين من تنمية سلوكيات حل المشكلات لدى المتعلمين ، وكذلك تزويدهم بالمهارات والاستراتيجيات التي تساعدهم على الاستدلال والتواصل بفاعلية أثناء حل المشكلات الرياضياتية، فالمتعلمون الذين يمتلكون مهارات حل المشكلات لديهم القدرة على الدمج بين المعرفة المفاهيمة والاجرائية التي تمكنهم من مواجهة مشكلات الحياة اليومية (إمام وعيد ، ٢٠٢٠، ٢٧) .

كما يوضح موهر-شرودر وآخرون (Mohr-Schroeder,J et.al,2018,70) أن معايير الممارسات الرياضياتية تهدف إلي تقديم منهج جديد يرتكز على ممارسات تعليمية تربط المتعلم بالواقع وتساعده على حل المشكلات الرياضياتية، مما يجعل مادة الرياضيات أكثر فاعلية وارتباطًا بواقع المتعلم وحياته اليومية. وفي هذا السياق تشير حمدي (٢٠٢٠، ١٦٢) إلي أن معايير الممارسات تسهم في جعل تعلم الرياضيات أكثر واقعية حيث تعزز لدى المتعلمين الفهم العميق للمفاهيم الرياضياتية ، وتطور معارفهم ومهاراتهم الرياضياتية ، وتساعدهم على استخدام تلك المهارات في مواقف متنوعة، وكذلك تعمل على تنمية حب الاستطلاع لديهم.

وقد أوضحت العديد من الدراسات مدى توافر المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات CCSSM في مناهج الرياضيات بالمراحل التعليمية المختلفة وكذلك أشارت إلي أهمية توظيفها في تعليم الرياضيات وتعلمها ، ومن هذه الدراسات :

دراسة ماكولي- يونغ (McCauly-Young,E,2018) والتي هدفت إلي تطوير منهج الرياضيات بحيث يمكن توظيف التكنولوجيا لدعم تدريس وحدة الكسور لتلاميذ الصف الثالث الابتدائي وفقًا للمعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات CCSSM ، علاوة على ذلك تحديد أكثر التقنيات التكنولوجية كفاءة لتوظيف المعايير في تعليم الرياضيات داخل ولاية كاليفورنيا بما يسهم في تحسين فهم التلاميذ وأدائهم التعليمي ، وقد توصلت نتائج الدراسة إلي وضع تصور لوحدتين من الكسور تتضمن أهداف تعليمية قائمة علي المعايير، كما قدمت العديد من التقنيات التكنولوجية التي يمكن تطبيقها عند تدريس الرياضيات مثل المواقع الالكترونية التي تحتوي على مقاطع الفيديو والألعاب التعليمية واستطلاعات الرأي.

كما هدفت دراسة عسقول و زيادة (٢٠٢٢) إلي التعرف على فاعلية برنامج قائم على منحنى STEM وفق معايير CCSSM في تنمية بعض مهارات التفكير الناقد لدى طالبات الصف الحادي عشر التخصص العلمي بغزة ، وقد أظهرت نتائج الدراسة فاعلية البرنامج في تنمية التفكير الناقد، وقد أوصت الدراسة بضرورة تضمين منحنى STEM و معايير CCSSM في مناهج الرياضيات بما يتناسب مع المراحل التعليمية المختلفة.

علاوة على ذلك دراسة حمودة (٢٠٢٣) والتي تهدف إلي التعرف على مدى توافر معايير محتوى الهندسة التي حددتها المعايير المحورية العامة للرياضيات CCSSM في محتوى الهندسة للصفين السابع والثامن الأساسيين بالأردن ، وقد أظهرت نتائج الدراسة بالنسبة للصف السابع الأساسي أن محتوى الهندسة في كتب الرياضيات يتوافق مع المعايير بنسب جيدة تراوحت بين ٤,٤٨ و ٦,٥١ ، حيث تحقق ١٧ معيارًا من أصل ١٨ معيارًا من معايير CCSSM ، أما بالنسبة للصف الثامن الأساسي تتوافق المعايير بنسب متوسطة تراوحت بين ٢٢,٤ و ٤١,٨ ، حيث تحقق ١٢ معيارًا من أصل ٢٤ معيارًا من معايير CCSSM .

كما هدفت دراسة شكر وآخرون (٢٠٢٣) إلي تنمية مستويات التفكير التناسبي لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي باستخدام استراتيجية مقترحة قائمة على الممارسات الرياضياتية التي تتضمنها المعايير المحورية المشتركة للرياضيات CCSSM ، وقد أسفرت نتائج الدراسة عن فاعلية الاستراتيجية المقترحة القائمة على الممارسات الرياضياتية في تنمية التفكير التناسبي لدى التلاميذ، كما أوصت بضرورة عقد دورات تدريبية وورش عمل لتوعية المعلمين بمعايير CCSSM وأهمية تضمينها في محتوى كتب الرياضيات.

ودراسة الشرمان (٢٠٢٤) التي تهدف إلي تحديد مستوى توافر المعايير العامة المشتركة للرياضيات CCSSM (وقد حددت معيار محتوى نظام الأعداد) في كتاب الرياضيات المطور للصف السادس الأساسي بالأردن، وأوضحت النتائج توافر معيار محتوى نظام الأعداد في كتاب الرياضيات وفق معايير CCSSM جاءت بنسب متفاوتة.

ويتضح من خلال العرض السابق أن المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات CCSSM تسهم في تحسين جود تعليم الرياضيات وتعلمها ، حيث تعمل على تعزيز فهم المتعلمين للرياضيات وذلك من خلال توفير مناهج دراسية مترابطة ومتسلسلة ، كما تساعد المعلمون على إعادة النظر في أساليب وطرق تدريسهم للرياضيات ، فقد أصبح تعليم الرياضيات يعتمد بشكل أساسي على ممارسة المتعلم لمهارات التفكير العليا ولم يقتصر علي الحفظ والاستذكار فقط.

ثانيًا : الجدل الرياضياتي :

١- مفهوم الجدل الرياضياتي:

تعد الرياضيات أحد المجالات المعرفية التي تعتمد على التفكير المنطقي وبناء الحجج القائمة على البراهين والأدلة، حيث يقدم المتعلم الأفكار والحلول الرياضياتية داخل الصف ويحللها ويناقشها مع معلمه وزملائه، وكذلك يدعم حلوله بالأدلة المنطقية والمعرفة والاستنتاجات الرياضياتية، وبالتالي فالجدل أحد العناصر الأساسية التي يصعب فصلها عن مادة الرياضيات .

ويشير ميخا راموس و انجليس (Mejia-Ramos & Inglis,2009,98) إلي أن الجدل الرياضياتي يعني القدرة على توليد حجج رياضياتية جديدة والتعبير عن الحجج الموجودة وفهم الحجج المقدمة وذلك من خلال تطبيق قواعد الاستدلال الصحيحة والاستنتاجات. كما أوضحت دراسة لكارديتي وليماي (Cardetii & Lemay,2018,108) أن الجدل الرياضياتي يتمثل في سلسلة من العبارات والبيانات والدعم التي يسعي المتعلم لإثبات مدى صحتها من خلال الاستدلالات والاستنتاجات الرياضياتية.

ويتمثل الجدل الرياضياتي في مجموعة من المهارات التي يمارسها المتعلم لتبرير أو دعم فكرة رياضياتية معينة استنتادًا إلي مقدمات منطقية مما يسهم في تمكينه من ابتكار أساليب وحلول إبداعية متعددة ومختلفة للمشكلات الرياضياتية (Jagadianti & Rosyidi,2023,884) ، علاوة علي ذلك فإن الجدل في الرياضيات عملية حجاجية تهدف إلي الوصول إلي النتائج من خلال التفكير المبني علي المعرفة الرياضياتية وترتبط بالتفكير المنطقي وحل المشكلات ، كما يتضمن صياغة الاستنتاجات وتقديم الأدلة وتعزيز القرارات من خلال الاثبات والتفكير المنطقي، حيث يساعد الجدل الرياضياتي المتعلم علي التعبير عن الأفكار وإقناع الآخرين بالحجج المنطقية مما يؤدي إلي الاستيعاب العميق للمفاهيم (Kurniawan et al., 2023,579) .

بالإضافة إلي ذلك توضح دراسة إيريتا (Erita,2023,396) إلى أن الجدل في الرياضيات يعتمد على بناء استدلالات مقنعة تهدف إلي اثبات أو توضيح صحة العبارات الرياضياتية أو الحلول للمسائل، وتتمثل في انخراط المتعلمين النشط في بناء الحجج.

ويتضمن الجدل الرياضياتي مجموعة من الممارسات الصفية التي يقوم بها المتعلم داخل الصف والمتمثلة في بناء الادعاءات ومناقشتها والتأكد من صحتها، وذلك من خلال استقصاء الحجج لدعم تلك

الادعاءات في اطار اجتماعي يسهم في بناء فهم المتعلم للمفاهيم والأفكار الرياضياتية بصورة عميقة(البحيري، ٢٠٢٤، ١٩٣) .

وبناء على ما سبق يتضح أن الجدل الرياضياتي أحد العمليات الأساسية التي لا يمكن عزلها عن الممارسات الصفية التي تتم داخل صف الرياضيات، حيث يقوم المتعلم بالعديد من الممارسات التي تعكس قدرته على المشاركة الفعالة وبناء الحجج المنطقية ، وتتمثل هذه الممارسات في تكوين الادعاءات من خلال تخمينات مبنية على الملاحظة أو الاستنتاج ، وتقديم الأدلة علي تلك الادعاءات، وكذلك تحليلها والتحقق من صحتها، وعرض التبريرات الرياضياتية المنطقية.

ويمكن أن يعرف الجدل الرياضياتي إجرائيًا بأنه: مجموعة من القدرات العقلية والمنطقية التي تمكن الطلاب من بناء الادعاءات عن طريق صياغة الفرضيات والاستنتاجات الرياضياتية و تقديم الأدلة والحجج باستخدام البراهين الرياضياتية والمعطيات لدعم هذه الادعاءات، وكذلك قدرتهم على التبرير المنطقي من خلال الربط بين الأدلة والادعاءات و تحليل الأدلة والحجج المقدمة بالإضافة إلي صياغة حجج بديلة حتي يتمكن الطلاب من عرض الأفكار الرياضياتية بشكل واضح ومنظم ، وتقاس بالدرجة التى يحصل عليها الطالب فى الاختبار المعد لهذا الغرض .

٢- مهارات الجدل الرياضياتي :

يمثل الجدل الرياضياتي أحد الممارسات التعليمية المحورية التي يقوم بها المتعلم داخل الصف ، والتي تمكنه من التعبير عن الأفكار الرياضياتية وطرح الأسئلة وعرض الاستنتاجات، وكذلك تقديم الحجج الرياضياتية وتحليلها في ضوء البراهين والأدلة المنطقية ، بالإضافة إلي تقييم آراء الآخرين مما يسهم في تنمية مهارات التفكير الناقد والتواصل الرياضياتي لدى المتعلم داخل الصف.

فتشير مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية التي أقرها المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM,2000) إلي أهمية الاستدلال والاثبات والتواصل كأحد الركائز الأساسية للجدل الرياضياتي، كما أوضحت معايير تعلم الرياضيات للجيل القادم (NYS,2017,7) ضرورة بناء الحجج الرياضياتية وذلك من خلال استخدام المتعلم للفرضيات والنتائج السابقة ، حيث يطلق التخمينات ويبني سلسلة منطقية من العبارات لاستكشاف صحة تلك التخمينات ، وكذلك يقدم المتعلم تبرير للاستنتاجات التي توصل إليها والتواصل مع الآخرين ونقد حججهم عن طريق الاستماع إلي تلك الحجج أو قراءتها وتقييم مدى منطقيتها، علاوة على طرح الأسئلة لتوضيح هذه الحجج أو تحسينها، ويتمكن المتعلم من تكوين الحجج الرياضياتية باستخدام الوسائل المحسوسة مثل الأدوات والرسوم والمخططات والأنشطة الحركية وذلك في المرحلة الابتدائية، وتعد تلك الحجج صحيحة ومنطقية، وحتي إن لم يتم صياغتها أو تعميمها إلا في المراحل التعليمية المتقدمة، ومع التطور الأكاديمي للمتعلم يبدأ في مرحلة إدراك وتحديد المجالات التي تنطبق عليها الحجج.

وقد ركزت العديد من البحوث والدراسات السابقة علي استكشاف عناصر و مهارات الجدل الرياضياتي وتحديها بدقة، حيث أشارت دراسة وولراب (Wohlrapp,2014) و دراسة لين (Lin,2018) و دراسة رويتر (Reuter,2023) إلي ستة عناصر رئيسة للجدل الرياضياتي تساعد على فهم بناء الحجة وتقييمها، وهذه العناصر وفقًا لنموذج تولمين، وهي:

- الادعاءات: ويقصد بها المقترحات أو الأفكار التي يراد اثبات صحتها أو دعمها، قد تكون إجابة لمسألة رياضياتية أو استنتاج أو تخمين أو تنبؤ ، ويتم طرحها بهدف اقناع الآخرين.
- الأدلة أو الأسس: المعلومات التي تستخدم لتأييد الادعاءات، وتستمد من النتائج التي تم الحصول عليها من القياسات والملاحظات أو تم جمعها من المصادر العلمية الموثوقة، وتشمل الإحصاءات والتقارير، ويجب أن تتصف المعلومات بالمصداقية.

- الضمانات أو المبررات: تمثل الروابط المنطقية التي تربط بين الأدلة والادعاءات، قد تكون إشارة أو تعميم حيث يقوم التلميذ باستخدام العديد من أساليب الاقناع.
- الدعائم: عبارة عن معلومات أو أدلة إضافية تعزز من مصداقية الضمانات.
- المحددات: ويقصد بها تحديد مدى صلاحية أو انطباق الادعاء ضمن سياق معين.
- الدحضات: عبارة عن الحجج المضادة التي تختبر قوة الادعاء وتعارضه.

كما حددت دراسة ماجييرا وزامباك (Magiera&Zambark,2020) مهارات الجدل الرياضياتي كالتالي:

- صياغة ادعاءات واضحة مدعومة بالأدلة.
- تقديم مبررات منطقية تربط الأدلة بالادعاء.
- بناء الحجج المنطقية.

وقد أوضحت دراسة الزهراني وعفيفي (٢٠١٨) أن مهارات الجدل في العلوم والرياضيات تتمثل في بناء الحجة والتي تشمل الادعاء مع وجود الدليل وكذلك الربط بين الادعاء والدليل من خلال تقديم التبريرات المنطقية ، والحجة المضادة من خلال عرض حجة مضادة للحجة الأولي ، والتفنيد الذي يتضمن حجة تنقض الحجة المضادة ، بالإضافة إلي دراسة عبد العال (٢٠٢٣) التي أشارت إلي أن مهارات الجدل الرياضياتي تتمثل في الادعاء ، إقامة الدليل، التبرير، وكذلك دراسة سلازار توريس وآخرين (Salazar-Torres et al.,2019) التي حددت مهارات الجدل داخل صف الرياضيات في مهارات بناء الادعاء الرياضياتي، وتبني المناقضة الرياضياتية، والتحقق من صحة الادعاء الرياضياتي.

وركز البحث الحالي علي أربع مهارات رئيسة، تم تحديدها بما يتلاءم مع مستوي طلاب الصف الأول الثانوي واحتياجاتهم التعليمية ، والتي تتمثل في بناء الادعاءات، وجمع الأدلة، وتقديم التبريرات، والتفنيد.

٣- أهمية تنمية مهارات الجدل الرياضياتي :

تبرز أهمية تنمية مهارات الجدل الرياضياتي في مجموعة من الجوانب المحورية والتي تتمثل في النقاط التالية: (Krpan,2018) ، (Van Ness & Maher,2019) ، (Phuangsua & Poonpaiboonpipat,2020) ، (Francisco,2022):

- تعزيز الفهم العميق للمفاهيم الرياضياتية.
- تحسين القدرة على التعبير عن الأفكار الرياضياتية.
- تنمية مهارات التفكير الناقد لدي المتعلم وذلك من خلال تعزيز قدرتهم على التحليل وتقديم البدائل المنطقية.
- تنمية قدرة المتعلم على الاستدلال البنائي والاستكشافي.
- تعزيز مهارات الاستنتاج لدى المتعلم.
- تحسين مهارات التفكير التعاوني والتفاعل الجماعي في بناء المعرفة.
- تنمية مهارات التبرير والبرهان الرياضياتي عند المتعلم.
- تطوير كفاءة المتعلم في توظيف القوانين والعلاقات الرياضياتية المكتسبة في شرح أفكاره وتفسيرها.

يتضح من خلال ماسبق الأهمية البالغة لتنمية مهارات الجدل الرياضياتي لدي المتعلمين في جميع المراحل التعليمية وخاصَّة المرحلة الثانوية، حيث تعد نقطة تحول بين الفهم الاجرائي للمفاهيم الرياضياتية

و المستويات العليا في التفكير والاستدلال المنطقي، فقد أظهرت نتائج دراسة مهتدي وآخرون (Muhtadi et al.,2020) قدرة الطلاب في المرحلة الثانوية علي التعبير الحجاجي بطرق متنوعة استقرائية وجبرية وبصرية، كما أنهم يعززون حججهم عن طريق إعادة توجيه الضمانات والتي تعمل علي ربط الأدلة بالادعاءات، بالإضافة إلي تفاوت مستويات الدقة والتجريد عند ممارساتهم لمهارات الجدل الرياضياتي. وقد أشارت العديد من الدراسات إلي أهمية تنمية مهارات الجدل في صفوف الرياضيات في المراحل التعليمية المختلفة، ومن هذه الدراسات:

دراسة عبد السيد و عبد الملاك (٢٠٢٥) التي هدفت إلي تنمية بعض مهارات الجدل الرياضياتي المتمثلة في (الادعاء- إقامة الدليل- التبرير) لدى تلاميذ الصف الثاني الاعدادي باستخدام وحدة دراسية مقترحة في الحركة الدورية والموجية قائمة علي المدخل التكاملي متعدد التخصصات STEM ، وتوصلت نتائجها إلي فاعلية الوحدة المقترحة في تنمية مهارات الجدل الرياضياتي، كما أوصت الدراسة بضرورة إعداد دورات تدريبية للمعلمين علي مهارات الجدل الرياضياتي وكيفية تنميتها وتقييمها وتقويمها لدى المتعلمين، وكذلك أوصت باهتمام القائمين علي تخطيط وتطوير المناهج الدراسية في الرياضيات باعتبار مهارات الجدل الرياضياتي أحد الأهداف الرئيسة للمناهج في عصر اقتصاد المعرفة وانتاجها.

و دراسة أخيار الدين و مجيب (Akhyaruddin & Mujib,2025) والتي هدفت إلي التعرف على تأثير نموذج ميكر(Mikir) وطريقة ديلر(Drill) في تنمية مهارات الجدل الرياضياتي لدى تلاميذ الصف السابع، وتم اتباع التصميم التجريبي، حيث تم تقسيم التلاميذ إلي ثلاث مجموعات وهما مجموعتين تجريبيتين ومجموعة ضابطة ، درست المجموعة التجريبية الأولي وفق نموذج ميكر والمجموعة التجريبية الثانية وفق طريقة ديلر بينما درست المجموعة الضابطة بالطريقة المعتادة، وأظهرت نتائج الدراسة التأثير الفعال لكلًا من نموذج ميكر وطريقة ديلر في تنمية مهارات الجدل الرياضياتي، بالإضافة إلي تميز نموذج ميكر بتأثير أعلي من طريقة ديلر في تنمية بعض المهارات كبناء الحجج وتقديم التبريرات الرياضياتية، وأوصت الدراسة بتوظيف نموذج ميكر وطريقة ديلر ضمن الممارسات الصفية في صفوف الرياضيات لتنمية مهارات التلاميذ في بناء الادعاءات والحجج وتقييم جودة الحجج وكذلك فحص أوجه الاستدلال، كما أوصت بإقامة الدورات التدريبية وورش العمل لتدريب المعلمين علي كيفية توظيف النموذج والطريقة في صفوفهم التدريسية.

كما هدفت دراسة عبد الحميد والشافعي(٢٠٢١) إلي التعرف على فاعلية برنامج تدريبي قائم علي مفاهيم النانو تكنولوجي في تنمية مهارات التفكير المنتج والدافعية العقلية والفضول العلمي لدي طلاب كلية التربية شعبة الكيمياء ، وتوصلت نتائجها إلي فاعلية البرنامج التدريبي في تنمية مهارات التفكير المنتج ، حيث اكتسب الطلاب القدرة علي معرفة الافتراضات وتفسير المواقف المختلفة و توليد أفكار متعددة ومبتكرة ذات صلة بتوظيف المواد النانونية في مجالات مختلفة.

كما هدفت دراسة سومرهوف (Sommerhoff etah.,2021) إلي الكشف عن فاعلية مدخلين تعليميين أحداهما المدخل المتسلسل والآخر المتزامن في تنمية مهارات الجدل الرياضياتي والبرهان لدى طلاب الرياضيات بالجامعة، وركزت الدراسة على أربعة عناصر أساسية تتمثل في المعرفة الرياضياتية، والمعرفة المنهجية، والمعرفة الاستراتيجية، ومهارات حل المشكلات، وتوصلت نتائجها إلي فاعلية المدخلين في تنمية مهارات الجدل الرياضياتي والبرهان، وكذلك أوضحت أن المدخل المتزامن أكثر فاعلية من المدخل المتسلسل في تنمية المهارات الجدلية ، حيث يعمل على تعزيز المعرفة الاستراتيجية الرياضياتية.

٤- المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات وتنمية مهارات الجدل الرياضياتي :

تسعى التوجهات التربوية الدولية الحديثة في مجال تعليم الرياضيات من خلال إصدار المعايير الدولية إلي تعزيز قدرة المتعلمين على الفهم العميق وتنمية مهارات التفكير العليا، علاوة على الاعتماد علي التحليل وتوظيف التفكير المنطقي في اكتساب المعرفة الرياضياتية بدلًا من الحفظ والاستظهار، وتمثل

مهارات الجدل الرياضياتي أحد العناصر الرئيسة الهامة التي تعمل علي بناء التفكير المنطقي الرياضياتي، حيث تساعد المتعلمين على تحليل الأفكار الرياضياتية وتبرير الحلول وتوظيف الأدلة المنطقية لدعم حلولهم وكذلك تقييم حلول الآخرين.

وتبرز المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات (CCSSM) أهمية تنمية الجدل الرياضياتي كأحد العناصر الأساسية للكفاءة في الرياضيات، حيث تشير إلي أهمية تمكين المتعلمين من بناء الحجج وتقديم المبررات المنطقية وتقييم حجج الآخرين، ويظهر ذلك في أحد الممارسات الثمانية التي نصت عليها المعايير والمتمثلة في " بناء حجج قابلة للتبرير منطقيًا ونقد حجج الآخرين" (CCSSM,2010,7) .

وتحفز الممارسات التعليمية التي تتضمنها المعايير علي الحوار الفعال داخل صفوف الرياضيات، ويتم ذلك من خلال عرض الأفكار بوضوح وتبرير النتائج بشكل منطقي ، وإجراء المناقشات حول الطرق والاستراتيجيات المستخدمة في الحل بصورة منهجية ، ويسهم هذا التفاعل في تمكين المتعلم من اكتساب المفاهيم والتعميمات والمهارات الرياضياتية في سياق اجتماعي مما يعزز الاستيعاب العميق للمعرفة.

ثالثًا : الكفاح المنتج :

١- مفهوم الكفاح المنتج :

تعد الرياضيات أحد المواد الدراسية التي تعتمد على تراكم المعرفة واكتساب المفاهيم والتعميمات الرياضياتية تدريجيًا، بالإضافة إلي حل المشكلات البسيطة والمعقدة، وينبغي أن يبذل المتعلم جهد معرفي في بناء المفاهيم والوصول إلي حلول للمشكلات دون الاعتماد بشكل كامل على المعلم في تقديم الحلول لتلك المشكلات، ويتم ذلك من خلال دعم المعلم الكفاح المنتج لدى المتعلمين.

ويوضح جاكسون ولمبارت(Jakson & Lambert,2010,14) أن الكفاح المنتج يتمثل في الجهد المعرفي الذي يبذله المتعلم لمواجهة التحديات عند القيام بالمهام الصعبة في ظل توافر أهداف محددة وواضحة وبيئة تعليمية داعمة، ويحدث الكفاح المنتج عندما يشعر المتعلم بأن المهام الصعبة قابلة للانجاز وأن ما يبذله من جهد له قيمة وأهمية.

ويتضح الكفاح عندما يقوم المتعلم ببناء المعرفة الجديدة من خلال معارف سابقة غير كافية لبنائها، ويتسم الكفاح بأنه منتجًا عندما ينتج عنه بناء معرفة جديدة وفهم شامل وعميق للمفاهيم والأفكار، فالكفاح المنتج يتطلب من المتعلم أن يبذل جهد عقلي أثناء التعامل مع المهام الصعبة إلي جانب المثابرة والإصرار على حلها (Hiebert & Grouws,2007,287) .

ويذكر باسكوال (Pasquale,2016) أن مثابرة المتعلم وكفاحه تظهر في القدرة على الاستمرار في التقدم بالرغم من الصعوبات التي تواجهه حيث يواصل المحاولة لفهم المشكلة من خلال تطوير الاستراتيجيات المستخدمة أو البحث عن استراتيجيات جديدة أكثر فاعلية ويوظفها في حل المشكلة، والجانب المنتج من الكفاح يكمن في رغبة المتعلم في الاستمرار والإصرار علي فهم المشكلة والوصول إلي حلول لها.

ويتمثل الكفاح المنتج في المحاولات التي يقوم بها المتعلم رغبًا منه في الفهم وحل المشكلات الرياضياتية بما يتناسب مع قدراته، وقد يلاحظ المعلم كفاح المتعلم المنتج إذا تقبل أخطائه وشجعه ودعم كفاحه دون التدخل المباشر، وقد لا يظهر كفاح المتعلم ويظل داخله أثناء محاولاته للفهم وحل المشكلات (سيد ، ٢٠٢٢، ١٩١).

ويتضح مما سبق أن الكفاح المنتج يعتمد علي عدة عناصر أساسية تتعلق بكلًا من المعلم والمتعلم وتتمثل في مثابرة المتعلم وإصراره على تعلم الرياضيات، والاستمرار في مواجهة التحديات والصعوبات التي تواجهه أثناء التعلم ، علاوة علي التعامل مع الخطأ كجزء أساسي من التعلم، وتوفير المعلم لمهام رياضياتية تتحدي تفكير المتعلم وتتلاءم مع قدراته ، وكذلك اتاحة بيئة صفية تشجع المتعلم وتحفزه على الاستمرار

في التعلم وبناء المعرفة والوصول إلي حلول المشكلات، وعدم توجيه المتعلم إلي الحلول بصورة مباشرة بل منحه الوقت الكافي للوصول إلي الحل بمفرده من خلال توجيه بشكل غير مباشر.

ويمكن تعريف الكفاح المنتج إجرائيًا بأنه : قدرة الطلاب على بذل الجهد العقلي والمثابرة ومواجهة التحديات المختلفة أثناء تعلم المفاهيم الرياضياتية وحل المشكلات المعقدة وكذلك إظهار الحماس قبل البدء في حلها والرغبة في تحسين أدائهم أثناء الحل، بالإضافة إلي الاستمرار في البحث عن حلول وتطبيق استراتيجيات متنوعة أثناء حل تلك المشكلات ، ويقاس بالدرجة التى يحصل عليها الطالب فى مقياس الكفاح المنتج وبطاقة الملاحظة المعدان لهذا الغرض .

وقد صنفت العديد من الأدبيات والبحوث والدراسات السابقة الكفاح المنتج بعدة صور وأشكال، ومنها دراسة وارشاور(Warshauer,215,377) التي قسمت الكفاح إلي أربعة أنواع يواجهها المتعلم أثناء القيام بالمهام المعقدة داخل الصف وهي :

- الكفاح عند البدء في المهمة: ويظهر هذا النوع من الكفاح عند عدم فهم المتعلم للمطلوب أدائه في المهمة أو عدم القدرة على تذكر آلية وخطوات الحل أو عدم التأكد من الحل.
- الكفاح عند تنفيذ المهمة: ويظهر عندما يواجه المتعلم صعوبة في التمثيل الرياضياتي والصياغات الجبرية وتوظيف الحقائق والقوانين بشكل صحيح أثناء تنفيذ المهمة.
- الكفاح عند صعوبة التفسير: ويتجسد هذا النوع من الكفاح في عدم قدرة المتعلم على شرح الحلول وتقديم التبريرات المنطقية.
- الكفاح عند التعبير عن الأخطاء: ويتمثل هذا النوع من الكفاح في عدم قدرة المتعلم على التعبير بوضوح عن سوء فهمه لبعض الأجزاء في المهمة وخطوات حلها ، وكذلك صعوبة توضيح الأخطاء التي قام بها أثناء الحل.

كما حددت دراسة بايكر وآخرون (Baker et al.,2020) الكفاح إلي نوعين وهما:

- الكفاح المنتج : ويعني قدرة المتعلم على استخدام المعرفة السابقة للوصول إلي حلول للمشكلات المعقدة، ومثابرته لجعل الرياضيات ذات معنى أثناء حل المشكلات، بالإضافة إلي التوصل إلي حلول المشكلات بناء على المفاهيم الرياضياتية التي تتناسب مع مستواه المعرفي وقدراته.
- الكفاح غير المنتج: ويعني اعتماد المتعلم على المعلم في تقديم المعلومات واستخدامها بشكل مباشر، وشعور المتعلم بأن الرياضيات ليست لها معنى، علاوة على اعتقاده بأن الإحباط شعور غبر ضروري حيث أن المشكلات المطلوب حلها معقدة وتفوق قدراته.

من خلال ما سبق يمكن تحديد أبعاد الكفاح المنتج فيما يلي:

الكفاح من أجل بدء المهمة- الكفاح أثناء تنفيذ المهمة- الكفاح أثناء تفسير طريقة حل المهمة- الكفاح أثناء التعبير عن الأخطاء بعد الانتهاء من المهمة.

٢- الممارسات التدريسية المعززة للكفاح المنتج:

تعد الممارسات التدريسية التي يقوم بها المعلم داخل الصف أحد العوامل الرئيسة التي تسهم في تعزيز الكفاح المنتج لدى المتعلمين، حيث تهيئ بيئة تعليمية تدعم التفكير العميق والتحدي ومواجهة الصعوبات و العقبات وتشجيع المتعلمين على التعبير عن أفكارهم ، بالإضافة إلى منحهم الوقت الكافي للوصول إلي حلول للمشكلات من خلال توظيف استراتيجيات متنوعة لحلها.

فقد وضع كانغ (Kang, 2016,256) ثمانية ممارسات تدريسية فعّالة في معهد أبحاث العقل يمكن أن تعزز الكفاح المنتج في الرياضيات وتوسّع الفهم المعرفي لدى الطلاب. وتشمل هذه الممارسات:

- التركيز على المتعلمين الذين لا يقدمون إجابات صحيحة.
- الثناء على مثابرة المتعلمين وإصرارهم علي الوصول إلي الحلول الصحيحة.

- عرض أعمال المتعلمين التي تمثل حلولاً إبداعية.
- تقديم مشكلات رياضية غير روتينية.
- تزويد الطلاب بالتغذية الراجعة.
- عدم تعويد الطلاب الذين يواجهون صعوبات على أداء مسائل سهلة.
- منح الطلاب وقتًا كافيًا لمناقشة أفكارهم.
- تشجيع عادات العقل المنتجة لدي المتعلمين.

كما أشار سميث (Smith,2000,382) إلي بعض الإجراءات التدريسية التي ينبغي أن يتبعها المعلم داخل الصف لتعزيز الكفاح المنتج ومنها:

- تقديم مهام للمتعلمين تتسم بالتحدي وتتناسب مع قدراتهم ومستوى تفكيرهم.
- طرح الملعم أسئلة تحفز المتعلمين علي التحليل وتشجعهم على التفكير العميق.
- اتاحة الفرصة للمتعلمين لاستكشاف الحلول بأنفسهم من خلال توفير الوقت الكافي للتفكير.
- تقديم الدعم للمتعلمين بشكل تدريجي وعدم تقديم الحلول مباشرًة.
- تكليف المتعلمين بتفسير حلولهم وتقديم التبريرات المنطقية لها.
- منح المتعلمين الفرصة لمناقشة أفكارهم والتوصل إلي استراتيجيات لحل المشكلات.
- توفير الأدوات التي تساعد المتعلمين علي التفكير.

وقد قسمت دراسة سيد (٢٠٢٢، ١٩٣- ١٩٤) الممارسات التدريسية التي يقوم بها المعلم داخل الصف لتعزيز الكفاح المنتج لدى المتعلمين إلي إجراءات تبعها المعلم قبل إنجاز مهمة الكفاح المنتج وأثناء إنجازها كالتالي:

١- الإجراءات التي يتبعها المعلم قبل إنجاز المهمة:

- مناقشة المتعلمين في الصعوبات التي من المحتمل أن تواجههم أثناء أداء المهمة.
- مساعدة المتعلمين على فهم ضرورة اتباع التعليمات التي تساعدهم على أداء المهام والتعلم العميق وإداراكهم أن دور المعلم موجه ومرشد لهم.
- ينمي المعلم لدى المتعلمين إداركهم أن الجهد المبذول أثناء أداء المهام مسؤولية المتعلم نفسه.

٢- الإجراءات التي يتبعها المعلم أثناء إنجاز المهمة:

- إتاحة وتوفير الوقت الكافي للمتعلمين لأداء المهمة.
- طرح المعلم أسئلة متنوعة تساعد المتعلمين على التركيز وأداء المهمة.
- اتباع المعلم بعض الاستراتيجيات التدريسية التي تهيئ البيئة التعليمية داخل الصف لأداء المهمة مثل التوجيه المباشر والاستقصائي.

من خلال العرض السابق يتضح أن قدرة المعلم علي تنفيذ الممارسات التدريسية التي تعزز الكفاح المنتج لدى المتعلمين تتطلب وعيه بأن الكفاح المنتج عنصر جوهري وركيزة أساسية في تعليم الرياضيات، حيث يساعد المتعلمين علي التعمق في إدراك المفاهيم واستخدام استراتيجيات متنوعة في حل المشكلات والمثابرة في مواجهة التحديات، وينبغي علي المعلم توفير بيئة تعليمية تتيح للمتعلمين مواجهة تلك الصعوبات والتكيف مع التحديات والثقة بالنفس والاعتماد علي الذات أثناء تنفيذ المهام الرياضياتية.

٣- أهمية تنمية الكفاح المنتج:

يمثل الكفاح المنتج أحد المقومات المهمة في تحقيق التعلم الفعال في تدريس الرياضيات، حيث يمكن من خلاله تفاعل المتعلم مع المفاهيم الرياضياتية بعمق وذلك عند مواجهة التحديات المعرفية والمشكلات الرياضياتية المعقدة عن طريق ممارسة مهارات التفكير العليا وكذلك المثابرة والشعور بالمسؤولية عن تعلمه.

وقد حددت دراسة كلًا من: كابور(Kapur,2010) و يونغ وآخرون (Young.et al,2023) و عبد الله (٢٠٢٤) أهمية الكفاح المنتج للمتعلم في النقاط التالية:

- تحقيق المتعلم التميز في مادة الرياضيات.
- تعميق فهم الموضوعات الرياضياتية.
- تعزيز مهارات حل المشكلات الرياضياتية.
- يساعد المتعلم على المشاركة الفعالة ونقل المعارف السابقة لتوظيفها في فهم المفاهيم الجديدة والتوصل إلى حلول للمشكلات الرياضياتية.
- تكيف المتعلم مع المشكلات المعقدة والانخراط في تعلم الرياضيات وتقبل الأخطاء والتعلم منها.

وانطلاقًا من أهمية الكفاح المنتج سعت العديد من الدراسات إلي تنمية الكفاح المنتج لدى المتعلمين في المراحل التعليمية المختلفة بالإضافة إلي بعض الدراسات التي هدفت إلي تنمية الممارسات التدريسية المعززة للكفاح المنتج لدى المعلمين والطلاب بكليات التربية ومنها دراسة الأحول وشاهين (El-Ahwal&Shahin,2020) التي هدفت إلي استقصاء فاعلية استخدام الفيديوهات القائمة على المهام في تحسين الممارسات الرياضياتية ودعم الكفاح المنتج لدى طلاب الفرقة الثالثة شعبة الرياضيات بكلية التربية ، وتوصلت نتائجها إلي فاعلية تلك الفيديوهات في دعم الكفاح المنتج لدى الطلاب، كما هدفت دراسة الجندي والأحول (٢٠٢٢) إلي التعرف على أثر توظيف الكتاب التفاعلي QR-Code في تنمية بعض مهارات التواصل الرياضياتي ودعم الكفاح المنتج ومكوناته لدى طلاب الفرقة الأولى بمعهد العبور العالي للإدارة والحاسبات ونظم المعلومات وأسفرت نتائجها عن الأثر الفعال للكتاب التفاعلي في تنمية مهارات التواصل الرياضياتي ودعم الكفاح المنتج لدى الطلاب وكذلك وجود علاقة ارتباطية بين التواصل الرياضياتي والكفاح المنتج، ودراسة القرشي والشهري(٢٠٢٤) والتي هدفت إلي تحديد فاعلية برنامج قائم على نموذج فارك لأنماط التعلم في تنمية ممارسات دعم الكفاح المنتج لدى معلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة، وتوصلت نتائجها إلى الأثر الفعال للبرنامج المقترح في تنمية بعض الممارسات التدريسية الداعمة للكفاح المنتج لدى المعلمين، بينما هدفت دراسة خليل (٢٠٢٤) إلي الكشف عن فاعلية برنامج تعليمي مقترح في تنمية التحصيل والكفاح المنتج (الكفاح قبل الدرس- الكفاح أثناء الدرس- الكفاح بعد الدرس) لدى طلاب الصف الثاني المتوسط ،وأظهرت نتائجها فاعلية البرنامج المقترح في تنمية التحصيل والكفاح المنتج بمحاوره الثلاثة ووجود علاقة ارتباطية بين التحصيل والكفاح المنتج، ودراسة عبد العال و عبده (٢٠٢٤) التي سعت إلي التحقق من فعالية برنامج قائم على التعلم الخبراتي في تنمية ممارسات دعم الكفاح المنتج والرشاقة المعرفية لدى طلاب الفرقة الرابعة شعبة الرياضيات بكلية التربية، وتوصلت نتائجها إلي فعالية البرنامج في تنمية الممارسات الداعمة للكفاح المنتج والرشاقة المعرفية لدى الطلاب.

٤- المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات(CCSSM) وتنمية الكفاح المنتج :

تمثل المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات أحد التوجهات التربوية الدولية الحديثة التي تسعى إلي الارتقاء بجودة تعليم الرياضيات وتعلمها، حيث تركز على تحديد المحتوى الذي ينبغي أن يدرسه المتعلمون في كل مرحلة دراسية بما يتناسب مع خصائصهم العمرية، بالإضافة إلي الاهتمام بالممارسات الرياضياتية التي تسهم في تنمية مهارات التفكير العليا والتعلم العميق لدى المتعلمين ،

ومن أهم هذه الممارسات المثابرة عند حل المشكلات ، والاهتمام بالدقة والتفكير المنطقي، وبناء الحجج المنطقية، وتوظيف استراتيجيات متنوعة في الحل ، ومثل هذه الممارسات تتوافق مع مفهوم الكفاح المنتج أثناء تعلم الرياضيات.

فيوضح إدوارد (Edwards,2018,183) أن الكفاح المنتج تحدي يحفز المتعلمين على توظيف المعارف والمهارات المكتسبة في مواقف تعليمية وحياتية جديدة، وكذلك إدراك المفاهيم الرياضياتية بصورة أعمق، مما يجعلهم يشعرون بالانجاز. كما يشير باوروسكي (Paurowski,2022,4) أن الكفاح المنتج يساعد المتعلمين على حل المشكلات ابداعيًا، ويحفزهم على تطبيق المفاهيم الرياضياتية في مواقف متعددة، كما يمكنهم من الربط بين الخبرات التعليمية السابقة والمعارف الجديدة مما يجعل التعلم أعمق وذي معنى.

ولكي يكون المعلم قادرًا على تطبيق ممارسات CCSSM وتوظيفها بشكل فعال داخل الصف ينبغي عليه إعداد مواقف تعليمية تتسم بالتحدي وإثارة تفكير المتعلمين وتشجيعهم على توليد حلول للمشكلات بطرق إبداعية ، وتعزز المثابرة ومواجهة التحديات والصعوبات أثناء الحل باستخدام استراتيجيات متنوعة.

إجراءات البحث :

أولًا : متغيرات البحث :

١- **المتغيرات المستقلة :** اشتمل البحث على متغير مستقل واحد ، البرنامج القائم على المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات (CCSSM).

٢- **المتغيرات التابعة :** اشتمل البحث على متغيرين تابعين وهما :

- مهارات الجدل الرياضياتي وتشمل : بناء الادعاءات، جمع الأدلة، تقديم التبريرات، التنفيد.
- الكفاح المنتج ويشمل الأبعاد الآتية : الكفاح من أجل بدء المهمة، الكفاح أثناء تنفيذ المهمة،الكفاح أثناء تفسير طريقة حل المهمة، الكفاح أثناء التعبير عن الأخطاء بعد الانتهاء من المهمة.

ثانيًا : منهج البحث وتصميمه :

١- **منهج البحث :** استخدم البحث المنهج التجريبي .

٢- **التصميم التجريبى :** استخدم البحث التصميم شبه التجريبى (ذو المجموعة الواحدة) حيث تم تطبيق الأدوات قبلياً ، ثم تدريس البرنامج والتطبيق البعدي لأدوات البحث بهدف التعرف على فاعلية المتغير المستقل وهو : البرنامج القائم على المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات (CCSSM) في تنمية المتغيرات التابعة وهي : مهارات الجدل الرياضياتي والكفاح المنتج لدى طلاب الصف الأول الثانوي (مجموعة البحث).

ثالثًا: مجموعة البحث: تم اختيار مجموعة البحث وعددهم (٤٥) طالبة بالصف الأول الثانوي بمدرسة علي رفيع الثانوية بنات بمدينة رأس غارب بمحافظة البحر الأحمر.

رابعًا : تصميم مواد وأدوات البحث :

أ- **مواد البحث : البرنامج القائم على المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات CCSSM :**ويتضمن البرنامج ما يلى :

- **فلسفة البرنامج القائم على المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات (CCSSM):**

تم إعداد البرنامج فى ضوء مجموعة من المبادئ والتوجهات التي ترتكز عليها المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات والتي تهدف إلي تحسين عمليتى تعليم وتعلم الرياضيات، وتعد هذه المعايير من أبرز المبادرات العالمية لتطوير مناهج الرياضيات المدرسية التي توضح ما يجب أن يتعلمه الطلاب لإكسابهم المعارف والمهارات اللازمة لحياتهم الوظيفية والمهنية، وتشمل وثيقة المعايير الأمريكية المحورية المشتركة نوعين من المعايير، وهما:

- المعايير المرتبطة بمحتوى مناهج الرياضيات: حيث تركز على ما ينبغي أن يتضمنه محتوى كتب الرياضيات من مرحلة رياض الأطفال إلى نهاية المرحلة الثانوية، وتشمل العديد من المجالات في المرحلة الثانوية والتي تتمثل في الأعداد والكميات والجبر والدوال والنمذجة والهندسة والإحصاء والاحتمالات.
- المعايير المرتبطة بالممارسات الرياضياتية: حيث تركز على الطرق التي يجب أن يتعامل بها المعلم أثناء التدريس، وتشمل الإحساس بالمشكلة الرياضيايتة والمثابرة على حلها، والتبرير المنطقي، وبناء الحجج الرياضياتية، والنمذجة، والبحث عن البني الرياضياتية.

- **الأسس العامة التى يستند إليها البرنامج:**

١- المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات (CCSSM) والتي تشمل المعايير المرتبطة بمحتوي الرياضيات، والمعايير المرتبطة بالممارسات الرياضياتية.
٢- التعرف على مستوى المعرفة الحالية لدى الطلاب وربطها بالمعرفة الجديدة المتضمنة فى محتوى البرنامج.
٣- التفاعل بين المعلم والمتعلم والمتعلمين بعضهم البعض.
٤- تنوع الأساليب والطرق والاستراتيجيات والأنشطة التعليمية بما يتناسب مع أهداف البرنامج.
٥- تحفيز المتعلمين على أداء كل المهام التى تطلب منهم باستمرار.
٦- مراعاة تقديم التغذية الراجعة بصفة مستمرة أثناء البرنامج.

- **الهدف العام للبرنامج:**

يهدف البرنامج القائم على المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات(CCSSM) إلى تنمية مهارات مهارات الجدل الرياضياتي والكفاح المنتج لدى طلاب الصف الأول الثانوي.

- **طرق واستراتيجيات التدريس المستخدمة فى البرنامج:**

تنوعت طرق واستراتيجيات التدريس وفقًا لمتطلبات الموقف التعليمى، وقد تم تدريس البرنامج باستخدام المحاضرة والعصف الذهنى والنمذجة والتعلم القائم على حل المشكلات والمناقشة والحوار، KWL (ماذا أعرف؟، ماذا أريد؟، ماذا تعلمت؟).

- **الوسائل والأنشطة المستخدمة فى البرنامج:**

تعددت الوسائل والأنشطة المستخدمة فى البرنامج ومنها: عروض تقديمية متنوعة – جهاز عرض البيانات ـــ الفيديوهات التعليمية – ملصقات ولافتات- الاختبارات الالكترونية.

- **الجدول الزمنى لتنفيذ محتوى البرنامج:**

يستغرق تطبيق البرنامج ثمانية أسابيع، لتبلغ مدة البرنامج (١٦) حصة، وهو كالتالى:

م	عنوان الدرس	عدد الحصص
	الوحدة الأولى: الجبر	
١	الأعداد المركبة.	حصتان
٢	الأعداد المركبة وحل المعادلات.	حصتان
٣	المتباينات من الدرجة الثانية.	حصتان
٤	الأسس الكسرية.	حصتان
٥	الكميات القياسية والمتجهة.	حصتان
	الوحدة الثانية: العلاقات والدوال	
١	الدوال وأنواعها.	حصتان
٢	الدوال الحقيقية.	حصتان
٣	الدوال الزوجية والفردية.	حصتان
	المجموع	١٦ حصة

- **أساليب التقويم المستخدمة فى البرنامج :**

١- التقويم التكويني : إجراء العديد من المناقشات مع الطلاب داخل الصف وتوجيه الأسئلة الشفوية، بالإضافة إلي تقديم التغذية الراجعة الفورية، ومتابعة أداء الطلاب بشكل مستمر أثناء أداء المهام الرياضياتية.

٢- التقويم النهائي : يتم عن طريق تقديم مجموعة من الأسئلة للطلاب في نهاية كل موضوع وكل وحدة، وكذلك في نهاية البرنامج .

- **الصورة الأولية لكتيب الطالب :** ويتضمن الكتيب ما يلي:

١– مقدمة : تتضمن التعريف بالكتيب والهدف منه.

٢– موضوعات الكتيب: وقد تضمنت ما يلي:

- الأهداف الإجرائية: تتسم بالوضوح والدقة والقابلية للقياس.
- المحتوى الرياضياتي للموضوعات .
- أساليب تقويم الموضوعات.

- **دليل المعلم:** ويتضمن الدليل ما يلي :

١– مقدمة : تتضمن الهدف العام من الدليل، والمتمثل في الاسترشاد به في تدريس موضوعات البرنامج القائم علي المعايير الامريكية المحورية المشتركة CCSSM في تدريس موضوعات الوحدتين الأولى والثانية لطلاب الصف الأول الثانوي، والمتضمنة في كتيب الطالب.

٢– الأهداف العامة للبرنامج .

٣– موضوعات البرنامج والجدول الزمني لتدريسها .

٤– تدريس المحتوي (الموضوعات الرياضياتية): وتشمل (الأهداف الإجرائية الخاصة بالموضوع ، الأدوات الوسائل التعليمية المستخدمة ، خطوات السير فى الموضوع ، تقويم الموضوع) .

- **ضبط البرنامج والتوصل إلي صورته النهائية :** تم عرض البرنامج علي مجموعة من المحكمين في تخصص مناهج وطرق تدريس الرياضيات ملحق (١) وذلك عقب الانتهاء من الصورة الأولية للبرنامج ، وبناء على ملاحظاتهم ومقترحاتهم تم إجراء التعديلات المطلوبة ، والتوصل إلي الصورة النهائية للبرنامج ملحق (٢) .

ب–**أدوات البحث :**

١- اختبار مهارات الجدل الرياضياتي :

تم إعداد اختبار مهارات الجدل الرياضياتي وفقًا للخطوات التالية:

أ- **تحديد الهدف من الاختبار :**

هدف الاختبار إلي قياس مستوي تلاميذ الصف الأول الثانوي في بعض مهارات الجدل الرياضياتي.

ب- تحديد مهارات الجدل الرياضياتي :

تم إعداد قائمة مهارات الجدل الرياضياتي وفقًا للخطوات التالية :

- **تحديد الهدف من القائمة :** تحديد مهارات الجدل الرياضياتي اللازمة لطلاب الصف الأول الثانوي ، وذلك عن طريق الاطلاع على الدراسات السابقة التى تناولت مهارات الجدل الرياضياتي ، ومنها دراسة الزهراني (٢٠١٨) و دراسة عبد العال (٢٠٢٣) ودراسة البحيري (٢٠٢٤) ودراسة عبد السيد وعبد الملاك (٢٠٢٥).
- **إعداد القائمة فى صورتها المبدئية وعرضها على المحكمين :** تم إعداد قائمة مبدئية لمهارات الجدل الرياضياتي اللازمة لطلاب الصف الأول الثانوي وعرضها على مجموعة

من السادة المحكمين تخصص المناهج وطرق تدريس الرياضيات ملحق (١) ؛ بهدف استطلاع آرائهم حول قائمة المهارات.

- **القائمة فى صورتها النهائية :** تم إجراء التعديلات في ضوء آراء السادة المحكمين ، وقد تضمنت القائمة مهارات الجدل الرياضياتي الرئيسة يندرج تحت كل منها مجموعة من المهارات الفرعية ملحق (٤) ، وذلك كما فى الجدول **التالى:**

جدول (١)

المهارات الرئيسة وعدد المهارات الفرعية التى تضمنتها قائمة مهارات الجدل الرياضياتي

م	المهارات الرئيسة	عدد المهارات الفرعية
١	بناء الادعاءات.	٥
٢	جمع الأدلة.	٣
٣	تقديم التبريرات.	٥
٤	التنفيد.	٤
	المجموع	١٧

جـ صياغة مفردات الاختبار:

تم صياغة مفردات الاختبار فى ضوء مهارات الجدل الرياضياتي ، وتم صياغة المفردات على نمط الأسئلة الموضوعية (الاختيار من متعدد)، وكذلك الأسئلة المقالية حيث أن هذا النوع من الأسئلة يتناسب مع مهارات الجدل الرياضياتي.

د- التجريب الاستطلاعى للاختبار : تم تطبيق اختبار الجدل الرياضياتي على عينة استطلاعية من طلاب الصف الأول الثانوي بمدرسة علي رفيع الثانوية بنات– برأس غارب – محافظة البحر الأحمر ، وبلغ عدد الطلاب (٥٠) طالبة، وذلك فى الفصل الأول للعام الدراسى ٢٠٢٤-٢٠٢٥ ، وذلك لتحديد الآتى :

(١) حساب صدق الاختبار : تم حساب صدق الاختبار كالتالي :

- **صدق المحكمين:** للتحقق من صدق الاختبار تم عرضه على مجموعة من السادة المحكمين لإبداء آرائهم ، وذلك لتحديد ما يرونه من ملاحظات أو مقترحات، وقد تم إجراء التعديلات.
- **الصدق التكوينى : صدق الاتساق الداخلى :** وتم حسابه للاختبار من خلال حساب قيمة : معامل الارتباط بين درجة كل مهارة والدرجة الكلية للاختبار، معامل الارتباط بين درجة كل مهارة فرعية ودرجة المهارة الرئيسة.

جدول (٢)

معامل الارتباط بين درجة المهارة والدرجة الكلية لاختبار الجدل الرياضياتي

م	المهارات الرئيسة	معامل الارتباط بالدرجة الكلية
١	بناء الادعاءات.	٠,٧٥**
٢	جمع الأدلة.	٠,٧٨**
٣	تقديم التبريرات	٠,٨٠**
٤	التنفيد	٠,٧٣**

العلاقة (**) تدل على أن المهارة دال عند مستوى ٠,٠١

ويتضح من الجدول السابق أنه قد تراوحت معاملات الارتباط بين مهارات الجدل الرياضياتي و الدرجة الكلية للاختبار ما بين (٠,٧٣ ، ٠,٨٠) ، وهى معاملات ارتباط دالة إحصائيًا عند مستوى (٠,٠١) ، وبالتالي يتصف الاختبار باتساق داخلي جيد ، وهذا يدل على صدق الاختبار .

جدول (٣)

معامل الارتباط بين درجة المهارة الفرعية ودرجة المهارة الرئيسة

بناء الادعاءات	معامل الارتباط	جمع الأدلة	معامل الارتباط	تقديم التبريرات	معامل الارتباط	التنفيذ	معامل الارتباط
١	**٠,٦٦	١	**٠,٧٥	١	**٠,٧٠	١	**٠,٧٥
٢	**٠,٧٠	٢	**٠,٨٠	٢	*٠,٤٤	٢	**٠,٨١
٣	**٠,٧٢	٣	**٠,٧٥	٣	**٠,٦٨	٣	*٠,٤٦
٤	*٠,٤٥			٤	**٠,٧١	٤	**٠,٧٠
٥	**٠,٦٣			٥	**٠,٦٥		

**** دالة عند مستوى ٠,٠١ * دالة عند مستوى ٠,٠٥**

ويتضح من الجدول السابق أن معاملات الارتباط بين المهارات الفرعية ودرجة المهارة الرئيسة تتراوح بين (٠,٤٤ ، ٠,٨١) ، وهى معاملات ارتباط دالة إحصائيًا عند مستوى (٠,٠١) و كذلك مستوى (٠,٠٥) ، وبالتالي الاختبار يتصف باتساق داخلى جيد ، مما يدل على صدق الاختبار.

(٢) حساب ثبات الاختبار :

تم استخدام طريقة التجزئة النصفية لحساب ثبات الاختبار باستخدام برنامج SPSS(V. 23) ، وكانت قيم معاملات الثبات كالتالى :

جدول (٤)

نتائج ثبات اختبار التفكير المنتج

المجموعة	معامل الارتباط	معامل الثبات
٥٠	٠,٧٩	٠,٨٣

يتضح من الجدول السابق أن قيمة معامل الثبات لاختبار الجدل الرياضياتي بلغت ٠,٨٣ ، مما يدل على أن الاختبار له درجة ثبات مناسبة .

(٣) حساب معاملات السهولة والصعوبة لمفردات الاختبار :

تراوحت قيم معاملات السهولة والصعوبة لمفردات الاختبار ما بين (٠,٢٨- ٠,٧٥) .

هـ - حساب زمن الاختبار :

تم التسجيل الزمن الذى استغرقه كل طالب في حل الاختبار بصورة تتابعية ، ثم حساب المتوسط لهذه الأزمنة ، وتحدد زمن الاختبار فى (١٨٠) دقيقة.

و- تصحيح الاختبار :

تم تقدير درجتان لكل سؤال من أسئلة الاختيار من متعدد، وتقدير ثلاث درجات لكل سؤال من الأسئلة المقالية ، بحيث تصبح الدرجة الكلية للاختبار تسعة وستون درجة (٦٩).

ز- الصورة النهائية للاختبار :

فى ضوء ملاحظات وآراء السادة المحكمين ونتائج التجربة الاستطلاعية تضمن الاختبار بعد إجراء التعديلات عليه (٢٥) سؤال وتنوعت بين الأسئلة الموضوعية المتمثلة في الاختيار من متعدد(٦) أسئلة و الأسئلة المقالية (١٩) سؤال، وأصبح الاختبار في صورته النهائية ملحق (٤) ، والجدول (٥) التالى يوضح مواصفات اختبار الجدل الرياضياتي.

جدول (٥)
مواصفات اختبار الجدل الرياضياتي

م	موضوعات الوحدة	مهارات الجدل الرياضياتي: بناء الادعاءات	جمع الأدلة	تقديم التبريرات	التنفيد	عدد الأسئلة	النسبة المئوية
	الوحدة الأولي: الجبر						
١	الأعداد المركبة	١(أ،ب)، ٢، ٦				٤	١٦٪
٢	الأعداد المركبة وحل المعادلات	١(ج)، ١(د)، ٣، ٥		٤		٥	٢٠٪
٣	المتباينات من الدرجة الثانية	٢			٢٠	٢	٨٪
٤	الأسس الكسرية			١٥، ١٦		٢	٨٪
٥	الكميات القياسية والمتجهة		٨، ٩			٢	٨٪
	الوحدة الثانية: العلاقات والدوال						
١	الدوال وأنواعها	٧		١٧	١٨، ١٩	٤	١٦٪
٢	الدوال الحقيقية		١٣، ١٤	١(٥)		٣	١٢٪
٣	الدوال الزوجية والفردية		١٠، ١٢	١١		٣	١٢٪
	المجموع	١٠	٦	٦	٣	٢٥	١٠٠٪
	النسبة المئوية	٤٠٪	٢٤٪	٢٤٪	١٢٪	١٠٠٪	

٢- **مقياس الكفاح المنتج:**
تم إعداد مقياس الكفاح المنتج وفقًا للخطوات التالية:

أ- **الاطلاع علي بعض الأدبيات والدراسات السابقة ذات الصلة بأبعاد الكفاح المنتج:** مثل دراسة كلًا من: زيادة (١٩٢٠)، Paurowski (2022)، خليل (٢٠٢٤).

ب- **تحديد الهدف من المقياس :**يهدف هذا المقياس إلي قياس الكفاح المنتج لدى طلاب الصف الأول الثانوي.

جـ **تحديد أبعاد المقياس :**تم تحديد أبعاد المقياس في ضوء الاطلاع على الأدبيات والدراسات السابقة التي تناولت مقياس الكفاح المنتج ، والجدول (٦) يوضح أبعاد الكفاح المنتج :

جدول (٦) أبعاد الكفاح المنتج

م	أبعاد الكفاح المنتج
١	الكفاح من أجل بدء المهمة.
٢	الكفاح أثناء تنفيذ المهمة.
٣	الكفاح أثناء تفسير طريقة حل المهمة.
٤	الكفاح أثناء التعبير عن الأخطاء بعد الانتهاء من المهمة.

هـ - **التجريب الاستطلاعى للمقياس :** تم تطبيق المقياس على عينة استطلاعية من طلاب الصف الأول الثانوي بمدرسة علي رفيع الثانوية بنات– برأس غارب – محافظة البحر الأحمر ، وبلغ عدد التلميذ (٥٠) طالبًا ، وذلك فى الفصل الأول للعام الدراسى ٢٠٢٤-٢٠٢٥ ، وذلك لتحديد الآتى :

(١) **حساب صدق المقياس :**تم حساب صدق المقياس كالتالي :

- **صدق المحكمين :**للتحقق من صدق المقياس تم عرضه على مجموعة من السادة المحكمين ، وذلك لإبداء آرائهم وتحديد ما يرونه من تعديلات أو مقترحات .

تم إجراء التعديلات اللازمة فى ضوء آراء السادة المحكمين.

- **الصدق التكوينى : صدق الاتساق الداخلى :** وتم حساب قيمة معامل الاتساق الداخلى بين درجة كل بعد والدرجة الكلية للمقياس .

جدول (٧) معامل الارتباط بين درجة البعد والدرجة الكلية للمقياس

م	أبعاد الكفاح المنتج	معامل الارتباط بالدرجة الكلية
١	الكفاح من أجل بدء المهمة.	٠,٧٠**
٢	الكفاح أثناء تنفيذ المهمة.	٠,٧١**
٣	الكفاح أثناء تفسير طريقة حل المهمة.	٠,٧٣**
٤	الكفاح أثناء التعبير عن الأخطاء بعد الانتهاء من المهمة.	٠,٦٨**

يتضح من الجدول السابق أن معاملات اتساق أبعاد الكفاح المنتج مع الدرجة الكلية لمقياس الكفاح المنتج تراوحت ما بين (٠,٦٨ ، ٠,٧٣) وجميعها معاملات ارتباط دالة إحصائيًا عند مستوى (٠,٠١) ، وبالتالي المقياس يتصف باتساق داخلى جيد ، مما يدل على صدق المقياس .

(٢) حساب ثبات المقياس : تم استخدام طريقة التجزئة النصفية من خلال برنامج SPSS(v.23) ، وكانت قيم معاملات الثبات كما فى جدول (٨) :

جدول (٨)

نتائج ثبات مقياس الكفاح المنتج

المجموعة	معامل الارتباط	معامل الثبات
٥٠	٠,٧٠	٠,٧٩

يتضح من الجدول السابق أن معامل الثبات الكفاح المنتج = ٠,٧٩ ، وهذا يشير إلي أن المقياس له درجة ثبات مناسبة، وبالتالي أصبح المقياس في صورته النهائية ملحق (٥)

جدول (٩)

أبعاد مقياس الكفاح المنتج ، والعبارات المتضمنة في كل منها

م	أبعاد مقياس الكفاح المنتج	أرقام العبارات	عدد العبارات
١	الكفاح من أجل بدء المهمة.	١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧	٧
٢	الكفاح أثناء تنفيذ المهمة.	٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢، ١٣	٦
٣	الكفاح أثناء تفسير طريقة حل المهمة.	١٤، ١٥، ١٦، ١٧، ١٨	٥
٤	الكفاح أثناء التعبير عن الأخطاء بعد الانتهاء من المهمة.	١٩، ٢٠، ٢١، ٢٢، ٢٣، ٢٤، ٢٥	٧
	مجموع عدد عبارات المقياس	**٢٥**	

(٣) زمن المقياس : تم تسجيل الوقت الذى استغرقته كل طالبة في الاستجابة للمقياس بشكل تتابعي ثم حساب المتوسط لهذه الأزمنة ، وتحدد زمن المقياس فى (٦٠) دقيقة.

(٤) تصحيح المقياس : وتم تحديد الدرجات (٣، ٢، ١) ، وذلك وفق الاستجابات الثلاثة على الترتيب.

٣- **بطاقة ملاحظة الكفاح المنتج:**

تم إعداد بطاقة ملاحظة الكفاح المنتج وفقًا للخطوات التالية:

أ- الاطلاع علي بعض الأدبيات والدراسات السابقة ذات الصلة بأبعاد الكفاح المنتج.

ب- تحديد الهدف من بطاقة الملاحظة :تهدف هذه البطاقة إلي قياس الكفاح المنتج لدى طلاب الصف الأول الثانوي.

جـ- تحديد بنود بطاقة الملاحظة :تم تحديد بنود البطاقة في ضوء الاطلاع على الأدبيات والدراسات السابقة التي تناولت الكفاح المنتج وأبعاده(الكفاح من أجل بدء المهمة- الكفاح أثناء تنفيذ المهمة- الكفاح أثناء تفسير

طريقة حل المهمة- الكفاح أثناء التعبير عن الأخطاء بعد الانتهاء من المهمة) .

د- صياغة مفردات البطاقة : تكونت البطاقة (٢٢ عبارة) بصورة مبدئية في ضوء أبعاد الكفاح المنتج ، وتم وضع الاستجابات أمام العبارات وفقًا لمقياس ليكرت الثلاثي (نعم– لا – إلي حد ما) ، وصياغة مجموعة من التعليمات للبطاقة تتسم بالوضوح والدقة والاختصار.

هـ - التجريب الاستطلاعى لبطاقة الملاحظة : تم تطبيق البطاقة على عينة استطلاعية من طلاب الصف الأول الثانوي بمدرسة علي رفيع الثانوية بنات– برأس غارب – محافظة البحر الأحمر ، وبلغ عدد التلميذ (١٠) طالبات، وذلك فى الفصل الأول للعام الدراسى ٢٠٢٤-٢٠٢٥ ، وذلك لتحديد الآتى :

(١) حساب صدق البطاقة :تم حساب صدق البطاقة كالتالي :

- **صدق المحكمين :**للتحقق من صدق البطاقة تم عرضها على مجموعة من السادة المحكمين ، وذلك لإبداء آرائهم وتحديد ما يرونه من ملاحظات أو تعديلات أو مقترحات . وقد تم إجراء التعديلات اللازمة فى ضوء آراء السادة المحكمين.
- **الصدق التكوينى : صدق الاتساق الداخلى :** وتم حساب قيمة معامل الاتساق الداخلى بين درجة كل بعد والدرجة الكلية للبطاقة .

جدول (١٠)

معامل الارتباط بين درجة البعد والدرجة الكلية للبطاقة

م	أبعاد الكفاح المنتج	معامل الارتباط بالدرجة الكلية للبطاقة
١	الكفاح من أجل بدء المهمة.	٠,٦٥**
٢	الكفاح أثناء تنفيذ المهمة.	٠,٧٤**
٣	الكفاح أثناء تفسير طريقة حل المهمة.	٠,٧٠**
٤	الكفاح أثناء التعبير عن الأخطاء بعد الانتهاء من المهمة.	٠,٦٩**

يتضح من الجدول السابق أن معاملات اتساق أبعاد الكفاح المنتج مع الدرجة الكلية لبطاقة الكفاح المنتج تراوحت ما بين (٠,٦٩ ، ٠,٧٤) وجميعها معاملات ارتباط دالة إحصائيًا عند مستوى (٠,٠١) ، وبالتالي البطاقة تتصف باتساق داخلى جيد ، مما يدل على صدقها .

(٢) حساب ثبات بطاقة الملاحظة : للتحقق من ثبات بطاقة ملاحظة الكفاح المنتج تم استخدام طريقة الاتفاق بين الملاحظين، حيث قامت الباحثة ومعلم الرياضيات (مدرب على استخدام بطاقة الملاحظة) بملاحظة ١٠ طالبات ، وتم استخدام معادلة كوبر Cooper لحساب نسبة الاتفاق بين الملاحظين وذلك لكل طالبة كما في جدول (١١) :

جدول (١١)

نتائج ثبات بطاقة ملاحظة الكفاح المنتج

الطالبة	الأولى	الثانية	الثالثة	الرابعة	الخامسة	السادسة	السابعة	الثامنة	التاسعة	العاشرة
نسبة الاتفاق	٩٠,٩ %	٨٦,٣٦ %	٨١,٨٢ %	٩٥,٤٥ %	٩٠,٩١ %	٧٢,٧٣ %	٨١,٨٢ %	٨٦,٣٦ %	٩٥,٤٥ %	٨١,٨٢ %

يتضح من الجدول السابق أن نسب الاتفاق بين الملاحظين تتراوح بين (٧٢,٧٣٪ ، ٩٥,٤٥٪)، وهذا يشير إلي أن البطاقة لها درجة ثبات مناسبة، وبالتالي أصبحت البطاقة في صورتها النهائية ملحق (٦).

جدول (١٢)
بنود بطاقة ملاحظة الكفاح المنتج ، والعبارات المتضمنة في كل منها

م	بنود بطاقة ملاحظة الكفاح المنتج	أرقام العبارات	عدد العبارات
١	الكفاح من أجل بدء المهمة.	١، ٢، ٣، ٤، ٥	٥
٢	الكفاح أثناء تنفيذ المهمة.	٦، ٧، ٨، ٩، ١٠، ١١	٦
٣	الكفاح أثناء تفسير طريقة حل المهمة.	١٢، ١٣، ١٤، ١٥، ١٦	٥
٤	الكفاح أثناء التعبير عن الأخطاء بعد الانتهاء من المهمة.	١٧، ١٨، ١٩، ٢٠، ٢١، ٢٢	٦
	مجموع عدد عبارات البطاقة	**٢٢**	

(٣) تصحيح البطاقة : لتحديد مستوى أداء الطلاب في أبعاد الكفاح المنتج وتم تحديد الدرجات وفق الاستجابات الثلاثة على الترتيب كما يلي: (نعم) وتقدر بثلاث درجات ، (أحيانًا) وتقدر بدرجتين، (لا) وتقدر بدرجة واحدة.

خامسًا : تطبيق تجربة البحث :

١- **التطبيق القبلي لأدوات البحث :**تم تطبيق أدوات البحث (اختبار الجدل الرياضياتي- مقياس الكفاح المنتج- بطاقة ملاحظة الكفاح المنتج) على طلاب الصف الأول الثانوي (مجموعة البحث) ، وتم ذلك الأربعاء و الخميس الموافقين٤، ٢٠٢٤/١٠/٥ م.

٢- **تطبيق البرنامج علي الطلاب (مجموعة البحث):** وذلك من خلال تدريس دروس وحدتي الجبر والعلاقات والدوال المتضمنة في البرنامج على طلاب الصف الأول الثانوي، في البداية تم الاجتماع بالطلاب (مجموعة البحث) قبل البدء في التدريس للتعريف بتجربة البحث وتهيئتهم لها ، ثم تم تدريس دروس الوحدتين، وقد استغرق تدريس الوحدة فترة زمنية قدرها شهرين ، حيث استغرقت الدراسة لهم ست عشرة حصة دراسية بداية من يوم الأحد الموافق ٢٠٢٤/١٠/٨م.

٣- **التطبيق البعدي لأدوات البحث :** تم تطبيق أدوات البحث (اختبار الجدل الرياضياتي- مقياس الكفاح المنتج- بطاقة ملاحظة الكفاح المنتج) على الطلاب (مجموعة البحث) تطبيقًا بعديًا ، وتم ذلك يومى الأحد والأثنين الموافقين١٠، ١١ /١٢/ ٢٠٢٤ م .

سادسًا: نتائج البحث وتفسيرها :

- **اختبار صحة الفرض الأول :** والذى ينص على " توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي درجات طلاب مجموعة البحث في التطبيقين القبلي والبعدي على اختبار الجدل الرياضياتي. "

، تم استخدام البرنامج الإحصائى SPSS (v.23)، وذلك لحساب قيمة "ت" للفرق بين متوسطي درجات طلاب مجموعة البحث في التطبيقين القبلي و البعدى على اختبار الجدل الرياضياتي للتوصل إلي الدلالة الإحصائية.

جدول (١٣)
نتائج اختبار "ت" للفروق بين متوسطى درجات الطلاب مجموعة البحث في التطبيقين القبلي والبعدي علي اختبار الجدل الرياضياتي وكذلك حجم التأثير

المهارات	التطبيق	العدد	المتوسط	الانحراف المعياري	قيمة " ت"	الدالة الإحصائية	كوهين d	حجم التأثير
بناء الادعاءات	القبلي	٤٥	١٢,٣٨	١,٧٢	٢٣,٠٧	دالة عند مستوى ٠,٠١	٣,٤٣	كبير
	البعدي	٤٥	٢٠,٠٩	١,٤٧				

المهارات	التطبيق	العدد	المتوسط	الانحراف المعياري	قيمة " ت"	الدالة الإحصائية	كوهين d	حجم التأثير
جمع الأدلة	القبلي	٤٥	٦,٦٠	٢,٠٥	٢٢,٤٤	دالة عند مستوى ٠,٠١	٣,٣٤	كبير
	البعدي	٤٥	١٤,٨٧	١,٣٤				
تقديم التبريرات	القبلي	٤٥	٨,٢٢	١,٩٤	٢١,٩٦	دالة عند مستوى ٠,٠١	٣,٢٧	كبير
	البعدي	٤٥	١٥,٠٧	١,٤٤				
التنفيد	القبلي	٤٥	٣,٦٤	١,١٧	١١,٧٨	دالة عند مستوى ٠,٠١	١,٧٦	كبير
	البعدي	٤٥	٦,٥٨	١,٠٨				
الاختبار ككل	القبلي	٤٥	٣٠,٨٤	٢,٧٨	٤٤,٥٣	دالة عند مستوى ٠,٠١	٦,٦٤	كبير
	البعدي	٤٥	٥٦,٦٠	٢,٦٥				

- يتضح من الجدول السابق وجود فرق ذات دلالة إحصائية عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطى درجات الطلاب (مجموعة البحث) على اختبار الجدل الرياضياتي ككل وكذلك في مهاراته الفرعية لصالح التطبيق البعدى ، حيث بلغت قيمة ت" " للاختبار ككل ٤٤,٥٣.

- وبذلك تم قبول الفرض ، كما يتضح أن حجم التأثير على اختبار الجدل الرياضياتي كبير حيث أن قيمة كوهين (d) للاختبار ككل تساوى (٦,٦٤) وهى قيمة كبيرة ، وللمهارات الفرعية تراوحت بين (١,٧٦، ٣,٤٣) ، وهذا يشير إلي أن نسبة كبيرة من الفروق تعزى إلى المعالجة التجريبية ، مما يدل على فاعلية البرنامج القائم على المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات CCSSM في تنمية مهارات الجدل الرياضياتي.

- **اختبار صحة الفرض الثانى :** والذى ينص على " توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي درجات طلاب مجموعة البحث في التطبيقين القبلي والبعدي على اختبار الكفاح المنتج. "، تم استخدام البرنامج الإحصائى SPSS (v.23)، وذلك لحساب قيمة "ت" للفرق بين متوسطي درجات طلاب مجموعة البحث في التطبيقين القبلي و البعدى على اختبار الكفاح المنتج للتوصل إلي الدلالة الإحصائية.

جدول (١٤)

نتائج اختبار "ت" للفروق بين متوسطى درجات الطلاب مجموعة البحث في التطبيقين القبلي والبعدي علي اختبار الكفاح المنتج وكذلك حجم التأثير

المهارات	التطبيق	العدد	المتوسط	الانحراف المعياري	قيمة " ت"	الدالة الإحصائية	كوهين d	حجم التأثير
الكفاح من أجل بدء المهمة	القبلي	٤٥	٨,٠٢	٢,١٢	٢١,٧٣	دالة عند مستوى ٠,٠١	٣,٢٤	كبير
	البعدي	٤٥	١٨,٥٦	٣,٠٣				
الكفاح أثناء تنفيذ المهمة	القبلي	٤٥	٨,٤٤	١,٧٧	٢٥,٤٢	دالة عند مستوى ٠,٠١	٣,٧٩	كبير
	البعدي	٤٥	١٥,٦٧	١,٤٩				
الكفاح أثناء تفسير طريقة حل المهمة	القبلي	٤٥	٨,٠٧	١,٧٦	٢٠,٧٠	دالة عند مستوى ٠,٠١	٣,٠٨	كبير
	البعدي	٤٥	١٣,٥٦	١,٠٣				
الكفاح أثناء التعبير عن الأخطاء بعد الانتهاء من المهمة	القبلي	٤٥	١٠,٢٥	٢,٠٧	٢٤,٢١	دالة عند مستوى ٠,٠١	٣,٦١	كبير
	البعدي	٤٥	١٨,٥١	١,١٨				
الاختبار ككل	القبلي	٤٥	٣٤,٧٨	٣,٧٩	٤٦,٧١	دالة عند مستوى ٠,٠١	٦,٩٦	كبير
	البعدي	٤٥	٦٦,٢٩	٣,٨٥				

يتضح من الجدول السابق وجود فرق ذات دلالة إحصائية عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطى درجات الطلاب (مجموعة البحث) على اختبار الكفاح المنتج ككل وكذلك في مهاراته الفرعية لصالح التطبيق البعدى ، حيث بلغت قيمة ت" " للاختبار ككل ٤٦,٧١.

- وبذلك تم قبول الفرض ، كما يتضح أن حجم التأثير على اختبار الكفاح المنتج كبير حيث أن قيمة كوهين (d) للاختبار ككل تساوى (٦,٩٦) وهى قيمة كبيرة ، وللمهارات الفرعية تراوحت بين (٣,٠٨، ٣,٧٩) ، وهذا يشير إلي أن نسبة كبيرة من الفروق تعزى إلى المعالجة التجريبية ، مما يدل على فاعلية البرنامج القائم على المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات CCSSM في تنمية مهارات الكفاح المنتج.

- **اختبار صحة الفرض الثالث :** والذى ينص على " توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي درجات طلاب مجموعة البحث في التطبيقين القبلي والبعدي على بطاقة ملاحظة الكفاح المنتج. "، تم استخدام البرنامج الإحصائى SPSS (v.23)، وذلك لحساب قيمة "ت" للفرق بين متوسطي درجات طلاب مجموعة البحث في التطبيقين القبلي و البعدى على بطاقة ملاحظة الكفاح المنتج للتوصل إلي الدلالة الإحصائية.

جدول (١٥)

نتائج اختبار "ت" للفروق بين متوسطى درجات الطلاب مجموعة البحث في التطبيقين القبلي والبعدي علي بطاقة ملاحظة الكفاح المنتج وكذلك حجم التأثير

المهارات	التطبيق	العدد	المتوسط	الانحراف المعياري	قيمة " ت"	الدالة الإحصائية	كوهين d	حجم التأثير
الكفاح من أجل بدء المهمة	القبلي	٤٥	٨,٨٧	٠,٨٧	١٧,٧٩	دالة عند مستوى ٠,٠١	٢,٦٥	كبير
	البعدي	٤٥	١٢,٨٢	١,١٣				
الكفاح أثناء تنفيذ المهمة	القبلي	٤٥	٩,٩١	١,٤١	٢٦,٠٢	دالة عند مستوى ٠,٠١	٣,٨٨	كبير
	البعدي	٤٥	١٥,٧٦	٠,٩١				
الكفاح أثناء تفسير طريقة حل المهمة	القبلي	٤٥	٨,٩١	١,١٠	١٧,٤٤	دالة عند مستوى ٠,٠١	٢,٦٠	كبير
	البعدي	٤٥	١٢,٨٠	٠,٨٩				
الكفاح أثناء التعبير عن الأخطاء بعد الانتهاء من المهمة	القبلي	٤٥	٩,٢٠	١,٢٥	٢٩,٣٣	دالة عند مستوى ٠,٠١	٤,٣٧	كبير
	البعدي	٤٥	١٤,٥٨	١,١٠				
الاختبار ككل	القبلي	٤٥	٣٤,٧٨	٢,٢١	٥١,٧٥	دالة عند مستوى ٠,٠١	٧,٧١	كبير
	البعدي	٤٥	٦٦,٢٩	١,٧١				

يتضح من الجدول السابق وجود فرق ذات دلالة إحصائية عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطى درجات الطلاب (مجموعة البحث) على بطاقة ملاحظة ككل وكذلك في بنودها الفرعية لصالح التطبيق البعدى ، حيث بلغت قيمة ت" " للبطاقة ككل ٥١,٧٥.

- وبذلك تم قبول الفرض ، كما يتضح أن حجم التأثير على بطاقة ملاحظة الكفاح المنتج كبير حيث أن قيمة كوهين (d) للبطاقة ككل تساوى (٧,٧١) وهى قيمة كبيرة ، وللبنود الفرعية تراوحت بين (٢,٦٠، ٤,٣٧) ، وهذا يشير إلي أن نسبة كبيرة من الفروق تعزى إلى المعالجة التجريبية ، مما يدل على فاعلية البرنامج القائم على المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات CCSSM في تنمية مهارات الكفاح المنتج.

مناقشة النتائج :

- **بالنسبة للفرض الأول :** أوضحت نتائج الفرض الأول فاعلية البرنامج القائم علي المعايير الأمريكية المحورية المشتركة CCSSM في تنمية مهارات الجدل الرياضياتي لدى طلاب الصف الأول الثانوي ويرجع ذلك إلي الأسباب التالية:

- ما تضمنته المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات من ممارسات رياضياتية تم اتباعها أثناء تطبيق البرنامج داخل الصف والتي تتمثل في بناء الحجج الرياضياتية والقدرة علي تقديم تبريرات منطقية ونقد أفكار وحلول الآخرين بالإضافة إلي التركيز علي الفهم العميق للمفاهيم والتعميمات الرياضياتية مما ساعد علي تنمية مهارات الطلاب في إنتاج حجج جديدة والتعبير عنها وكذلك فهم الحج المقدمة ونقدها ، وهذا يتفق مع نتائج دراسة ليمان وفريند (Lehmann&Friend,2025) التي أوضحت أن الممارسة الثالثة من ممارسات المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات والتي تنص على "بناء حجج قابلة للتبرير ونقد تفكير الآخرين" تسهم في تنمية مهارة الكتابة الجدلية الرياضياتية مما يعزز مهارات التواصل الرياضياتي وبناء الحجج والتبريرات المنطقية .
- الاهتمام بمهارات التواصل الرياضياتي كأحد المعايير الأساسية خلال تطبيق البرنامج ساعد الطلاب على التعبير عن أفكارهم الرياضياتية بطريقة شفهية وكتابية مما أتاح لهم الفرصة لعرض أفكارهم بوضوح ومناقشتها مع زملائهم داخل الصف وكذلك تبادل الآراء حول المفاهيم والتعميمات الرياضياتية مما عزز تنمية الجدل الرياضياتي كعملية تفاعلية ، بالإضافة إلي توظيف ممارسة النمذجة باستخدام الرياضيات والذي اتاح للطلاب القدرة على تفسير أفكارهم وحججهم للآخرين ، وكذلك تقديم مشكلات رياضياتية مفتوحة النهاية للطلاب وتقديم أسئلة تتطلب طرق متعددة للحل ساعدهم على المقارنة بين الطرق المتعددة والدفاع عنها بالحجة والدليل ، وهذا يتفق مع دراسة زيادة (٢٠١٩) والتي توصلت نتائجها إلي فاعلية برنامج قائم علي منحني STEM ومعايير CCSSM في تنمية بعض مهارات التفكير الناقد المتمثلة في التعرف على الافتراضات والتفسير وتقييم الحجج والاستنتاجات لدى المتعلمين، بالإضافة إلي دراسة إمام وعيد (٢٠٢٠) التي توصلت نتائجها إلي فعالية استراتيجية الصف المعكوس وفق معايير الممارسات الرياضياتية العالمية CCSSM في تنمية سلوكيات حل المشكلات الجبرية لدى المتعلمين، كما أوضحت أن النمذجة الرياضياتية ساعدت المتعلمين على حل المشكلات الواقعية من خلال بناء التخمينات واستخدام المفاهيم وخصائص العمليات في تقديم تبريرات منطقية للاستنتاجات والحلول مما أدى إلي تنمية مهارة نقد استدلات الآخرين لدى المتعلمين.

بالنسبة للفرض الثانى والفرض الثالث : أوضحت نتائج الفرضين الثاني والثالث فاعلية البرنامج القائم علي المعايير الأمريكية المحورية المشتركة CCSSM في تنمية الكفاح المنتج لدى طلاب الصف الأول الثانوي ويرجع ذلك إلي الأسباب التالية:

- ساعدت الممارسات الصفية التي تم تطبيقها في البرنامج القائم علي المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات علي جعل الطلاب أكثر فاعلية في حل المشكلات الرياضياتية ومواجهة التحديات أثناء الحل، حيث تركز هذه الممارسات على الفهم العميق للمفاهيم والتعميمات الرياضياتية مع الاهتمام بالحلول الإجرائية للمشكلات، مما أدى إلي دعم كفاح الطلاب قبل البدء في الحل وأثناء حل تلك المشكلات.
- توظيف ممارسة استخدام النمذجة في الرياضيات كأحد ممارسات المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات ساعد الطلاب على حل المشكلات الرياضيات الحياتية ومواجهة مواقف غير مألوفة ،وهذا يتطلب من الطلاب بذل مزيد من الجهد أثناء حل تللك المشكلات ، وكذلك كفاحهم في تفسير طرق الحل المستخدمة للآخرين.

- البرنامج القائم على المعايير الأمريكية المحورية المشتركة وجه التدريس داخل الصف نحو التفكير الناقد والمثابرة والنمذجة وتعدد الاستراتيجيات أثناء الحل والتعلم من الأخطاء والاعتماد على استيعاب المفاهيم بعمق بدلًا من الحفظ والاستظهار والحلول السريعة ، مما أدى إلي دعم كفاح الطلاب المنتج في الصف.

وتتفق هذه النتيجة مع دراسة الأحول (٢٠٢١) التي توصلت نتائجها إلي فاعلية وحدة دراسية في الرياضيات قائمة على مدخل STEM و معايير STEM في تنمية حل المشكلات الرياضياتية الحياتية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية، علاوة على دراسة مهاود(٢٠٢٤) التي أوضحت نتائجها فاعلية برنامج قائم على المعايير المحورية المشتركة للرياضيات المدرسية باستخدام مراسي التعلم الالكترونية في تنمية عمق المعرفة لدى تلاميذ الصف الأول الاعدادي، كما توصلت نتائج دراسة اللهيبي وآخرون (٢٠٢٥) إلي الأثر الفعال لاستراتيجية مقترحة قائمة على معايير CCSSM في تنمية التفكير الماهر والذي يتمثل في التنبؤ و التصنيف واتخاذ القرار وتوليد البدائل والاحتمالات وحل المشكلات لدى طالبات الصف الرابع علمي.

سابعًا: التوصيات والبحوث المقترحة :

- **توصيات البحث : فى ضوء ما توصلت إليه نتائج البحث ، يوصى بما يلى :**

١- عقد دورات تدريبية للمعلمين تركز على ممارسات الرياضيات الثمانية المتضمنة في معايير CCSSM، وكذلك اكسابهم مهارات تصميم مواقف تعليمية وأنشطة صفية قائمة على المناقشة والحوار بما يعزز مهارات الجدل الرياضياتي والكفاح المنتج للمتعلمين.

٢- تضمين كتب الرياضيات في المراحل التعليمية المختلفة بالممارسات الرياضياتية الثمانية لمعايير CCSSM ، بالإضافة إلي أنشطة ومشكلات رياضياتية تتطلب تقديم المتعلم حجج وتبريرات منطقية وممارسة التفكير الناقد أثناء الحل.

٣- تطوير أساليب تقويم الرياضيات بحيث تشمل جوانب متعددة تشمل الفهم العميق والمثابرة والجدل الرياضياتي بالإضافة إلي الجانب التحصيلي.

٤- إعداد وثيقة معتمدة لمعايير مناهج الرياضيات في المرحلة الثانوية يواكب التطورات التربوية الحديثة ويراعي معايير الرياضيات العالمية.

- **بحوث مقترحة : بناء علي نتائج البحث التي تم التوصل إليها ، يمكن إجراء مجموعة من البحوث والدراسات ، ومن هذه البحوث:**

١- فاعلية برنامج قائم على المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات CCSSM علي تنمية الاستيعاب المفاهيمي والاستدلال الرياضياتي لدي طلاب المرحلة الثانوية.

٢- فاعلية برنامج تدريبي قائم على المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات CCSSM في تنمية الممارسات التدريسية المعززة للجدل الرياضياتي لدى طلاب كلية التربية .

٣- تطوير مناهج الرياضيات بالمرحلة الثانوية في ضوء المعايير الأمريكية المحورية المشتركة للرياضيات CCSSM وأثره على تنمية التفكير الاستراتيجي لدى طلاب المرحلة الثانوية.

٤- إجراء مزيد من البحوث و الدراسات التي تتناول توظيف المعايير العالمية و الاستراتيجيات التدريسية الحديثة بهدف تنمية الجدل الرياضياتي والكفاح المنتج لدى المتعلمين في المراحل التعليمية المختلفة .

المراجع :

أولًا : المراجع العربية :

الإمام، يوسف الحسيني و عيد، إسراء الحسيني. (٢٠٢٠). ممارسة سلوكيات حل المشكلة في إطار المعايير المحورية المشتركة للرياضيات المدرسية: فعالية نموذج تعليمي يستند إلي استراتيجية الفصول المعكوسة لتلاميذ المرحلة الإعدادية . *مجلة تربويات الرياضيات*. ٢٣(٣)، ٥٤-٢١

البحيري، سماح جمال. (٢٠٢٤). تصميم نموذج للتعلم القائم على ممارسات الجدل الرياضياتي لتنمية مهارات التفكير الجبري والسعي نحو الدقة لدى تلاميذ المرحلة الاعدادية . *مجلة تربويات الرياضيات*. ٢٧(٥)، ٢٥٢-١٨١

الجندي، حسن عوض ، و الأحول، مروة نبيل. (٢٠٢٢). توظيف الكتاب التفاعلي القائم علي تقنية Code-QRفي تنمية مهارات التواصل الرياضياتي ودعم الكفاح المنتج في تعلم الرياضيات لدى طلاب معاهد العبور. *مجلة جامعة الفيوم للعلوم التربوية والنفسية*. ٤(١٦).٤٩١ - ٥٩٥

.

جودة، سامية حسين.(٢٠٢٠). تصور مقترح لتطوير مناهج الرياضيات للمرحلة الإعدادية بجمهورية مصر العربية في ضوء المعايير الأمريكية الأساسية المشتركة للرياضيات CCSSM ومدخل STEM التكاملي . *مجلة كلية التربية*. ٣١(١٢). ٢٥-٨٨

حمدي، إيمان سمير. (٢٠٢٠). فاعلية برنامج مقترح قائم على معايير الرياضيات للجيل القادم NYS لتنمية التحصيل واستخدام الممارسات الرياضياتية والكفاءة الذاتية في تدريس الرياضيات لدى الطالبة المعلمة . *مجلة تربويات الرياضيات*. ٢٣(٧)، ٢١٩-١٥٩

حمودة، روان حسين (٢٠٢٣). *تحليل محتوى الهندسة في كتب الرياضيات الأردنية للصفين السابع والثامن الأساسيين في ضوء المعايير العامة المشتركة للرياضيات CCSSM*. رسالة ماجستير. كلية التربية. جامعة الهاشمية

خليل، إبراهيم بن الحسين.(٢٠٢٤). فاعلية برنامج تعليمي في تنمية التحصيل الرياضي والكفاح المنتج لدى طلاب المرحلة المتوسطة. *المجلة الدولية للأبحاث التربوية*. ٤٨(١). ٦٧- ٩٨

زيادة، رنا أحمد وقنيبي، عبير رشدي. (٢٠٢٢). تحليل محتوى كتب الرياضيات في ضوء المعايير الأمريكية الأساسية المشتركة للرياضيات. *مجلة المناهج وطرق التدريس – المركز القومي للبحوث غزة*، ١(٥)، ٢٧-١

زيادة، رنا محمود .(٢٠١٩). *فاعلية برنامج قائم على منحنى STEM وفق معايير CCSSM في تنمية مهارات التفكير الناقد في الرياضيات لدى طالبات الصف الحادي عشر علمي بغزة*. رسالة ماجستير.كلية التربية. الجامعة الإسلامية بغزة

سيد، هويدا محمود.(٢٠٢٢). استخدام الجيوجبرا في تنمية الكفاح المنتج والفهم العميق في وحدة الهندسة والقياس لطلاب الصف الأول الإعدادي بمحافظة أسيوط . *مجلة تربويات الرياضيات*. ٢٥(٣). ١٧٩- ٢٣٩

الشرمان، آية محمد. (٢٠٢٤). *تحليل محتوى كتاب الرياضيات المطور للصف السادس الأساسي في ضوء المعايير العامة المشتركة للرياضيات CCSSM*. رسالة ماجستير. كلية التربية. جامعة آل البيت

شكر، آية عبد السلام و عبد الحميد ، عبد الناصر محمد و الحنفي، أمل محمد. (٢٠٢٣). استراتيجية مقترحة قائمة على معايير الممارسات الرياضية لتحسين مستويات التفكير التناسبي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية . *مجلة كلية التربية* . ٢٠٢٣(٤)، ٤٠-١

الصعيدي، على عبد الرحيم. (٢٠٢٢). تقييم محتوى كتب رياضيات المرحلة الإعدادية للطلاب الوافدين بمعاهد البحوث الإسلامية في ضوء المعايير المحورية المشتركة للرياضيات المدرسية CCSSM. *مجلة التربية*.١٩٦(٥)، ٥٧٧-٥٢٥

عبد السيد، شادي ميلاد و عبد الملاك، مينا عبد المسيح. (٢٠٢٥). وحدة دراسية مقترحة في الحركة الدورية والموجية قائمة علي المدخل التكاملي متعدد التخصصات (STEM) لتنمية مهارات الجدل الرياضي والاستدلال العلمي لدى تلاميذ الحلقة الثانية من التعليم الأساسي . *مجلة كلية التربية في العلوم التربوية*. ٤٩(١)، ٢١٠-١٣١

عبد العال، هبه محمد و عبده ، محمد سيد .(٢٠٢٤). برنامج قائم على التعلم الخبراتي لتنمية القدرة على دعم الكفاح المنتج في الرياضيات والرشاقة المعرفية لدى الطلاب المعلمين بكلية التربية . *مجلة تربويات الرياضيات*. ٢٧ (٣). ٢٠٦–٢٥٣.

عبد العال، هبه محمد. (٢٠٢٣). وحدة مقترحة في المنطق الرياضي وفاعليتها في تنمية مهارات الجدل الرياضي والثقة الرياضياتية لدى تلاميذ الحلقة الأولى من التعليم الأساسي. *مجلة تربويات الرياضيات*. ٢٦(٦)، ١٠-٥١.

عبدالله، على محمد. (٢٠٢٤). استخدام استراتيجية البنتاجرام في تدريس الرياضيات لتنمية الذكاء المنطقي الرياضي والكفاح المنتج لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. *مجلة تربويات الرياضيات*. ٢٧(٢)، ١٠-٧٤.

عسقول، محمد عبد الفتاح و زيادة ، رنا أحمد. (٢٠٢٢). فاعلية برنامج قائم على منحنى STEM وفق معايير CCSSM في تنمية مهارات التفكير الناقد في الرياضيات لدى طالبات الصف الحادي عشر علمي بغزة . *مجلة جامعة النجاح للأبحاث: العلوم الإنسانية*. ٣٦(٦)، ١١٤٢-١١٠٩

عطيفه، أحمد محمد. (٢٠٢٤). درجة توفر معايير CCSSM في محتوى كتب الرياضيات المطورة للحلقة الأولى من التعليم الأساسي بالجمهورية اليمنية. *مجلة الجامعة الإسلامية للعلوم التربوية والاجتماعية*. ١٩، ١٣٧-١٧٠

الغامدي، سناء صالح و التميمي، خلود فواز. (٢٠١٨). تقييم محتوى كتب الرياضيات المدرسية للصفوف النيا بالمملكة السعودية في ضوء المعايير الأمريكية الأساسية المشتركة للرياضيات CCSSM. *مجلة رسالة التربية وعلم النفس*. ٦٢، ١-٢٨

القرشي، عبد الرحمن بن عواض و الشهري ، سامي بن مصبح (٢٠٢٤). أثر برنامج تدريبي مقترح قائم على نموذج فارك لأنماط التعلم في تنمية ممارسات دعم الكفاح المنتج وكفاءة الذات التدريسية لدى معلمي الرياضيات بالمرحلة المتوسطة .*مجلة العلوم التربوية والدراسات الإنسانية*. (٤١). ٥١٩–٥٥١. https://doi.org/10.55074/hesj.vi41.1152

القواس، محمد أحمد. (٢٠٢٢). تصور مقترح لتطوير محتوى كتب الرياضيات للمرحلة الثانوية في الجمهورية اليمنية في ضوء المعايير الأمريكية الأساسية المشتركة للرياضيات. *مجلة اتحاد الجامعات العربية للتربية وعلم النفس*. ٢٠(١)، ٧٠-٣٤

اللهيبي، زينب نعمت و ضحوي، حسين عبيد و إبراهيم، قيس اسماعيل .(٢٠٢٥). أثر استراتيجية مقترحة قائمة علي معايير الممارسة الرياضياتية (CCSSM) في تنمية الماهر لدى طالبات الصف الرابع علمي لمادة الرياضيات. *مجلة العلوم الأساسية*. ٨٣(١٠٠) .٨٣- ١٠٠.

مهاود، حشمت عبد الصابر. (٢٠٢٤). فاعلية برنامج في الإحصاء قائم على المعايير المحورية المشتركة للرياضيات المدرسية CCSSM باستخدام مراسي التعلم الالكترونية في تنمية عمق المعرفة الإحصائية والحس الاحصائي لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. *المجلة التربوية*.١٢٢، ٣٢٤-٤٦٥.

ثانيًا: المراجع الأجنبية :

Akhyaruddin, A., & Mujib, A. (2025). The influence of the Mikir learning model & drill method on students' mathematical argumentation ability. *Journal of Science and Research*. 6(1). 60–70.https://pusdikra-publishing.com/index.php/josr

Akkus,M.(2016). The Common Core State Standards for Mathematices.*International Journal of Research in Education and Science(IJRES).*2(1).49-54.
and Teacher Education. 85. 190–203.

Ayalon, M. (2019). Exploring changes in mathematics teachers' envisioning

Baker, K., Jessup, N. , Jacobs, V., Empson, S., & Case, J. (2020). Productive struggle in action. *Mathematics Teacher: Learning and Teaching PK-12*. 113(5). 361–367. https://doi.org/10.5951/MTLT.2019.0060

Boaler, J. (2016). *Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages, and innovative teaching*. Jossey-Bass.

Brouwer, M. N., & Ziegler, G. M. (2020). Mathematical dialogue and the importance of debate in research. *Journal of Mathematical Education.* 43(2). 119-134. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01135-8

Cardetti, F., & LeMay, S. (2018). Argumentation: Building students' capacity for reasoning essential to learning mathematics and sciences. *PRIMUS*.29(8).775–798. https://doi.org/10.1080/10511970.2018.1482581

Common Core State Standards Initiative (CCSSI).(2010). Common Core State Standards for mathematics. Washington,DC:National Governors Association Center for Best of chief State School Officiers. Retrieved from: http://www.corestdards.org/read-the-standards/

Common Core State Standards of Mathematics CCSSM. (20١0).High School Number and Quantity. RetrievedFrom: https://www.oregon.gov/ode/educatorresources/standards/mathematics/Documents/ccssmn.pdf

Dossey, J. A., McCrone, S. S., Giordano, F. R., & Weir, M. D. (2016). *Mathematics methods and modeling for today's mathematics classroom: A contemporary approach to teaching grades 7-12* . Cengage Learning.

Dossey, J. A., McCrone, S., & Halvorsen, K. (2016). Mathematics Education in the United States 2016: A Capsule Summary Fact Book. National Council of Teachers of Mathematics.

Edwards, C. (2018). Productive struggle.*Mathematics Teaching in the*

El-Ahwal, M. N., & Shahin, A. (2020). Using video-based on tasks for improving mathematical practice and supporting the productive struggle in learning math among student teachers in the Faculty of Education. *International Journal of Instructional Technology and Educational Studies* . 1(1). 25–31. https://doi.org/10.21608/ihites.2020.29051.1013

Erita, S. (2023). The influence of problem-based learning-flipped classroom (PBL-FC) on mathematical argumentation skills. *Indonesian Journal of Science and Mathematics Education*. 6(3). 395–404. https://doi.org/10.24042/ijsme.v5i1.18458

Francisco, J. M. (2022). Supporting argumentation in mathematics classrooms: The role of teachers' mathematical knowledge. *LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education*. 10(2). 147–170. https://doi.org/10.31129/LUMAT.10.2.1701

Hiebert, J., & Grouws, D. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. *In Second handbook of research on mathematics teaching and learning* . 1(1). 371–404
http://doi.org/10.36771/ijre.48.1.24-pp66-98

Inglis, M., & Mejía-Ramos, J. P. (2009). On the persuasiveness of visual arguments in mathematics. *Foundations of Science*. 14(1–2). 97–110. https://doi.org/10.1007/s10699-008-9149-4

Jackson, R. R., & Lambert, C. (2010). *How to support struggling students*. ASCD.

Kang, H. (2016). Productive struggle in mathematics classrooms: A case study of teachers' instructional practices and student engagement. *Journal of Mathematics Education*. 9(3). 245–260.

Khalil, I. (2024). The effectiveness of an educational program in developing mathematical achievement as well as developing productive struggle among students of intermediate stage. *International Journal for Research in Education*. 48(1). 66–98.

Krpan, C. (2018). *Teaching math with meaning: Cultivating self-efficacy through learning competencies*. Pearson Education Canada.

Kurniawan, S., Rosjanuardi, R., & Suhendra. (2023). Students' mathematical argumentation ability when proving mathematical statements based on self-efficacy. *Jurnal Elemen*. 9(2). 578–590. https://doi.org/10.29408/jel.v9i2.15151
learning Math. *Teach Middle Sch*. 5. 378–382.

Lehmann, T&Friend,L. (2025).Mathematical Argumentative Writing in k-12 Education: Asystematic Literature Review. *International Journal of Science and Mathematics Education*.Advanced on line. https://doi.org/10.1007/s10763-025-10590-7

Lemley, S. M., Ivy, J. T., Franz, D. P., & Oppenheimer, S. F. (2019). Metacognition and middle grade mathematics teachers: Supporting productive struggle. *The Clearing House: A Journal of Educational Strategies, Issues and Ideas*. 92(1-2). 15–22. https://doi.org/10.1080/00098655.2018.1547264

Lin, P.-J. (2018). Improving knowledge for teaching mathematical argumentation in primary classrooms. *Journal of Mathematics Education*.11(1). 17–30. https://doi.org/10.26711/007577152790018

Magiera, M. T., & Zambak, V. S. (2020). Supporting grades 1–8 pre-service teachers' argumentation skills: Constructing mathematical arguments in situations that facilitate analyzing cases. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 51(7). 1001–1022. https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1762938

McCauly-Young,E. (2018). *Implementation of Common Core State Standred for Mathematices Throgh Technology* . Master ,s Project .California State University.
Middle School. 23(4). 183.

Moher-Schroeder,J., Jakson, C., Delaney, C., & Cavalcanti, M. (2018). *Gaining Valuable Field Experience Through the Use of Informal Learning Environments, Educating Prospective Secondary Mathematics Teacher*. Spring

Muhtadi, D., Sukirwan, Hermanto, R., Warsito, & Sunendar, A. (2020). How do students promote mathematical argumentation through guide-redirecting warrant construction. *Journal of Physics: Conference Series*. 1613(1). https://doi.org/10.1088/1742-6596/1613/1/012031

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *Principles to action: Ensuring mathematics success*. National Council of Teachers of Mathematics.

New York State Education Department. (2017). New York State Next Generation mathematics learning standards. http://www.nysed.gov/common/nysed/files/programs/curriculum-instruction/nys-next-generation-mathematics-learning-standards.pdf of potential argumentation situations in the classroom. *Teaching*

Pasquale, M. (2016). Productive struggle in mathematics [Research & practice brief]. Education Development Center, Inc. (Interactive STEM). ERIC ED571660.

Paurowski, M. (2022). *The association between productive struggle and student achievement in the International Baccalaureate mathematics classroom*.Doctoral dissertation. Kennesaw State University). https://digitalcommons.kennesaw.edu/seceddoc_etd/37/

Phuangsua, K., & Poonpaiboonpipat, W. (2020). The effects of mathematics learning activities based on mathematical argumentation model on mathematical reasoning ability of grade 5 students. *Journal of Education and Innovation.* 24(1). 66–75. Retrieved from https://so06.tci-thaijo.org/index.php/edujournal_nu/article/view/241835

Putri, D., Hartono, Y., & Hiltrimartin, C. (2024). The Structure Of Algebraic Argumentation Of High School Students With The Toulmin Model. *Journal of Education and Learning Mathematics Research (JELMaR).* 4(2). 184-191. https://doi.org/10.37303/jelmar.v4i2.123

Reuter, F. (2023). Explorative mathematical argumentation: A theoretical framework for identifying and analysing argumentation processes in early mathematics learning. *Educational Studies in Mathematics*. 112(3). 415–435. https://doi.org/10.1007/s10649-022-10199-5

Russo, J., Bobis, J., Downton, A., Livy, S., & Sullivan, P. (2021). Primary teacher attitudes towards productive strugglein mathematics in remote learning versus classroom-based settings. Education Sciences, 11(2), 35. https://doi.org/10.3390/educsci11020035

Salazar-Torres, J., Vera, M., Contreras, Y., Gelvez-Almeida, E., Valbuena, O., Barrera,D., & Rincon, O. (2019). Mathematical Argumentation in the Classroom. Journal oPhysics: Conference Series, III International Meeting of Mathematical Education, 11–13 April 2019, San José of Cúcuta, Colombia, 1-6.

Smith, M.S., (2000). Redefining success in mathematics teaching and

Sommerhoff, D., Kollar, I., & Ufer, S. (2021). Supporting mathematical argumentation and proof skills: Comparing the effectiveness of a sequential and a concurrent instructional approach to support resource-based cognitive skills. *Frontiers in Psychology*.11. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.572165

Syaban, R., Masduki, M., & Jailani, J. (2021). The structure of algebraic argumentation of high school students with the Toulmin model. Journal of Physics: Conference Series. 1882(1). 118-135. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1882/1/012154

Tran, D. (2016). Statistical Association: Alignment of current U.S. High School Textbooks With the Common Core State Standards For Mathematics. *School Science and Mathematics*. 116(5).286-296

Tristanti, L. B., & Nusantara, T. (2021). Improving students' mathematical argumentation skill through infusion learning strategy. *Annual Conference on Science and Technology Research (ACOSTER), Journal of Physics: Conference Series*. 1783(1). 012103. IOP Publishing. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1783/1/012103

van Ness, C. & Maher, C. (2019). Analysis of the argumentation of nine-year-olds engaged in discourse about comparing fraction models. *The Journal of Mathematical Behavior*. 53. 13–41. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.04.004

Vogel, F., Kollar, I., Fischer, F., Reiss, K., & Ufer, S. (2022). Adaptive scaffolding for argumentation skills: The role of self-regulation in scaffolding with CSCL texts and guided practical examples. *International Journal of Computer-Supported Collaborative Learning*. 17(1). 39–64. https://doi.org/10.1007/s11412-022-09363-z

Warshauer, H. K. (2015). Productive struggle in middle school mathematics classrooms. *Journal of Mathematics Teacher Education*. 18(4).375–400. https://doi.org/10.1007/s10857-014-9286-3

Wohlrapp, H. R. (2014). *The Concept of Argument A Philosophical Foundation*. (Vol 4). Springer

Young, J. R., Bevan, D., & Sanders, M. (2023). How productive is the productive struggle? Lessons learned from scoping review. International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology, 12(2), 470–495. https:doi.org/10.46328/ijemst.3364