

**فاعلية استراتيجية تدريسية قائمة على ممارسات التدريس العادل في تعزيز الهوية
الرياضية لدى طلاب المرحلة المتوسطة**

**The Effectiveness of a Teaching Strategy Based on Equity Practices in Enhancing
Mathematical Identity of Middle School Students**

إعداد

أ.د/ محمد صنت الحربي
جامعة الملك سعود، كلية التربية، قسم المناهج
وطرق التدريس
dalhrbi@ksu.edu.sa

أ/ محمد العتيبي
الإدارة العامة للتعليم بمحافظة الطائف
m9n99@hotmail.com

المستخلص: هدفت الدراسة إلى تحديد فاعلية استراتيجية تدريسية قائمة على ممارسات التدريس العادل في تعزيز الهوية الرياضية لدى طلاب الصف الثالث متوسط. ولتحقيق أهداف الدراسة أتبع الباحثان المنهج التجريبي القائم على التصميم شبه التجريبي باستخدام مجموعة تجريبية ومجموعة ضابطة، وبلغ عدد طلاب مجموعة البحث (47) طالبًا بمدرسة الأمير ماجد المتوسطة بمحافظة الطائف. وقد تم إعداد مقياس للهوية الرياضية بالاستفادة من الأدبيات والأبحاث ذات العلاقة، وكذلك تم التحقق من صدق أداة الدراسة وثباتها، واستخدام الأساليب الإحصائية المناسبة لمعالجة البيانات. وأظهرت نتائج الدراسة فاعلية استراتيجية التدريس القائمة على ممارسات التدريس العادل في تعزيز الهوية الرياضية بجميع أبعادها (الاهتمام بالرياضيات، والاعتقاد بالكفاءة الرياضية، والانطباع الاجتماعي حول التمكن في الرياضيات) لدى طلاب الصف الثالث المتوسط عند مستوى دلالة (0.05) وبحجم تأثير مرتفع. حيث وجد فرق دال إحصائيًا بين متوسط درجات طلاب المجموعة التجريبية ومتوسط درجات طلاب المجموعة الضابطة في القياس البعدي لمقياس الهوية الرياضية لصالح المجموعة التجريبية، كما وجد فرق دال إحصائيًا بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية في القياس القبلي والبعدي للهوية الرياضية لصالح التطبيق البعدي. وبناءً على هذه النتائج قدمت الدراسة مجموعة من التوصيات إلى المختصين وخبراء المناهج ومعلمي الرياضيات ومشرفيهم التربويين، كما قدمت عددًا من المقترحات البحثية ذات العلاقة بموضوع الدراسة.

الكلمات المفتاحية: الهوية الرياضية، ممارسات التدريس العادل، الاهتمام بالرياضيات، الكفاءة الرياضية، العقلية النمائية.

ABSTRACT: This Study aimed to determine the effectiveness of a teaching strategy based on Equity teaching practices in enhancing mathematical identity among ninth-grade students. A quasi-experimental design was adopted, utilizing experimental and control groups comprising 47 students from Prince Majid Middle School in Taif Governorate. A mathematical identity scale was developed based on relevant literature, with psychometric properties verified, and appropriate statistical methods were employed. Results indicate the teaching strategy's significant effectiveness in enhancing mathematical identity across all its dimensions (Interest in Mathematics, belief in mathematical competence, and viewing oneself as a mathematician) among ninth-grade students, at a 0.05 significance level with a high effect size. A statistically significant difference was found between the mean scores of the experimental and control groups in the post-measurement of the mathematical identity scale, in favor of the experimental group. Additionally, a statistically significant difference was observed between the pre- and post-measurements of mathematical identity within the experimental group, in favor of the post-application. Based on these findings, recommendations are presented for education experts, mathematics teachers, and educational supervisors, along with several research proposals related to the study topic.

Keywords: Mathematical Identity, Interest in Mathematics, Mathematical competence, Equity practices, Growth mindset.

المقدمة:

يشهد العالم تغيراتٍ متسارعةً جعلت اكتساب المهارات الرياضية من الأساسيات الضرورية في المنظومة التعليمية؛ إذ تمكن هذه المهارات الطلبة من التعامل مع المشكلات المعقدة، وتطوير أفكار وحلولٍ مبتكرةٍ. لذا تُولي كثيرٌ من الأنظمة التعليمية حول العالم اهتمامًا بالغًا بتحسين نواتج تعلم الرياضيات، سواءً من خلال تطوير المناهج أو توظيف خطط التدريس الحديثة، إذ تعد هذه الخطوات استثمارًا مهمًا لبناء مستقبل اجتماعي واقتصادي أفضل.

غير أن هذا الاهتمام لا يواجه تحدياتٍ مرتبطةً بالمناهج أو أساليب التدريس فقط، بل يمتد ليشمل معتقدات الطلاب واتجاهاتهم نحو المادة نفسها؛ فطلاب كثيرون ينظرون إلى الرياضيات على أنها مادة صعبةٌ مملّةٌ، وهذا المنظور يجعل ضمان نجاح بعض المبادرات والخطط الحديثة غير مؤكّد، فإذا كانت معتقدات الطلاب نحو مادة الرياضيات سلبيةً، فسيفلّ تفاعلهم ومشاركتهم في أثناء تعلم الرياضيات، وسينعكس ذلك على مستوى المعارف والمهارات التي سيكتسبونها. وقد وضح سانشال وشارما (Sanchal & Sharma, 2017) ذلك؛ حيث أشارا إلى أن توجّه الطلاب نحو مادة الرياضيات يبدأ على شكل اعتقادٍ نحو الرياضيات، وهذا الاعتقاد يتحول إلى شعور نحو المادة، وهذا الشعور يتطور إلى سلوكٍ يؤثر في مشاركته في التعلم.

هنا تبرز أهمية الهوية الرياضية كعامل مهم في فهم كيف تتشكل علاقة الطالب بالرياضيات. تتجاوز النظرة الحديثة لتعلم الرياضيات الفكرة التقليدية التي تعتبرها عملية فردية تركز على التراكم الداخلي للمعرفة. وتؤكد النظريات التعليمية الحديثة المتسقة مع المنظور الاجتماعي الثقافي؛ على أن التفاعلات التي تحدث أثناء التعلم لا تنفصل عن المعرفة المنتجة، بل تشكلها فعليًا. فسياق وطبيعة المشاركة في تعلم الرياضيات لا يؤثران فقط على تشكيل المهارات المعرفية، بل أيضًا على هويّات الطلاب كمتعلمين للرياضيات، مما يؤثر في النهاية على قدرتهم على تطبيق معرفتهم في مواقف جديدة وفي العالم الحقيقي (Boaler & Greeno, 2000). إن أحد الأهداف الأساسية لتعليم الرياضيات هو إعداد طلاب يرغبون في ممارسة رياضية تنسم بالتحدي وذات قيمة في نظرهم؛ وهو ما يؤكد أهمية تنمية هويات رياضية إيجابية لديهم (Bishop, 2012).

وتتجلى أهمية الهوية الرياضية في تأثيرها العميق على تعلم الرياضيات. فقد سلّط المجلس الوطني للبحوث الضوء على دور العوامل الوجدانية من خلال مفهوم الرغبة المنتجة، والتي تشمل معتقدات إيجابية حول الرياضيات والتعلم الفعال (National Research Council [NRC], 2001). كما شدد المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (٢٠١٩/٢٠١٤، [NCTM] National Council of Teachers of Mathematics) على ضرورة أن يعزز تعليم الرياضيات المتعلمين المستقلين الواثقين الذين يثابرون في حل المشكلات الصعبة. وتؤكد مجموعة من الدراسات أن تعزيز الهوية الرياضية يؤثر إيجابًا على الجوانب التالية (Boaler & Selling, 2017; Gresalfi & Hand, 2019):

١. الانخراط والمشاركة في تعلم الرياضيات.
 ٢. التحصيل الرياضي.
 ٣. مواصلة الدراسة والمثابرة الأكاديمية.
 ٤. القدرة على تطبيق التفكير الرياضي في سياقات مختلفة.
- ويرى كوب وآخرون (Cobb et al., 2009) أن الطلاب يطورون هويتين مترابطتين ومتميزتين أثناء تعلم الرياضيات:
- ١- الهوية المعيارية: تنشأ من الثقافة الجماعية للصف الدراسي، وتحدد التوقعات والقيم المشتركة لما يعنيه أن يكون الفرد فاعلاً في الرياضيات. وتبنى هذه الهوية من خلال ممارسات الصف التي تضع معايير الفعالية والكفاءة وتُنظّم توزيع السلطة.

٢- الهوية الشخصية: تتشكل عبر تقييم الطالب الذاتي لقدراته الرياضية وتصوره لمكانته بين أقرانه، وتعكس مدى استعداده للمشاركة في الأنشطة الرياضية.
ولفهم أعمق للهوية الرياضية للمتعلم، اقترح رادوفك وآخرون (Radovic et al., 2018) نموذجًا بثلاثة أبعاد:

- الاجتماعي/الذاتي: يقيم ما إذا كانت العوامل المؤثرة في تشكيل الهوية الاجتماعية خارجية أم تجارب شخصية داخلية.
 - التمثيل/التنفيذ: يركز على شكل الهوية؛ هل هي قصص يرويها الطلاب (تمثيل) أم طرق تصرفهم الفعلية (تنفيذ) في سياقات رياضية؟
 - التغيير/الاستقرار: يبحث في طبيعة الهوية؛ هل يُنظر إليها كثابتة نسبيًا أم ككيان يتطور باستمرار؟
- وتوصي الدراسات التي تناولت مفهوم الهوية الرياضية المعلمين بتبني مجموعة من الممارسات التدريسية لتعزيزها، ومن أبرزها:

- توزيع السلطة والمهام: إعطاء الطلاب دورًا في بناء الأفكار وتقييمها وشرحها، ومنحهم حرية اتخاذ القرار يعزز هويتهم، بينما الرفض المستمر يهشمهم (Langer-Osuna, 2017).
- معرفة الطلاب والثقة بقدراتهم: النظر إلى تجارب الطلاب الفريدة كنقاط قوة، وتشجيعهم على مشاركة تجاربهم الشخصية والتأمل فيها يساعدهم على متابعة تقدمهم وتطوير هوية إيجابية (Allen & Schnell, 2016).
- أنشطة رياضية عميقة وذات معنى: تصميم أنشطة تحفز الطلاب على فهم المعاني الرياضية وتصور أهميتها وتطبيقاتها الواقعية، بدلًا من التركيز على اتباع إجراءات متكررة دون فهم، الأمر الذي قد ينعكس سلبيًا على هويتهم (Canonigo & Joaquin, 2023).
- تطوير العقلية النمائية: استخدام مهام رياضية مفتوحة ومتدرجة الصعوبة (low-floor, high-ceiling Tasks)، وإرسال رسائل صريحة حول تطور الدماغ وأهمية الأخطاء والمثابرة في المحاولة (Boaler et al., 2021).

ويأتي مفهوم التدريس العادل ليقدم إطاراً عملياً لمعالجة التحديات المتعلقة بالاتجاهات السلبية وتعزيز الهوية الرياضية الإيجابية لدى الطلاب. فالتدريس العادل، الذي نشأ استجابة لعدم المساواة في الفرص والنتائج التعليمية؛ لا يهدف إلى معاملة الجميع بنفس الطريقة، بل إلى تزويد كل طالب بالدعم المناسب لاحتياجاته الفردية والثقافية واللغوية، وهو أمر مهم في فصول الرياضيات التي يكون طلابها من مستويات متباينة (Cramer et al., 2018; Gutiérrez, 2013). وتسعى ممارسات التدريس العادل، مثل تلك التي اقترحها آغيري وآخرون (Aguirre et al., 2013) - كالتعمق في الرياضيات، وتعزيز الكفاءات المتعددة، وتأكيد الهوية، وجذب الاهتمام، والاعتماد على مصادر المعرفة المتعددة - إلى بناء بيئة تعليمية يتحقق فيها جميع الطلاب من كفاءتهم وقدراتهم، وتُزرع فيها هوية رياضية إيجابية من خلال فهم خلفياتهم والاعتماد على نقاط قوتهم. إن تبني هذه الاستراتيجيات التي تربط بين الممارسات التدريسية العادلة وتعزيز الهوية الرياضية يعد أمرًا ضروريًا لتطوير تعليم رياضيات فعال وعادل يناسب جميع الطلاب. وتستند هذه الاستراتيجيات على معتقدات منتجة أساسية حول إمكانية الوصول والعدالة في الرياضيات، كما أوضحها المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM 2014/2019)، فهي تنطلق من مبدأ أن القدرة الرياضية ليست سمة فطرية ثابتة، بل هي نتاج للفرص المتاحة، والخبرات الغنية، والجهد المبذول. وعليه؛ فإن جميع الطلاب قادرين على المشاركة الفعالة والنجاح في الرياضيات، ويستحقون الدعم المتباين الذي يلبي احتياجاتهم الفردية لتحقيق أعلى المستويات. وتتحقق العدالة بتوفير هذا الدعم المتخصص، وضمان وصول الجميع إلى مناهج دراسية عالية الجودة، وإشراكهم في مهام رياضية تتسم بالتحدي وتتطلب تفكيرًا عاليًا، والثقة بقدراتهم على فهم المسائل الصعبة والمثابرة في حلها عند توفير البيئة الداعمة والثقة اللازمة.

مشكلة الدراسة:

تنوّعت الجهود المبذولة لتطوير تعليم الرياضيات في المملكة العربية السعودية خلال السنوات الماضية، وشملت تطوير معايير مجال تعلم الرياضيات، وكذلك تقديم دورات تدريبية للمعلمين لتحسين الممارسات التدريسية، ورغم تلك الجهود فإنه لا يوجد تحسُّن واضح في نتائج الطلاب السعوديين في الاختبارات الدولية؛ حيث كان متوسط أداء طلاب الصف الثاني متوسط في اختبار دراسة الاتجاهات الدولية في الرياضيات والعلوم Trends of the International Mathematics and Science Studies (TIMSS)، لعام 2019 في مجال الرياضيات (394) نقطة، وهي مطابقة لنتيجة عام 2011، وأقل من المتوسط العالمي لعام 2019، والذي حدد بـ (500) نقطة (هيئة تقويم التعليم، 2020).

ويجب أخذ جميع العوامل المؤثرة في النتائج بعين الاعتبار لوضع خطط لتجاوزها والتغلب عليها، ومن ضمنها الجوانب الوجدانية التي تؤثر في علاقة الطالب بالرياضيات. ويمكن ملاحظة هذه الجوانب أثناء التحدث مع الطلاب ومناقشتهم داخل الصف الدراسي؛ حيث يرى بعضهم أنها صعبة ومملة، وهذا قد يعكس وجود تصوّر سلبي لديهم، وتؤكد نتائج استبانة الطلاب في تيمز (TIMSS) وجود تلك المعتقدات والتصورات لدى الطلاب السعوديين، فنسبة (37%) من طلاب الصف الثامن لا يحبون مادة الرياضيات، وكذلك نسبة (32%) من الطلاب ليس لديهم ثقة بقدرتهم على التعامل مع الرياضيات، وهو ما يعبر عن كفاءتهم الذاتية (Mullis et al., 2020)، وجميع هذه العوامل تندرج تحت مظلة أوسع، وهي ما يمكن التعبير عنه بالهوية الرياضية للطالب، وأشار بلاك وآخرون (Black et al., 2010) إلى أن الاختلاف في الهوية الرياضية قد يفسر لنا سبب ضعف مشاركة الطلاب في تعلم الرياضيات، وكذلك أوضحت تريسكوت (Trescott, 2020) أن هناك علاقة إيجابية بين الهوية الرياضية والتحصيل الرياضي.

علاوة على ذلك، فالهوية الرياضية للطلاب يمكن أن تؤثر بشكل إيجابي على قدرته على حلّ المسائل الرياضية الصعبة، وتحديدًا على قدرته على المثابرة على حلّ المشكلات الرياضية، وهو ما أوضحته دراسة (Bishop, 2012)، فقد أثبت وجود علاقة إيجابية بين الهوية الرياضية وقدرة الطلاب على المثابرة على تعلم الرياضيات، ويمكننا ملاحظة أن الطلاب في المملكة العربية السعودية يواجهون صعوبات في حلّ المشكلات الرياضية كلما ازدادت تعقيدًا، وأصبحت مسارات الحلّ غير واضحة، وهذا ما توضّحه نتائج الطلاب في اختبار تيمز (TIMSS 2019) للرياضيات، فنسبة طلاب الصف الثاني المتوسط الذين حققوا المعيار الدوليّ العالي هي (2%) فقط، وهذا المعيار يتطلب القدرة على تطبيق المعرفة الرياضية في مواقف معقّدة نسبيًا، وكذلك لم يصل إلى المعيار الدوليّ المتقدّم أحد من الطلاب تقريبًا، وهذا المعيار يتطلب حلّ المسائل في مجموعة متنوعة من السياقات، وحلّ المشكلات المعقّدة نسبيًا (هيئة تقويم التعليم، 2020).

وتعدّ ممارسات التدريس العادل وسيلة مناسبة لتعزيز الهوية الرياضية لدى الطلاب، وهذه الممارسات تختلف في عددها ومستهدفاتها، إلا أنها تتقاطع في نقاط رئيسية مشتركة طرّحها المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) في مجموعة من الإصدارات المختلفة (Aguirre et al., 2013; Huinker et al., 2020; NCTM, 2021).

ورغم وجود عدد من الدراسات المحليّة التي تناولت المتغيّرات الوجدانية ذات العلاقة بالرياضيات، إلا أن القليل منها يقدّم حلولاً لمعالجة القصور في هذه الجوانب (المالكي والغامدي، 2019)، وعلى حدّ علم الباحثين لا توجد دراسات محلية ركّزت على تعزيز الهوية الرياضية لدى الطلاب من خلال تقديم استراتيجيات تدريسية مناسبة، وهذا ما تدعمه دراسة غرافن وهايديميتزونيم (Graven & Heyd-Metzuyanin, 2019) التي وضّحت التوزيع الجغرافي للدول التي خرجت منها بحوث تجريبية مرتبطة بالهوية الرياضية، ولم تشر إلى دراسات بارزة في المنطقة، واستنادًا إلى

ما سبق تحدت مشكلة الدراسة في تصميم استراتيجية تدريسية قائمة على ممارسات التدريس العادل، والكشف عن فاعليتها في تعزيز الهوية الرياضية لدى طلاب الصف الثالث متوسط.

أسئلة الدراسة:

تمثلت أسئلة الدراسة فيما يلي:

١. ما الاستراتيجية التدريسية القائمة على ممارسات التدريس العادل للرياضيات؟
٢. ما فاعلية الاستراتيجية التدريسية القائمة على ممارسات التدريس العادل في تعزيز الهوية الرياضية لدى طلاب الصف الثالث متوسط؟

أهداف الدراسة:

تمثلت أهداف الدراسة فيما يلي:

١. تصميم استراتيجية تدريسية قائمة على ممارسات التدريس العادل للرياضيات.
٢. تحديد فاعلية الاستراتيجية التدريسية القائمة على ممارسات التدريس العادل في تعزيز الهوية الرياضية لدى طلاب الصف الثالث متوسط.

فروض الدراسة:

- لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى $(\alpha \leq 0.05)$ بين متوسطي نتائج طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لمقياس الهوية الرياضية.
- لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى $(\alpha \leq 0.05)$ بين متوسطي نتائج طلاب المجموعة التجريبية في التطبيق القبلي والبعدي لمقياس الهوية الرياضية.

أهمية الدراسة:

الأهمية النظرية:

قد تكون الدراسة إضافة للأدبيات في مجال تدريس الرياضيات، وذلك من خلال:

١. توضيح النظريات التي تستند إليها الجهود الحديثة لتعزيز الهوية الرياضية، وإبراز الجوانب التي يمكن تبنيها للتطبيق العملي.
٢. توضيح أهمية ممارسات التدريس العادل المتوافقة مع ثقافة المجتمع، وذلك بالاستناد إلى أحدث الدراسات العالمية.

الأهمية التطبيقية:

١. استفادة المعلمين من استراتيجية التدريس القائمة على ممارسات التدريس العادل، وتطبيقها أثناء التدريس.
٢. تقديم رؤية واضحة لبرامج إعداد المعلمين والتطوير المهني عن الممارسات المهمة لتعزيز الهوية الرياضية.
٣. تقديم مقياس للهوية الرياضية يمكن للمعلمين، والمشرفين التربويين، والباحثين الاستفادة منه.

حدود الدراسة:

تحدت الدراسة بالحدود الآتية:

١- الحدود الموضوعية:

- تدريس وحدتي "المعادلات الجذرية والمثلثات، والإحصاء والاحتمال" من كتاب الصف الثالث المتوسط، الفصل الدراسي الثالث.
- استراتيجية التدريس التي أعدها الباحث والقائمة على ممارسات التدريس العادل وتسعى إلى تعزيز الهوية الرياضية.

- الهوية الرياضية من المنظور النفسي النمائي، ويمكن قياسها من خلال تصورات الطلاب.
- ٢- الحدود الزمانية: طُبِّقت الدراسة خلال الفصل الثالث للعام الدراسي 1445 هـ.
- ٣- الحدود المكانية: مدراس المرحلة المتوسطة التابعة لمكتب الإشراف التربوي بشمال محافظة الطائف.

مصطلحات الدراسة:

١. ممارسات التدريس العادل Equity-Based Practices: هي الممارسات التي تتطلب استجابة سريعة ومنظمة حسب الحاجة، لتعزيز الوصول والإنجاز والتقدم العادلين في تعليم الرياضيات لكل طالب (Aguirre et al., 2013).
- وتُعرّف ممارسات التدريس العادل إجرائياً بأنها: مجموعة من الممارسات التي يتعين على معلمي المرحلة المتوسطة أن يخططوا لها جيداً ويطبّقونها أثناء تدريسهم، وتتضمن معرفة عميقة بالطلاب وقدراتهم، وتنظيم تفاعلات صافية فعّالة وتحديد أهداف واضحة. واختيار مهام رياضية متنوعة وملائمة ثقافياً وذات مستويات تحدٍ مناسبة، تتيح مداخل حل مختلفة. وأخيراً، تقديم الدعم المستمر من خلال تعزيز العقلية النمائية، وتقديم السقالات التعليمية، وتصحيح المفاهيم لضمان تحقيق جميع الطلاب لتوقعات عالية.
٢. الهوية الرياضية Mathematical Identity: هي التصورات التي غالباً ما تكون ضمنية لدى المرء حول من هو أو هي في ما يتعلق بالرياضيات وأنشطتها (Bishop, 2012).
- وتُعرّف الهوية الرياضية إجرائياً بأنها: تصوّر ضمني لدى طالب الصف الثالث المتوسط عن نفسه فيما يتعلق بالرياضيات وأنشطتها، ومدى اهتمامه بالرياضيات، وقدرته على المشاركة والأداء الفعال، وكيف ينظر إليه الآخرون في سياق تعلم الرياضيات. وتُقاس بالدرجة التي يحصل عليها الطالب في مقياس الهوية الرياضية.

إجراءات الدراسة:

منهج الدراسة:

نظراً لطبيعة أهداف هذه الدراسة فقد تم استخدام المنهج شبه التجريبي ذي تصميم المجموعتين التجريبية والضابطة؛ والذي يُعد ملائماً لأهداف الدراسة الحالية. وقد عرّف العساف (2006) المنهج شبه التجريبي بأنه منهج تجريبي بالأصل، لكن حصلت عليه تعديلات تناسب الظاهرة الإنسانية ومدى تعقدها وإمكانية تأثرها بعوامل خارجية.

مجتمع الدراسة وعينته:

يتكون مجتمع الدراسة من جميع طلاب الصف الثالث متوسط بمدارس المرحلة المتوسطة التابعة لمكتب الإشراف التربوي بشمال محافظة الطائف. وتم اختيار عينة ممثلة لمجتمع الدراسة من طلاب الصف الثالث متوسط في مدرسة الأمير ماجد المتوسطة وعددهم (47) طالباً، منهم (26) طالباً في المجموعة التجريبية و(21) طالباً في المجموعة الضابطة؛ حيث تم تعيين المجموعتين بطريقة عشوائية.

مادة الدراسة:

١. مراجعة الأدبيات المتعلقة بممارسات التدريس العادل في الرياضيات والاستراتيجيات التي تعزز الهوية الرياضية.
٢. تحديد أربعة عناصر رئيسية للاستراتيجية (معرفة الطلاب، وتنظيم التفاعلات، وتحديد المهام، وتقديم الدعم المناسب)، ودمجها ضمن مكونات التدريس الأساسية.

٣. تطبيق الاستراتيجية مبدئياً على عينة طلابية وجمع الملاحظات وعرضها على مجموعة من المشرفين التربويين للحصول على آرائهم .

٤. بناء مسودة أولية لدليل المعلم استناداً إلى الاستراتيجية المطورة والجدول الزمني لتنفيذها .

٥. تحكيم دليل المعلم من خلال عرضه على أساتذة ومختصين للوصول إلى صيغته النهائية.
أداة الدراسة:

لتحقيق أهداف الدراسة تم بناء مقياس للهوية الرياضية يتكون من ثلاثة أبعاد، وقد تم اتباع الخطوات المنهجية في بناء المقياس، بعد تحديد مصادر بناء أداة الدراسة؛ حيث تم الاستفادة من البحوث والدراسات السابقة وعديد من المراجع التي تتعلق بموضوع الدراسة. ومن أبرز الدراسات التي تناولت أبعاد وبنى الهوية الرياضية (Cribbs et al., 2015; Fellus, 2019; Kaspersen & Ytterhaug, 2020; Slater et al., 2018)

صدق أدوات الدراسة وثباتها:

أولاً: صدق المقياس

تم التأكد من صدق المقياس من خلال ما يلي:

١- صدق المحتوى (Content Validity)

تم التحقق من صدق المحتوى للمقياس بعرضه في صورته الأولية على عدد من المحكمين من أساتذة تعليم الرياضيات، ومن المعلمين والمشرفين من ذوي الخبرة التربوية؛ وذلك لإبداء آرائهم وملاحظاتهم حول الفقرات من حيث: المناسبة لأبعاد المقياس، ومدى الصحة العلمية واللغوية، ومدى الوضوح للطالب. وفي ضوء التوجيهات العلمية التي أبداه المحكمون تم إجراء التعديلات المقترحة، وإعادة الصياغة، وإضافة عبارات سلبية ونقل بعض الفقرات بين الأبعاد. وقد تم الإبقاء على معظم الفقرات التي نالت اتفاق المحكمين بأنها مناسبة للبعد، وصحيحة علمياً ولغوياً، وواضحة لدى الطالب.

٢- الاتساق الداخلي (Internal Consistency Validity):

تم تطبيق مقياس الهوية على عينة استطلاعية قوامها (45) طالباً؛ من غير المشاركين في العينة الأساسية للدراسة، وتم استخدام معامل ارتباط بيرسون (Pearson Correlation) في حساب مدى ارتباط أبعاد المقياس بدرجته الكلية، وجاءت النتائج كما يوضح الجدول التالي:

جدول (١)

نتائج صدق الاتساق الداخلي لأبعاد مقياس الهوية الرياضية

أبعاد المقياس	عدد الفقرات	معامل الارتباط
الاهتمام بتعلم الرياضيات	6	0.939
الاعتقاد بالكفاءة الرياضية	9	0.955
الانطباع الاجتماعي حول التمكن في الرياضيات	3	0.716

يتبين من الجدول (١) أن معاملات ارتباط أبعاد المقياس بدرجته الكلية تراوحت بين (0.716-0.955)، وهي جميعاً دالة عند مستوى (0.05) مما يُعطي مؤشراً جيداً على الاتساق الداخلي لمقياس الهوية الرياضية.

ثانياً: ثبات المقياس

تم استخدام معامل الثبات ألفا كرونباخ لحساب ثبات الأبعاد والدرجة الكلية لمقياس الهوية الرياضية، وذلك بالاستعانة بالبرنامج الاحصائي (SPSS) للبيانات التي تم جمعها من العينة الاستطلاعية، وجاءت النتائج كما يبين الجدول التالي:

جدول (٢)

نتائج ثبات مقياس الهوية الرياضية بطريقة ألفا كرونباخ

أبعاد المقياس	عدد الفقرات	معامل الثبات
الاهتمام بتعلم الرياضيات	6	0.908
الاعتقاد بالكفاءة الرياضية	9	0.801
الانطباع الاجتماعي حول التمكن في الرياضيات	3	0.740
جميع فقرات المقياس	18	0.923

يتضح من الجدول (٢) أن معاملات الثبات لأبعاد المقياس تراوحت بين (0.740 – 0.908)، وبلغت قيمة معامل ألفا كرونباخ للمقياس ككل (0.923)، وهذا يعني أن المقياس يتمتع بدرجة مرتفعة من الثبات.

أساليب التحليل الإحصائي:

تم استخدام الأساليب الإحصائية التالية:

- معامل ارتباط "بيرسون" (Pearson's coefficient)، للتأكد من الاتساق الداخلي لأداة الدراسة.
- معامل الثبات بطريقة ألفا كرونباخ (Alpha Cronbach's)، للتأكد من ثبات أدوات الدراسة.
- اختبارات لعينتين مستقلتين (Independent sample t test)؛ للكشف عن الفروق بين متوسطي درجات المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لمقياس الهوية الرياضية.
- مقياس دلتا جلاس (Glass's Δ) للكشف عن حجم الأثر، ويُستخدم لتقدير مدى الاختلاف أو التأثير بين مجموعتين.
- اختبارات لعينتين مترابطتين (Paired t test)؛ للكشف عن الفروق بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لمقياس الهوية الرياضية.
- مقياس كوهين (Cohen's dz) للكشف عن حجم الأثر، ويُطبق في سياق التصاميم البحثية التي تتضمن قياسات مترابطة (مثل اختبار "ت" للعينات المترابطة).

عرض نتائج الدراسة ومناقشتها:

يتناول هذا الجزء عرضاً للنتائج التي تم التوصل إليها بعد تطبيق أدوات الدراسة والتحليل الإحصائي للبيانات، مع مناقشة هذه النتائج وتفسيرها في ضوء الإطار النظري والدراسات السابقة ذات الصلة.

وقد سعت الدراسة الحالية إلى الإجابة عن الأسئلة الآتية:

١. ما الاستراتيجية التدريسية القائمة على ممارسات التدريس العادل للرياضيات؟
٢. ما فاعلية الاستراتيجية التدريسية القائمة على ممارسات التدريس العادل في تعزيز الهوية الرياضية لدى طلاب المرحلة المتوسطة؟
و تُعرض نتائج كل سؤال على النحو الآتي:
أولاً: إجابة السؤال الأول، الذي ينص على:

- ما الاستراتيجية التدريسية القائمة على ممارسات التدريس العادل للرياضيات؟

وللإجابة عن السؤال تم اتباع الخطوات الآتية:

١. بناء استراتيجية التدريس المقترحة القائمة على ممارسات التدريس العادل في صورتها الأولية، بعد الرجوع إلى الأدبيات ذات العلاقة والمشار إليها سابقاً.
٢. التطبيق المبدئي للاستراتيجية لمدة ثلاثة أسابيع؛ وذلك من أجل رصد المشكلات التي قد تواجه تطبيقها، والتحقق من مناسبتها لطلاب المرحلة المتوسطة قبل التطبيق الفعلي، والعمل على تطويرها من خلال: التأكد من مناسبة كل ممارسة، والتعرف على مواطن القوة أو الخلل في إجراءات

الاستراتيجية المقترحة. وقد تم تسجيل الملاحظات الصفية والاستعانة بشواهد من بعض المهام التي نفذها الطلاب. ثم تم عرضها على مجموعة من المشرفين المتخصصين، وطلب منهم إبداء ملاحظاتهم واقتراح حلول للتطوير والتحسين. وبعد ذلك تم تطوير الاستراتيجية التدريسية بناء على الملاحظات السابقة.

٣. بناء دليل المعلم في ضوء الاستراتيجية التدريسية، وتحكيمة من قبل مجموعة من أساتذة تعليم الرياضيات، ومن المعلمين والمشرفين ذوي الخبرة التربوية الميدانية. ثم إجراء التعديلات المطلوبة.

عناصر الاستراتيجية:

تتكون الاستراتيجية القائمة على ممارسات التدريس العادل التي تم تطويرها من عدة عناصر رئيسية. وهي لا تخضع لتدرج زمني متتابع (مراحل)، ولا تغير بشكل جذري تسلسل بنية الدرس المقدم، لكنها تتكامل مع جميع جوانب التدريس (التخطيط- التنفيذ- التفاعل- التقويم) لتحقيق الأهداف المنشودة، وهذه العناصر هي:

١- معرفة الطلاب: معرفة متكاملة بمستويات الطلاب ونقاط القوة وجوانب القصور، وكذلك علاقتهم بالرياضيات، وكيف ينظر إليهم زملاؤهم.

٢- تنظيم التفاعلات الصفية: وضع قواعد صفية واضحة وتحديد التوقعات والأهداف والأدوار، وكذلك تنظيم مجموعات التعلم بما يتناسب مع المهام الرياضية مع الأخذ بالاعتبار تباين المجموعات.

٣- تحديد المهام: تحديد المهام التي تحقق أهداف الدرس، ويراعى أن تكون هذه المهام متنوعة، وتشمل:

- مهام ذات مداخل حل مختلفة؛ تساعد الطلاب على استخدام معرفتهم السابقة وقدراتهم المختلفة على الحل، فيمكن لبعض الطلاب استخدام التمثيلات البسيطة للحل بينما يمكن لطلاب آخرين استخدام صيغ رياضية أكثر تعقيداً للحل.

- مهام مرتبطة بثقافة الطلاب وخبراتهم. ويراعى عند بناء هذه المهام أن تكون مرتبطة بما يواجهه الطلاب في حياتهم اليومية وما يألفونه، وذلك يقلل الشعور بعدم الارتباط بالرياضيات وأهميتها في حياتهم.

- مهام تحوي سقالات مفهومية؛ بحيث يصمم نموذج حل للطلاب يقدم خطوات إرشادية تساعده على ترتيب أفكاره والتخطيط للحل؛ مما يقلل احتمال استسلامه للفشل وتوقفه عن الحل، وهذه الإرشادات مرتبطة بإستراتيجيات حل المشكلة.

٤- الدعم: تعد من أهم المراحل والتي يجب أن ينصب تركيز المعلم عليها بشكل كبير، وتتعدد أساليب الدعم لتشمل: تحفيز الطلاب على إكمال المهام الرياضية، وتشجيع الطلاب على تبرير حلولهم واستنتاجاتهم. وتنميين الأفكار المختلفة. وتصحيح المفاهيم المغلوطة. كذلك تعزيز مفهوم مقدرة الدماغ على التطور والتكيف.

ثانياً: إجابة السؤال الثاني، الذي ينص على:

ما فاعلية الاستراتيجية التدريسية القائمة على ممارسات التدريس العادل في تعزيز الهوية الرياضية لدى طلاب الصف الثالث متوسط؟

وللإجابة عن هذا السؤال تم استخدام اختبار صحة الفرضيتين الأولى والثانية على النحو الآتي:

- اختبار صحة الفرضية الأولى: التي تنص على أنه " لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى α (≤ 0.05) بين متوسطي نتائج طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لمقياس الهوية الرياضية".

ولاختبار هذه الفرضية، تم استخدام اختبار "ت" لعينتين مستقلتين بعد أن تم التأكد من تحقق شرطي استخدام اختبار "ت" للمقارنة بين متوسطين مستقلين (المجموعة التجريبية، المجموعة الضابطة)،

مجلة تربويات الرياضيات – المجلد (٢٨) العدد (٤) ابريل ٢٠٢٥م الجزء الثاني

وذلك من خلال استخدام اختبار كولمجروف - سمرنوف؛ للتحقق من اعتدالية التوزيع الطبيعي في نتائج القياس البعدي، واختبار ليفين؛ للتحقق من تجانس التباين، كما يوضحه الجدول الآتي:

جدول (٣)

نتائج اختبار الاعتدالية وتجانس التباين لبيانات القياس البعدي لمقياس الهوية الرياضية لدى المجموعتين الضابطة والتجريبية

البعدي	المجموعة	العدد	اختبار كولمجروف - سمرنوف	الدلالة الإحصائية	اختبار ليفين	الدلالة الإحصائية
الاهتمام بالرياضيات	الضابطة	21	0.146	0.200	1.259	0.268
	التجريبية	26	0.136	0.200		
الاعتقاد الرياضي	بالكفاءة الضابطة	21	0.174	0.095	4.565	0.038
	التجريبية	26	0.095	0.200		
الانطباع الاجتماعي حول التمكن في الرياضيات	الضابطة	21	0.167	0.131	5.55	0.022
	التجريبية	26	0.178	0.073		
الدرجة الكلية للهوية الرياضية	الضابطة	21	0.110	0.200	5.529	0.023
	التجريبية	26	0.105	0.200		

يتضح من خلال نتائج جدول (٣) أن بيانات مقياس الهوية الرياضية على مستوى الدرجة الكلية وأبعادها تتوزع توزيعاً طبيعياً؛ حيث كانت نتائج اختبار كولمجروف - سمرنوف غير دالة إحصائياً، مما يدل على تحقق شرط التوزيع الطبيعي. فيما كانت نتائج اختبار ليفين لتجانس التباين دالة إحصائياً على مستوى الدرجة الكلية وبعض أبعاد الهوية الرياضية، مما يعني عدم تحقق شرط تجانس التباين. وبناءً على ذلك يمكن استخدام اختبار "ويلش ت" (Welch's t-test) للبيانات غير المتجانسة للكشف عن دلالة الفروق بين متوسطي مقياس الهوية الرياضية لدى طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في القياس البعدي. وكذلك يمكن استخدام (Glass's Δ) لكشف حجم الأثر، وتقادي تأثيرات عدم تجانس التباين.

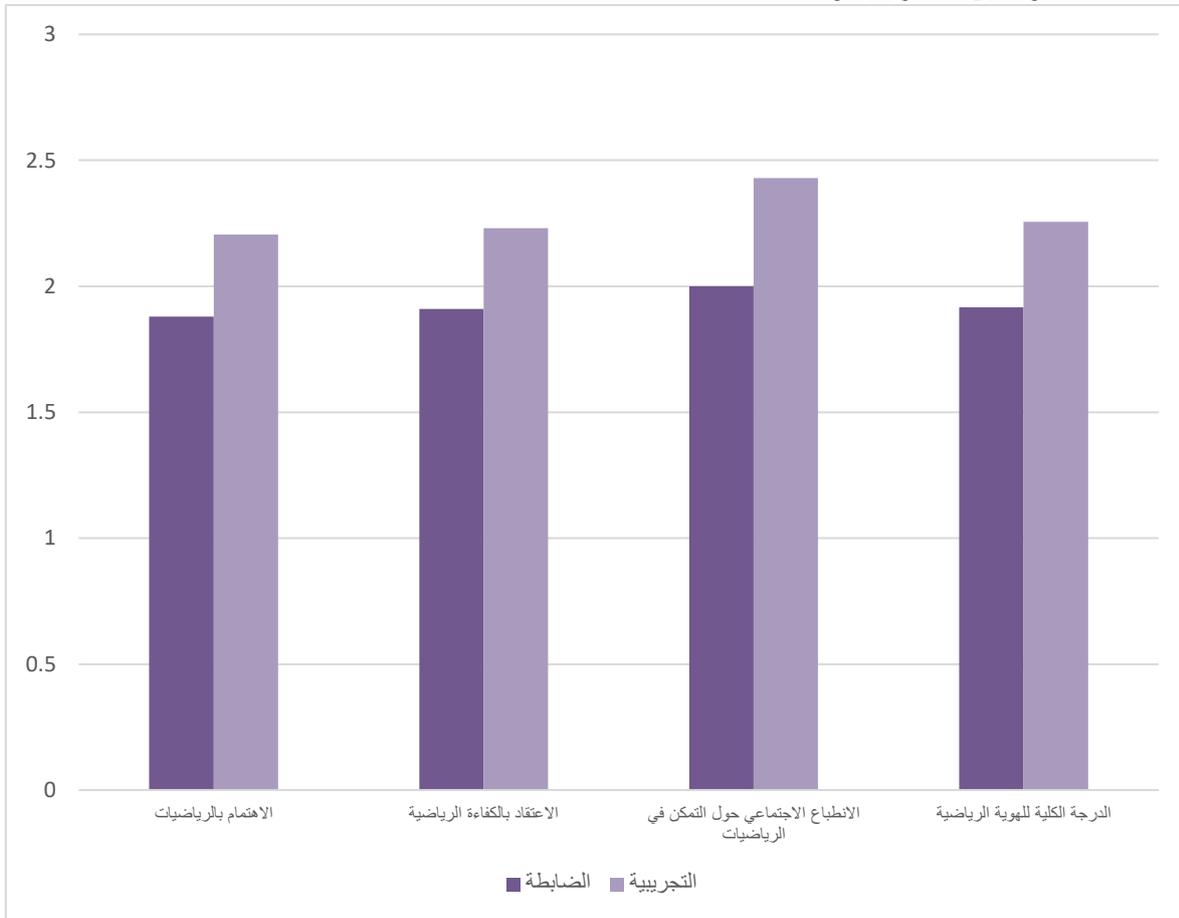
جدول (٤)

نتائج اختبار ت للعينات المستقلة للكشف عن دلالة الفروق بين متوسطي نتائج الهوية الرياضية في القياس البعدي لطلاب المجموعتين التجريبية والضابطة

البعدي	المجموعة	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	اختبارات	الدلالة الإحصائية	حجم الأثر Glass's Δ
الاهتمام بالرياضيات	الضابطة	21	1.88	0.428	-2.797	0.008	0.77
	التجريبية	26	2.205	0.366			
الاعتقاد الرياضي	بالكفاءة الضابطة	21	1.910	0.463	-2.626	0.013	0.69
	التجريبية	26	2.230	0.348			
الانطباع الاجتماعي حول التمكن في الرياضيات	الضابطة	21	2	0.745	-2.400	0.023	0.58
	التجريبية	26	2.43	0.409			
الدرجة الكلية للهوية الرياضية	الضابطة	21	1.916	0.468	-2.849	0.007	0.73
	التجريبية	26	2.256	0.317			

يتضح من جدول (٤) وجود فرق دال إحصائياً بين المجموعتين التجريبية والضابطة في القياس البعدي لمقياس الهوية الرياضية على مستوى الدرجة الكلية وأبعادها كل على حدة؛ حيث كان الفرق لصالح المجموعة التجريبية ذات المتوسط الأكبر، مما يعني رفض الفرضية الصفرية وقبول البديلة التي تنص على أنه " يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى $(\alpha \leq 0.05)$ بين متوسطي نتائج طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لمقياس الهوية الرياضية".

كما يتضح من جدول (٤) أيضاً وجود حجم تأثير واضح للإستراتيجية القائمة على ممارسات التدريس العادل في تعزيز الهوية الرياضية؛ حيث بلغت قيمتها بالدرجة الكلية (0.73)، وقد تراوحت قيم حجم التأثير في أبعاد الهوية الرياضية (0.58 – 0.77)، وهي بمستوى أعلى من المتوسط تزيد عن (0.50). ويوضح التمثيل التالي المتوسطات الحسابية في القياس البعدي للهوية الرياضية وأبعادها لدى طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة.



شكل (١) المتوسطات الحسابية في القياس البعدي للهوية الرياضية لطلاب المجموعتين الضابطة والتجريبية.

- اختبار صحة الفرضية الثانية: لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى $(\alpha \leq 0.05)$ بين متوسطي نتائج طلاب المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لمقياس الهوية الرياضية. ولاختبار هذه الفرضية، تم استخدام اختبار "ت" لعينتين مترابطتين للكشف عن دلالة الفروق الإحصائية بين درجات الهوية الرياضية في القياسين القبلي والبعدي للمجموعة التجريبية، وكذلك تم استخدام (Cohen d_z) لكشف حجم الأثر لعينتين مترابطتين. كما يوضحه الجدول الآتي:

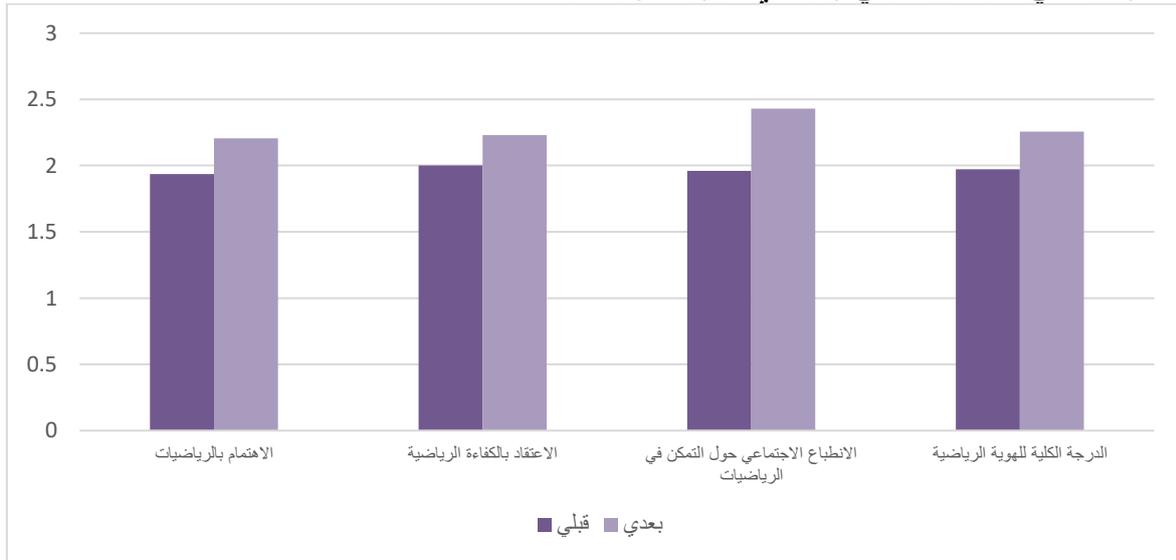
جدول (٥)

نتائج اختبارات للعينات المترابطة للكشف عن دلالة الفروق بين متوسطي نتائج الهويّة الرياضية في القياسين القبلي والبعدي لطلاب المجموعة التجريبية.

حجم الأثر Cohen d _z	الدلالة الإحصائية	اختبارات	الانحراف المعياري	المتوسط الحسابي	العدد	المجموعة	البعدي
0.63	0.004	3.19	0.44	1.94	26	قبلي	الاهتمام بالرياضيات
				2.21	26	بعدي	
0.65	0.003	3.309	0.355	2	26	قبلي	الاعتقاد بالكفاءة الرياضية
				2.230	26	بعدي	
0.51	0.014	2.63	0.624	2.12	26	قبلي	الانطباع الاجتماعي
				2.43	26	بعدي	
0.78	0.00	4.45	0.34	1.99	26	قبلي	الدرجة الكلية للهويّة الرياضية
				2.256	26	بعدي	

يتضح من جدول (٥) وجود فرق دال إحصائيًا بين درجات المجموعة التجريبية في القياسين القبلي والبعدي على مستوى الدرجة الكلية وأبعادها كلاً على حدة؛ حيث كان الفرق لصالح القياس البعدي، مما يعني رفض الفرضية الصفرية وقبول البديلة التي تنص على أنه " يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى $(\alpha \leq 0.05)$ بين متوسطي نتائج طلاب المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لمقياس الهويّة الرياضية.

كما يتضح من جدول (٥) أيضاً وجود حجم تأثير كبير للاستراتيجية القائمة على ممارسات التدريس العادل في تعزيز الهويّة الرياضية؛ حيث بلغت قيمتها بالدرجة الكلية (0.78) وهو حجم تأثير مرتفع، وقد تراوحت قيم حجم التأثير في أبعاد الهويّة الرياضية بين (0.51-0.65)، وهي جميعها قيم تأثير أعلى من المتوسط تزيد عن (0.50). ويوضح التمثيل التالي المتوسطات الحسابية لطلاب المجموعة التجريبية في القياسين القبلي والبعدي للهوية الرياضية.



شكل (٢) المتوسطات الحسابية لطلاب المجموعة التجريبية في القياسين القبلي والبعدي للهوية الرياضية.

توضح نتائج اختبار الفرضيتين السابقتين أن استراتيجيات التدريس القائمة على ممارسات التدريس العادل كانت مؤثرة في تعزيز الهوية الرياضية لدى الطلاب. وبالرغم من تفاوت هذا التأثير بين المتوسط والمرتفع؛ فإنها تبقى مهمة في ظل تعقيدات عوامل الهوية الرياضية والفترة الزمنية التي تستغرقها الهوية الرياضية لتتشكل.

ويمكن أن يُعزى هذا التغير الإيجابي إلى طبيعة المهام التي قدمها المعلم للطلاب أثناء تطبيق الاستراتيجية، حيث أن تقديم مهام متدرجة الصعوبة وتضمنين سقالات مفهومية داعمة؛ شجع جميع الطلاب على الانخراط في حل المسائل الرياضية حتى مع ارتفاع مستوى تعقيدها، وقد أدى ذلك بدوره إلى تعزيز اعتقادهم بكفاءتهم الرياضية. وإضافة إلى نوعية المهام، فإن ممارسات الدعم التي قدمها المعلم، مثل تحفيز الطلاب على المثابرة وتقبل الأخطاء، قد أسهمت في تعزيز العقلية النمائية (Growth Mindset) لديهم.

وتتفق نتائج هذه الدراسة مع دراسة مكايز (Mkhize, 2017) والتي بحثت في تأثير تدخل لتعزيز الهوية الرياضية على تعلم الرياضيات بين المراهقين، ووجدت تحسن في مشاركة الطلاب ومواقفهم تجاه تعليم الرياضيات، والتي تعد جوانب مهمة من الهوية الرياضية لدى المتعلمين. وكذلك دراسة هياما وآخرين (Hima et al., 2019) التي وجدت من خلال تحليل نوعي للنتائج أن أنشطة التعلم ضمن مجموعات أسهمت في تعزيز الهوية الرياضية للطلاب من خلال زيادة دافعية التعلم لديهم. وكذلك مع نتيجة دراسة (Cribbs et al., 2021) التي وجدت أن هنالك تأثير إيجابي لتعزيز العقلية النمائية الرياضية لدى الطلاب على الهوية الرياضية، ويكون هذا التأثير مرتبط أكثر ببعده الاعتقاد بالكفاءة الرياضية، وأيضاً دراسة الغنام (2022) التي طبقت برنامجاً قائماً على التكامل المعرفي للرياضيات، ووجدت الدراسة أن البرنامج له تأثير على الهوية الرياضية لدى المتعلمين من خلال ارتباطه بواقع الطلاب واهتماماتهم.

توصيات الدراسة:

- في ضوء حدود الدراسة، وما توصلت إليه من نتائج، فإنها توصي بما يلي:
- تقديم برامج تطوير مهني لمعلمي الرياضيات تستهدف تنمية ممارساتهم التدريسية الداعمة للهوية الرياضية لدى الطلاب.
- تشجيع المعلمين على اختيار مهام رياضية تعزز الهوية الرياضية.
- تهيئة بيئة تعليمية داعمة للعقلية النمائية لدى المعلمين والطلاب، وغرس قيم النمو المستمر والتعلم من الأخطاء.

مقترحات الدراسات المستقبلية:

- ١- إجراء دراسة مسحية لقياس مستوى الهوية الرياضية لدى الطلاب في المراحل المختلفة، لكشف ارتباط التغيير في الهوية بالعوامل النفسية لنمو الطلاب.
- ٢- إجراء دراسة ارتباطية للكشف عن العلاقة بين الهوية الرياضية وتعدد المفاهيم الرياضية في المناهج مع تقدم المراحل.
- ٣- إجراء دراسة ارتباطية للكشف عن العلاقة بين الهوية الرياضية والتحصيل الرياضي للطلاب.
- ٤- إجراء دراسة تحليلية لمحتوى مناهج الرياضيات لتقييم مدى ارتباط الأنشطة الرياضية بثقافة وخبرات الطلاب.

المراجع:

المراجع العربية

- العساف، صالح. (٢٠٠٦). المدخل إلى البحث في العلوم السلوكية . العبيكان للنشر.
الغنام، سحر. (٢٠٢٢). برنامج في الرياضيات الطبية قائم على التكامل المعرفي في زمن جائحة كورونا Covid 19 لتنمية الثقافة العددية الصحية Health Numeracy، والهوية الرياضياتية لدي طلاب المرحلة الإعدادية. مجلة تربويات الرياضيات، ٢٥(٢)، ٣٠-١٠٨.
المالكي، عوض، والغامدي، خالد. (٢٠١٩). صعوبات تحقيق الأهداف الوجدانية في مناهج رياضيات المرحلة الابتدائية وسبل علاجها. مجلة تربويات الرياضيات، ٢٢(١)، ص ١١٤-١٤٣. 10.21608/armin.2022.233951
المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات. (٢٠١٩). من المبادئ إلى الإجراءات: ضمان النجاح الرياضي للجميع (ناغم العمري، مترجم). دار جامعة الملك سعود للنشر. (العمل الأصلي نشر في ٢٠١٤).
هيئة تقويم التعليم. (٢٠٢٠). تقرير تيمز ٢٠١٩ نظرة أولية في تحصيل طلبة الصفين الرابع والثاني المتوسط في الرياضيات والعلوم بالمملكة العربية السعودية في سياق دولي.
<https://spapi.etc.gov.sa:2443/ar/MediaAssets/ReportsAndData/Reports/T2019.pdf>

المراجع الأجنبية

- Aguirre, J. M., Mayfield-Ingram, K., & Martin, D. B. (2013). *The impact of identity in K-8 mathematics learning and teaching: Rethinking equity-based practices*. (4th ed.). National Council of Teachers of Mathematics.
- Allen, K., & Schnell, K. (2016). Developing mathematics identity. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 21(7), 398–405.
- Bishop, J. P. (2012). “She’s always been the smart one. I’ve always been the dumb one”: Identities in the mathematics classroom. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(1), 34–74.
- Black, L., Williams, J., Hernandez-Martinez, P., Davis, P., Pampaka, M., & Wake, G. (2010). Developing a ‘leading identity’: The relationship between students’ mathematical identities and their career and higher education aspirations. *Educational Studies in Mathematics*, 73(1), 55–72.
- Boaler, J., Dieckmann, J. A., LaMar, T., Leshin, M., Selbach-Allen, M., & Pérez-Núñez, G. (2021). The Transformative Impact of a Mathematical Mindset Experience Taught at Scale. *Frontiers in Education*, 6. <https://doi.org/10.3389/educ.2021.784393>
- Boaler, J., & Greeno, J. G. (2000). Identity, agency, and knowing in mathematics worlds. *Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning*, 1, 171–200.
- Boaler, J., & Selling, S. K. (2017). Psychological Imprisonment or Intellectual Freedom? A Longitudinal Study of Contrasting School Mathematics Approaches and Their Impact on Adults’ Lives. *Journal for Research in Mathematics Education*, 48(1), 78–105.
- Canonigo, A. M., & Joaquin, M. N. B. (2023). Teacher positioning, student mathematics identity and the mediating effects of problem-solving flexibility. *Cogent Education*, 10(1), 2190310.
- Cobb, P., Gresalfi, M., & Hodge, L. L. (2009). An interpretive scheme for analyzing the identities that students develop in mathematics classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(1), 40–68.
- Cramer, E., Little, M. E., & McHatton, P. A. (2018). Equity, equality, and standardization: Expanding the conversations. *Education and Urban Society*, 50(5), 483–501.
- Cribbs, J. D., Hazari, Z., Sonnert, G., & Sadler, P. M. (2015). Establishing an explanatory model for mathematics identity. *Child Development*, 86(4), 1048–1062.
- Fellus, O. O. (2019). Connecting the dots: Toward a networked framework to

- conceptualizing identity in mathematics education. *ZDM*, 51(3), 445–455.
- Graven, M., & Heyd-Metzuyanim, E. (2019). Mathematics identity research: The state of the art and future directions. *ZDM*, 51(3), 361–377.
- Gresalfi, M., & Hand, V. M. (2019). Coordinating situated identities in mathematics classrooms with sociohistorical narratives: A consideration for design. *ZDM*, 51, 493–504.
- Gutiérrez, R. (2013). The sociopolitical turn in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(1), 37–68.
- Hima, L. R., Nusantara, T., Hidayanto, E., & Rahardjo, S. (2019). Changing in mathematical identity of elementary school students through group learning activities. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 11(5), 461–469.
- Huinker, D., Bush, S. B., & Graham, K. J. (2020). Catalyzing Change in School Mathematics: Creating the Opportunities Our Students Deserve. *Mathematics Teacher: Learning and Teaching PK-12*, 113(10), 780–790.
- Kaspersen, E., & Ytterhaug, B. O. (2020). Measuring mathematical identity in lower secondary school. *International Journal of Educational Research*, 103, 101620.
- Langer-Osuna, J. M. (2017). Authority, identity, and collaborative mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 48(3), 237–247.
- Mkhize, D. R. (2017). Forming Positive Identities to Enhance Mathematics Learning among Adolescents. *Universal Journal of Educational Research*, 5(2), 175–180.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., Kelly, D. L., & Fishbein, B. (2020). TIMSS 2019 international results in mathematics and science. Retrieved from Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center Website: <https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/international-results>.
- NCTM. (2021). *Continuing the Journey: Mathematics Learning 2021 and Beyond*. https://www.nctm.org/uploadedFiles/Research_and_Advocacy/collections/Continuing_the_Journey/NCTM_NCSM_Continuing_the_Journey_Report-Fnl2.pdf
- NRC. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academies Press.
- Radovic, D., Black, L., Williams, J., & Salas, C. E. (2018). Towards conceptual coherence in the research on mathematics learner identity: A systematic review of the literature. *Educational Studies in Mathematics*, 99(1), 21–42.
- Sanchal, A., & Sharma, S. (2017). *Students' attitudes towards learning mathematics: Impact of teaching in a sporting context*.
- Slater, S., Ocumpaugh, J., Baker, R., Junyi, L. I., & Labrum, M. (2018). Identifying changes in math identity through adaptive learning systems use. *International Conference on Computers in Education*.
- Trescott, A. (2020). *The Construction of Student Mathematical Identity and its Relationship to Academic Achievement*. University of San Diego.

