تصميم نموذج للتعلُم القائم على ممارسات الجدل الرياضياتي لتنمية مهارات التفكير الجبري والسعي نحو الدقة لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية

Designing an Argument-Based Model to Develop Algebraic Thinking Skills and Attending to Precision Among Middle-Grade School Students

إعداد

د. سماح جمال احمد البحيري

مدرس المناهج وطرق تدريس الرياضيات

كلية التربية – جامعة طنطا

dr.samahelbe7ary@yahoo.com

dr.samahelbe7ary@edu.tanta.edu.eg

مستخلص البحث:

انطلاقًا من دور الجبر في مساعدة التلاميذ على نمذجة مواقفهم الحياتية، والتعامل مع البيانات المتغيرة من حولهم، يستهدف البحث الحالي تصميم نموذج للتعلُم القائم على ممارسات الجدل الرياضياتي، واستقصاء فعَاليته في تنمية مهارات التفكير الجبري والسعي نحو الدقة لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. ذلك أن التفكير الجبري يمثل أحد أهم أنماط التفكير الرياضياتي الذي يُسهم في تنمية قدرات التلاميذ على التمثيل، الاستدلال، وحل المشكلات، وكذلك على ترقية أنماط أخرى من التفكير كالتفكير الهندسي والاحتمالي. وبالرغم من ذلك، فإن بحوث تعليم وتعلُم الرياضيات مازالت ترصد العديد من التحديات المرتبطة بتنمية مهارات التفكير الجبري. ومن أبرز تلك التحديات - التي يحاول البحث الحالي التصدي لها- طريقة التدريس المعتادة للجبر بأغلب الصفوف الدراسية، تلك التي تصُب اهتمامها الأكبر على تطبيق الخوارزميات بشكل روتيني، وتعتمد على تذكر التلميذ للقواعد الجبرية وتوّظيفها آلياً في حل المسائل. وتعتبر هذه الطريقة هي أحد الأسباب الرئيسة في ضعف مهارات التفكير الجبري للتلاميذ. ولذلك، استُخدمت ممارسات الجدل الرياضياتي، تلك الممارسات الاجتماعية الصفية التي يحاول خلالها التلاميذ بناء الادعاءات الرياضياتية والتحقق من صحتها، كمدخل مُقترح بديل للطريقة المعتادة. ويُعد الجدل الرياضياتي - حتى الان - مدخلاً جديداً يندُر توّظيفه في بحوث تربويات الرياضيات بدول افريقيا والشرق الأوسط، وكذلك على مستوى البحوث المصرية. ولتحقيق أهداف البحث الحالي، تم استخدام منهج التصميم المتعدد الذي حدد مراحل البحث في: مرحلة الدراسة الاستطلاعية، مرحلة إعداد مواد البحث وأدواته، مرحلة تجربة البحث الأساسية، ثم مرحلة تحليل نتائج البحث وتفسيرها وتحديد المضامين التربوية والدراسات المستقبلية. لتتمثل أهم نتائج البحث في وصف نموذج التعلُم القائم على الجدل الرياضياتي من خلال الممارسات التالية: (أ) تحليل مكونات الادعاء الرياضياتي، (ب) بناء دليل (حجة) لدعم (أو دحض) الادعاء، (ج) تقييم جودة الأدلة في دعم (أو دحض) الادعاء، ثم (د) فحص نمط الاستدلال الذي يربط الأدلة بالادعاء. وقد ثبُتت دلالة فعّالية هذا النموذج إحصائيا، كما كشفت النتائج أنه مقارنة بطريقة التدريس المعتادة، فإن حجم تأثير التدريس بالنموذج في تنمية مهارات التفكير الجبري ككل يُقدر بقيمة (١,٢٤)، وأن تأثيره الأكبر انعكس على تنمية مهارة استكشاف الأنماط وتوظيفها في بناء التعميمات الجبرية. بالإضافة إلى ذلك، فقد أظهر النموذج فعّالية في تنمية سلوكيات السعي نحو الدقة والتي تضمنت دقة الحسابات ودقة التواصل، واستُدل على ذلك من ارتفاع النسب المئوية المُمثِلة لدرجة التزام تلاميذ المجموعة التجريبية بممارسة هذه السلوكيات بمتوسطات تراوحت بين (٥٦,٩٪) و (٦٢,٣٪). كما لوُحظ أن للنموذج أثر أكبر على التزام التلاميذ بسلوكيات دقة التواصل مقارنةً بدقة الحسابات. وفي ضوء هذه النتائج، قدم البحث مجموعة من التوصيات لإعادة التفكُر في تصميم بيئة التعلُم الجدلية الداعمة لمهارات التفكير الجبري وسلوكيات السعي نحو الدقة؛ كما اقترح بعض الاتجاهات البحثية التي يُمكن أن تساعد في استكمال رؤية البحث الحالي وخاصة فيما يرتبط بدور الجدل في إثراء تعليم وتعلُم الرياضيات.

الكلمات المفتاحية: التفكير الجبري، الجدل الرياضياتي، السعي نحو بالدقة.

Abstract:

Considering the crucial role of algebra in helping students model daily situations, the current research aims to design an argument-based model and investigate its effectiveness in developing algebraic thinking skills and attending to precision among middle school students. The significance of algebraic thinking lies in its capacity to improve students' representation, reasoning, and problem-solving skills and foster additional forms of thinking, including geometric and probabilistic reasoning. Nevertheless, mathematics education research continues to address various challenges associated with developing algebraic thinking abilities. Among these challenges - which the current research attempts to address - is the traditional teaching method of algebra, which emphasizes the routine application of algorithms and relies heavily on students' memorization of algebraic rules. To address this, mathematical argumentation practices, social classroom practices in which students attempt to construct and verify their claims, were employed as a proposed alternative approach to the traditional teaching method of algebra, considering it is relatively novel to the mathematics education research in African and Middle Eastern countries. Thus, through employing the multi-design research design, the study determined the argument-based model via these steps: (a) identifying elements for argumentation, (b) constructing argumentative evidence (argument) to support (or refute) the claim, (c) evaluating the validity of the argumentative evidence in supporting (or refuting) the claim, and (d) examining the warrants that relate the evidence to the claim. Also, the effectiveness of teaching by the model in developing algebraic thinking skills this model was statistically proved by effect size (1.24), with a considerable effect on students' ability to construct algebraic generalizations. In addition, the model showed effectiveness in developing attending to precision behaviors, as evidenced by the high percentages representing the degree of commitment of the experimental group to practicing these behaviors with averages ranging between (56.9%) and (62.3%). In light of these results, the research offered a set of recommendations to rethink the design of the argumentative learning environment that sustains algebraic thinking skills and attending to precision; it also suggested some research directions that could help complete the vision of the current research, especially about the role of argumentation in enriching mathematics teaching and learning.

Keywords: Algebraic thinking; Attending to precision; Mathematical Argument

❖ مقدمة البحث Introduction

يعد المتعلم هو محور العملية التعليمية والمستَهدف الرئيسي منها؛ حيث تتكامل جميع جوانب تلك العملية بدءا من الأهداف مرورا بالمحتوى ومواد التدريس وأدواته واستراتيجياته وختاما بممارسات التقويم من أجل بناء شخصيته بشكل متوازن معرفيا ومهاريا، وأيضا نفسيا ووجدانيا.

وتمثل الرياضيات أحد المواد الدراسية الأساسية بكافة مراحل التعليم العام ما قبل الجامعي، والتي تُسهم في تحقيق توازن شخصية المتعلم، وخاصة فيما يتعلق بالجوانب المعرفية المتمثلة في لغة التفكير وممارساته. فالرياضيات بطبيعتها الاستدلالية وعالمية لغتها هي وسط مناسب لممارسة التفكير وتنمية مهاراته المتعددة (العزب زهران، ٢٠١٨)[١].

وللجبر، خاصة، طبيعة مجردة تتجلى واضحة في توظيف التراكيب الرمزية والتعبيرات الرياضياتية لترجمة المواقف الحياتية. لذلك، فتعلم الجبر يساعد التلاميذ في اكتساب مهارات التعميم، يزودهم بأدوات لفهم العالم ونمذجة مواقفهم اليومية، كما يُمكنهم من التعامل مع البيانات المتغيرة ووصف العلاقات بينها (أحمد الرفاعي، ٢٠٠٩؛ رضا أبو عصر، ٢٠٢١).

وقد أكد ناصر عبيدة (٢٠١٦) أن تدريس الجبر يجب أن يرتكز على محورين متكاملين هما: بناء لغة الرياضيات، وتنمية عمليات التفكير باستخدام تلك اللغة. فلغة الرياضيات تظهر في التطور من مفهوم الأعداد والعمليات عليها الى توظيف الرموز الرياضياتية للتعبير عن القيم المجهولة unknowns، أو المتغيرات variables، أو الثوابت constants، ثم دراسة المقادير الجبرية، ومنها الى المعادلات والمتباينات والدوال. اما عن عمليات التفكير فيُقصد منها توظيف مفردات لغة الجبر في ممارسة التفكير الرياضياتي بشكل عام، والتفكير الجبري على وجه الخصوص. وتتفق تلك الرؤية مع ما أوضحه Kaput (٢٠٠٨) بأن هناك جانبين أساسيين لتعلُم الجبر، أولهما يتمثل في فهم التعميمات والرموز، وثانيهما يتضمن ممارسة عمليات التفكير المرتبطة بتلك التعميمات والرموز.

ومن ثم، فالجبر مجالاً خصباً لتنمية مهارات التفكير الجبري، تلك المهارات التي تُمثل في جوهرها تعميما لعلم الحساب وعملياته (محمد فهيم وآخرون، ٢٠٢٣)، والتي يجب أن تحظ بالاهتمام الكافي منذ المراحل الأولى من التعليم. فالتفكير الجبري ينطوي جوهريا على عملية التحول من السياق الحقيقي إلى النموذج الرياضياتي (Sibgatullin et al.، ٢٠٢٢). ويبدأ التفكير الجبري منذ تجارب التلاميذ الأولية

[١] تم توثيق جميع المراجع العربية في متن البحث كالتالي: (الاسم الأول للباحث والأخير، سنة النشر)

المحسوسة مع الأرقام، ثم يتدرج نحو التعميم والتفكير المجرد من خلال تطور الأنشطة والمهام الصفية (Radfordو Sabena، ٢٠١٤). لذلك يصفه Berg (٢٠٠٩) بأنه ذلك التطور الحادث في التفكير الحسابي Arithmetic thinking.

وقد وصف Sibgatullin et al. (٢٠٢٢) التفكير الجبري بأنه ممارسة الاستدلال الرياضياتي في إطار عقلي جبري، وأوضح أن التدريس الذي يستهدف تنمية ذلك النوع من التفكير يساعد في إعداد التلاميذ ليتمكنوا من ممارسة التفكير في مختلف مجالات الرياضيات. فالتفكير الجبري يمثل أحد أهم أنماط التفكير الرياضياتي التي تسهم بدورها في تنمية قدرات المتعلم على التمثيل، الاستدلال، وحل المشكلات، وهذا ما يجعله مرتبطا بأنماط التفكير الهندسي والاحتمالي والمنطقي (شادي عبد السيد، ٢٠٢١؛ طاهر سالم ونهى سليمان، ٢٠٢٠). فالمتعلم الذي يمارس التفكير الجبري يمكنه استخدام الرموز لتحليل المواقف المختلفة واستنتاج معلومات مناسبة منها؛ تمثيل وتفسير المواقف من خلال المخططات، أو الجداول، أو الرسوم البيانية، أو المعادلات؛ وصف العلاقات وإيجاد قيم المجاهيل الموجودة بها؛ وفحص مدى صحة الفرضيات (لباب جعبة، ٢٠١٧؛ Ntsohi، ٢٠١٣).

وبالرغم من أهمية التفكير الجبري وضرورة التركيز على تنمية مهاراته عبر المراحل الدراسية المختلفة، إلا أن بحوث تعليم وتعلم الرياضيات مازالت ترصد العديد من التحديات التي تعوق تحقيق هذا الهدف، خاصة عند انتقال التلاميذ من المرحلة الابتدائية التي تركز على تعلم مهارات الحساب وعملياته، إلى المرحلة الإعدادية التي يتم فيها تدريس الجبر بشكل رسمي من خلال موضوعات محددة بكتب الرياضيات المدرسية (شادي عبد السيد، ٢٠٢١؛ نبيل جاد، ٢٠٢٣).

فمن جانب التلاميذ، كشفت الدراسات السابقة عن العديد من أوجه ضعفهم في مهارات التفكير الجبري عبر مختلف الصفوف، وخاصة صفوف المرحلة الإعدادية (المتوسطة). فعلى سبيل المثال، أشارت نتائج الدراسة الاستطلاعية التي قام بها ناصر عبيدة (٢٠١٦) على عينة من تلاميذ الصف الثاني الإعدادي لبعض مؤشرات ذلك الضعف، والتي من بينها عدم قدرتهم على: اكتشاف ووصف العلاقة الممثلة للأنماط العددية، الجبرية، والهندسية؛ استخدام الرموز والمقادير الجبرية كترجمة للعلاقات والمسائل الرياضية؛ توظيف الرموز الرياضية لوصف القياسات المرتبطة بتقدير الاطوال، والمساحات، والحجوم؛ واستخدام التمثيلات لتوضيح العلاقات الرياضية وحل المسائل اللفظية.

وبالمثل أكد شادي السيد (٢٠٢١)، ومحمد فهيم وآخرون (٢٠٢٣) أن تلاميذ المرحلة الإعدادية لديهم ضعف فيما يتعلق بما يلي: إدراك دلالة الرموز والمتغيرات الجبرية، تفسير ما تشير اليه الرموز الجبرية في سياق رياضي معين، فهم الجمل والتعبيرات الرياضية، ترجمة المشكلات اللفظية في صورة رياضية. وأضاف أحمد

علي وآخرون (٢٠٢٢) لذلك تلك الصعوبات التي ترتبط بمهارات حل المعادلات وتمثيلها بيانيا، كذلك اكتشاف الأنماط واستخدامها في حل المشكلات الرياضية.

وفي محاولة لاستكشاف الأسباب المحتملة والعوامل المُتوَقع علاقتها بضعف مهارات التفكير الجبري لدى التلاميذ، أكد محمد فهيم وآخرون (٢٠٢٣) أن الطرائق التدريسية المعتادة للجبر بأغلب الصفوف الدراسية، والتي تصب اهتمامها الأكبر على تطبيق الإجراءات بشكل روتيني، هي ضمن تلك العوامل. فمعلمو تلك الفصول يركزون بشكل أساسي على تنمية مهارات التفكير الدنيا والتي لا تتناسب مع أهداف تعلم الجبر حيث تنمية التفكير الجبري باعتباره ضمن مهارات التفكير العليا (أحمد علي وآخرون، ٢٠٢٢).

ويتفق ذلك مع ما أشارت اليه دراستي خالد المعثم وسعيد المنوفي (٢٠١٧)، محمود باشا وسليم ترك (٢٠٢٢) من أن ضعف مهارات التفكير الجبري للتلاميذ يرجع في أغلب الأحيان لارتكاز تدريس الجبر على تذكر القواعد الجبرية وتوظيفها بشكل آلي في حل المسائل، مما يعكس سلبية المتعلم وتجاهل قدراته واستعداداته وأنماط تعلمه. لذلك أكد المركز القومي للبحوث التربوية والتنمية (٢٠١٥) أن بيئة التعلُم الجيدة – بما في ذلك ممارسات المعلم الصفية- تعتبر أهم عوامل نجاح أي برنامج لتعليم التفكير.

فالتعلُم المبني على الجدل الرياضياتي من شأنه ترقية عمليات تفكير التلاميذ (Ríos-Cuesta، ٢٠٢٣)؛ فهو يسمح لهم بالتعبير عن أفكارهم بما يسهم في ثراء نموهم المعرفي الرياضياتي من مفاهيم وتعميمات ومهارات، وكذلك نموهم الاجتماعي الذي يحدث من خلال تفاعلهم معاً داخل الصف الدراسي، ومحاولاتهم لإقناع زملائهم بما يقدمونه من حُجج. كما انه يساعد المعلم على تحديد الأخطاء المفاهيمية التي قد يقع فيها تلاميذه اثناء حل المشكلات أو عند تطبيق النظريات والقواعد الرياضياتية (Ríos-Cuesta، ٢٠٢٣). وبناء عليه، فقد أشار Balacheff (٢٠٢٠) أن ممارسات الجدل، وما تنطوي عليه من تبريرات منطقية تشكل جوهر تعلُم الرياضيات، ومن ثم يجب أن تتمحور حولها مناهج الرياضيات المدرسية عبر الصفوف الدراسية المختلفة.

وتتجلى أهمية ممارسات الجدل الرياضياتي في تأكيدات الوثائق الدولية المرتبطة بتعليم وتعلُم الرياضيات. فتُقر وثيقة مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية التي قدمها المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات (The National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000)، وأيضا وثيقة المعايير الأساسية المشتركة CCSS-M (The Common Core State Standards Initiative, 2010) بأهمية تزويد التلاميذ في جميع مراحلهم بدءًا من رياض الأطفال وحتى الصف الثاني عشر بفرص مبكرة لصياغة التخمينات والافتراضات،

التحقق من صحة التخمينات، استخدام الأمثلة المضادة، تقديم مبررات لاستنتاجاتهم، نقل النتائج التي توصلوا إليها لأقرانهم وللآخرين بطريقة مفهومة، وكذلك الانخراط في حوار رياضياتي ثري يمكن من خلاله الاستجابة للحجج التي يطرحها الأقران.

وقد انعكس ذلك على تأكيدات العديد من الدول بضرورة توّظيف تلك الممارسات في بيئة الصف. فأشار Zhou et al. (٢٠٢١) أن أحد أهداف تعلُم الرياضيات المدرسية بدولة الصين يتمثل في: ضرورة أن يقدم التلاميذ ملاحظات، تخمينات، تجارب، ومبررات. كما أن منهج الرياضيات القومي بإنجلترا يؤكد على أن يمارس التلاميذ باختلاف أعمارهم عمليات التقصي، تخمين العلاقات والتعميمات، تطوير حُجة أو مبرر أو برهان باستخدام اللغة الرياضياتية (Campbell et al.، ٢٠١٩).

ونظرا لأهمية الجدل الرياضياتي، فقد تم تضمينه في الأطر المفاهيمية العالمية لدراسات تقييم نواتج تعلُم الرياضيات والعلوم Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS)، ففي عامي ٢٠١٥، ٢٠١٩، ظهرت ممارسات الجدل (مثل: ملاحظة وعمل تخمينات، تبرير الجمل والنتائج الرياضياتية) ضمن مجال الاستدلال Reasoning كمجال معرفي Cognitive domain ليعكس قدرة المتعلم على التفكير المنطقي والمنظم Logical and systematics thinking (Mullis et al.، ٢٠١٧).

وبالرغم من التأكيد على أهمية بناء بيئة تعلُم الرياضيات في ضوء ممارسات الجدل، إلا أن الدراسة التحليلية التي قام بها Kartika et al. (٢٠٢١)، والتي استهدفت مراجعة بحوث الجدل المنشورة في أفضل خمس مجلات أكاديمية دولية لتعليم العلوم والرياضيات بين عامي ٢٠١٠ و٢٠١٩، كشفت أن أغلب بحوث الجدل أُجريت في مجال العلوم، ومن خلال باحثين ينتمون للولايات المتحدة الأمريكية، وأن قلة قليلة منها ارتبطت بتعليم الرياضيات. كما أشارت نتائج تلك الدراسة أن هناك نُدرة ملحوظة في أبحاث الجدل في دول افريقيا والشرق الأوسط.

وقد ظهر ذلك بوضوح على المستوى المحلي، فباستقصاء البحوث المصرية المنشورة في السنوات العشرة الأخيرة، وحتى عام ٢٠٢٤، في مجال تربويات الرياضيات، وفي حدود علم الباحثة، ظهرت دراسة واحدة استهدفت تنمية مهارات الجدل الرياضياتي لدي تلاميذ الصف السادس الابتدائي من خلال وحدة مقترحة في المنطق (هبة عبد العال، ٢٠٢٣).

وبجانب ذلك، فقد أكد المجتمع البحثي على ضعف وعي المعلمين بممارسات الجدل الرياضياتي، والذي أصبح بمثابة تحدياً آخر نحو تحقيق نواتج التعلُم الحقيقية. فالمعلمين أنفسهم لم يمارسوا الجدل في وقت مبكر مما انعكس سلباً على مدى جاهزيتهم لتدريسه، وأصبح لدى أغلبهم صعوبات في ممارسته مماثلة لصعوبات

تلاميذهم (Gabel و Dreyfus، ٢٠١٣). ومن ثم، أوصت Lin (٢٠١٨) بضرورة تزويد المعلمين بخبرات جديدة حول كيفية التدريس القائم على الجدل الرياضياتي.

وبشكل عام، يمكن تناول الجدل الرياضياتي من وجهات نظر ثلاث رئيسية هي: (أ) الجدل كعملية من عمليات حل المشكلات Problem-solving، (ب) الجدل كوسيلة للإقناع Convincing، و(ج) الجدل كنشاط اجتماعي Socially-embedded activity (Campbell et al.، ٢٠١٩). والبحث الحالي يتفق مع المنظور الثالث؛ فيصف الجدل بأنه نشاط اجتماعي رياضياتي ثري social practice يتم ممارسته داخل الصف من خلال تفاعل التلاميذ مع بعضهم البعض لبناء المعرفة الرياضياتية والتحقق من صحتها. ومن ثم، فإن ذلك يفرض على المعلم مسؤولية إعطاء مساحة كافية للتلاميذ للتعبير عن أفكارهم، عرض أدلتهم، ومن ثم تنظيم وإدارة الاختلافات التي قد ترد بينهم (Ríos-Cuesta، ٢٠٢٣).

بالإضافة لما سبق، وفي سياق إتقان تعلم الجبر، فإن محاولة تنمية مهارات التفكير الجبري من خلال ممارسات الجدل يمكن أن تؤثر بالإيجاب على اهتمام التلاميذ بالدقة، سواء دقة الحسابات أو دقة التواصل الرياضياتي. فممارسات إقناع التلميذ لنفسه بتقديم الحُجج، ومحاولة توضيحها لزملائه بالصف ترقي من قدرته في التواصل الدقيق مع ذاته ومع الآخرين من أجل نقل سمات تفكيره الجبري. لذلك أوضحت وثيقة المعايير الأساسية المشتركة CCSS-M (٢٠١٠) أن التلاميذ المهتمون بالدقة يستخدمون تعبيرات رياضياتية واضحة، يدركون معاني الرموز المطروحة بتلك التعبيرات، يحسبون بدقة مناسبة لسياق المشكلة، وهذه الممارسات تتسق الى حد كبير مع مهارات التفكير الجبري. كما أكد Kieran (٢٠٠٧) على أن الاهتمام بدعم ممارسات السعي نحو الدقة في سياق تعلُم الجبر، وتحديداً دقة استخدام الرموز الجبرية من شأنها تسهيل عملية انتقال التلاميذ بنجاح من التفكير الحسابي arithmetic reasoning إلى التفكير الجبري algebraic reasoning. كما أنها تجعل التلاميذ أكثر استعدادا لتعلم الرياضيات في المستويات العليا.

ومن ثم، فإن البحث الحالي يقوم على فرضية أن تصميم بيئة تعلُم قائمة على ممارسات الجدل الرياضياتي، كأحد المداخل المقترحة، يمكن أن يُسهم في تنمية مهارات التفكير الجبري والسعي نحو الدقة لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية بشكل عام، وتلاميذ الصف الأول الإعدادي بصفة خاصة.

❖ الإحساس بمشكلة البحث Research Rationale

في ضوء ما تم عرضه بالمقدمة، أمكن تلخيص الإحساس بمشكلة البحث من خلال المحاور الثلاثة التالية:

(أ) سد الفجوة البحثية المرتبطة بدراسات الجدل الرياضياتي: يعتبر البحث الحالي من أوائل البحوث العربية التي تناولت الجدل الرياضياتي بصفة عامة، والعلاقة بين الجدل الرياضياتي وتنمية مهارات التفكير الجبري بصفة خاصة. ذلك أنه، بالرغم من وفرة البحوث السابقة التي استهدفت تنمية التفكير الجبري لتلاميذ المرحلة الإعدادية (كما ذُكر بمقدمة البحث)، إلا أن توظيف ممارسات الجدل الرياضياتي لتحقيق هذا الهدف يُعد مقترح جديد يمكن أن يُضيف لتلك البحوث. وعلى المستوى الدولي، فقد أوصى Stylianides et al. (٢٠١٧)، و Campbell et al. (٢٠١٩) بضرورة اجراء المزيد من الدراسات حول جدل الرياضيات ضمن مراحل التعليم الأساسي، وفي مجالات آخري غير الهندسة.

(ب) الدراسة الاستطلاعية[٢] : ولتأكيد الشعور بمشكلة ضعف مهارات التفكير الجبري للتلاميذ، والتي مازالت محل اهتمام الدراسات الحديثة، كما تم التوضيح سابقا، قامت الباحثة بدراسة استطلاعية للتحقق من مدى واقعية تلك المشكلة. بشكل أكثر تحديداً، هدفت الدراسة الاستطلاعية الى تقصي المستوى العام لتلاميذ المرحلة الإعدادية في مهارات التفكير الجبري. ثم، التفكُر في المداخل المحتملة لتحسين هذا المستوى من خلال استطلاع آراء المعلمين بالميدان. ولتحقيق ذلك، صممت الباحثة ثلاث مهام استكشافية في ضوء تعريف ناصر عبيدة (٢٠١٦) للتفكير الجبري، وتحديد Kamol (٢٠٠٥) لمهارات التفكير الجبري، كما يلي:

- يعرف ناصر عبيدة التفكير الجبري على أنه: أحد أنماط التفكير التي يمارسها التلميذ لمعالجة موضوعات الجبر المتمثلة في الأنماط، والعلاقات، والدوال، والتي "ترتبط بمجموعة من المهارات تتباين وفق المستوى الدراسي منها: استيعاب الأنماط الرياضية، واستخدام الرموز الجبرية، واستخدام التمثيلات الرياضية، ووصف العلاقات الرياضية." (٢٠١٦، ص ١٣٠).
- يحدد Kamol (٢٠٠٥) مهارات التفكير الجبري في: (أ) الترميز، وتشير لفهم واستخدام الرموز والجداول والرسومات للتعبير عن الموقف؛ (ب) النمذجة، وتظهر في القدرة على اكتشاف الأنماط. (ج) فهم المتغيرات.

ثم تم توزيع المهام الثلاثة المحددة بشكل ١ على عينة عشوائية مكونة من (٢٠) تلميذة من تلاميذ المرحلة الإعدادية في بداية العام الدراسي ٢٠٢٣-٢٠٢٤.

[٢] تم إجراء الدراسة الاستطلاعية بنفس المدرسة التي أجريت فيها التجربة الأساسية (انظر منهج البحث وإجراءاته)

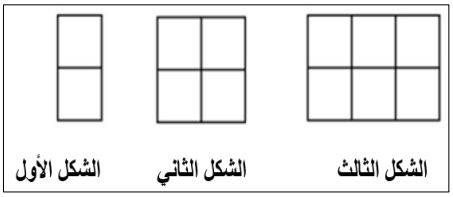
ومن خلال تطبيق المهام الثلاثة السابقة، أمكن الحصول على النتائج المُلخصة بجدول ١، والتي تشير إلى انخفاض مستوى التلاميذ بمهارات التفكير الجبري المتمثلة في: الترميز، النمذجة، فهم المتغيرات.

شكل ١

مهام التفكير الجبري المستخدمة بالدراسة الاستطلاعية

(١) التعبير الرمزي لناتج طرح ٣ س من ٧ هو ..... في حين أن ناتج ضرب س + ٢ في ٤ هو ..... **(مهارة الترميز)**

(٢) كما هو مرسوم أمامك، الشكل الأول يتكون من ٢ مربع، اما الشكل الثاني فيتكون من ٤ مربعات، والثالث من ٦ مربعات، كم تتوقع أن يكون عدد المربعات في الشكل رقم ١٦؟ **(مهارة النمذجة- استكشاف النمط)**

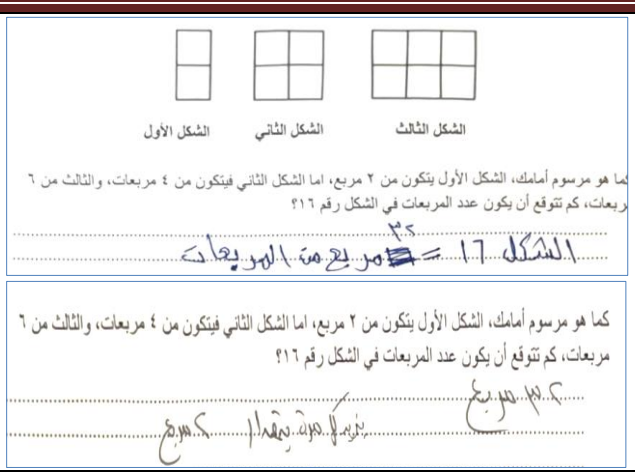


(٣) إذا علمت أن سعر القميص هو م من الجنيهات، وسعر البنطلون هو ن من الجنيهات، فإذا اشترى محمد ٤ قمصان و٣ بناطيل، فإن المقدار الجبري ٤م + ٣ ن يعبر عن..... **(مهارة فهم المتغيرات)**

جدول ١

مستوى تلاميذ المرحلة الإعدادية ببعض مهارات التفكير الجبري وفقا للدراسة الاستطلاعية

مهارات التفكير الجبري المحددة بالدراسة الاستطلاعية	عدد الاستجابات الصحيحة بالمهمة	نماذج من استجابات التلاميذ بالمهمة
مهارة الترميز	٣ (١٥٪)	• التعبير الرمزي لناتج طرح ٣ س من ٧ هو ..... في حين أنه لناتج ضرب س + ٢ في ٤ هو ..... • التعبير الرمزي لناتج طرح ٣ س من ٧ هو ..... في حين أنه لناتج ضرب س + ٢ في ٤ هو .....

مهارة النمذجة	١٠ (٥٠٪)	 كما هو مرسوم أمامك، الشكل الأول يتكون من ٢ مربع، اما الشكل الثاني فيتكون من ٤ مربعات، والثالث من ٦ مربعات، كم تتوقع أن يكون عدد المربعات في الشكل رقم ١٦؟ الشكل ١٦ = ٣٢ مربع كما هو مرسوم أمامك، الشكل الأول يتكون من ٢ مربع، اما الشكل الثاني فيتكون من ٤ مربعات، والثالث من ٦ مربعات، كم تتوقع أن يكون عدد المربعات في الشكل رقم ١٦؟ ٣٢ مربع
مهارة فهم المتغيرات	صفر (٠٪)	• أعطي عادل مجموعة من الطوابع لبناته: منى، هاجر، سلمي. فاذا أخذت سلمى ٥ اضعاف ما اخذته منى، وأقل مما اخذته هاجر بمقدار ٤ طوابع؛ كما أن مجموع ما اخذته كلا من منى وهاجر هو ٢٢ طابع. فأحسب كم عدد الطوابع التي أعطاها عادل لكل بنت من بناته؟ أعطي ل منى ١ وأعطي ل هاجر ٧ وأعطى ل سلمي ١٤ • أعطي عادل مجموعة من الطوابع لبناته: منى، هاجر، سلمي. فاذا أخذت سلمى ٥ اضعاف ما اخذته منى، وأقل مما اخذته هاجر بمقدار ٤ طوابع؛ كما أن مجموع ما اخذته كلا من منى وهاجر هو ٢٢ طابع. فأحسب كم عدد الطوابع التي أعطاها عادل لكل بنت من بناته؟ أعطي ل منى ٥ وأعطي ل هاجر ٩ وأعطى ل سلمي ١٠

كما أنه من خلال تحليل استجابات التلاميذ، لاحظت الباحثة أيضا قصور في الاهتمام بدقة الكتابة الرياضياتية. فعلى سبيل المثال، عندما عبر التلاميذ عن ناتج ضرب (س +٢) في (٤) لم ينتبه أغلبهم لأهمية كتابة الأقواس لتحديد التعبير الرمزي الصحيح "(س+ ٢) ×٤" بدلا من "س + ٢ × ٤" (كما كتب العديد منهم). كذلك في المهمة المرتبطة باستكشاف النمط والتي استُخدمت لقياس قدرة التلاميذ على النمذجة، بالرغم من أن ٥٠٪ من عينة الدراسة الاستطلاعية اجابوا عنها بشكل صحيح، إلا أن تعبيراتهم اللفظية مثل: "يزيد كل مرة بمقدار ٢ مربع" أو "ستكون المعادلة ١٦× ٢ = ٣٢" ليست بتوصيفات دقيقة مُحدِدة للمتغيرات المستخدمة في وصف النمط.

بالإضافة لذلك، قامت الباحثة بإجراء بعض المقابلات المفتوحة (غير الرسمية) مع عدد من معلمي الرياضيات (١٠ معلمين)، لاستطلاع وجهه نظرهم حول أسباب الضعف المُلاحظ في مهارات التفكير الجبري لعينة الدراسة الاستطلاعية بصفة خاصة، ولتلاميذ المرحلة الإعدادية عامة. وبناء عليه، أوضح المعلمين أن طريقة

التدريس المتمركزة حول تطبيق القوانين الجبرية تمثل سبب رئيسي في ضعف تلك المهارات، فمحتوى الجبر بأنشطته الحالية لا يساعد التلاميذ على التعامل مع نوعية المهام المرتبطة بالتفكير الجبري. وبنفس الكيفية، أكد البعض الأخر من المعلمين أنه بالإمكان تنمية مهارات التفكير الجبري للتلاميذ شريطة أن يتم تدريبهم على أنواع مختلفة من المسائل والمشكلات غير التقليدية، والتي تختلف عن تلك المهام الإجرائية المباشرة المطروحة بالكتاب المدرسي.

وبشكل عام، أتفق هؤلاء المعلمين في الإشارة لميول التلاميذ السلبية نحو محتوى الجبر، وخاصة في بداية المرحلة الإعدادية، فهو محتوى مجرد قد لا يستشعر التلاميذ أهميته أو تطبيقاته في حياتهم اليومية، وهذا بدوره يؤثر على ضعف ثقتهم في القدرة على حل المشكلات الجبرية، ومن ثم انخفاض مستوى تفكيرهم الجبري. وأكدوا أن هذا الضعف يظهر جلياً في الدروس التي تتناول التطبيقات الحياتية، كتطبيقات حل المعادلات، وتطبيقات ميل الخط المستقيم. فبالرغم من تدريب التلاميذ على ترجمة المسائل اللفظية لرموز رياضياتية (مثل ضعف العدد هو ٢س، وثلاثة امثاله هو ٣س، إلخ)، إلا أنه لا يزال لديهم صعوبة في فهم مدلول الرمز داخل السياق.

(ج) توصيات الدراسات والبحوث العربية والأجنبية الحديثة: بالرغم من التأكيد الإقليمي والدولي على ضرورة تنمية مهارات التفكير الجبري للتلاميذ عبر الصفوف المختلفة، الا انه مازال هناك قصور في مستوى تلاميذ المرحلة الإعدادية بتلك المهارات (مي يوسف، ٢٠٢٤؛ Sibgatullin et al.، ٢٠٢٢). لذلك، أوصت العديد من الدراسات باستكمال البحث عن ممارسات ومداخل تجريبية حديثة يُحتمل أن تُسهم في تنمية مهارات التفكير الجبري وخاصة في مراحل التعليم المبكرة (أحمد الرفاعي، ٢٠١٨؛ Pratama وMasduki، ٢٠٢٤؛ خالد المعثم وسعيد المنوفي، ٢٠١٧؛ Sun et al.، ٢٠٢٣؛ عبد الله الحربي وبدر الضلعان، ٢٠٢٣؛ هيفاء العتيبي والسعيد عراقي، ٢٠١٩).

وعلى الجانب الأخر، فقد أشار Otten et al. (٢٠١٩) أنه يوجد نقص في أدبيات تعليم الرياضيات حول مفهوم السعي نحو الدقة من الناحية التطبيقية العملية.

كما أقرت العديد من الدراسات الدولية بأن أغلب معلمي الرياضيات غير مؤهلين بشكل كافي لتدريس ممارسات الجدل، مما يستدعي ضرورة تزويدهم بخبرات جديدة حول ذلك (Gabel وDreyfus، ٢٠١٣؛ Lin، ٢٠١٨).

❖ مشكلة البحث وأسئلته Research Questions

في ضوء ما عُرض سابقا، أمكن تلخيص مشكلة البحث الميدانية في ضعف مستوى تلاميذ المرحلة الإعدادية في مهارات التفكير الجبري، وكذلك انخفاض دقتهم الرياضياتية، ولتناول تلك المشكلة، يقترح البحث الحالي تصميم نموذج للتعلُم القائم على ممارسات الجدل الرياضياتي واستقصاء فعّاليته في علاج ذلك.

ومن ثم، أمكن تحديد التساؤل الرئيس للبحث في: **كيف يمكن تصميم نموذج للتعلُم القائم على ممارسات الجدل الرياضياتي لتنمية مهارات التفكير الجبري والسعي نحو الدقة لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي؟** ليتفرع منه الأسئلة التالية:

س١. ما التصور المقترح لنموذج التعلُم القائم على ممارسات الجدل الرياضياتي لتدريس موضوعات الجبر لتلاميذ الصف الأول الإعدادي؟

س٢. ما فعّالية نموذج التعلُم المقترح القائم على ممارسات الجدل الرياضياتي في تنمية مهارات التفكير الجبري لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي؟

س٣. ما فعّالية نموذج التعلُم المقترح القائم على ممارسات الجدل الرياضياتي في تنمية سلوكيات السعي نحو الدقة لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي؟

❖ مصطلحات البحث Definition of Terms

في ضوء أهداف البحث وعينته، التزمت الباحثة بالتعريفات الإجرائية التالية:

- **الجدل الرياضياتي Mathematical Argument**: نشاط صفي يتفاعل فيه التلاميذ مع بعضهم البعض من خلال ممارسات بناء الادعاءات، ومناقشة مدى صحتها باستقصاء الحُجج المناسبة لدعم (أو دحض) تلك الادعاءات داخل سياق اجتماعي ثري يحقق البناء النشط للمعرفة الرياضياتية.
- **التفكير الجبري Algebraic Thinking:** النشاط العقلي المُتمثل في قدرة المتعلم على استخدام الرموز والمتغيرات الجبرية للتعبير عن المواقف، استكشاف الأنماط وتّوظيفها في بناء التعميمات الجبرية، تمثيل العلاقات الجبرية بطرق متعددة، واستخدام الاستدلال الاستقرائي والاستنتاجي في حل المشكلات الجبرية.
- **السعي نحو الدقة Attend to Precision:** التزام المتعلم بسلوكيات ضبط دقة الحسابات الرياضياتية والنواتج العددية calculation؛ وكذلك ضبط دقة التواصل الرياضياتي communicationالشفهي الذي يظهر في سلامة اللغة المستخدمة لعرض الأفكار ومناقشتها، والكتابي المتمثل في دقة الكتابات حول مهام وأنشطة التعلُم.

❖ أهمية البحث Significance

يأتي البحث متسقاً مع أهداف تدريس الرياضيات عامة، وتدريس الجبر بصفة خاصة. فتنمية مهارات التفكير الجبري تمثل جوهر تعلُم الجبر وغايته الأساسية (شادي عبد السيد، ٢٠٢١). ومن ثم فإن أهمية هذا البحث تكمُن في أن يستفيد منه كلٌ من الفئات التالية:

- **التلاميذ**: يقدم البحث رؤية مقترحة من شأنها دعم مهارات التفكير الجبري لتلاميذ المرحلة الإعدادية، والتي يمكن أن تنعكس بدورها على ترقية أنواع أخرى من التفكير، كالتفكير الهندسي والاستدلالي (عبد الله الحربي وبدر الضلعان، ٢٠٢٣؛ محمود باشا وسليم ترك، ٢٠٢٢).

كما تتفق رؤية البحث الحالي مع ما تستهدفه وزارة التربية والتعليم والتعليم الفني في مصر من تنمية مهارات التفكير للتلاميذ بجميع المراحل وعبر مختلف المواد (المركز القومي للبحوث التربوية والتنمية، الدليل الارشادي للمعلم لتنمية مهارات التفكير، ٢٠١٥). ومن ثم، مساعدة المعلمين على تتبع مسارات تفكير تلاميذهم الجبري، وبخاصة اثناء تعلُم موضوعات الجبر الأولية كالحدود والمقادير الجبرية والعمليات عليهم، كذلك موضوعات المعادلات والمتباينات. وهذا بدوره قد يُسهم في علاج بعض أوجه الضعف التي كشفت عنها نتائج مشاركة تلاميذ الصف الثاني الاعدادي ف اختبار TIMSS لعام ٢٠١٩. ففي ضوء ما شغلته مصر من الترتيب الرابع والثلاثون بين تسع وثلاثون دولة مشاركة في تلك الاختبارات، أوصى رمضان رمضان وآخرون بضرورة أن يبُنى تدريس الرياضيات على تنمية ممارسات التفكير ودعم القدرات العقلية المجردة كأحد الحلول المقترحة لمعالجة هذا القصور، خاصة في مجال الجبر (TIMSS، ٢٠١٩).

- **معلمي الرياضيات**: يقدم البحث دليل بالأمثلة والشروحات التطبيقية التي يمكن أن يستعين به معلمي الرياضيات لإثراء الحوار الصفي الرياضياتي اثناء تعلُم الجبر بما يسمح بتنمية مهارات التفكير الجبري عند التلاميذ.

ثم أن مخرجات هذا البحث ولا سيما قائمة مهارات التفكير الجبري وأدوات قياسه يمكن أن تساعد هؤلاء المعلمين على تتبع مدى تقدم تلاميذهم نحو تحقيق مستوى عالي من التفكير الجبري. وعلى الجانب آخر، فالبحث يسد الفجوة المرتبطة بضعف جاهزية المعلمين للتدريس المبني على ممارسات الجدل الرياضياتي، وما يرتبط به من ضرورة إمدادهم بخبرات جديدة حول ذلك. فقد أشارت دراسة Lin (٢٠١٨) إلى أنه بالرغم من وعي بعض المعلمين بأهمية ممارسات الجدل، ألا انهم مازال يكافحون من أجل تنفيذ ذلك عملياً داخل صف الرياضيات.

- **مخططي المناهج ومطوّريه**: يقترح البحث نموذجاً للتعلُم القائم على ممارسات الجدل الرياضياتي، يشتمل على توصيف واضح للأهداف، المهام، استراتيجيات التدريس، ووسائل التقويم، والتي يمكن أن يُستفاد منها لتطوير مناهج الرياضيات المدرسية.
- **بحوث تعليم وتعلُم الرياضيات**: فعلى مستوى النظرية التربوية، يُعد البحث الحالي من أوائل البحوث العربية التي تقدم رؤية عملية لتطبيق ممارسات الجدل في سياق تعلُم الجبر بالمرحلة الإعدادية. ويساعد ذلك في سد الفجوة التي أوضحتها الدراسات السابقة حول نُدرة بحوث الجدل الرياضياتي في دول افريقيا والشرق الأوسط (Kartika et al.، ٢٠٢١).

❖ محددات البحث Delimitations

- **المحتوى والصف:** تناول البحث الحالي موضوعات الجبر المقررة على تلاميذ الصف الأول الإعدادي بالفصلين الأول والثاني للعام الدراسي ٢٠٢٣-٢٠٢٤م.

وقد تم تحديد ذلك في ضوء معيارين. الأول، هو أن تلك الموضوعات تتضمن العديد من التعميمات الرياضياتية المرتبطة بعمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة، والتي يمكن تدريسها في ضوء ممارسات الجدل الرياضياتي من حيث بناء الحُجج والتحقق من صحة تلك التعميمات، ومن صحة العبارات الرياضياتية الأخرى المرتبطة بها (Schifter وRussell، ٢٠٢٠). إضافة لذلك، فقد حاول البحث الحالي أخذ توصية الدراسة المرجعية .Campbell et al (٢٠١٩) في الاعتبار حيث ضرورة تدريب التلاميذ على ممارسة الجدل في مجالات أخرى للرياضيات- غير الهندسة. فقد أوضحت تلك الدراسة أن أغلب بحوث الجدل الرياضياتي السابقة أُجريت ضمن مجال الهندسة نظرا لوجهة النظر التقليدية عن الهندسة بأنها الموضوع الوحيد الذي يتناول البرهان الرياضياتي.

اما المعيار الثاني المرتبط بتحديد الصف الأول الإعدادي لاستقصاء هدف البحث، فذلك لأنه بمثابة بداية المرحلة المتوسطة التي تستهدف تسهيل انتقال التلاميذ من تعلُم الحساب بمفاهيمه الملموسة الى تعلُم مهارات التفكير الجبري المجردة، بما يُمكنهم من فهم الرموز والتعبيرات الجبرية. ثم أن هذه الفئة العمرية تمثل بداية الدخول لمرحلة العمليات المجردة Formal operational stage وفقاً لمراحل بياجيه للنمو المعرفي. بالتالي، يجب مساعدة التلاميذ في تلك المرحلة على التحول من التفكير المبني على الخبرات الملموسة الى التفكير المنطقي المجرد.

- **من حيث العينة:** تم اختيار فصلين من فصول الصف الأول الإعدادي بمدرسة الشهيد وائل طاحون الإعدادية بنات بكفر الزيات، التابعة لإدارة كفر الزيات التعليمية بمحافظة الغربية. وقد كانت تلك عينة ملائمة Convenience

sample (Bhardwaj، ٢٠١٩) من حيث المكان، التسهيلات، التواصل مع إدارة المدرسة والمعلمين والتلاميذ.

❖ تصميم البحث وإجراءاته Research Design

يتفق البحث الحالي مع أحد أنواع تصميمات البحوث المختلطة وهو: التصميم المتعدد Multiphase design، ذلك الذي يتم توّظيفه في حالة استقصاء المشكلة البحثية من خلال عدة مراحل (Creswell، ٢٠١٢، ص ٥٤٧). ويمثل شكل ٢ نمذجة التصميم المتعدد بما يتفق مع أهداف وإجراءات البحث الحالي.

شكل ٢

التصميم المتعدد المُمثل لمراحل البحث الحالي وعلاقته بالأهداف

ويتضح من الشكل السابق أن البحث يعالج المتغيرات التالية:

- **المتغير المستقل**، وله مستويين هما: (أ) المعالجة التجريبية، التي تتمثل في تدريس محتوى الجبر للمجموعة التجريبية باستخدام نموذج التعلُم المقترح القائم على ممارسات الجدل الرياضياتي، (ب) طريقة التدريس المعتادة، وتمثل طريقة التدريس التقليدية التي درست بها المجموعة الضابطة نفس محتوى الجبر المقرر. وهذه الطريقة تعتمد بشكل أساسي على حل أنشطة ومهام الكتاب المدرسي.
- **المتغير التابع**، ويتمثل في مهارات التفكير الجبري، وسلوكيات السعي نحو الدقة لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي.

وفي ضوء تصميم البحث المُوّصف بشكل٢، أمكن تلخيص إجراءات البحث في:

- مراجعة الأدبيات، والدراسات والبحوث السابقة المرتبطة بمتغيرات التفكير الجبري، السعي نحو الدقة، والجدل الرياضياتي.
- التحقق من مدى واقعية مشكلة ضعف مهارات التفكير الجبري لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية من خلال إجراء دراسة استطلاعية أولية استهدفت تحديد مبدأي لمستوى التلاميذ في مهارات: الترميز، النمذجة، فهم المتغيرات.
- بناء مواد البحث وأدواته في ضوء ما استُقصي من (أ) رؤية الدراسات والبحوث السابقة، (ب) تحليل محتوى الجبر المقرر على تلاميذ الصف الأول الإعدادي لعام ٢٠٢٣-٢٠٢٤، (جـ) التطبيق الاستطلاعي لأدوات البحث، (د) آراء السادة المحكمين بمجال مناهج وطرق تدريس الرياضيات حول مدى صدق مواد البحث وأدواته.
- تحديد عينة البحث (المجموعتين التجريبية والضابطة) والتحقق من تكافئهم في المستوي القبلي لمهارات التفكير الجبري.
- إجراء تجربة البحث الأساسية، حيث تدريس محتوى الجبر للمجموعة التجريبية بنموذج التعلُم المقترح القائم على ممارسات الجدل الرياضياتي، وللمجموعة الضابطة بالطريقة التقليدية القائمة على استخدام الكتاب المدرسي. إضافة لمتابعة مدى تقدم تلميذات المجموعة التجريبية في ممارسة سلوكيات السعي نحو الدقة خلال مراحل توقيتات من التجربة.
- التطبيق البعدي لأداتي البحث: اختبار مهارات التفكير الجبري على المجموعتين التجريبية والضابطة، وبطاقة ملاحظة سلوكيات السعي نحو الدقة على تلميذات المجموعة التجريبية.
- جمع البيانات، تحليلها، وتفسيرها للإجابة عن أسئلة البحث.
- تلخيص نتائج البحث، وعرض توصياته ومقترحاته ومضامينه التربوية.

❖ مواد البحث وأدواته Research Tools

- **قائمة مهارات التفكير الجبري**، تحدد المهارات التي يجب تنميتها لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي، وبما يتسق مع محتوى الجبر المقرر بالعام الدراسي ٢٠٢٣-٢٠٢٤م.
- **قائمة الأُسس الإجرائية المُحدِدة لنموذج التعلُم المقترح**، تصف كيفية ضبط بيئة الصف وفقاً لممارسات الجدل الرياضياتي، وبما يحقق الضبط الإجرائي للمعالجة التجريبية.
- **دليل المعلم القائم بالتدريس**، يتضمن مهام وأنشطة تعلُم الجبر القائمة على ممارسات الجدل، ويوضح كيفية تدريسها في ضوء نموذج التعلُم المقترح.
- **اختبار مهارات التفكير الجبري** لتلاميذ الصف الأول الإعدادي.

- **بطاقة ملاحظة سلوكيات السعي نحو الدقة** لتلاميذ الصف الأول الإعدادي.

❖ الإطار النظري والدراسات السابقة Literature Review

➢ أولاً: التفكير الجبري Algebraic Thinking

- **مفهوم التفكير الجبري وأهميته Concept of Algebraic thinking and its significance**

بشكل عام، فإن تعليم التفكير يرتبط بضرورة جعل المتعلم إيجابيا على المستوى الشخصي من حيث صُنع قرارته، تحديد أولوياته وبدائله، وعلى المستوى الاجتماعي من حيث تفكُره في وجهات نظر زملائه وتحليلها بمنطقية (المركز القومي للبحوث التربوية والتنمية، الدليل الارشادي للمعلم لتنمية مهارات التفكير، ٢٠١٥).

وباعتبار أن الجبر هو ذلك المنتج الثقافي الممَثل في البناء المعرفي الذي تقدمه نظم التعليم المختلفة في كل دول العالم، فإن التفكير الجبري هو ذلك النشاط الانساني الذي من خلاله تم بناء علم الجبر (Kaput، ٢٠٠٨).

ويعد التفكير الجبري أحد الأنماط المتعددة للتفكير التي يمكن تنميتها من خلال الرياضيات؛ فالتفكير في الرياضيات يأخذ أشكالاً عدة تختلف باختلاف طبيعة المهام التي تدور حولها عملية التعلم. وينعكس ذلك على بحوث الرياضيات حيث تظهر متغيرات كالتفكير الجبري، الهندسي، الاحصائي، الاحتمالي، الخ (عبد الله الحربي وبدر الضلعان، ٢٠٢٣).

ويعبر التفكير الجبري في مضمونه عن جميع العمليات العقلية التي تُمارس اثناء معالجة الموضوعات الجبرية عبر مختلف المراحل التعليمية (أحمد الرفاعي، ٢٠١٨؛ طاهر سالم ونهى سليمان، ٢٠٢٠). فهو ذلك الرابط الذي ينقل المتعلم من ممارسات التفكير الملموس الى التفكير المجرد، نظراً لاعتماده بشكل أساسي على نمذجة المشكلات ومن ثم إمكانية التعامل معها في صورة رياضياتية. لذلك وصفه Van de Walle (٢٠٠٤) بأنه يتضمن تعميم الأنشطة من الحسابات بالأرقام، الى استخدام الرموز واستكشاف الأنماط والدوال. وبالنظر الى ذلك، نجد أن بحوث التفكير الجبري -في أغلبها- تتعامل مع التلاميذ في المراحل المتوسطة (٦-٨) حيث مناسبة هذه المراحل لتلك النقلة التي تحدث في التحول من التركيز على علم الحساب (الأعداد والعمليات عليها) الى علم الجبر.

وفي ضوء ذلك، فقد أكدا عبد الله الحربي وبدر الضلعان (٢٠٢٣) على أن مناسبة المرحلة المتوسطة لتنمية التفكير الجبري تنبُع من أن التلاميذ في هذه المرحلة يكونوا قد مروا بخبرات حسابية متعددة خلال دراستهم بالمرحلة الابتدائية. ومن ثم، تساعدهم هذه الخبرات في النقلة المتمثلة في استخدام الرموز والمجردات للتعبير عن المواقف

ومن ثم معالجتها. فالتفكير الجبري كمهارة ينشأ من خلال العمل على الأنشطة التي تتطلب ممارسات التعميم، التجريد، الاستدلال التحليلي، والنمذجة (Lew، ٢٠٠٤)، ويتفق ذلك مع منظور Kaput (٢٠٠٨) للتفكير الجبري من حيث اعتماده بشكل أساسي على مهاراتي الترميز symbolization والتعميم generalization.

وأشار ناصر عبيدة (٢٠١٦) أن استخدام مصطلح الجبر، خاصة في المراحل المتوسطة، لا يقف عند حد دراسة العلاقات والمعادلات والدوال، ولكنه يعني تعلُّم "طرائق التعبير عن الكميات والظواهر باستخدام التمثيلات الرياضية والمقادير الجبرية واليدويات، وتوظيف المفاهيم الجبرية في حل المسائل والمشكلات الحياتية." (ص ١٣٣). وبناء عليه، فإن تنمية التفكير الجبري ترتبط بتنمية مجموعة من المهارات، من بينها: استيعاب الأنماط، استخدام الرموز، استخدام التمثيلات، ووصف العلاقات الرياضية، والتي تتباين بتباين مستوى المتعلمين (ناصر عبيدة، ٢٠١٦). ويتسق ذلك مع رؤية Warren et al. (٢٠٠٩) و Jones (٢٠١٢) بأن التفكير الجبري يمكن أن يُمارس مبكراً بدءا من مراحل التعلُّم الأولى، بما يضمن جاهزية المتعلمين لتعلُّم الجبر في المراحل العليا.

ولضمان نجاح تحول التلاميذ من التفكير الحسابي الى التفكير الجبري، يؤكد Kieran (٢٠٠٤) على ضرورة أن يُركز المعلم عند تناوله لموضوعات الأعداد على العلاقات بين تلك الأعداد، وكذلك العلاقات بين العمليات، بدلا من تركيزه على الأجوبة، كما أن عليه أن يشجع تلاميذه على ممارسة التمثيل وحل المشكلات. وبالتالي، فالنظرة للتفكير الجبري تتسع لتشمل انخراط التلاميذ في تعلُّم الحساب بالكيفية التي تمكنهم من تعميم ما تعلموه تمهيداً لفهم موضوعات الجبر بصفتها الرسمية في المراحل المتوسطة والعليا.

وتزخر الأدبيات بالعديد من تعريفات التفكير الجبري والتي تحدد مهاراته بشكل ضمني، فعلى سبيل المثال، يعرفه رضا أبو عصر (٢٠٢١) بأنه ذلك النمط من التفكير الرياضياتي الذي يساعد المتعلم في "التعرف على الأنماط الجبرية وتمثيل العلاقات الجبرية وبناء التعميمات الجبرية وتحليل طرق تغيير الأشياء واستخدام الرموز الجبرية بكفاءة وتطبيق الجبر في حل المشكلات" (ص ١٣). ويتشابه هذا التعريف الى حد كبير مع رؤية طاهر سالم ونهى سليمان (٢٠٢٠) للتفكير الجبري بأنه نمط التفكير المرتبط بمحتوى الجبر، والذي يتضمن العمليات العقلية التي يقوم بها التلميذ عند "استخدام الرموز الجبرية، وتمثيل وتحليل المواقف الرياضية، والاستدلال المنطقي لمعالجة أو حل المشكلات الجبرية." (ص ٧٦). فالتفكير الجبري لا يقتصر على استخدام الرموز للتعبير عن التعميمات فحسب، بل يتسع ليتضمن استخدام المتعلم لجميع أنواع التمثيلات التي تمكنه من التعامل مع المواقف الكمية بطريقة عقلانية (Kieran، ٢٠١١).

كما اتفقا أحمد الرفاعي (٢٠٠٩) وشادي عبد السيد (٢٠٢١) على أن التفكير الجبري يصف النشاط العقلي للمتعلم عند ممارسة حل المشكلات، الاستدلال، والتمثيل الرياضياتي؛ وبالتالي فالتفكير الجبري يساعد المتعلم على توّظيف التمثيلات للتعامل مع المواقف المختلفة وترميزها بطريقة منطقية. ويتسق ذلك مع ما أكده كلا من ناصر عبيدة (٢٠١٦)، محمد الخطيب (٢٠١٧)، ومي يوسف (٢٠٢٤) عن ارتباط التفكير الجبري بممارسات الاستدلال حول الأنماط والتعميمات الرياضياتية، توظيف التمثيلات المتعددة لوصف العلاقات بين المتغيرات، وحل المشكلات الجبرية.

وقد خلُصت دراسة Chimoni et al. (٢٠١٨) إلى أن المفهوم الشامل للتفكير الجبري يجب أن يتضمن الأبعاد الأربعة التالية:

(أ) المحتوىContent: فحص البُنى الرياضياتية المرتبطة بالحساب generalized arithmetic، والتفكير الدالي functional thinking، والنمذجة modeling؛

(ب) المفاهيم Concepts: فهم مفاهيم الجبر الأساسية كعلامة التساوي، والمعادلات، وخواص الأعداد، وخواص العمليات، والمتغيرات، والكميات المجهولة، والرموز؛

(ج) العمليات Processes: تطبيق العمليات الاستقصائية كالتخمين، والتمثيل، والتعميم، والتبرير، والتحقق من صحة العلاقات الرياضياتية؛

(د) أنماط الاستدلال Reasoning forms: استخدام أشكال الاستدلال الاستقرائي inductive، والاستنتاجي deductive، والخاطف abductive للوصول إلى استنتاجات.

وقد أقرت دراسة سالم طاهر ومنى سليمان (٢٠٢٠) أن العمل على تنمية التفكير الجبري عبر الصفوف الدراسية من شأنه مساعدة المتعلم على إدراك الروابط بين الرياضيات والمواقف الحياتية من خلال تحليل تلك المواقف، وتمثيلها، ونمذجتها في صورة رياضياتية. وعليه، فإنه يُمكن المتعلم من رؤية وحدة الرياضيات التي تبدأ بتعلم الأنماط وتصل به في النهاية الى استكشاف التعميمات.

- **أبعاد التفكير الجبري ومهاراته Algebraic Thinking Skills**

يتفق خالد المعثم وسعيد المنوفي (٢٠١٧) على أنه بالرغم من صعوبة وضع تعريف محدد لعلم الجبر، الا انه يمكن توصيف أبعاده في ضوء أهداف تدريس الجبر المحُددة بوثيقة مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية الصادرة من هيئة NCTM (٢٠٠٠)، والتي تتضمن:

- فهم الأنماط، والعلاقات، والدوال؛
- تمثيل وتحليل المواقف والبنيات الرياضياتية باستخدام الرموز الجبرية؛
- استخدام النماذج لتمثيل وفهم العلاقات الكمية؛

– تحليل التغير في السياقات المتنوعة (NCTM، ٢٠٠٠، ص ٢٢٢).

وتتفق تلك الأهداف مع منظور Kaput (١٩٩٩) لأبعاد التفكير الجبري التالية:
– تعميم الحساب والانماط؛
– استخدام الرموز بطريقة ذات معنى؛
– جعل البنية في نظام الأرقام مرئية وملخصة؛
– فهم الدوال والعلاقات وكيفية التحويل بينها؛
– النمذجة الرياضياتية.

وفي ضوء تلك الأبعاد، يحدد Kieran (٢٠٠٤) ثلاث أنواع من أنشطة الجبر التي يجب أن تُضَمن بكتب الرياضيات المدرسية، وهي:
– أنشطة التعميمات Generalization activities: تتطلب فهم التعبيرات الجبرية، وتمثيل المواقف والمشكلات من خلال المعادلات، والتعبير عن الأنماط أو المتسلسلات بصيغ رياضياتية، واستكشاف القواعد المُمثِلة للعلاقات العددية.
– أنشطة التحويلات Conversion activities: تتطلب جمع الحدود المتشابهة، وتوزيع الضرب على الجمع والطرح، وتبسيط التعبيرات الجبرية، وفهم التعبيرات الأسية وكثيرة الحدود، وحل المعادلات.
– أنشطة فوقية Activities at global/meta level، وفيها يتم استخدام الجبر كأداة لحل المشكلات، والنمذجة، وتحليل العلاقات الرياضياتية.

اما عن مهارات التفكير الجبري، فقد تم توصيف تلك المهارات في عدد كبير من الدراسات والبحوث السابقة. علماً بأن ذلك التوصيف يختلف- نسبياً- باختلاف مستوى العينة محل الدراسة، وطبيعة دروس الجبر محل الاهتمام. وبشكل عام، يذكر Kriegler (٢٠٠٧) أن تنمية التفكير الجبري تتضمن التركيز على جانبين أساسيين:
– الأول: تطوير أدوات التفكير الرياضياتي (مهاراته)، حيث تنمية مهارات حل المشكلات problem solving، والتمثيل representation، والاستدلال الكمي quantitative reasoning.
– الثاني: استكشاف أفكار الجبر الأساسية، التي تتضمن فهم الجبر كشكل من أشكال التعميم الحسابي، وكلغة للرياضيات، والجبر كأداة لنمذجة الرياضيات.

وأشار Kamol (٢٠٠٥) أن التفكير الجبري يتضمن ثلاث مهارات، هي:
(أ) الترميز notation، وتظهر في قدرة التلميذ على فهم الرموز، والجداول، والرسومات المتضَمنة بالموقف؛
(ب) النمذجة (اكتشاف النمط) model، تُمثل القدرة على التعميم واكتشاف الأنماط؛
(ج) فهم المتغيرات variable ودورها في التعبير عن الأعداد المعممة.

ويتسق ذلك مع تحديد Wilkie (٢٠١٦) لمهارات التفكير الجبر المتمثلة في:

(أ) استخدام الرموز والعلاقات الجبرية؛

(ب) استخدام التمثيلات المتعددة (كالرمزية، الرسومية، والجدولية)؛

(ج) صياغة التعميمات.

وقد انعكست تلك الرؤية على البحوث العربية التي استهدفت تنمية مهارات التفكير الجبري لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية، فأقر ناصر عبيدة (٢٠١٦) أن تنمية التفكير الجبري تتضمن تنمية مهاراته المتمثلة في: استيعاب الأنماط الرياضية، واستخدام الرموز الجبرية، واستخدام التمثيلات الرياضية، ووصف العلاقات الرياضية.

وأوضح خالد المعثم وسعيد المنوفي (٢٠١٧) أن مهارات التفكير الجبري المناسبة لتلاميذ الصف الثالث المتوسط (الإعدادي) تتضمن: إدراك الأنماط، وتمثيل العلاقات والدوال الجبرية، وفهم واستخدام المتغيرات، والاستدلال المنطقي لحل المشكلات الجبرية. ولفئة تلاميذ الصف الثاني الإعدادي، لخص رضا أبو عصر (٢٠٢١) مجموعة من مهارات التفكير الجبري التي تناسبهم، وحددها فيما يلي:

(أ) التعرف على الأنماط الرياضية؛

(ب) تمثيل العلاقات الجبرية؛

(ج) بناء التعميمات الجبرية؛

(د) تحليل طرق تغير الأشياء؛

(ه) استخدام الرموز الجبرية بكفاءة؛

(و) تطبيق الجبر في حل المشكلات.

أما عن تلاميذ الصف الأول الإعدادي، فقد أوضح شادي عبد السيد (٢٠٢١) أن مهارات التفكير الجبري المناسبة لهم تتضمن: حل المشكلات، والاستدلال، والتمثيل الرياضي. واتفقت معه مي يوسف (٢٠٢٤)، فحددت مهارات التفكير الجبري في: التمثيل المتعدد، والاستدلال، وحل المعادلات الجبرية، وحل المشكلات الجبرية.

- **مداخل تنمية التفكير الجبري والدراسات السابقة التي تبنت تلك المداخل Approaches to Algebraic Thinking Development**

يمكن استنباط مداخل تنمية التفكير الجبري من خلال استعراض عدد من الدراسات والبحوث العربية والأجنبية الحديثة التي استهدفت ذلك[٣]، ومن بينها:

دراسة مي يوسف (٢٠٢٤)، والتي وظفت *نموذج فورمات (4MAT)* بمراحله الأربعة (الملاحظة التأملية، بلورة المفهوم، التجريب النشط، التحليل والإبداع) لتدريس وحدتي التحليل والقوى الصحيحة غير السالبة والسالبة المقررة على تلاميذ الصف الثاني الإعدادي. وقد أثبت النموذج فاعليته في تنمية مهارات التفكير الجبري

[٣] **اقتصرت الباحثة على استعراض الدراسات التي تناولت تلاميذ المرحلة المتوسطة (الاعدادية).**

المتمثلة في القدرة على استخدام التمثيلات المتعددة، والاستدلال، وحل المعادلات والمشكلات الجبرية. وأرجعت الدراسة تلك الفاعلية إلى الفرص التي اتاحها النموذج للتلاميذ من المشاركة النشطة والحوار الفعال واقتراح الحلول ومراجعتها وتصويبها، كذلك من تركيزه على دمج مهارات التفكير في أنشطة الرياضيات المختلفة.

دراسة محمد فهيم وآخرون (٢٠٢٣)، والتي توصلت لإمكانية تنمية التفكير الجبري ككل- مشتملا مهاراته الفرعية (استخدام الرموز والمتغيرات الجبرية، فهم الأنماط الرياضية، تمثيل العلاقات والدوال الجبرية، بناء التعميمات الجبرية، استخدام الاستدلال المنطقي في حل المشكلات الجبرية) من خلال توظيف بعض *استراتيجيات تنويع التدريس المتمثلة في: الأنشطة المتدرجة، ومراكز التعلم، والمجموعات المرنة، واستراتيجية فكر-زاوج-شارك* لتدريس الجبر لتلاميذ الصف الثاني الإعدادي. كما توصلت دراسة مروة محمود (٢٠٢٣) لأن بناء التدريس على *عادات العقل* يمكن أن يُسهم في تنمية التفكير الجبري لتلاميذ الصف الأول الإعدادي. وخلُصت دراسة أحمد علي وآخرون (٢٠٢٢) الى ان توظيف *استراتيجية السقالات التعليمية المدعومة بالأنشطة الإلكترونية* لها تأثيراً إيجابيا على تنمية التفكير الجبري، المتمثل في مهارات إيجاد قيمة المتغير، واكتشاف الأنماط، وتحويل المسائل اللفظية لمعادلات جبرية، لدى تلاميذ الصف الثالث الإعدادي.

وصمم رضا أبو عصر (٢٠٢١) *برنامج اثرائي قائم على المنطق الرياضي* لتدريس وحدات الجبر المقررة على تلاميذ الصف الثاني الإعدادي، والذي أثبت فعاليته في تنمية مهارات التفكير الجبري المتمثلة في التعرف على الأنماط، وتمثيل العلاقات، وبناء التعميمات، وتحليل طرق التغير، واستخدام الرموز الجبرية، وتطبيق الجبر في حل المشكلات. وفي ضوء نتائج هذه الدراسة، أوصى رضا أبو عصر (٢٠٢١) بالاهتمام بتضمين بعض موضوعات المنطق في مقررات الرياضيات بالمرحلة الإعدادية. وفي سياق مشابه، اقترح شادي عبد السيد (٢٠٢١) *برنامج قائم على التطبيقات الرياضية الحياتية* لتنمية مهارات التفكير الجبري وخفض قلق الرياضيات لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي. وقد كشفت تلك الدراسة عن بعض الأساليب التي قد تساعد في تنمية مهارات التفكير الجبري عبر مختلف الصفوف، ومن بينها: استخدام *البرامج الحاسوبية* كبرنامج الاكسيل لمساعدة التلاميذ في المراحل الأولي لاكتشاف أنماط الأعداد (الزوجية، والفردية، والمربعة، والمكعبة، إلخ)، وفي تحليل المتتابعات الرياضية في المراحل العليا. وأضاف لذلك، أنه لدعم مهارات التفكير الجبري للتلاميذ، يجب أن تصميم أنشطة التعلُم بحيث:

- تشجع التلاميذ على ممارسات التأمل وحل المشكلات.
- تُحث التلاميذ على تقديم تفسيرات جبرية.

- تشجع التلاميذ على بناء تمثيلات متعددة (كالجداول والرسوم) ونماذج رياضية.
- تتطلب توظيفاً للأنماط الرياضية واستخداماً لبعض تطبيقات الحاسوب.

وفي محاولة أخرى لتنمية التفكير الجبري، أثرى طاهر سالم ونهى سليمان (٢٠٢٠) وحدة الجبر المقررة على تلاميذ الصف الأول الإعدادي *بمجموعة من الأنشطة والألغاز والمشكلات القائمة على مبادئ نظرية العبء المعرفي*. وقد استثارت تلك الأنشطة قدرات التلاميذ لينعكس ذلك إيجابا على مستوى تجهيز المعلومات لديهم، وعلى انتقالهم من التفكير التجريبي الى التفكير المجرد.

اما عن دراسة خالد المعثم وسعيد المنوفي (٢٠١٧) فقد توصلت إلى أنه بالرغم من تساوي فاعلية التدريس *باستراتيجيات ما وراء المعرفة* مع التدريس التقليدي في تنمية تحصيل تلاميذ الصف الثالث المتوسط، إلا أنه أظهر فاعلية ذات حجم تأثير كبير في تنمية التفكير الجبري. وقد لخص أحمد الرفاعي (٢٠٠٩) مداخل أربعة يمكن من خلالهم إثراء مهارات التفكير الجبري، وهم:

- *مدخل حل المشكلات*، الذي يتضمن ممارسات تحليلية للمشكلات الرياضية ونمذجتها باستخدام المتغيرات الجبرية.
- *المدخل الدالي*، الذي يستهدف استخدام الدوال والتعبيرات الجبرية لمعالجة المواقف المختلفة وتقديم تفسيرات مناسبة لها.
- *مدخل التعميمات*، الذي يمكن توظيفه لاستكشاف الأنماط الرياضية وتمثيل العلاقات الحاكمة لتلك الأنماط.
- *المداخل القائمة على اللغة والتواصل*، تلك التي تُفعِّل مهارات اللغة من قراءة وكتابة وتحدث واستماع لتمثيل المفاهيم والعلاقات الرياضية.

وبالمثل، في ضوء مراجعة الادبيات السابقة، عددت دراسة Sibgatullin وآخرون (٢٠٢٢) بعض تكنيكات تنمية التفكير الجبري، فكان من بينها:

- توظيف أنشطة استكشاف الأنماط، والحساب الذهني Mental computational.
- التركيز على تنمية الحس العددي Number sense، حس العمليات Operation sense، والحس الرمزي Symbol sense.
- تدريس الكميات غير العددية Non-numerical quantities، والأعداد الصحيحة الموجبة integers، والأعداد النسبية rational numbers.
- استخدام مداخل التمثيلات الرياضياتية على اختلافها.

وبالإضافة للدراسات السابق ذكرها، فقد اهتم بعض الباحثين بالكشف عن مدى ارتباط مستوى التلاميذ في التفكير الجبري بمستواهم في أنواع أخرى من التفكير. على سبيل المثال، تتبع عبد الله الحربي وبدر الضلعان (٢٠٢٣) العلاقة بين مستويات التفكير الجبري والهندسي لتلاميذ الصف الثاني المتوسط بمنطقة القصيم بالمملكة العربية

السعودية. وتوصلت دراستهما الى وجود علاقة ارتباطية طردية، ولكنها ضعيفة حيث اختلاف طبيعة التفكير في مجال الجبر الي يتجه نحو التجريد عنه في الهندسة الذي يتم تنميته بالاعتماد على المحسوسات أو شبه المحسوسات. وفي سياق مماثل، كشفا محمود باشا وسليم ترك (٢٠٢٢) عن وجود علاقة ارتباطية موجبة بين مهارات التفكير الجبري والتفكير الاستدلالي لدى تلاميذ الصف الثاني المتوسط في العراق؛ ليتفق ذلك مع ما أشار اليه شادي عبد السيد (٢٠٢١) من أن التفكير الجبري يمثل أحد العناصر الأساسية للاستدلال الرياضي.

➢ ثانياً: السعي نحو الدقة Attending to Precision

• مفهوم السعي نحو الدقة وأهميته Concept of Attending to Precision and its Significance

يمثل السعي نحو الدقة أحد النواتج الأساسية لتعلُم الرياضيات. فالرياضيات ذاتها، كعلم، تشتهر بتوقع مستوى عالي من الدقة والصحة والإتقان (Cheng، ٢٠١٧).

وللسعي نحو الدقة فعَّالية كبيرة في ضبط جودة الحوار الصفي، وتحسين ممارسات التواصل الرياضياتي. فعدم الدقة يمكن أن يؤدي لاستنتاجات خاطئة، كما أنه قد يمنع من تطوير المعاني المشتركة للعديد من مفاهيم وعمليات الرياضيات (et .Engledowl al، ٢٠١٥). وفي سياق تعلُم الجبر، أوضح Kieran (٢٠٠٧) أن التأكيد على دقة استخدام الرموز الجبرية يساعد التلاميذ في التطور من التفكير الحسابي إلى التفكير الجبري، ويجعلهم أكثر استعدادا لتعلُم الرياضيات في المستويات العليا. كما فسر Pate (٢٠٢٤) ضرورة التركيز على تنمية ممارسات السعي نحو الدقة، في كونها تساعد على:

- تحسين فهم التلاميذ لمحتوى الرياضيات.
- إدراك الطبيعة التسلسلية للرياضيات Sequential nature of learning mathematics، حيث تحقيق تماسك المعرفة عبر الصفوف الدراسية المختلفة.
- تحسين ممارسات التواصل Effective communication.
- تفعيل الممارسات الرياضياتية الأخرى Effective engagement with other Standards for Mathematical practice.

وقد تم إدراج السعي نحو الدقة عام ٢٠١٠ ضمن معايير الممارسات التي حددتها وثيقة المعايير الأساسية المشتركة للرياضيات (CCSS-M، ٢٠١٠)، والتي تتضمن مجموعة من نواتج التعلُم المراد تنميتها من خلال محتوى الرياضيات المدرسية. وتشير تلك الوثيقة إلى أن السعي نحو الدقة يتمثل في قدرة التلميذ على أن:

– يتواصل بدقة مع الآخرين باستخدام لغة رياضياتية صحيحة وواضحة.

– يدرك معاني الرموز الرياضياتية.

– يسمي الكميات بطريقة مناسبة.
– يصل للإجابات العددية بدرجة مناسبة من الدقة، تتناسب مع سياق الموقف.
– يحسب بدقة وكفاءة.

وعلى المستوى المحلي، فإن مناهج الرياضيات المصرية المطوّرة تحث التلاميذ على ضرورة ممارسة الدقة الرياضياتية، كونها ضمن سلوكيات "التفكير مثل عالِم الرياضيات". ذلك أن دليل معلم الرياضيات بجميع صفوف المرحلة الابتدائية يؤكد أن علماء الرياضيات يتحرون الدقة، والتي تظهر في أن "أعمل بعناية وأتحقق من حلول المسائل للتأكد من صحتها ودقتها" (وزارة التربية والتعليم والتعليم الفني، دليل معلم الصف الرابع الابتدائي- الفصل الدراسي الثاني، ٢٠٢٢، ص xxvi). وبالرغم من أهمية الدقة كأحد أهداف تعلُم الرياضيات محلياً وعالمياً، إلا أن الدراسات الحديثة (Otten et al.، ٢٠١٩) تشير لوجود نقص في الأدبيات التي تتقصى مفهوم السعي نحو الدقة من الناحية التجريبية.

- **أبعاد السعي نحو الدقة ومعاييره Indicators of Attending to Precision**

من المفاهيم الخاطئة الشائعة للدقة في الرياضيات هو اعتبار دقة الحسابات بمثابة البعد الأوحد والأهم. ويمكن تصحيح ذلك باستعراض توصيفات الدراسات والبحوث السابقة لمفهوم السعي نحو الدقة في الرياضيات، فعلى سبيل المثال:

يرى Conley (٢٠٠٨) أن الدقة الرياضياتية تظهر في سياقات تعلُم مختلفة، منها دقة تناول المهام، ودقة استخلاص النتائج، وكذلك دقة التقدير الرياضياتي. كما يحدد Engledowl et al. (٢٠١٥) معايير السعي نحو الدقة في:

(أ) دقة تعريف المصطلحات Defining terms، وتوظيفها في السياق المناسب.
(ب) دقة تعريف الرموز Defining symbols، واستخدامها بشكل مناسب.
(ج) دقة استخدام الوحدات Labeling units، والرسوم البيانية graphs، والمخططات diagrams.
(د) دقة الحسابات Precision of calculations.
(ه) دقة القياسات Precision of measurements.
(و) دقة التقدير Rounding or estimating.
(ز) دقة بناء الادعاءات ومحاولات تحسينها Making or refining claims.
(ح) دقة التفسيرات والمبررات Giving explanations or justifications.
(ط) دقة استخدام الرياضيات في السياقات المختلفة Appropriate mathematical precision within a non-mathematical problem context.

وتتفق التوصيفات السابقة مع ما كشفت عنه دراسة Otten et al. (٢٠١٩) التي استهدفت تقصي وجهات نظر معلمي الرياضيات حول مفهوم السعي نحو الدقة. وأقرت الدراسة بأن هناك مناظير ثلاثة للسعي نحو الدقة في الرياضيات، هم:

(أ) دقة استخدام الكميات العددية numerical quantities.

(ب) دقة استخدام المصطلحات والمفردات الرياضياتية vocabulary.

(ج) دقة توّظيف الرموز symbols.

وبشكل عام، يعد تصنيف Koestler et al. (٢٠١٣) لأبعاد السعي نحو الدقة من التصنيفات الأساسية التي يتم تناولها في العديد من بحوث الرياضيات. وقد تبنى Pate (٢٠٢٤) هذا التصنيف في دراسته عن تطوير ممارسات السعي نحو الدقة لمعلمي الرياضيات ما قبل الخدمة. ووفقا لهذه الدراسة، فإن الدقة تتضمن:

(أ) دقة الحسابات الرياضياتية Precision of calculation، وتتمثل في دقة النواتج العددية ومناسبتها لسياق المشكلة، ودقة استخدام العمليات والرموز، ودقة التقدير والحسابات الذهنية والصيغ الرياضية المستخدمة، وكذلك دقة الحس العددي.

(ب) دقة التواصل الرياضياتي Precision of communication، والتي أعتبرها Cuoco et al. (١٩٩٦) ضمن عادات العقل الرياضياتية، وأكدوا على أهمية أن يقدم التلاميذ أوصافاً دقيقة لأفكارهم ودلائل واضحة على حُججهم. كما وصف Cheng (٢٠١٧) دقة التوصل الرياضياتي من خلال دقة التواصل الكتابي والشفهي، والانتباه لجودة اللغة الرياضياتية المستخدمة (المصطلحات، والتعريفات، والعمليات، والرموز، والتعبيرات)، ووضوح الشروحات الرياضياتية.

- **تنمية السعي نحو الدقة Development of Attending to Precision**

يُعد المعلِّم هو المسؤول الأول عن دعم اهتمام التلاميذ بالدقة الرياضياتية، ولذلك فقد أوضحا Livers وElmore (٢٠١٨) أن وعي المعلمين والتزامهم بالدقة ينبغي أن تكون ممارسة تربوية مقصودة لتطوير هذه العادة عند تلاميذهم. ويقدم تقرير Wichita Public Schools (٢٠١٦) مجموعة من الممارسات الصفية التي يجب أن تؤخذ في الاعتبار لتنمية سعي التلاميذ نحو الدقة الرياضياتية، ومنها:

(أ) *الانتباه لجودة التساؤلات الصفية التي تحفز السلوكيات المرغوبة*، ومن أمثلة تلك التساؤلات: كيف يمكن أن تعبر عن المهمة المُعطاة بطريقة مفهومة لك ولزملائك بالصف؟ ما المصطلحات الرياضياتية التي ترتبط بالموقف المعطى؟ كيف يمكن تعريف هذه المصطلحات؟ ماهي المفاهيم، أو الخصائص، أو القواعد الرياضياتية التي يمكن توظيفها في ذلك الموقف؟ هل توجد استراتيجية أخرى للحل أكثر كفاءة من التي استخدمتها (أو من تلك التي استخدمها زميلك)؟ كيف يمكنك اختبار صحة الحل الذي توصلت إليه لمعرفة ما إذا كان يجيب على المشكلة أم لا؟

وفي مقابل طرح هذه التساؤلات، على المعلم أن يحدد الإجابات غير المكتملة ليطلب من التلاميذ مراجعتها مرة أخرى، ويشجعهم على التمييز بين الإجابات المكتملة وتلك التي تحتاج الي تعديل. ويؤكد Hancock (٢٠١٢) على أهمية أن يعطي المعلم لتلاميذه الوقت الكافي لعرض أفكارهم ومقترحاتهم للمهام المقدمة، وبما يسمح بالتحقق من إجابات التساؤلات السابقة.

(ب) *الانتباه لجودة اللغة الرياضياتية المستخدمة في الصف developing vocabulary*، فيجب على معلم الرياضيات أن يكون هو نفسه نموذجاً لمستوى الدقة الذي يرغب أن يصل إليه تلاميذه. ومن ثم، فعليه أن ينتبه لسلامة ودقة المصطلحات التي يتحدث بهاprecise terminologies، لدقة النواتج الحسابية للمهام، كذلك لصحة وحدات القياس ومناسبتها لسياق المهمة. فإذا كانت المهمة تتطلب تمثيل بياني، عليه أن يدعو تلاميذه للانتباه لضرورة تسمية المحاور وقراءاتها بشكل مناسب.

وفي هذا السياق، يؤكد Riccomini et al. (٢٠١٥) على ضرورة تعليم المصطلحات بشكل صريح ومن خلال ربطها بالسياق والتمثيل المناسب. فالتدريس المباشر لتلك المصطلحات يساعد التلاميذ على تحديد الاستخدام الصحيح للمفاهيم الرياضياتية بدلا من الاعتماد على التخمين.

(ج) *انتقاء مهام التعلم المناسبة*، ومن بينها تلك المهام التي يمكن تمثيلها بأكثر من طريقة، أو حلها بأكثر من مدخل، والمهام التي تتطلب تحليل الأخطاء أو تحليل النص المعطى، والمهام التي تتطلب مناقشات جماعية وتبريرات حول صحة الأفكار والحلول الممكنة، والمهام التي تتطلب تقديم أدلة رياضياتية وليست مجرد تنفيذ لمهارات حسابية؛ وكذلك المهام التي تحفز التلاميذ على تقديم ملاحظات وطرح أسئلة حول حلول الآخرين.

إضافة لذلك، هناك ضرورة لأن تتضمن مهام التعلُم معايير واضحة متعارف عليها من قبل التلاميذ لتقييم دقة تواصلهم الرياضياتي حول هذه المهام. وعلى الجانب الآخر، على المعلم أن يعمل على تحسين دقة التواصل بين التلاميذ وبعضهم من خلال أن يطلب من أحدهم توضيح فكرة زميله أو إعادة طرحها بطريقة مختلفة، أو إعطاء بديل مناسب لها (Engledowl et al.، ٢٠١٥).

ومن خلال ما تم تناوله عبر أدبيات التفكير الجبري والسعي نحو الدقة لاحظت الباحثة وجود نوع من الارتباط بين مهارات التفكير الجبري وممارسات الجدل الرياضياتي؛ وبذلك تشكلت الفرضية الأساسية التي انطلق منها البحث الحالي، وقد بُنيت تلك الفرضية في ضوء بعض المؤشرات المُلاحظة في الأدبيات، ومنها:

- ما أوضحه Lentz (٢٠١٨)، و Chimoni et al. (٢٠١٨) من ضرورة أن يوجه المعلم تلاميذه نحو التعرف على الأنماط واكتشاف التعميمات (كخاصية المحايد الضربي في ص أو ن) لتنمية تفكيرهم الجبري. وتلك الممارسات، في أصلها، هي ممارسات للجدل الرياضياتي. ويظهر ذلك فيما أوضحه Campbell et al. (٢٠١٩) من ضرورة الانتقال بالتلاميذ في ممارسات الجدل من التعرف على الأنماط بالاعتماد على الحُجج التجريبية إلى اكتشاف التعميمات والخواص الرياضياتية بالاعتماد على الحُجج الاستدلالية.
- ما أقره Ntsohi (٢٠١٣) وأتفق معه لباب جعبة (٢٠١٧) من أن فحص مدى صحة الفرضيات الرياضياتية هي أحد المهارات المرتبطة بالتفكير الجبري. وعلى الجانب الآخر، فإن الجدل يستهدف بناء المعرفة الرياضياتية والتحقق من صحتها من خلال المناقشات الصفية النشطة (Ríos-Cuesta، ٢٠٢٣).
- ما أكده المركز القومي للبحوث التربوية والتنمية في الدليل الارشادي للمعلم لتنمية مهارات التفكير (٢٠١٥) من أن تعلُم مهارات التفكير يُسهم في جعل المتعلم إيجابيا من حيث حل مشكلاته اليومية، وصناعة قراراته، وتحديده للأولويات والبدائل المتاحة. كما انها تساعده على الانخراط مع بيئة العمل من خلال التفكر في وجهات نظر الآخرين ومناقشتها بطريقة منطقية. ويحمل ذلك في جوهره توصيفاً لممارسات الجدل الرياضياتي من مناظيره الثلاثة كمدخل لحل المشكلات، وكوسيلة للإقناع، وكنشاط اجتماعي (Stylianides et al.، ٢٠١٧). فممارسات الجدل لا تعتبر ضرورية للتعليم فحسب، ولكنها تساعد المتعلمين على اتخاذ قرارات منطقية للمواقف اليومية (Hanna وDe Villiers، ٢٠١٢؛ Indrawatiningsih et al.، ٢٠١٩)، ذلك لأنها تتطلب ممارسات عقلية عليا كالتفكير الناقد، والتواصل، والقدرة على اتخاذ القرار (Kartika وBudiarto، ٢٠٢٢).

إضافة لما سبق، فإن العلاقة التبادلية بين سلوكيات السعي نحو الدقة وممارسات الجدل الرياضياتي تظهر فيما أقره Engledowl et al. (٢٠١٥) بأن سلوكيات السعي نحو الدقة تساعد التلاميذ ضبط حُججهم واستنتاجاتهم الرياضياتية. ومن ثم، فإن بناء تعلُم الرياضيات على ممارسات الجدل والاهتمام ببناء الحُجج والتحقق منها من المتوقع أن يكون له أثرا إيجابيا على سلوكيات الدقة. وهذا ضمن أهداف البحث الحالي.

➢ ثالثاً: الجدل الرياضياتي Mathematical Argument

- **مفهوم الجدل الرياضياتي Mathematical Argument**

يُعد الجدل "أداة أساسية للتفكير" (Voss وMeans، ١٩٩١، ص ٤)، ويعبر عن المنتج النهائي لعملية الجدال arguing، ويكون في صورة خطاب يقدم الأساس المنطقي وراء الاتفاق أو الاختلاف حول قضية ما (Balacheff، ٢٠٢٤؛ Indrawatiningsih et al.، ٢٠١٩).

وفي سياق تعليم وتعلُم الرياضيات، فإن الجدل يُمثل سلسلة من الاستدلالات المنطقية الفعّالة لدعم أو دحض ادعاء رياضياتي ما (Stylianides، ٢٠٠٧؛ Cardetti وLeMay، ٢٠١٩). ومن ثم، فإن ممارسات الجدل الرياضياتي تستهدف إزالة الشكوك الذاتية، كذلك شكوك الآخرين حول مدى صحة تلك الادعاءات (Harel وSowder، ١٩٩٨).

ولتحديد مفهوم الجدل الرياضياتي بدقة، ينبغي تمييزه عن المفاهيم الأخرى المشابهة، التي تزخر بها بحوث تعليم الرياضيات، ومن بينها مفهومي التبرير، والبرهان. وقد ميز Stylianides وStylianides (٢٠٢٢، ص٦٦-٦٨) تلك المفاهيم عن بعضها من خلال التعريفات التالية:

- **الجدل Argument:** يمثل ممارسات بناء الادعاءات الرياضياتية mathematical claims، وإعطاء دليل لدعمها. فالجدل يصف الخطاب أو الوسائل الاخبارية (ليست بالضرورة رياضياتية) التي يستخدمها فرد أو مجموعة لإقناع الآخرين بأن العبارة صحيحة أو خاطئة. ويشير الإقناع في هذا السياق الي الممارسات التي يقوم بها الفرد لإزاله شكوكه (الشخصية) ascertaining من جانب وكذلك إزالة شكوك الآخرين persuading من الجانب الآخر حول صحة أو زيف ادعاء ما (Lin، ٢٠١٨).

  وبشكل عام، يشير Osborne et al. (٢٠١٦) أن الجدل الرياضياتي يتضمن الممارسات الأربعة التالية:
  - بناء الادعاءات Construct claims؛
  - تقديم أدلة (حُجج) لدعم (أو دحض) تلك الادعاءات Provide evidence؛
  - تقييم مدي جودة وكفاية الأدلة للحكم على صحة الادعاء Judge the validity of the claims؛
  - فحص نمط الاستدلال الذي يربط الأدلة بالادعاء Examine the reasoning that connects the evidence to the claim.
- **التبرير Justification**: عملية دعم (أو دحض) الادعاءات الرياضياتية؛ أي توضيح أسباب الأجوبة.

- **البرهان Proof**: هو ذلك الجدل الرياضياتي التي يتوفر فيه السمات التالية: (١) اقناعي convincing، (٢) استنتاجي deductive لا يقبل الدحض المحتمل، (٣) شفاف transparent، (٤) واضح perspicuous فهو يقدم الحُجة التي تفسر للقارئ سبب كون النظرية صحيحة، (٥) يقع ضمن نظام تمثيلي يتوافق مع معايير مجتمع الرياضيات representation system satisfying communal norms، و (٦) تم إقراره وثبات موثوقيته من قبل مجتمع الرياضيات sanctioned by the mathematical community. ويبدو ذلك متسقا مع رأي Stylianides (٢٠٠٧) بأن البرهان يمثل "فئة خاصة من الجدل الرياضياتي (تلك التي تصل إلي جودة البرهان)" (ص. ٢٩٢). حيث توجد العديد الطرق الممكن (كالحجة بالقياسanalogy) للوصول إلى استنتاجات صحيحة، ولكنها قد لا تكون صارمة بما يكفي لتلبية معايير البرهان الرياضياتي.

ويركز البحث الحالي على الجدل الرياضياتي، والذي أوضح Stylianides et al. (٢٠١٧) بأنه يمكن تناوله من وجهات نظر ثلاثة رئيسية هي:

- الجدل كشكل من أشكال عمليات حل المشكلات as a form of problem-solving.
- الجدل كوسيلة للإقناع as convincing.
- الجدل كممارسة اجتماعية as a socially-embedded practice.

وتتفق تلك المناظير مع ما أشار اليه Zhou et al. (٢٠٢١) بأنه يمكن البحث في الجدل الرياضياتي من وجهتي نظر، هما:

- *من منظور اجتماعي*، يعبر فيه الجدل عن عملية نقاش اجتماعي social debate تظهر في محاولات التلاميذ نحو اقناع بعضهم بالحُجج الرياضياتية.
- *من منظور معرفي*، يمثل فيه الجدل عملية معرفية cognitive process تظهر في تقديم أدلة داعمة أو داحضة للادعاءات الرياضياتية.

وأضافوا لذلك انه يمكن الجمع بين المنظورين؛ فممارسات الجدل يُمكن أن تُنمىَ معرفياً، وفي الوقت ذاته يتم دعمها في سياق اجتماعي مناسب (Zhou et al., ٢٠٢١).

ويتفق البحث الحالي مع رؤية الجدل الرياضياتي على انه نشاط اجتماعي، فيُعرفه على أنه *مجموعة من الممارسات الاجتماعية الصفية التي يتفاعل خلالها التلاميذ مع بعضهم البعض من أجل بناء الادعاءات الرياضياتية، ومناقشة مدى صحتها باستقصاء الحُجج المناسبة لدعم (أو دحض) تلك الادعاءات في سياق رياضياتي ثري يحقق البناء الاجتماعي النشط للمعرفة الرياضياتية.*

ويتوافق ذلك مع تعريف Ríos-Cuesta (٢٠٢٣) للجدل بأنه المناقشة النشطة التي تتطور داخل الصف الدراسي من خلال تفاعل التلاميذ مع بعضهم بهدف بناء المعرفة الرياضياتية والتحقق من صحتها. بالمثل، أكد Zhou (٢٠٢٣) أن الجدل في الرياضيات المدرسية يتم في سياق اجتماعي، ومن ثم، فقد عرفه بأن العملية التي يبحث فيها التلاميذ عن الأدلة مستخدمين طرقًا منطقية للاستدلال لدعم أو دحض ادعاء رياضياتي معين اثناء التفاعل الجماعي لإقناع أنفسهم والآخرين بتلك الأدلة.

وقد وصف Balacheff العلاقة بين الجدل والبرهان من خلال تعريفه للجدل على انه "مقدمة للانتقال نحو البرهان" او انه "المرحلة البنائية للبرهان" (٢٠٢٠، ص٣، ص٧). مضيفاً لذلك، أن دقة الجدل تعتمد في المقام الأول على معرفة التلاميذ، مستواهم العقلي، ووسائل التمثيل السيميائي المتاحة لهم. وبالتالي، فإن قبول نمط الجدل وطريقته يعتمد على تقاليد صف الرياضياتSocial norms، وعلى الظروف التي تم فيه انتاجه. ومن ثم، فإن قبول الحُجج الرياضياتية المتضمَنة بالجدل يتمثل في قبول التلاميذ لها، وتأكيد المعلم على صحتها (Balacheff، ٢٠٢٠، ص ١٦).

فحُجج التلاميذ يمكن أن تكون صحيحة وذات معنى حتى وإن كانت غير قابلة للتعميم أو أنها لا تأخذ الطابع الرسمي للبرهان الرياضياتي (CCSS-M, 2010). ومن ثم فالجدل يختلف عن البرهان الذي له صفة نظرية تتطلب نزع الطابع الشخصي عنه Depersonalization، كذلك تجريده من السياق Decontextualization والزمن Timeless (Balacheff، ٢٠٢٠).

- **أهمية الجدل الرياضياتي Significance of Mathematical Argument**

يلعب الجدل دوراً محورياً على المستويين التعليمي والحياتي، فهو "أداة أساسية للتفكير" (Voss وMeans، ١٩٩١، ص٤)، كما أنه "ممارسة معرفية رئيسية في العلوم" (Bricker وBell، ٢٠٠٨، ص ٤٧٤). فممارسات الجدل تعزز عمليات التعلُم في العديد من المجالات، وتحديدا في العلوم والرياضيات؛ فتعلُم الرياضيات بحد ذاته هو تعلُم جدلي.

وقد أقر Ríos-Cuesta (٢٠٢٣)، أن ممارسات الجدل الرياضياتي تحول عملية التعلُم من مجرد تمركزها حول تنفيذ الخوارزميات إلى عملية بنائية نشطة تقوم على تبرير المتعلم لحُججه وأفكاره الرياضياتية، ثم محاولة إقناع الآخرين بها، بالتالي فإن هذه الممارسات تفتح المجال لمناقشة وجهات النظر المتعددة من خلال مهام رياضياتية تستثير الجدل وتستدعي مواجهة الأفكار المختلفة.

وفي ضوء أهمية الجدل الرياضياتي لتنمية تفكير التلاميذ، فقد حددته وثيقة المعايير الأساسية المشتركة للرياضيات CCSS-M كأحد معايير الممارسات، فيجب تصميم بيئة تعلُم الرياضيات بحيث تساعد التلاميذ على "*بناء حوار جدلي منطقي ونقد*

أفكار الآخرين *Construct Viable Arguments & Critique the Reasoning of Others*". وفي سبيل تحقيق ذلك، أشارت الوثيقة أنه يجب على معلم الرياضيات أن يشجع تلاميذه على بناء الافتراضات والتخمينات ومحاولة استكشاف مدى صحتها، والتحقق من صحة العلاقات الرياضياتية من خلال الأمثلة والامثلة المضادة، والتحقق من مدى صحة الحلول التي يقدمونها، والتواصل مع الآخرين وشرح ومناقشة أفكارهم بصوت مرتفع، وتحديد الأسباب المنطقية لكل خطوة من خطوات حل المسألة، وأيضا مقارنة طرق الحل المتعددة وتبرير سبب تبني أحد تلك الحلول (CCSS-M, 2010).

بالمثل، أكد المجلس القومي لمعلمي الرياضيات NCTMفي وثيقة مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية (٢٠٠٠) على أهمية ممارسات الجدل. فذكرت الوثيقة أنه وفقا لمعيار "الاستدلال والبرهان"، ينبغي للبرامج التعليمية من مرحلة ما قبل الروضة حتى الصف الثاني عشر K-12 أن تُمكن جميع التلاميذ من:

- التعرف على الاستدلال reasoning والإثبات proof باعتبارهما عمليتين أساسيتين لتعلُم الرياضيات.
- تكوين التخمينات الرياضياتية والتحقق منها.
- بناء وتقييم الحجج arguments والبراهين الرياضياتية.
- انتقاء أنواع مختلفة من الاستدلال وطرق الإثبات وتوظيفهم في حل المشكلات (NCTM، ٢٠٠٠، ص٤٠٢).

علاوة على ذلك، فقد تم تضمين الجدل الرياضياتي في الإطار المفاهيمي للاختبارات الدولية TIMSS (٢٠١٥، ٢٠١٩) حيث ظهرت بعض ممارساته، كأجراء تخمينات، وتبرير النتائج، ضمن المجال المعرفي الخاص بالاستدلال.

وعلى المستوى المحلي، فإن *مناهج الرياضيات المصرية المطّورة 0.2 تتضمن بعض ممارسات الجدل*. حيث تطرح سلسلة أدلة المعلم المطروحة بتلك المناهج سلوكيات واضحة ينبغي أن تؤخذ في الاعتبار اثناء التدريس، وتتلخص تلك السلوكيات في "التفكير مثل عالِم الرياضيات"، ذلك أن عُلماء الرياضيات لديهم القدرة على التمثيل (بالرسومات والأعداد والكلمات) وعلى الشرح (شرح طريقة التفكير ومقارنتها بطرق الآخرين)، وعلى ملاحظة الأنماط (وزارة التربية والتعلم والتعليم الفني، دليل معلم الصف الرابع الابتدائي- الفصل الدراسي الثاني، ٢٠٢٢).

- **نماذج الجدل الرياضياتي ومستوياته Mathematical Argument Frameworks and Levels**

تزخر الأدبيات بالعديد من الإطارات والنماذج التي تحدد بنية الجدل الرياضياتي ومستوياته؛ ومن أبرز تلك النماذج:

(أ) إطار Toulmin (٢٠٠٣) لبنية الجدل Toulmin Argument Model

يُعد نموذج Toulmin (٢٠٠٣) أحد أبرز النماذج الموّظفة في بحوث الجدل والبرهان الرياضياتي، فنادراً ما نجد دراسة في هذا المجال لا تشير الي مكونات Toulmin المُحدِدة لبنية الجدل، وليس مستواه أو دقته. وقد تم تفعيل هذا النموذج في دراسة مريم عبد الملاك (٢٠٢٠)، فاستُخدم لتحليل البراهين الرياضياتية لطالبات المرحلة الثانوية. ويتكون الجدل الرياضياتي وفقا لنموذج Toulmin من ثلاثة عناصر أساسية هي: الادعاء، والدليل، والمبرر؛ وثلاث عناصر أخرى مساعدة وهي: الدعم، والمؤهل، والدليل المضاد. ويمكن توصيف تلك العناصر كما يلي (Evagorou et al.، ٢٠٢٣؛ Lin، ٢٠١٨، مريم عبد الملاك، ٢٠٢٠):

- *الادعاء Claim*: يعبر عن العبارة (أو الرأي أو التأكيد أو وجهة النظر) التي يحاول المتعلم اثباتها؛ حيث يكون هناك تأكيد معطى بأن شيء ما صحيح مما يؤدى لنتيجة محددة، مع عدم وجود دليل واضح على ذلك.
- *الدليل Data*، يعبر عن البيانات أو الحقائق ذات الصلة بالادعاء.
- *المبرر (السبب) Warrant*، هو تلك الرابط بين الادعاء والدليل، ويمثل الأساس المنطقي (المبرر) الذي يستخدمه المتعلم ليصل الى استنتاج ما، كأن يعتمد على مبدأ، أو مفهوم، أو مثال، أو قاعدة رياضياتية أو تشبيه Analogy.
- *الدعم Qualifier*، يمثل توصيفاً للشروط اللازمة لكي يكون الادعاء صحيح، ويقدم فيه المتعلم دليل إضافي لدعم صحة (أو عدم صحة) الادعاء.
- *المؤهل Backing*، يعبر عن العبارات الضمنية (ليس بشكل مباشر) المُمثلة لمستوى الثقة في الادعاء، كاستخدام كلمات ربما أو من المحتمل او بالتأكيد.
- *الدليل المضاد Rebuttal*، يمثل توصيفا للحالات التي تتعارض مع الدليل أو المبرر.

(ب) إطار Stylianides (٢٠٠٧) لمكونات الجدل الرياضياتي Components of Mathematical Argument

أوضح Stylianides (٢٠٠٧)، أن الجدل الرياضياتي له ثلاث مكونات، هي:

- *مجموعة البيانات المتاحة Set of accepted statements*، تتضمن جميع التعريفات والمبادئ والنظريات الرياضياتية المستخدمة في الجدل،
- *طريقة الجدال Modes of argumentation*، تمثل طريقة الاستدلال الموَظفة للوصول إلى نتيجة، كاستخدام المثال المضاد لإثبات أو دحض ادعاء ما،
- *نمط تمثيل الحُجة Modes of argument representation*، كاستخدام اللغة اللفظية أو الرياضياتية أو الرسومات أو الجداول أو غيرها من طرق التمثيل.

(ج) نموذج Balacheff (١٩٨٨) لمستويات الجدل الرياضياتي

يوضح Balacheff (١٩٨٨) أن جدل الرياضيات يتدرج في عمقه كما يلي:

- *التجريبي الضعيف Naïve empiricism*: يستخدم فيه المتعلم أمثلة محددة (حالات خاصة) عشوائية وغير مقصودة لبرهنة (أو دحض) الادعاء الرياضياتي.
- *التجريبي الحاسم Crucial experiment*: ينتقي فيه المتعلم أمثلة لحالات خاصة (كما بالمستوى الأول). ولكنه يعي سبب اختيار تلك الأمثلة، ويدرك عدم كفايتها للبرهان.
- *المثال الشامل Generic example*: ينتقي فيه المتعلم مثال عام يعبر عن مجموعة كبيرة من الحالات الخاصة لبرهنة (أو دحض) الادعاء الرياضياتي.
- *التجربة الفكرية Thought experiment*: هو المستوى الذي يبني فيه المتعلم الجدل بصورة استدلالية منطقية قائمة على استخدام الخصائص والعلاقات الرياضياتية.

(د) نموذج Erduran et al. (٢٠٠٤) لمستويات الجدل الرياضياتي

طوّر Erduran et al. (٢٠٠٤) خمسة مستويات لتقييم جودة الجدل، مستندين في ذلك للإطار النظري ل Toulmin وللأدلة التجريبية حول كيفية بناء التلاميذ للحُجج الرياضياتية، وتتدرج تلك المستويات كما يلي:

- *المستوى الأول*: يكون فيها الجدل في صورة ادعاء مقابل ادعاء آخر أو مقابل ادعاء مضاد counter-claim.
- *المستوى الثاني*: يكون فيها الجدل في صورة ادعاء مقابل ادعاء، ويصاحب ذلك تقديم مجموعة من البيانات data، أو المبررات warrants، دون وجود أي دحض أو دليل مضاد rebuttals مُحتمل.
- *المستوى الثالث*: يتكون فيها الجدل من سلسلة من الادعاءات أو الادعاءات المضادة، إضافة لبيانات أو أسباب، مع دحض ضعيف عرضي occasional weak rebuttal.
- *المستوى الرابع*: يختلف عن المستوى السابق في وجود دحض محدد داخل سلسلة من الادعاءات والادعاءات المضادة.
- *المستوى الخامس*: يكون فيها الجدل موسعا عن المستويات السابقة ويتضمن أكثر من حجُة مضادة أو دحض مُحتمل.

(ه) نموذج Kosko وGuilford (٢٠١٨) لمستويات الكتابة الرياضياتية الجدلية

قدما Kosko وGuilford (٢٠١٨) نموذج لتقييم مدى انشغال التلاميذ في ممارسات الجدل، وتحديداً في الكتابة الرياضياتية الجدلية. وأكدا على أن استخدام هذا

النموذج يعتمد على السياق الذي يتم فيه التعلُّم من حيث المحتوى والصف. وأشتمل النموذج على أربعة مراحل تتدرج من المستوى الجدلي الأقل إلى الأعلى، كما يلي:

- *مستوي السرد Recounts*: يعبر فيها التلاميذ عن أفكارهم بشكل عام وبدون استخدام صريح للغة الرياضيات.
- *مستوى الإجراءات Procedures*: يستخدم فيها التلاميذ الأرقام والعمليات، ولكن الأساس المنطقي للإجراءات المُوظفة في سياق الجدل يظهر ضمنيا وليس بشكل صريح.
- *مستوى الوصف Descriptions*: يقدم فيها التلاميذ مبررات رياضياتية واضحة وصريحة.
- مستوى التفسير Explanations: يستخدم فيها التلاميذ خصائص properties وقواعد رياضياتية rules صريحة ومحددة كأدلة لتبرير حُججهم.

- **ممارسات الجدل الرياضياتي في أدبيات تربويات الرياضيات Practices of Mathematical Argument in the Literature**

من خلال تقصي عدد من الدراسات الأجنبية الحديثة، لخصت الباحثة أهم ممارسات الجدل الرياضياتي التي أمكن الاستفادة منها في بناء نموذج التعلُّم المُستهدف بالبحث. وقد تم عرض تلك الممارسات في سياق الدراسات التي تناولتها، كما يلي:

(أ) ممارسات الجدل الرياضياتي وفقا لدراسة Lin (٢٠١٨)

قدمت Lin (٢٠١٨) نموذج للجدل الرياضياتي قائم على ممارسات التخمين Conjecturing، وقد بُني هذا النموذج في ضوء التأكيد على ضرورة وجود مكونات الجدل ل Toulmin (٢٠٠٣) في كل مرحلة من مراحل التخمين التي حددها Cañadas وCastro (٢٠٠٥)، ليتضمن النموذج بذلك المراحل الخمسة التالية:

- *بناء الحالات Constructing cases*: يتم فيها بناء، وتنظيم، وملاحظة الحالات؛ ومن ثم، فهي ترتبط بتحديد معطيات أو دلائل Dataالادعاء كمكون من مكونات الجدل.
- *صياغة التخمينات Formulating conjectures*: يبحث فيها المتعلم عن الأنماط، ومنها يصيغ مجموعة من التخمينات التي يمكن أن تتطور لخاصية رياضياتية. وخلال هذه المرحلة تظهر المبررات Warrants في سياق المناقشات الجماعية لمشاركة التخمينات المُصاغة والتحقق من مدى صحتها. كما تعتبر التخمينات الناتجة من تلك المناقشات هي أيضا ادعاءات Claims.
- *اثبات صحة التخمينات Validating the conjectures*: تعبر تلك المرحلة عن محاولات التلميذ في الوصول لنتيجة مؤكدة بتجربة حالات أخرى، بالتالي قد

يظهر فيها استخدام الأمثلة المضادة refutations، والمبررات warrants، والمؤهلات backings، والدعائم qualifiers.

- *التعميم Generalizing*: يبحث فيها التلميذ إمكانية تعميم التخمين على كل الحالات، ليستنتج فرضية أولية premise ترتبط بالادعاء المطروح.
- *تبرير التعميم Justifying the generalization*: يحاول فيها التلميذ اثبات صحة التعميم الذي توصل اليه باستخدام طرق رياضياتية كالتفكير الاستنتاجي.

وبالإضافة لذلك، فقد وّظفت Lin (٢٠١٨) إطار Osborne et al. (٢٠٠٤) لتقييم جودة الجدل الرياضياتي للتلاميذ. ويتضمن هذا الإطار معياران: أولهما هو مدى احتواء الجدل على بيانات (بما في ذلك الأسباب)، أو مبررات، أو مؤهلات تعكس التفكير المنطقي للتحقق من الادعاء المعطى. ومن ثم، فالجدل الأقل في المستوى هو ذلك الذي يتكون من ادعاءات فقط. اما المعيار الآخر هو ما إذا كان الجدل يناقش الدلائل المضادة أم لا. بالتالي فالجدل الذي يتضمن وجود دلائل مضادة وكذلك لا أمثلة هو أعلى في المستوى من الجدل الذي يحتوي على أمثلة فقط، ذلك أنه لا يتطلب فهم أفكار الآخرين ومعتقداتهم فحسب، ولكنه يعكس القدرة على عرض وجهات نظر معارضة.

(ب) ممارسات الجدل الرياضياتي وفقا لدراسة Zhou et al. (٢٠٢١، ٢٠٢٣)

في عام ٢٠٢١، أجرى Zhou et al. (٢٠٢١) دراسة لاستكشاف ممارسات تلاميذ الصف السادس الابتدائي للجدل الرياضياتي في الصين. وقد تم استقصاء اداءات هؤلاء التلاميذ ضوء نموذج تحليلي مبني على إطاري Stylianides (٢٠٠٧) وBalacheff (١٩٨٨) المذكورين سابقاً. وتضمن هذا النموذج تحديدا لكل من: مجموعة البيانات المتاحة (التجريبي الضعيف، والحاسم، والمثال الشامل، والتجربة الفكرية، والحُجج غير المكتملة)؛ طريقة الجدال المستخدمة (كالاستقرائية، والاستنتاجية، والأمثلة المضادة، والحُجج غير الصحيحة)؛ نمط تمثيل الحُجة (كالطريقة النصية، والصورية، والرمزية، والمختلطة، وغير المستجيب).

وكشفت نتائج تلك الدراسة عن أن أغلب التلاميذ يجدون صعوبة في إنشاء حجُج رياضياتية صحيحة وخاصة بالطريقة الاستدلالية. فمعظم التلاميذ الممارسين للجدل استخدموا الطرق الاستقرائية القائمة على البحث عن مثال واحد مطابق (أو عدد محدود من الأمثلة) كدليل لدعم استنتاجاتهم. كما أنهم وظّفوا اللغة غير الرسمية المتمثلة في النصوص أو في المزيج بين النصوص الوصفية والرموز الرياضياتية للتعبير عن تلك الحُجج. إضافة لذلك، فقد أقر Zhou et al. (٢٠٢١) بأن معرفة المعلمين ومعتقداتهم لها دور كبير في إتاحة الفرص للتلاميذ لممارسة الجدل.

وفي ضوء نتائج تلك الدراسة، قدم Zhou (٢٠٢٣) توّصيفا لأربعة ممارسات أساسية للجدل، موضحاً أنه يمكن توّظيفها كإطار لتقييم الجدل المُمارس في الرياضيات المدرسية، وتتمثل في:

- *تحليل الادعاءات الرياضياتية Identify mathematical claims*: وفيها يقوم المتعلم بتحديد شروط الادعاء واستنتاجاته.
- *بناء الأدلة Construct argumentative evidence*: يحاول فيها المتعلم البحث عن الأدلة والحُجج الفعّالة التي يمكن من خلالها الحكم على صحة الادعاء.
- *تقييم الأدلة Evaluate argumentative evidence*: وفيها ينقد المتعلم أفكار وحُجج زملائه من وجهات نظر مختلفة، بهدف إصدار حكم حول مدى صحتها.
- *مراجعة الأدلة Revise argumentative evidence*: وفيها يتم إعادة إنشاء حُجج جديدة كاستجابة محتملة للحُجج غير الصحيحة أو لجعل الحُجج أكثر ملاءمة.

(ج) ممارسات الجدل الرياضياتي وفقا لدراسة Schifter وRussell (٢٠٢٠)

وفي سياق تعلُم الجبر، خاصة التعميمات الرياضياتية التي تعتبر أساساً لفهم الجبر، قدما Schifter وRussell (٢٠٢٠) نموذج مكون من خمس مراحل لتدريب التلاميذ على ممارسة الجدل اثناء صياغة واثبات هذه التعميمات. وتتمثل مراحل النموذج في:

- *ملاحظة الأنماط Noticing patterns*، عبر الأمثلة المختلفة.
- *اقتراح التخمينات Articulating conjectures*، لتوصيف الأنماط المُلاحظة.
- *التعبير عن الأمثلة Representing examples*، من خلال الصور، أو المخططات، أو اليدويات، أو القصص لبيان صحة التخمينات.
- *بناء الحُجج القائمة على التمثيلات Constructing representation-based arguments*،
- *مقارنة العمليات Comparing and contrasting operations*، وذلك بإعادة المراحل الأربعة السابقة.

- **سمات بيئة التعلُم القائمة على ممارسات الجدل الرياضياتي Argument-Based Environment**

بشكل عام، أوضحت Lin (٢٠١٨) أن تصميم بيئة التعلُم في ضوء ممارسات الجدل يستلزم أن يصبح التبرير عادة عقلية يمارسها التلاميذ بشكل تلقائي؛ وهذا بدوره يستدعي إعادة النظر في نوعية التساؤلات التي تُطرح داخل الصف، وطبيعة المهام ومشكلات التعلُم، وأدوار المعلم والتلاميذ، وكذلك المعايير الاجتماعية الصفية Social norms. فقدرة التلاميذ على بناء الحجُج الرياضياتية الجيدة لا تُكتَسب تلقائيا، ولكنها تُبنَى من خلال الممارسات الصفية الداعمة لذلك.

وبالأخذ في الاعتبار توّصيف الجدل كمجموعة من الممارسات الاجتماعية الصفية، فإن ذلك يفرض على المعلم مسؤولية إعطاء مساحة كافية لتلاميذ للتعبير عن أفكارهم، وعرض نقاشاتهم وحُججهم، ومن ثم تقبل وتنظيم الإختلافات التي قد ترد بينهم. ولذلك أشار Campbell et al. (٢٠١٩) أن بيئة التعلُم القائمة على ممارسات الجدل الرياضياتي يجب أن تكون

- ذات ثقافة مفتوحة تعاونية آمنة open collaborative classroom culture.
- مُحفزة للمساءلة الفردية individual accountability.
- مُشجعة لممارسات التخمين قبل التبرير.

إن تصميم بيئة التعلُم بتلك السمات يبعُدنا تماما عن الصورة التقليدية للصف، التي تتأثر فيها حجُج التلاميذ ومبرراتهم إلى حد كبير بالسلطة المتمثلة في المعلم أو في الكتاب المدرسي أو في معارف الأشخاص ذوي الثقة كالزملاء الأعلى تحصيلاً أو أولياء الأمور (Sen وGuler، ٢٠١٥). ومن ثم، فكلما كانت بيئة الصف آمنة بالنسبة للتلاميذ، كلما زادت مشاركاتهم وجاهزيتهم لعرض أفكارهم ووجهات نظرهم (Civil وHunter، ٢٠١٥)، وكذلك ميلهم نحو نقد أفكارهم وأفكار زملائهم.

ويُشار لما سبق بالمعايير الاجتماعية Social normsالمُحفزة لممارسات الجدل، التي تتضمن درجة السلطة المشتركة بين المعلم وتلاميذه، فإذا كان المعلم هو السلطة الوحيدة في المناقشات، فلن تتاح للتلاميذ للمشاركة الأصيلة في بناء حجُجهم أو في انتقاد حُجج الآخرين (Rumsey et al.، ٢٠٢٢).

وبالإضافة لأهمية الجو الاجتماعي الآمن للتلاميذ، فإن بيئة الجدل تتطلب أيضا التأكيد على المُسَاءلَات الفردية (Brown، ٢٠٠٧؛ Kosko، ٢٠١٦؛ Stoyle وMorris، ٢٠١٧). فقد كشفت دراسة Cross (٢٠٠٩) أن مساءلة التلاميذ بشكل فردي عن حجُجهم الرياضياتية تسهم بشكل كبير في دعم الفهم المفاهيمي. ومن ثم، فإن انخراط التلاميذ في بيئة الجدل يتطلب الجمع بين ممارسات التعاون من جهة، وكذلك بناء المُسَاءلَات والحُجج الفردية من الجهة الأخرى. لذا، أكدت دراسة Bieda وLepak (٢٠١٤) أن تنمية الجدل تتطلب إشراك التلاميذ في مناقشات لتقديم مبررات كافية يمكن من خلالها إقناع أنفسهم، وإقناع أحد زملائهم، ثم إقناع أي متشكك آخر حول مدى صحة الفكرة.

وفيما يخص طبيعة المهام الداعمة للجدل الرياضياتي، فقد أوضح Brown (٢٠٠٧) أنه يمكن الاعتماد على الأنشطة التي ينغمس من خلالها التلاميذ في ممارسة العمليات الستة التالية: التمثيل Represent، والمقارنة Compare، والشرح Explain، والتبريرJustify، والموافقة Agree، والتحقق من الصحة Validate. بالتالي، يمكن إدارة بيئة التعلُم الجدلية من خلال المرور بالمراحل التالية:

- تحفيز التلاميذ على توّظيف التمثيلات لعرض الأفكار الرياضياتية الفردية، حيث ينشغل كل تلميذ بمفرده في "تمثيل" المشكلة باستخدام الصور، أو المخططات، أو الرسومات، أو الخوارزميات والرموز. ثم،
- المقارنات الجماعية Represent and Compare، حيث يُطلب من كل تلميذ "مقارنة" تلك التمثيلات التي تم تطويرها بشكل فردى أو في مجموعات عمل صغيرة مع تمثيلات زملائه الاخرين بنفس المجموعة أو في مجموعات اخرى. وفي ضوء هذه المرحلة من التمثيل الفردي والمقارنة، يستكشف التلاميذ اختلافاتهم حول فهم المحتوى الواحد. ثم،
- يُوجه التلاميذ نحو شرح Explain، وتبرير Justify أفكارهم لجميع زملائهم بالصف، ومن ثم الاتفاق agree على حجُة جماعية مشتركة Common argument لتتم مشاركتها والتحقق من صحتها مرة أخرى من قبل مجتمع الفصل Validate.

كما أكدت دراسة Ríos-Cuesta (٢٠٢٣) أن المشكلات التي تتطلب النمذجة الرياضياتية وكذلك المشكلات اللفظية يمكن أن توفر فرصاً جيدة للتلاميذ للتفاعل الصفي الثري بالأفكار الجدلية، والذي بدوره يحفزهم على ممارسات التحقق صحة أفكارهم وأفكار زملائهم.

ومن أهم الدراسات التي أستند إليها البحث الحالي في بناء مهام التعلُم الجدلية المستخدمة بالمعالجة التجريبية هي دراسة Chua (٢٠١٧). ففي ضوء تقصي عدد كبير من الدراسات السابقة التي تناولت مفاهيم التبرير والجدل والبرهان الرياضياتي، كشفت دراسة Chua (٢٠١٧) عن أربعة أنواع من المهام الداعمة لممارسات الجدل، وتندرج جميعهم تحت مسمي مهام التبرير Justification tasks. ذلك أن هذه المهام تضع التلميذ في موقف يتطلب منه أن يبني جدلاً يتضمن حجُج منطقية حول مدى صحة فكرة أو مفهوم أو إجراء رياضياتي، وقد استخدم Chua (٢٠١٧) الاختصار DIVINE ليلخص تلك المهام كما يلي:

- *مهام اتخاذ القرار Making Decisions:* تقدم هذه المهام عدد من الخيارات المرتبطة بادعاء رياضياتي ما، ويُطلب من التلميذ اتخاذ القرار حول مدى أفضلية تلك الخيارات لدعم أو دحض الادعاء. ومن أنواع أسئلة تلك المهام: اشرح أي من Explain which.
- *مهام الاستدلال Inference*: يستكشف هذا النوع من المهام مدى فهم التلميذ للسياق، لذلك عادة ما يتم تصميم هذه المهام كسياق واقعي، ثم يُطلب من التلميذ تفسير النتيجة الرياضياتية في هذا السياق، مثل تفسير نواتج حل المعادلات والمتباينات في سياقها الحقيقي. ومن اسئلتها: اشرح ماذا Explain what.

- *مهام التحقق ValIdatioN:* تتضمن أنواع من الأسئلة التي تبحث عن أسباب أو مبررات لدعم أو دحض ادعاء رياضياتي، مثل اشرح لماذا Explain why.
- *مهام التوضيح Elaboration:* ومن أمثلتها تلك المهام التي تتطلب شرح النهج (الأسلوب أو التكنيك أو الاستراتيجية) الذي استخدمه التلميذ للحصول على نتيجة رياضياتية محددة. ومن اسئلتها: اشرح كيف Explain how.

وقد استعانت الباحثة ببحوث ودراسات تعلِيم وتعلُم الجدل الرياضياتي التي تم عرضها بالمحور السابق في تصميم نموذج التعلُم المقترح كمعالجة تجريبية (انظر الى إجراءات البحث).

❖ إجـراءات البحث Procedures

كما ذُكر سابقا، للإجابة عن تساؤلات البحث الحالي، وظّفت الباحثة التصميم المتعدد Multiphase design (Creswell، ٢٠١٢)؛ ومن ثم، أمكن توّصيف إجراءات البحث وفقاً للمراحل الأربعة التالية:

➢ المرحلة الأولى (الدراسة الاستطلاعية)

استهدفت تلك المرحلة التحقق من مدى واقعية مشكلة ضعف مهارات التفكير الجبري لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية، وتقصي بعض مسببات هذا الضعف. ولذلك، اتُبعت الإجراءات التالية (انظر محور الإحساس بمشكلة البحث):

- تم تحديد بعض مهارات التفكير الجبري (تحديد مبدأي) من خلال الاطلاع على بعض البحوث العربية والأجنبية التي تناولته (ناصر عبيدة، ٢٠١٦؛ Kamol، ٢٠٠٥). فكان من بين تلك المهارات: (أ) الترميز (استخدام الرموز لتمثيل الموقف في صورة رياضياتية)؛ (ب) النمذجة (القدرة على اكتشاف النمط ووصفه رياضياتياً)، (ج) فهم المتغيرات المتضمنَة بعلاقة رياضياتية.
- تم انتقاء ثلاثة مهام جبرية يمكن من خلالهم استكشاف المستوى المبدئي للتلاميذ بالمهارات الثلاثة السابق ذكرها (انظر شكل ١).
- تم تطبيق المهام الثلاثة على ٢٠ تلميذة (١٠ بالصف الثاني و١٠ آخرون بالصف الثالث) اخُتيروا عشوائيا من تلميذات المرحلة الإعدادية بمدرسة الشهيد وائل طاحون بنات بكفر الزيات لتحديد مستواهم بتلك المهارات. مع الأخذ في الاعتبار أن استبعاد تلميذات الصف الأول الإعدادي من المشاركة بالدراسة الاستطلاعية التي تمت بالفصل الدراسي الأول لعام ٢٠٢٣-٢٠٢٤، كان من أجل الحصول على بيانات صادقة. ذلك أنه بالرغم من أن تلاميذ الصف الأول الإعدادي تعلموا كيفية استخدام الرموز للتعبير عن الكميات في المرحلة الابتدائية، إلا انهم لم يدرسوا الجبر بصفة رسمية بعد. لذا، رأت الباحثة أن تطبيق المهام الاستطلاعية

على عينة من تلاميذ الصفين الثاني والثالث الإعدادي سيعطي مؤشر حقيقي وصادق عن المشكلة الميدانية.

- بعد أن كشفت استجابات التلاميذ على المهام الاستطلاعية عن ضعف مهارات التفكير الجبري لديهم بصفة عامة، وارتباط ذلك بمؤشرات الدقة (خاصة دقة الكتابة الرياضياتية)، قامت الباحثة بإجراء بعض المقابلات غير الرسمية مع عدد من معلمي الرياضيات بالمدرسة لاستطلاع وجهات نظرهم حول أسباب هذا الضعف وطرق علاجه. وأقر معظمهم أن طريقة التدريس القائمة على تطبيق الخوارزميات والقوانين الجبرية، وكذلك نوعية مهام التعلُّم التي يركز عليها الكتاب المدرسي من العوامل التي تسببت في وجود هذا الضعف.

➢ **المرحلة الثانية (إعداد مواد البحث وأدواته)**

أولاً: إجراءات بناء مواد البحث

لتوصّيف نموذج التعلُّم القائم على ممارسات الجدل الرياضياتي إجرائياً، قامت الباحثة ببناء (أ) قائمة مهارات التفكير الجبري، (ب) قائمة الأُسس الإجرائية للنموذج، وفي ضوء ذلك، تم إعداد (ج) دليل المعلم القائم بالتدريس. ذلك وفقاً للإجراءات التالية:

(أ) إجراءات بناء قائمة مهارات التفكير الجبري

١- الصورة الأولية لقائمة مهارات التفكير الجبري لتلاميذ المرحلة الإعدادية

في ضوء الاطلاع على عدد كبير من الدراسات العربية والأجنبية الحديثة التي استهدفت تنمية مهارات التفكير الجبري لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية (أحمد على وآخرون، ٢٠٢٢؛ خالد المعثم وسعيد المنوفي، ٢٠١٧؛ Daud وAyub، ٢٠١٩؛ رضا أبو عصر، ٢٠٢١؛ سعاد الأحمدي، ٢٠١٩؛ شادي عبد السيد، ٢٠٢١؛ Sun et al.، ٢٠٢٣؛ محمد فهيم وآخرون، ٢٠٢٣؛ مروة محمود، ٢٠٢٣؛ معلمي ولاية Ontario Educators، ٢٠٢٤؛ مي يوسف، ٢٠٢٤؛ نبيل جاد، ٢٠٢٣)، تم بناء الصورة الأولية لقائمة مهارات التفكير الجبري بشكلها المُحدد بملحق ١. وتعتبر هذه الصورة بمثابة إطارا عاما للاستدلال على مؤشرات التفكير الجبري لتلاميذ المرحلة الإعدادية.

٢- الصورة النهائية لقائمة مهارات التفكير الجبري لتلاميذ الصف الأول الإعدادي

لتحديد قائمة مهارات التفكير الجبري لتلاميذ الصف الأول الإعدادي في صورتها النهائية، قامت الباحثة بتنقيح التوصيف الأولي للقائمة (انظر ملحق ١) والذي بُني بشكل أساسي وفقاً لرؤية الدراسات والبحوث السابقة- في ضوء ما يلي:

تحديد الهدف من القائمة: استهدفت القائمة توّصيف مهارات التفكير الجبري اجرائياً بما يتناسب مع: رؤية الدراسات والبحوث السابقة حول مؤشرات تلك

المهارات، المستوى العقلي والمعرفي لتلاميذ الصف الأول الإعدادي (عينة البحث)، محتوى الجبر المقرر على التلاميذ بالفصلين الدراسيين الأول والثاني لعام ٢٠٢٣-٢٠٢٤، والذي تم ضبطه من خلال قائمة تحليل المحتوى المُحددة بملحق ٢.

ضبط القائمة: عرُضت الصورة المعدلة من القائمة على مجموعة من السادة المحكمين المتخصصين بمجال المناهج وطرق تدريس الرياضيات، إضافةً لمجموعة من معلمي الرياضيات بالمرحلة الإعدادية، للتحقق من صدقها في قياس مهارات التفكير الجبري، ومناسبتها لفئة تلاميذ الصف الأول الإعدادي ولمحتوى الجبر المقرر عليهم. وفي ضوء استجابات السادة المحكمين على مقياس تقدير ثنائي الأبعاد (مناسب- غير مناسب) تم قياس ثبات القائمة بتحديد نسبة الاتفاق بين آرائهم حول مدى ارتباط كل مؤشر بمهارة التفكير الجبري الذي ينتمي اليه (Cohen et al.، ٢٠٠٧). وتراوحت نسب الاتفاق على كل مؤشرات البطاقة بين ٨٠٪ الى ٩٢٪، مما يعبر عن مستوى ثبات جيد للقائمة. وبناء عليه، أُجريت التعديلات المناسبة، ليتم توصيف قائمة مهارات التفكير الجبري لتلاميذ الصف الأول الإعدادي التي يستهدف البحث الحالي تنميتها في صورتها النهائية المُحددة بجدول ٢، متضمنة المهارات الأربعة الأساسية التالية:

- استخدام الرموز والمتغيرات الجبرية للتعبير عن المواقف (٤ مؤشرات).
- استكشاف الأنماط وتوظيفها في بناء التعميمات الجبرية (٤ مؤشرات).
- تمثيل العلاقات الجبرية بطرق متعددة (٤ مؤشرات).
- استخدام الاستدلال الاستقرائي والاستنتاجي في حل المشكلات الجبرية (٨ مؤشرات).

جدول ٢

قائمة مهارات التفكير الجبري لتلاميذ الصف الأول الإعدادي

المهارة	المؤشرات الدالة على اكتساب المهارة
استخدام الرموز والمتغيرات الجبرية للتعبير عن المواقف.	• ترجمة العبارات اللفظية لتعبيرات رمزية. • إدراك دلالة الرموز الجبرية في السياق المعُطى. • إيجاد قيمة التعبير الجبري بمعلومية القيم العددية لمتغيراته (التعويض). • تقصي ما إذا كانت قيمة عددية ما تحقق علاقة رياضية مُعطاة.
استكشاف الأنماط وتوظيفها في بناء التعميمات الجبرية.	• استنتاج القاعدة الرياضياتية (التعميم) التي تصف نمط أو علاقة أو عدد من الحالات الخاصة. • التعبير عن القاعدة الرياضياتية (التعميم) بتعبير رمزي صحيح. • تمييز العلاقات الرياضياتية المتكافئة وغير المتكافئة. • التحقق من صحة القاعدة (أو التعميم) من خلال فحص إمكانية تطبيقها على عدد من الحالات الخاصة.
تمثيل العلاقات الجبرية بطرق متعددة.	• تمثيل العلاقات بطريقة رمزية أو من خلال الجداول العددية، أو الرسومات هندسية، أو أشكال فن، أو الرسومات البيانية. • الربط بين التمثيلات المتعددة لنفس العلاقة (كالربط بين التمثيل الرمزي واللفظي) بما يسهل عملية التحويل من تمثيل لآخر.

	• ترجمة الرسوم أو الأشكال أو المسائل اللفظية لتعبيرات جبرية. • التعبير عن أطوال، محيطات، مساحات وحجوم الأشكال الهندسية بصور مختلفة (رمزية، لفظية، مرسومة).
استخدام الاستدلال الاستقرائي والاستنتاجي في حل المشكلات الجبرية.	• تحليل جوانب المشكلة وتحديد مدى كفاية معطياتها في الوصول للمطلوب. • توظيف الترجمة والترميز لنمذجة المشكلة في صورة رياضياتية. • بناء التخمينات الرياضياتية المناسبة لموقف المشكلة والتحقق منها. • استخدام خطوت متسلسلة تسلسلا منطقيا لحل المشكلة. • تنفيذ العمليات الرياضياتية بشكل صحيح لحل المشكلة، والتعبير عن الناتج في أبسط صورة له. • تبرير خطوات حل المشكلة. • التحقق من مدى منطقية حل المشكلة بما يتناسب مع سياقها. • التفكُر في إمكانية تنفيذ طرق بديلة للوصول الي حل المشكلة.
٤ مهارات	**٢٠ مؤشر**

(ب) إجراءات بناء قائمة الأُسس الإجرائية للنموذج المُقترح

١- **الهدف من القائمة:** تحديد أسس بناء بيئة التعلُم القائمة على ممارسات الجدل الرياضياتي بما يساعد في (أ) ضبط الإجراءات التنفيذية للمعالجة التجريبية (التدريس بنموذج التعلُم المُقترح)، (ب) توّصيف مراحل نموذج التعلُم المقترح، و (جـ) بناء كتيب التلميذ ودليل المعلم القائم بالتدريس.

٢- **مصادر اشتقاق محاور القائمة:** بُنيت محاور القائمة في ضوء استقصاء ممارسات الجدل الرياضياتي المُتضمنَة بالعديد من البحوث العربية والأجنبية التي استهدفت ذلك. ولضمان تحقيق أهداف البحث، تناولت القائمة (بشكل ضمني) بعض ممارسات تنمية مهارات التفكير الجبري والسعي نحو الدقة، بما يحقق ترابط متغيرات البحث ببعضها. ويُلخص جدول ٣ بعض المراجع التي تمت الاستعانة بها في بناء عناصر القائمة، والتي نُظمت بالكيفية التالية: ممارسات المعلم، ممارسات التلاميذ، الممارسات الاجتماعية الصفية، طبيعة مهام التعلُم الجدلية.

٣- **ضبط القائمة:** تم عرض الصورة الأولية لقائمة الأُسس الإجرائية على مجموعة من السادة المحكمين بمجال مناهج وطرق تدريس الرياضيات لإبداء آرائهم حول مدى: (أ) وضوح ودقة الصياغة الإجرائية لعبارات القائمة، (ب) مناسبة عبارات القائمة لممارسات الجدل الرياضياتي القائم عليها نموذج التعلُم المُمثل للمعالجة التجريبية، و (جـ) مناسبة عبارات القائمة لتنمية مهارات التفكير الجبري والسعي نحو الدقة. ومن التعديلات الأهم التي أُخذت في الاعتبار لتنقيح صورة القائمة الأولية هو أن تكون الممارسات المُحددة بالقائمة مبنية في ضوء بحوث الجدل الرياضياتي، الى جانب بحوث التفكير الجبري بما يضمن تحقيق أهداف البحث.

وفي ضوء ما ابداه السادة المحكمين من آراء ومقترحات تم إجراء التعديلات اللازمة، لتتضمن الصورة النهائية لقائمة الأسُس الإجرائية لنموذج التعلُم المقترح مجموعة من الممارسات المُحدَدة بالجدول التالي:

جدول ٣

قائمة الأُسس الإجرائية لنموذج التعلُم المُقترح القائم على ممارسات الجدل الرياضياتي

ممارسات الجدل الرياضياتي Argument-based practices	
ممارسات المعلم Teacher's practices	المرجع Reference
على المعلم أن يشجع تلاميذه على: • تحليل الادعاءات والجمل الرياضياتية المُعطاة من حيث معطياتها واستنتاجاتها. • فرض الفروض وصياغة التخمينات، ومن ثم اختبار مدى صحة تلك التخمينات. • استكشاف الأنماط وتمثيلها بطرق متعددة (لفظية، رمزية، بيانية، جدولية، إلخ). • اقتراح مجموعة الأمثلة والأمثلة والمضادة counterexamples. • الاستدلال استقرائياً حول البيانات. • الانتقال من استخدام الحالات الخاصة والأمثلة التجريبية كدليل لبناء الحُجج الي استخدام الخواص والعلاقات الرياضياتية (الاستدلال الاستنتاجي). • التفكُر في التعريفات، الخصائص، النظريات، والنتائج الرياضياتية التي تم تعلُمها سابقا في دعم الحُجج وبناء الجدل بطريقة استنتاجية. • ممارسة نقد الأفكار الذاتية وأفكار الآخرين من خلال مقارنة جودة الحُجج المقدمة وتوضيح معايير كون حُجة أكثر صحة من الأخرى. • شرح حُججهم بطريقة مفهومة لزملائهم بالصف، وفي المقابل، الانصات لحُجج زملائهم ثم مناقشتها وتحديد مدى منطقيتها. ومن أمثلة التساؤلات الصفية التي يجب أن يركز عليها المعلم: • هل يمكنك أضافة أدلة أخرى لإقناع زميل آخر لك في الفصل المجاور بأن مبرراتك كافية لأثبات صحة تلك العلاقة؟ • ما رأيك في إجابة زميلك؟ هل قدم مبررات كافية؟ هل مبرراته منطقية؟ هل هناك دعائم أخرى لتلك المبررات؟ • هل هناك قواعد تؤكد صحة (أو عدم صحة) رأي زميلك؟ هل يمكنك التفكير في أمثلة لا تتفق مع تلك القاعدة؟ • هل يمكن اثبات صحة (أو عدم صحة) الجملة الرياضياتية المعطاة، ولكن بطريقة مختلفة؟ • ما سبب صحة ذلك؟ هل هناك أي خصائص رياضياتية ترتبط بأسبابك لأن تلك الجملة صحيحة؟ هل هناك أمثلة مضادة لا تتفق مع تلك الجملة؟ • هل هذه كل الاحتمالات الممكنة التي يمكن من خلالها التأكد من صحة العلاقة؟ كيف عرفت ذلك؟	Campbell) ،et al., ،Lin ؛٢٠١٩ ؛٢٠١٨ ،CCSS-M (٢٠١٠
ممارسات التلاميذ Students' practices	
• ينصت (أو يقرأ) الى الحُجج التي يطرحها زملائه. • يطرح أسئلة لتوضيح حُجج زملائه، أو لتحسينها وتقديمها بشكل أفضل. • يحدد مدى صحة ومنطقية الحُجج المُطروحة (كأن يأخذ في الاعتبار السياق الذي تنتمي إليه البيانات). • يميز المنطق الاستدلالي الصحيح من الخاطئ، كأن يفسر الخلل الموجود في نمط الاستدلال أو طريقته.	Schifter) ،Russell و ؛٢٠٢٠ Campbell ،et al. ؛٢٠١٩ مروة محمود،

• يقدم مُبررات تدعم خطواته في الحل، ومن ثم الاستنتاجات التي توصل إليها. • يستكشف مبررات زملائه فيما يقدمونه من حُجج. • يبني الحُجج بالطريقة الاستقرائية بالاعتماد على بعض الأمثلة التجريبية. • يستخدم التمثيلات بأنواعها المختلفة (الرسومات، المخططات، الجداول، الرموز، إلخ) لبناء الحُجج والأدلة لاختبار الادعاءات الرياضياتية. • يدرك أن الأمثلة التجريبية لا يمكن اعتبارها أدلة كافية لبناء الحُجج الرياضياتية. • يوّظف ممارسات التخمين واستكشاف الأنماط لبناء الحُجج وتبرير الأسباب. • يركز على العمليات الرياضياتية اثناء مناقشته للحُجج.	؛٢٠٢٣ CCSS-M، (٢٠١٠
الممارسات الاجتماعية الصفية Social norms	
يضع المعلم مجموعة من القيم الاجتماعية المُوجهة للجميع داخل الصف، ومنها: أن • يتحلى التلاميذ بالشجاعة الكافية لعرض جميع الأفكار التي قد ترد إلى أذهانهم. • يشجع التلاميذ بعضهم على مشاركة الأفكار دون التسرع في الحكم على مدى جودتها أو صحتها في البداية. • يدعم التلاميذ بعضهم داخل المجموعة الواحدة، بحيث يمكن لأي فرد بالمجموعة أن يكمل أفكار زملائه أو يعيد توضيحها أو يحسن منها. • يعتبر رأى المعلم (لأنك أخبرتنا بذلك الحصة السابقة) حُجة غير كافية لأثبات صحة الادعاء الرياضياتي.	(Brown، (٢٠٠٧
طبيعة المهام الجدلية Argumentative tasks	
تتسم المهام الجدلية بواحدة أو أكثر من السمات التالية: • على درجة من التعقيد بالنسبة للتلاميذ، مما يساعدهم على الانشغال بمحاولات تبرير أفكارهم لأنفسهم ولزملائهم بالصف. • لها طبيعة لفظية. • تركز على توّظيف الخواص الرياضياتية mathematical properties. • تركز على استكشاف البنيات الرياضياتية المفاهيمية mathematical structure. • تتطلب ممارسة التخمين conjectures ومحاولة تحسين هذا التخمين من خلال الأمثلة والأمثلة المضادة counterexamples. • تتطلب استنتاجاً للأنماط الرياضياتية، وتعبيراً عنها بطريقة مناسبة. • تتطلب توّظيف ممارسات عقلية عليا مثل: التأمل، حل المشكلات (الحياتية)، النمذجة، التمثيلات، المقارنات (تحديد أوجه الشبه والاختلاف)، الشرح (التفسيرات الجبرية)، التبرير، النقد، اثبات مدى صحة عملية، أو إجراء، أو عبارة، أو ادعاء رياضياتي. • تتطلب ممارسة الاستدلال الاستقصائي reasoning of لاستكشاف فكرة رياضياتية جديدة، وليس استدلال تبريري reasoning of justification، مبني على رأي المعلم أو آراء الزملاء الأعلى تحصيلاً.	(Brown، ؛٢٠٠٧ Ríos-Cuesta، ٢٠٢٣؛ شادي عبد السيد، ؛٢٠٢١ Kosko وGuilford، (٢٠١٨

(ج)إجراءات بناء دليل المعلم القائم بالتدريس

في ضوء كلا من: (أ) التوصيف الإجرائي السابق لأُسس نموذج التعلُم القائم على ممارسات الجدل الرياضياتي (انظر جدول ٣)، (ب) المراحل التنفيذية لهذا النموذج (انظر نتائج البحث)، (جـ) تنظيم موضوعات الجبر المقررة على تلاميذ الصف الأول الإعدادي بالعام الدراسي ٢٠٢٣-٢٠٢٤، (د) استقصاء آراء السادة المحكمين حول مدى مناسبة مهام التعلُم الجدلية المقترحة لأهداف البحث، تم إعداد دليل المُعلم القائم بالتدريس في صورته النهائية كما هو موّصف بملحق ٣، متضمناً المحاور التالية:

- فلسفة الدليل وأهدافه العامة.
- توجيهات عامة للمُعلم القائم بالتدريس.
- الإجراءات التنفيذية لنموذج التعلُم المقترح القائم على ممارسات الجدل الرياضياتي.
- الأهداف العامة لوحدة الجبر، والجدول الزمني لتدريس موضوعات الوحدة.
- إجراءات التطبيق العملي لكل موضوع من موضوعات الجبر في ضوء مراحل نموذج التعلُم المقترح (إجراءات سير الدرس).

ثانيا: إجراءات إعداد أدوات البحث

(أ) إجراءات إعداد اختبار مهارات التفكير الجبري

١- **الهدف من الاختبار:** قياس مستوى تلاميذ الصف الأول الإعدادي في مهارات التفكير الجبري المُتضمنَة بمحتوى الجبر المقرر عليهم خلال العام الدراسي ٢٠٢٣-٢٠٢٤.

٢- **أبعاد الاختبار:** في ضوء التحديد الإجرائي لمهارات التفكير الجبري لتلاميذ الصف الأول الإعدادي والمؤشرات الدالة على كل مهارة (انظر جدول ٢)، تضمن الاختبار الأبعاد الأربعة التالية:

جدول ٤

أبعاد اختبار مهارات التفكير الجبري

مهارات التفكير الجبري التي يقيسها الاختبار	عدد المؤشرات لكل مهارة	الوزن النسبي لأهمية المهارة
استخدام الرموز والمتغيرات الجبرية للتعبير عن المواقف.	٤	٢٠٪
استكشاف الأنماط وتوظيفها في بناء التعميمات الجبرية.	٤	٢٠٪
تمثيل العلاقات الجبرية بطرق متعددة.	٤	٢٠٪
استخدام الاستدلال الاستقرائي والاستنتاجي في حل المشكلات الجبرية.	٨	٤٠٪
٤ مهارات	٢٠ مؤشر	١٠٠٪

٣- **جدول مواصفات الاختبار:** تم إعداد جدول مواصفات الاختبار في ضوء الأوزان النسبية لأهمية كلا من: مهارات التفكير الجبري (انظر جدول ٤)، وموضوعات الجبر المقررة [٤]. وبعد تحديد الدرجة الكلية للاختبار (٥٠ درجة)، تم توزيع تلك الدرجة وفقاً للأوزان النسبية باستخدام المعادلة التالية:

درجة السؤال = الوزن النسبي لأهمية الموضوع × الوزن النسبي لأهمية المهارة × الدرجة الكلية للاختبار (٥٠). ومن ثم، تم توّصيف جدول مواصفات اختبار مهارات التفكير الجبري كما يلي:

[٤] تم قياس أهمية الموضوع من خلال عدد صفحاته في الكتاب المدرسي المقرر "كتاب التلميذ للصف الأول الإعدادي لعام ٢٠٢٣-٢٠٢٤".

جدول ٥

جدول مواصفات اختبار مهارات التفكير الجبري لتلاميذ الصف الأول الإعدادي

موضوعات الجبر بالصف الأول الإعدادي لعام ٢٠٢٣-٢٠٢٤	عدد الصفحات في الكتاب المدرسي (الوزن النسبي لأهمية الموضوع)	مهارات التفكير الجبري لتلاميذ الصف الأول الإعدادي				توزيع درجة الاختبار على موضوعات الجبر
		استخدام الرموز والمتغيرات الجبرية للتعبير عن المواقف	استكشاف الأنماط وتوظيفها في بناء التعميمات الجبرية	تمثيل العلاقات الجبرية بطرق متعددة	توظيف الاستدلال الاستقرائي والاستنتاجي لحل المشكلات الجبرية	
الحدود والمقادير الجبرية	١ (٤٪)	٠,٤	٠,٤	٠,٤	٠,٨	٢
الحدود المتشابهة	١ (٤٪)	٠,٤	٠,٤	٠,٤	٠,٨	٢
ضرب الحدود الجبرية وقسمتها	٣ (١٤٪)	١,٤	١,٤	١,٤	٢,٨	٧
جمع المقادير الجبرية وطرحها	١ (٥٪)	٠,٥	٠,٥	٠,٥	١	٢,٥
ضرب حد جبري في مقدار جبري	٢ (٩٪)	٠,٩	٠,٩	٠,٩	١,٨	٤,٥
ضرب مقدار جبري مكون من حدين في مقدار جبري آخر	٤ (١٨٪)	١,٨	١,٨	١,٨	٣,٦	٩
قسمة مقدار جبري على حد جبري	١ (٥٪)	٠,٥	٠,٥	٠,٥	١	٢,٥
قسمة مقدار جبري على مقدار جبري آخر	٢ (٩٪)	٠,٩	٠,٩	٠,٩	١,٨	٤,٥
التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى	١ (٥٪)	٠,٥	٠,٥	٠,٥	١	٢,٥
حل المعادلات في ن	٤ (١٨٪)	١,٨	١,٨	١,٨	٣,٦	٩
حل المتباينات في ن	٢ (٩٪)	٠,٩	٠,٩	٠,٩	١,٨	٤,٥
المجموع	٢٢ صفحة (١٠٠٪)	١٠ درجات (٢٠٪)	١٠ درجات (٢٠٪)	١٠ درجات (٢٠٪)	٢٠ درجة (٤٠٪)	٥٠ درجة

٤- مفردات الاختبار: صيغت مفردات الاختبار أولياً في ضوء رؤية البحوث السابقة، وتحديداً، تلك التي تم الرجوع إليها عند بناء بطاقة مهارات التفكير الجبري. ثم بعد أن تمت عملية ضبط الاختبار، تضمن الاختبار مجموعة من الأسئلة بعضها موضوعي (إكمال- اختيار من متعدد) والآخر مقالي (ارسم- احسب قيمة- عبر

عن)، وذلك في ضوء مدى مناسبة كل سؤال لقياس مهارة التفكير المستهدفة، وبما يسمح بتقليل إمكانية تخمين الإجابة من قبل التلميذ قدر الإمكان.

٥- **تقدير درجات الاختبار (مفتاح تصحيح الاختبار):** تم بناء مقياس تقدير درجات الاختبار في ضوء جدول المواصفات (جدول ٥)، لتكن درجة الاختبار العظمى هي (٥٠). ويُعطى التلميذ درجة كاملة عندما يجيب على أي سؤال موضوعي بطريقة صحيحة، اما الأسئلة المقالية فتُحدد درجة التلميذ بها وفقاً لعدد وصحة الخطوات التي نفذها.

٦- **ضبط الاختبار (التحقق من صدقه وثباته، وحساب متوسط الزمن الازم لتطبيقه):** لضبط الصورة الأولية للاختبار ليكن قابلاً للتطبيق على عينة البحث الأساسية، تم التحقق من صدقه وثباته بالكيفية التالية:

صدق محتوى الاختبار (صدق المحكمين): تم التحقق منه بعرض الاختبار على مجموعة من المُحكمين المتخصصين بمجال مناهج وطرق تدريس الرياضيات، لبيان مدى إمكانية استخدامه كأداة لقياس مهارات التفكير الجبري المتضمنَة بمحتوى الجبر المقرر على تلاميذ الصف الأول الإعدادي بالعام الدراسي ٢٠٢٣-٢٠٢٤. وفي ضوء ما ابداه السادة المحكمين من ملاحظات حول: (أ) دقة الصياغة العلمية لمفردات الاختبار، (ب) مناسبة المفردات لمستوى تلاميذ الصف الأول الإعدادي، (جـ) مناسبة كل مفردة للمهارة التي تقيسها وفقاً لجدول مواصفات الاختبار، قامت الباحثة بإجراء التعديلات المناسبة.

ثبات الاختبار (إعادة التطبيقTest-retest reliability):

تم التحقق منه بطريقة إعادة التطبيق (خلال مرحلة الدراسة الاستطلاعية)، حيث طُبِقَ الاختبار مرتين متتالين بفاصل زمني ثلاثة أسابيع على مجموعة من تلاميذ المرحلة الإعدادية[٥]. ومن ثم، تم حساب مُعامل ارتباط بيرسون Pearson باستخدام برنامج SPSS بين مرتي التطبيق على نفس المجموعة، فكانت قيمته ٠,٨١ والتي تدل على نسبة عالية من الثبات. كما تم تقدير متوسط الزمن اللازم للإجابة عن أسئلة الاختبار ليكن (٧٠) دقيقة.

وفي ضوء ما سبق، تم إعداد اختبار مهارات التفكير الجبري لتلاميذ الصف الأول الإعدادي في صورته النهائية (متضمنا مقياس تقدير درجاته) كما هو مُحدد بملحق ٤.

[٥] **كما ذُكر سابقا، تم التحقق من مشكلة البحث الميدانية خلال مرحلة الدراسة الاستطلاعية، وكذلك تنفيذ إجراءات ضبط اختبار مهارات التفكير الجبري على تلميذات الصفين الثاني والثالث الإعدادي، لأنه من المتوقع أن يكون لديهم الحد الأدنى من المعرفة التي تمكنهم من حل بعض أسئلة هذا الاختبار، على عكس تلاميذ الصف الأول الإعدادي.**

(ب) إجراءات إعداد بطاقة ملاحظة السعي نحو الدقة

١- **الهدف من بطاقة الملاحظة:** قياس مدى تقدم تلاميذ الصف الأول الإعدادي في ممارسة سلوكيات السعي نحو الدقة المُتضمنَة بمحتوى الجبر المقرر عليهم بالعام الدراسي ٢٠٢٣-٢٠٢٤.

٢- **طريقة تطبيق بطاقة الملاحظة:** حددت الباحثة طريقة المجموعة المُركزة Focus group لقياس مدى تقدم التلميذات (تلميذات المجموعة التجريبية) نحو ممارسة سلوكيات السعي نحو الدقة. وتعبر المجموعة المُركزة عن تجمع صغير من الأفراد المشتركين في سمة ما، ويمكن من خلالهم الحصول على معلومات غنية عن الموضوع محل الدراسة (Williams وKatz، ٢٠٠١).

٣- **أبعاد بطاقة الملاحظة:** في ضوء التحديد الإجرائي لمفهوم السعي نحو الدقة، تضمنت بطاقة الملاحظة بعدين رئيسيين هما:

- السعي نحو دقة الحسابات Precision to calculation.
- السعي نحو دقة التواصل Precision to communication.

٤- **صياغة عبارات بطاقة الملاحظة:** صيغت عبارات بطاقة الملاحظة في صورة سلوكية، كمجموعة من المؤشرات القابلة للملاحظة والقياس، بحيث يمكن تحديد درجة ممارسة التلميذ لكل سلوك من خلال تحليل لغته الشفهية وأداءاته المكتوبة أثناء تعلُم الجبر. وقد استعانت الباحثة في صياغتها لتلك العبارات بعدد من الدراسات الأجنبية التي تناولت مفهوم السعي نحو الدقة وأبعاده (Engledowl et al.، ٢٠١٥؛ Pate، ٢٠٢٤؛ Wichita Public Schools، ٢٠١٦؛ CCSS-M، ٢٠١٠؛ Hancock، ٢٠١٢).

٥- **نظام تقدير بطاقة الملاحظة وطريقة التصحيح:** تم استخدام نظام تقدير ليكرت الثلاثي 3-point Likert scale لتحديد مستوى التزام التلميذ بممارسة سلوكيات السعي نحو الدقة؛ وتدرجت تلك المستويات كالتالي:

- *غير مهتم*: تشير لعدم اهتمام (أو عدم وعي) التلميذ بالسلوك، وتُقدر له الدرجة ١.
- *متوسط الاهتمام*: تشير لتوسط اهتمام التلميذ بممارسة السلوك (يُمارس السلوك، ولكن بشكل غير منتظم وبدون وعي)، وتُقدر له الدرجة ٢.
- *مهتم*: تشير لالتزام التلميذ بممارسة السلوك عبر مهام التعلُم المختلفة (يُمارس السلوك بشكل دائم وبوعي)، وتُقدر له الدرجة ٣.

٦- **ضبط بطاقة الملاحظة:** لكي تكون بطاقة الملاحظة قابلة للتطبيق على عينة البحث، تم التحقق من صدقها وثباتها باتباع الإجراءات التالية:

صدق محتوى البطاقة (صدق المحكمين): تم التحقق منه بعرض البطاقة على مجموعة من المُحكمين لإبداء آرائهم وملاحظتهم حول مدى:

(أ) دقة وسلامة الصياغة اللفظية لعبارات البطاقة، (ب) ارتباط العبارات بمحتوى الجبر المقرر على تلاميذ الصف الأول الإعدادي، (جـ) مناسبة كل عبارة للبعد الذي تنتمي اليه (دقة الحسابات، دقة التواصل)، (د) ملائمة نظام تقدير درجات البطاقة للهدف منها، ثم (هـ) تقديم ما يرونه مناسباً من ملاحظات.

وفي ضوء رؤية السادة المُحكمين قامت الباحثة بإجراء بعض التعديلات، ومنها تغيير نظام تقدير درجات البطاقة من ليكرت الخماسي إلى الثلاثي بما يسهل عملية تطبيقه داخل الصف. كما أكدوا على ضرورة ملاحظة تلك السلوكيات في السياقين الشفهي والكتابي وفقا لطبيعة السلوك المُستهدف.

ثبات بطاقة الملاحظة (الاتساق بين المُقَيمين Inter-rater reliability):

اعتمدت الباحثة في قياسها لثبات بطاقة الملاحظة على طريقة الاتفاق بين المُقيمين، وتعبر تلك الطريقة عن مدى اتساق قياسات نفس الظاهرة عبر أكثر من مُقيم (مُلاحِظ)، مما يؤكد موثوقية البيانات التي نحصل عليها من البطاقة. ولذلك، استعانت الباحثة بأحد معلمي الرياضيات بالمدرسة التي تم فيها التطبيق، وأطلعته على هدف البحث، وهدف بطاقة الملاحظة وكيفية تطبيقها عمليا داخل الصف الدراسي. ثم، قاما كلاهما – الباحثة ومعلم الرياضيات- بملاحظة إحدى مجموعات عمل تلميذات المجموعة التجريبية خلال الأسبوع الأول من تجربة البحث الأساسية، وحُسبت نسبة الاتفاق بين القياسين: (عدد مرات الاتفاق بين مُلاحظة الباحثة ومُلاحظة المعلم للسلوكيات / العدد الكلي للسلوكيات المُتضمنة بالبطاقة) × ١٠٠ = (١٢/ ١٧) × ١٠٠ = ٧٠,٦٪، والتي تُعد نسبة مقبولة من الثبات.

وفي ضوء إجراءات الضبط السابقة، تم إعداد بطاقة ملاحظة سلوكيات السعي نحو الدقة لتلاميذ الصف الأول الإعدادي في صورتها النهائية بملحق ٥.

➢ المرحلة الثالثة (تجربة البحث الأساسية)

استهدفت تلك المرحلة الإجابة عن تساؤل البحث الرئيس، حيث استقصاء فعّالية نموذج التعلُم المُقترح القائم على ممارسات الجدل الرياضياتي في تنمية مهارات التفكير الجبري والسعي نحو الدقة لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي، ولذلك، اتُبعت الإجراءات التالية:

١- **تحديد عينة البحث**: كما ذُكر سابقاً بمحددات البحث، تم تحديد فصلين من فصول الصف الأول الإعدادي بمدرسة الشهيد وائل طاحون الإعدادية بنات بكفر الزيات، ليمثل إحداهما المجموعة التجريبية والآخر المجموعة الضابطة.

٢- **عمل لقاء أولي إرشادي لتلميذات المجموعة التجريبية**: أجرت الباحثة لقاء تمهيدي مع تلميذات المجموعة التجريبية في بداية العام الدراسي ٢٠٢٣-٢-

٢٠٢٤، بهدف تحقيق جو من الألفة بينها وبين التلميذات، وتعريفهم بطريقة تدريس محتوى الجبر المقرر عليهم خلال هذا العام. كما أشارت الباحثة أن التعلُّم سيحدث داخل مجموعات، بالتالي على التلميذات أن يقسمن أنفسهم لمجموعات، تضم الواحدة منهم من (٤-٦) تلميذات.

٣- **التحقق من تكافؤ مجموعتي البحث (التجريبية والضابطة) في مستوى مهارات التفكير الجبري (التطبيق القبلي للاختبار)**: تم تطبيق اختبار مهارات التفكير الجبري (ملحق ٤) على تلميذات المجموعتين التجريبية والضابطة في الأسبوع الثاني من العام الدراسي، وقبل التدريس الفعلي لوحدة الجبر لأي من المجموعتين، وذلك للتأكد من تكافؤ مستوى التفكير الجبري بينهما، باختبار صحة الفرض الإحصائي التالي: "*لا يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى دلالة (٠,٠٥) بين متوسطي درجات تلميذات المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق القبلي لاختبار مهارات التفكير الجبري.*"

وبتطبيق اختبار (ت) لعينتين مستقلتين Independent samples t-test باستخدام برنامج SPSS (إصدار ٢٧)، كانت النتائج كالتالي:

جدول ٦

نتائج اختبار(ت) للفرق بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق القبلي لاختبار مهارات التفكير الجبري

مهارات التفكير الجبري	المجموعة	عدد التلميذات	المتوسط الحسابي	الإنحراف المعياري	قيمة (ت) المحسوبة	الدلالة الإحصائية
استخدام الرموز والمتغيرات الجبرية للتعبير عن المواقف	التجريبية	٣٧	٣,٥	١,٢	٠,٦٠	غير دالة
	الضابطة	٣٤	٣,٤	١,٠٤		
استكشاف الأنماط وتوظيفها في بناء التعميمات الجبرية	التجريبية	٣٧	٢,٨	١,٠٣	٠,٤٧	غير دالة
	الضابطة	٣٤	٢,٧	٠,٩		
تمثيل العلاقات الجبرية بطرق متعددة	التجريبية	٣٧	٢,٥	١,٠١	١,١٨	غير دالة
	الضابطة	٣٤	٢,٨	١,٢		
توَظيف الاستدلال الاستقرائي والاستنتاجي لحل المشكلات الجبرية	التجريبية	٣٧	٥,٨	٢,٢	٢,٣١	غير دالة
	الضابطة	٣٤	٤,٧	١,٦		
الاختبار الكلي	التجريبية	٣٧	١٤,٥	٣,٨	١,٣٠	غير دالة
	الضابطة	٣٤	١٣,٥	٢,٦		

ويتضح من الجدول السابق أنه لا يوجد فرق دال إحصائيا بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق القبلي لاختبار مهارات التفكير الجبري. أي أن المجموعتين متكافئتين في مستوى مهارات التفكير الجبري ككل، وكذلك في كل مهارة على حدة، قبل إجراء تجربة البحث.

٤- **تدريس موضوعات الجبر للمجوعتين:** قامت الباحثة بتدريس محتوى الجبر (١١ درس) للمجموعة التجريبية وفقاً لدليل المُعلم المُعد في ضوء مراحل نموذج التعلُم المُقترح، والقائم على ممارسات الجدل الرياضياتي. وفي المقابل، درست المجموعة الضابطة نفس محتوى الجبر خلال نفس المدة الزمنية، ولكن بالطريقة المعتادة. وتتصف الطريقة المعتادة في تدريس الجبر بأنها تبدأ بتقديم المفهوم أو القاعدة، ثم يلي ذلك مجموعة من الأمثلة التي توضح كيفية استخدامهم إجرائيا لحل المسائل. كما أن أغلب تلك الأمثلة والمهام التي تتم مناقشتها باستخدام الطريقة المعتادة هي تلك التي يطرحها الكتاب المدرسي المقرر.

وقد التزمت الباحثة بتنفيذ المعالجة التجريبية خلال مدة زمنية تُقدر بشهر ونصف من بداية التطبيق، وبما لا يتعارض مع توزيع منهج الرياضيات للصف الأول الإعدادي لعام ٢٠٢٣-٢٠٢٤ كما تحدده مديرية التربية والتعليم بمحافظة الغربية.

إضافة لذلك، واثناء التدريس الفعلي لمجموعة البحث التجريبية، تم تحديد مجموعتين من مجموعات عمل التلميذات لملاحظة – عن قرب- مدى تقدمهم نحو ممارسة سلوكيات السعي نحو الدقة. وتحديداً، طُبقت بطاقة ملاحظة السعي نحو الدقة (ملحق ٥) على كل مجموعة منهما بواقع خمس مرات على فترات زمنية متتالية.

٥- **التحقق من فعَّالية المعالجة التجريبية (التطبيق البعدي للاختبار):** عقب الانتهاء من تدريس موضوعات الجبر للمجموعتين التجريبية والضابطة، تم تطبيق اختبار مهارات التفكير الجبري عليهما، ورُصدت نتائجه تمهيداً لتحليلها واستخدامها في الإجابة عن اسئلة البحث.

➢ **المرحلة الرابعة (تفسير نتائج البحث)**

تقوم هذه المرحلة على إجراء المعالجات الإحصائية المناسبة للبيانات التي تم جمعها خلال مراحل البحث السابقة بهدف وصف نتائجه، وتفسيرها بما يُسهم في استخلاص المضامين التربوية، وكذلك التوصيات والمقترحات. وتظهر تفصيلات هذه المرحلة في المحور التالي (نتائج البحث وتفسيرها ومناقشتها).

❖ نتائج البحث، تفسيرها، ومناقشتها Results and Discussion

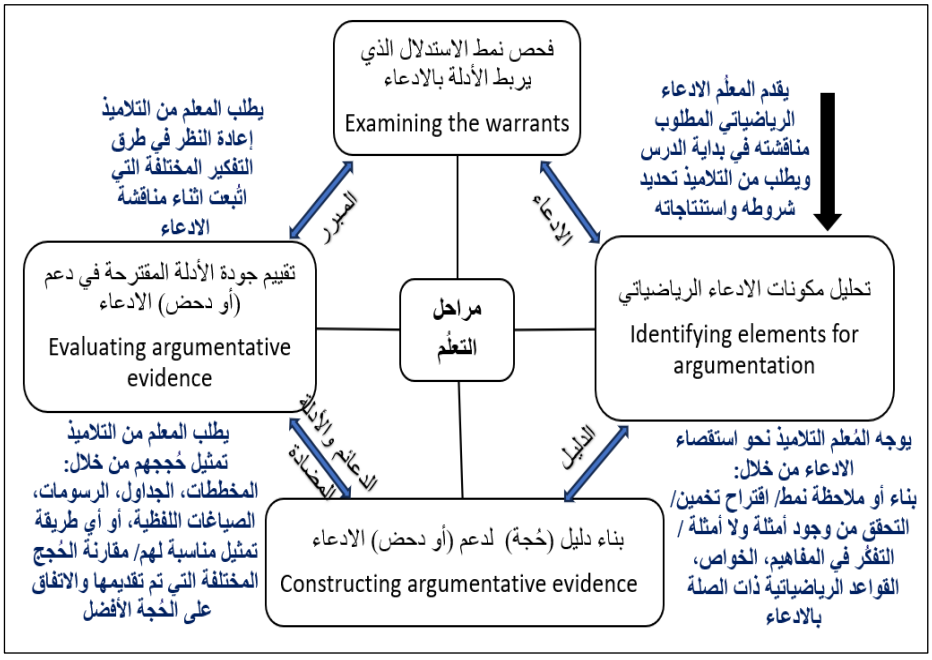
➢ نتائج سؤال البحث الأول

للإجابة عن سؤال البحث الأول (ما التصور المُقترح لنموذج التعلُم القائم على ممارسات الجدل الرياضياتي لتدريس موضوعات الجبر لتلاميذ الصف الأول الإعدادي؟) قامت الباحثة بتوّصيف أُسس بيئة التعلُم القائمة على ممارسات الجدل الرياضياتي من خلال بناء قائمة للأسُس الإجرائية (انظر جدول ٣)، التي تُحدد

الممارسات العملية للتدريس بالنموذج المقترح داخل الصف. ومن ثم، أمكن تصور مراحل التعلُم بهذا النموذج كما يلي:

شكل ٣

التصور المُقترح لنموذج التعلُم القائم على ممارسات الجدل الرياضياتي



➢ نتائج سؤال البحث الثاني

للإجابة عن سؤال البحث الثاني (ما فعّالية نموذج التعلُم المقترح القائم على ممارسات الجدل الرياضياتي في تنمية مهارات التفكير الجبري لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي؟) قامت الباحثة بتحليل استجابات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة على التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار مهارات التفكير الجبري (ككل وفي كل مهارة على حدة) بهدف التحقق من صحة الفرضين التاليين:

(أ) لا يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى دلالة (٠,٠٥) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار مهارات التفكير الجبري (ككل وفي كل مهارة على حدة).

(ب) لا يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى دلالة (٠,٠٥) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار مهارات التفكير الجبري (ككل وفي كل مهارة على حدة).

ولاختبار الفرض (أ) إحصائيا، استُخدم (ت) لعينتين مستقلتين Independent samples t-test؛ وفي المقابل، استُخدم اختبار (ت) لعينتين مرتبطتين Paired samples t-test، لاختبار الفرض (ب)، ولُخصت النتائج في الجدولين التاليين:

جدول ٧

نتائج اختبار(ت) للفرق بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار مهارات التفكير الجبري (ككل وفي كل مهارة على حدة)

مهارات التفكير الجبري	المجموعة	عدد التلميذات	المتوسط الحسابي	الإنحراف المعياري	قيمة (ت) المحسوبة	الدلالة الإحصائية	حجم التأثير Cohen's d
استخدام الرموز والمتغيرات الجبرية للتعبير عن المواقف	التجريبية	٣٧	٧,٤١	١,٥٩	٢,٢٩	دالة	٠,٥٤
	الضابطة	٣٤	٦,٦٨	١			
استكشاف الأنماط وتوظيفها في بناء التعميمات الجبرية	التجريبية	٣٧	٦,٧٦	١,١٤	٦,٧٤	دالة	١,٦
	الضابطة	٣٤	٤,٩٧	١,٠٩			
تمثيل العلاقات الجبرية بطرق متعددة	التجريبية	٣٧	٦,٤١	١,٠٤	٣,٩٢	دالة	٠,٩٣
	الضابطة	٣٤	٥،٤٧	٠,٩٦			
توظيف الاستدلال الاستقرائي والاستنتاجي لحل المشكلات الجبرية	التجريبية	٣٧	١٣	٢,٢٩	٣,٨٢	دالة	٠,٩١
	الضابطة	٣٤	١١,١٥	١,٧٤			
الاختبار الكلي[٦]	التجريبية	٣٧	٣٣,٥٧	٤,٨٩	٥,٢٢	دالة	١,٢٤
	الضابطة	٣٤	٢٨,٢٦	٣,٥			

جدول ٨

نتائج اختبار(ت) للفرق بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار مهارات التفكير الجبري (ككل وفي كل مهارة على حدة)

مهارات التفكير الجبري	التطبيق	المتوسط الحسابي	الإنحراف المعياري	قيمة (ت) المحسوبة	الدلالة الإحصائية	حجم التأثير Cohen's d
استخدام الرموز والمتغيرات الجبرية للتعبير عن المواقف	القبلي	٣,٥١	١,١٩	١٨,٤	دالة	٣,٠٣
	البعدي	٧,٤١	١,٥٩			
استكشاف الأنماط وتوظيفها في بناء التعميمات الجبرية	القبلي	٢,٧٨	١,٠٣	٥٤,٩١	دالة	٩
	البعدي	٦,٧٦	١,١٤			
تمثيل العلاقات الجبرية بطرق متعددة	القبلي	٢,٤٦	١,٠٢	٧٣	دالة	١٢
	البعدي	٦,٤١	١,٠٤			
توظيف الاستدلال الاستقرائي والاستنتاجي لحل المشكلات الجبرية	القبلي	٥,٧٨	٢,١٦	٧٥,١٩	دالة	١٢,٣٦
	البعدي	١٣	٢,٢٩			
الاختبار الكلي	القبلي	١٤,٥٤	٣,٨٢	٦٩,٨	دالة	١١,٤٨
	البعدي	٣٣,٥٧	٤,٨٩			

[٦] الدرجة الكلية للاختبار (٥٠ درجة) وللمهارات الفرعية ١٠، ١٠، ١٠، ٢٠ درجة على الترتيب (انظر جدول ٥).

وتكشف نتائج التحليل الاحصائي الموضحة بجدولي ٧ و٨ عن رفض الفرضيين الصفريين (أ) و (ب) وقبول الفروض البديلة، أي أنه:

يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى دلالة ٠,٠٥ بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار مهارات التفكير الجبري (ككل، وفي كل مهارة على حدة) لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية (انظر جدول ٧).

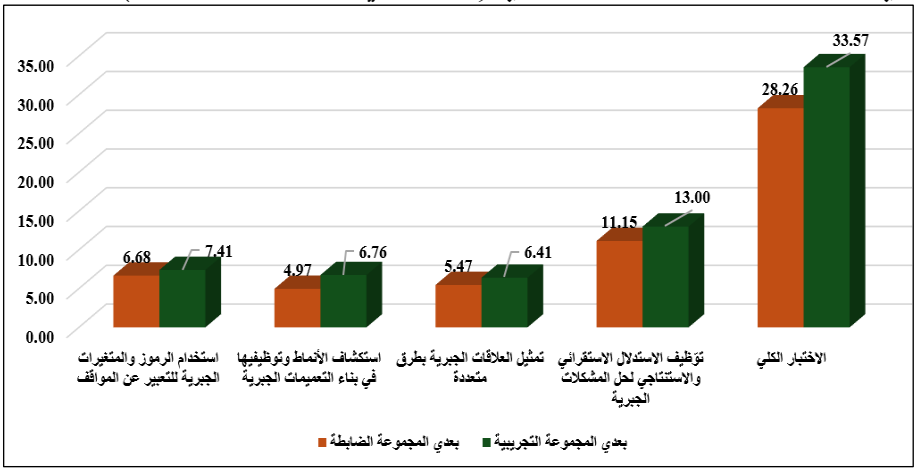
بالمثل، يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى دلالة ٠,٠٥ بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار مهارات التفكير الجبري (ككل، وفي كل مهارة على حدة) لصالح التطبيق البعدي (انظر جدول ٨).

وبالرغم من ثبوت دلالة فعّالية نموذج التعلُّم المقترح إحصائيا مما يجيب عن سؤال البحث الثاني، إلا أنه قد تم حساب معامل كوهين (Cohen's d) لتحديد حجم تأثير التدريس بالنموذج Effect size في تنمية مهارات التفكير الجبري. وباستقراء نتائج جدول ٧ و٨ لاحظت الباحثة ما يلي:

- مقارنة بطريقة التدريس المعتادة (انظر جدول ٧ وشكل ٤)، فإن حجم تأثير التدريس بنموذج التعلُّم المقترح في تنمية مهارات التفكير الجبري ككل يُقدر بقيمة (١,٢٤)، وهي قيمة كبيرة (Cohen، ١٩٨٨). وبصفة خاصة، فإن النموذج كان له تأثير متوسط في تنمية مهارة "استخدام الرموز والمتغيرات الجبرية للتعبير عن المواقف"، أما تأثيره الأكبر كان في تنمية مهارة "استكشاف الأنماط وتوظيفها في بناء التعميمات الجبرية".

شكل ٤

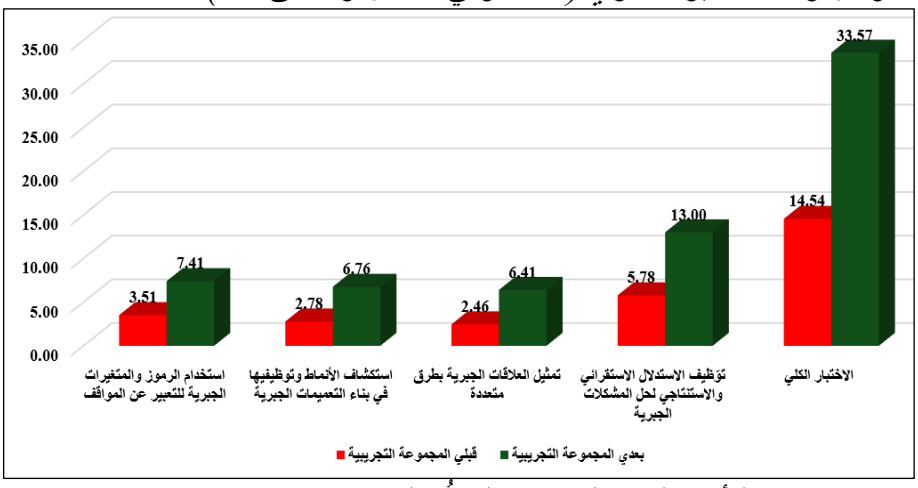
تمثيل متوسطات درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار مهارات التفكير الجبري (ككل، وفي كل مهارة على حدة)



- بالنسبة لتأثير النموذج المقترح على تلميذات المجموعة التجريبية (انظر جدول ٨ وشكل ٥)، فقد أحدث التدريس بهذا النموذج تأثيراً كبيراً في مستواهم بمهارات التفكير الجبري ككل (قيمة d = ١١,٤٨). وبصفة خاصة، كان التأثير الأكبر للنموذج في تنمية مهارتي "تمثيل العلاقات الجبرية بطرق متعددة" و "توّظيف الاستدلال الاستقرائي والاستنتاجي لحل المشكلات الجبرية",

شكل ٥

تمثيل متوسطات درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار مهارات التفكير الجبري (ككل، وفي كل مهارة على حدة)

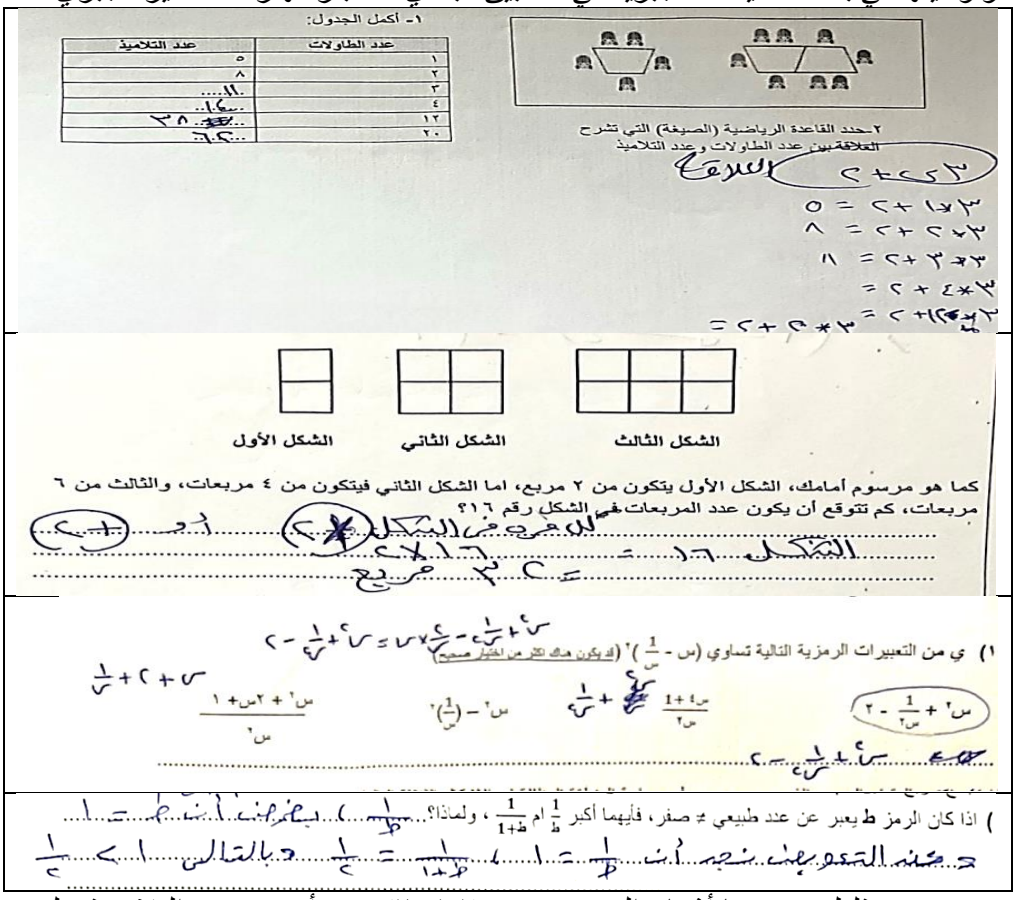


ويمكن تفسير التأثير الكبير لنموذج التعلُّم المُقترح في تنمية مهارة "استكشاف الأنماط وتوّظيفها في بناء التعميمات الجبرية" في مقابل تأثيره المتوسط في تنمية مهارة "استخدام الرموز والمتغيرات الجبرية للتعبير عن المواقف" لتلاميذ المجموعة التجريبية، مقارنةً بالمجموعة الضابطة في ضوء ما يلي:

أن ممارسات الجدل الرياضياتي ترتبط ارتباطاً وثيقاً بعمليات استكشاف الأنماط وبناء التعميمات ذات الصلة. حيث يقوم التلاميذ ببناء الادعاءات الرياضياتية في صورة محاولات لتخمين النمط، ثم يحاولوا التحقق منها استقرائياً (باقتراح أمثلة وأمثلة مضادة) أو استدلاليا (بالبحث عن الخصائص والقواعد الجبرية ذات الصلة). ويقدم شكل (٦) بعض من استجابات تلميذات المجموعة التجريبية على أسئلة الاختبار المرتبطة بهذه المهارة.

شكل ٦

نموذج من استجابات تلميذات المجموعة التجريبية على أسئلة مهارة استكشاف الأنماط وتوظيفها في بناء التعميمات الجبرية في التطبيق البعدي لاختبار مهارات التفكير الجبري



ويتفق ذلك مع ما أشار إليه Lentz (٢٠١٨) من أن تدريب التلاميذ على ممارسات التعرف على الأنماط واستكشاف التعميمات الرياضياتية (كاستكشاف خاصية المحايد الضربي بالتحقق منها استقرائيا من خلال الأمثلة التجريبية، ثم التعبير عنها في صورة رمزية مجردة) يساعد على تنمية تفكيرهم الجبري. كما تتفق هذه النتيجة أيضا مع النتيجة التي توصلت إليها دراسة إكرامي مرسال (٢٠١٦) من أن تنمية التفكير الجبري تتطلب تعزيز ممارسات الملاحظة واستكشاف الأنماط الرياضياتية، وكذلك بناء أنشطة تعلُّم تقوم على الاستدلالات حول خصائص الأعداد والعمليات عليها. وتلك الممارسات، تمت بشكل منتظم اثناء تدريس موضوعات الجبر لتلميذات المجموعة التجريبية في ضوء النموذج المقترح.

في مقابل ذلك، ارتكز التدريس بالمجموعة الضابطة على توظيف التعميمات في حل المسائل، وليس على استكشاف التعميم ذاته أو التحقق من صحته. وهذا بدوره أحدث الفارق الكبير بين المجموعتين التجريبية والضابطة في مستوى مهارة "استكشاف الأنماط لبناء التعميمات الجبرية"، والتي كانت متوسط درجات التلميذات بها بعد تدريس محتوى الجبر هو ٤,٩٧ (٤٩,٧٪) للمجموعة الضابطة مقابل ٦,٧٦ (٦٧,٦٪) للمجموعة التجريبية (انظر شكل ٤).

أما عن مهارة "استخدام الرموز والمتغيرات الجبرية للتعبير عن المواقف" فقد تقارب مستوى تلميذات المجموعتين التجريبية والضابطة بها بعد انتهاء تدريس محتوى الجبر المقرر. فمتوسط درجاتهن بهذه المهارة هو (٦,٦٨) مقابل (٧,٤١) للمجموعتين الضابطة والتجريبية على التوالي (انظر شكل ٤). ويرجع السبب في ذلك إلى التركيز العام على ممارسات هذه المهارة بأغلب صفوف الجبر، فغالبا ما يطرح معلِّمي الرياضيات أسئلة مثل: ما ضعف العدد؟ مربعه؟ مكعبه؟ ثلاثة أمثاله؟ كما أن نوعية الأسئلة التي تتطلب اختصار المقادير الجبرية في أبسط صورة، أو إيجاد القيمة العددية للمقادير الجبرية بمعلومية قيم متغيراته، هي أسئلة جبرية شائعة يتدرب عليها التلاميذ عبر مختلف الصفوف الدراسية. وتلك الأسئلة تتطلب مهارات حسابية ترتبط بالتنفيذ الدقيق للخوارزميات أكثر من ارتباطها بمهارات التفكير الجبري، حيث يرتكز تدريس الجبر على فهم التكامل بين البنى اللفظية والرمزية لتقديم المفاهيم والتعميمات الجبرية (ناصر عبيدة، ٢٠١٦). ولذلك، فبالرغم من التأثير الإيجابي للتدريس بنموذج التعلُّم المُقترح في تنمية مهارة "استخدام الرموز والمتغيرات الجبرية للتعبير عن المواقف" لتلميذات المجموعة التجريبية (من ٣,٥١ قبلياً الى ٧,٤١ بعدياً)، إلا أنه لم يكن كبيراً عند مقارنته بتأثير التدريس المعتاد في تنمية نفس المهارة.

وبالإضافة لما سبق، فإنه عند مقارنة الأداء القبلي لتلميذات المجموعة التجريبية بأدائهم البعدي يتضح أن التأثير الأكبر للتدريس بالنموذج المُقترح كان على مهاراتي "تمثيل العلاقات الجبرية بطرق متعددة" و "توّظيف الاستدلال الاستقرائي والاستنتاجي لحل المشكلات الجبرية". فكما يتضح في شكل ٥، ارتفعت النسبة الدالة على مستوى التلميذات بالمهارة بالأولى من ٢٤,٦٪ إلى ٦٤,٤٪، وبالثانية من ٢٨,٩٪ الى ٦٥٪، على الترتيب.

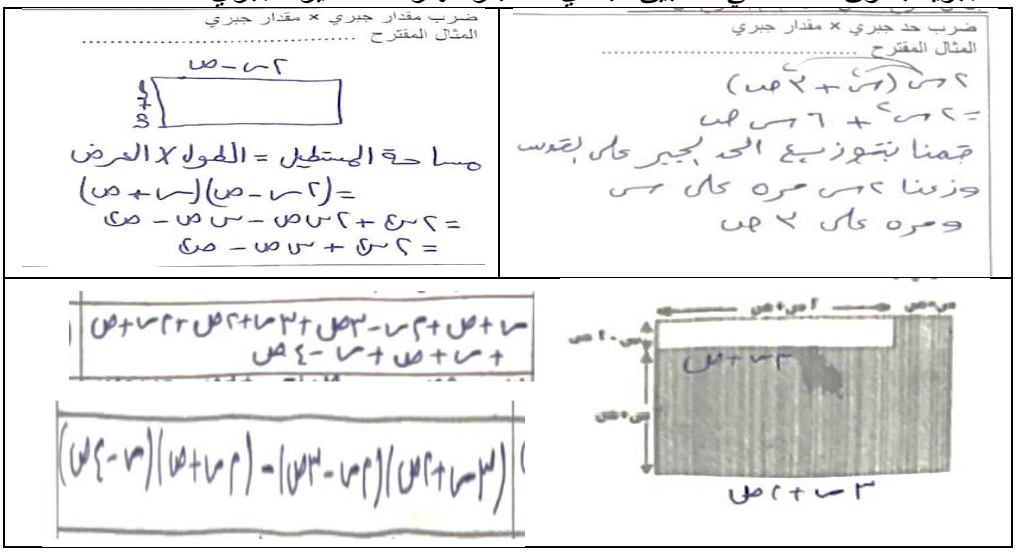
وفقا Kieran (٢٠١١)، فإن التفكير الجبري لا يتعلق فقط باستخدام الرموز للتعبير عن التعميمات، بل يشير أيضًا إلى استخدام التلاميذ لجميع أنواع التمثيلات للتعبير عن المواقف الكمية بطريقة علائقية. ومن ثم، فإن "تمثيل العلاقات الجبرية بطرق متعددة" يُعد أحد المهارات الأساسية للتفكير الجبري. وقد أكدت ممارسات نموذج التعلُّم المُقترح على استخدام التمثيلات باختلاف أنواعها كالرسومات،

والمخططات، والجداول، والرموز، والصياغات اللفظية، لتشجيع تلميذات المجموعة التجريبية على بناء الحُجج المرتبطة بالادعاءات (انظر شكل ٧) مما كان له تأثير كبير على ارتفاع مستوى مهارة التمثيل لديهن.

وتتفق تلك النتيجة مع أحد نتائج دراسة شادي عبد السيد (٢٠٢١) والتي أرجعت بعض أسباب تنمية مهارات التمثيل (كذلك حل المشكلات والاستدلال) إلى إعطاء فرص كافية للتلاميذ لعرض أفكارهم ومناقشاتهم، وهذا بدوره يتفق مع ممارسات النموذج المُقترح.

شكل ٧

نموذج من استجابات تلميذات المجموعة التجريبية على أسئلة مهارة تمثيل العلاقات الجبرية بطرق متعددة *في التطبيق البعدي لاختبار مهارات التفكير الجبري*



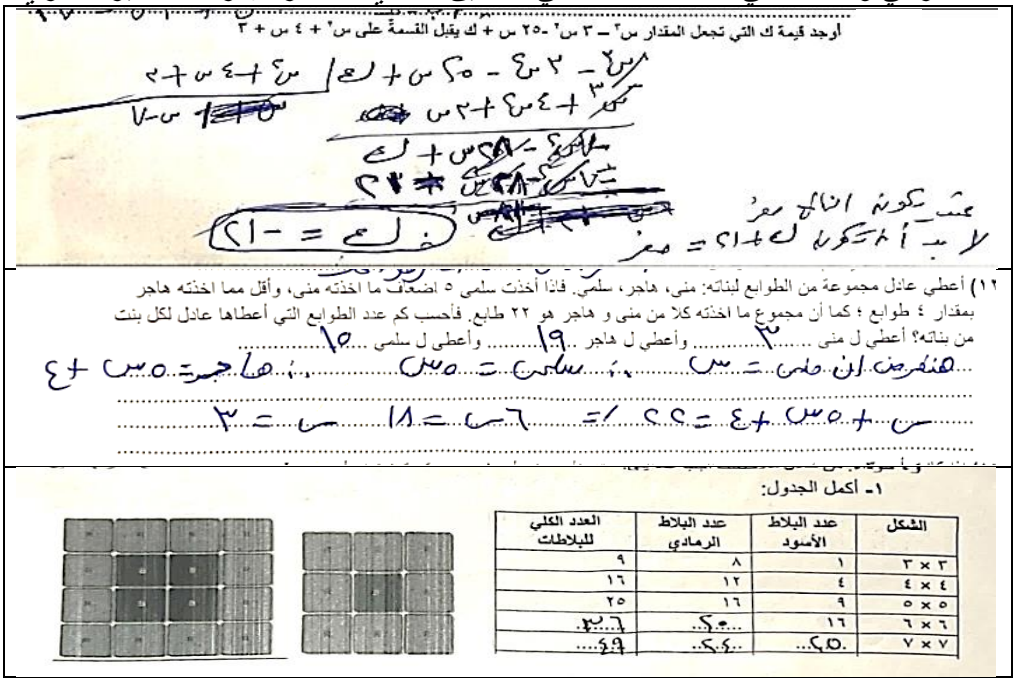
اما عن مهارة "توّظيف الاستدلال الاستقرائي والاستنتاجي لحل المشكلات الجبرية"، فتُرجع الباحثة ارتفاع مستوى تلميذات المجموعة التجريبية بها إلى فعّالية المعالجة في تشجيعهن على استخدام أنماط التفكير المختلفة لبناء الحُجج الرياضياتية. ذلك أن بعض التلميذات استخدمت الحالات الخاصة أو الأمثلة التجريبية أو الأمثلة المضادة (الاستقراء) للتحقق من صحة بعض الادعاءات، في حين اعتمد البعض الاخر منهن على معرفته بالخواص والعلاقات الرياضياتية (الاستنتاج) (انظر شكل ٨). وتمت مناقشة جميع الأفكار والحُجج في جو اجتماعي آمن دون الحكم على جودة تلك الأفكار أو نمط التفكير المستخدم فيها (Brown، ٢٠٠٧).

ويتفق ذلك الى حد كبير مع ما أشار اليه Kaput (٢٠٠٨) بأن تنمية التفكير الجبري تأتي من التركيز على الانتقال من استخدام أمثلة عددية محددة للتحقق من

علاقة ما (استقراء) إلى استخدام الرموز الجبرية للتعبير عن الصورة العامة للعلاقة الرياضياتية. كما تتفق هذه النتيجة أيضا مع ما توصلت اليه دراسة محمود باشا وسليم ترك (٢٠٢٢) من وجود علاقة ارتباطية موجبة بين التفكير الجبري والتفكير الاستدلالي.

شكل ٨

نموذج من استجابات تلميذات المجموعة التجريبية على أسئلة مهارة توّظيف الاستدلال الاستقرائي والاستنتاجي لحل المشكلات في التطبيق البعدي لاختبار مهارات التفكير الجبري



وبشكل عام، تتفق نتائج السؤال البحثي الثاني (فعّالية النموذج في تنمية مهارات التفكير الجبري) مع نتيجة دراسة رضا أبو عصر (٢٠٢١). فبالرغم من أن دراسة رضا أبو عصر (٢٠٢١) وظّفت قواعد المنطق الرياضي لتنمية التفكير الجبري، إلا أنها أقرت بأن دراسة المنطق ساعدت التلاميذ على ترتيب وتنظيم أفكارهم لكتابة الاثبات الجبري وفق تسلسل منطقي وسليم، وهذا يتسق إلى حد كبير مع ممارسات الجدل الرياضياتي القائم عليها نموذج التعلُم المقترح بالبحث الحالي.

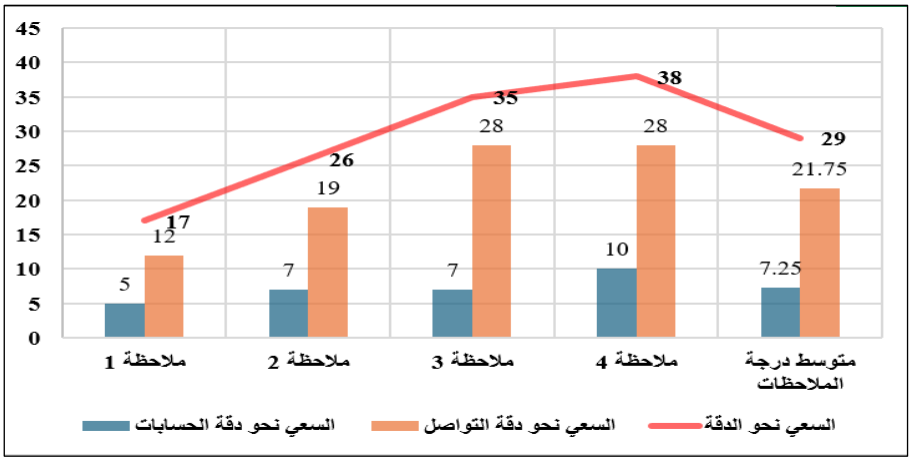
- **نتائج سؤال البحث الثالث**

للإجابة عن سؤال البحث الثالث (ما فعّالية نموذج التعلُم المقترح القائم على ممارسات الجدل الرياضياتي في تنمية السعي نحو الدقة لدى تلاميذ الصف الأول

الإعدادي؟) قامت الباحثة بملاحظة مجموعتين عمل جماعي focus groups اثناء تدريس موضوعات الجبر بنموذج التعلُم المُقترح لتلميذات المجموعة التجريبية. وباستخدام بطاقة الملاحظة (ملحق ٥)، تم رصد (٤) ملاحظات متتالية لكل مجموعة. ويوضح شكلي ٩ و١٠ نتائج تلك الملاحظات.

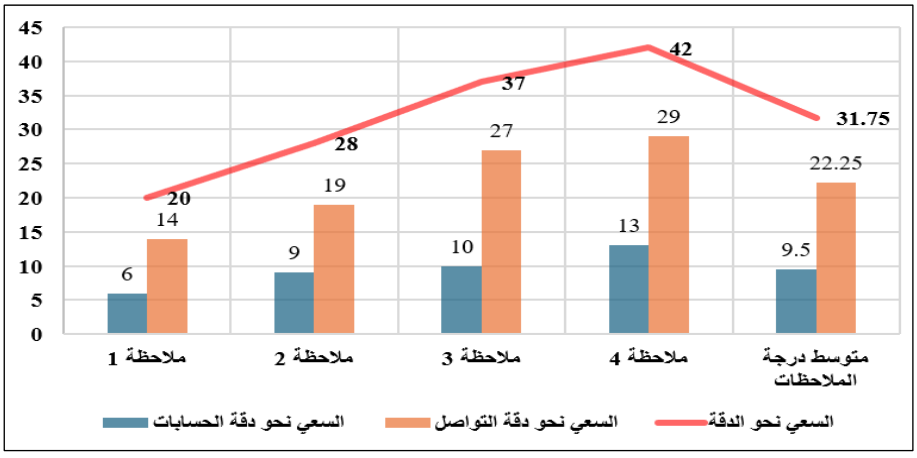
شكل ٩

مستوى ممارسة بعض تلميذات المجموعات التجريبية (مجموعة صفية ١) لسلوكيات السعي نحو الدقة عبر أوقات مختلفة من تجربة البحث الأساسية



شكل ١٠

مستوى ممارسة بعض تلميذات المجموعات التجريبية (مجموعة صفية ٢) لسلوكيات السعي نحو الدقة عبر أوقات مختلفة من تجربة البحث الأساسية



ويتضح من الشكلين السابقين أن نموذج التعلُم المقترح القائم على ممارسات الجدل الرياضياتي أحدث تأثيراً إيجابياً على ممارسة تلميذات المجموعة التجريبية لسلوكيات السعي نحو الدقة، وهذا بدوره يجيب عن تساؤل البحث الثالث، والذي يُمكن تفسير نتيجته في ضوء ما أشار إليه رضا أبو عصر (٢٠٢١) بأن التزام التلاميذ بتكوين حُجج رياضياتية رمزية، في ظل بيئة تعلُم داعمة للتفكير الجبري، يجعلهم أكثر دقة وصرامة ومنطقية في استخدام لغة الجبر. وبشكل أكثر تفصيلا، فإن:

- النسبة المئوية المُمثلة لدرجة التزام تلميذات مجموعة العمل الأولى (انظر شكل ٩) بسلوكيات السعي نحو الدقة ارتفعت من ٣٣,٣٪ (١٧ درجة = الحد الأدنى لبطاقة المُلاحظة) الي ٧٤,٥٪ (٣٨ درجة من ٥١) وبمتوسط ٥٦,٩٪ (٢٩ درجة). بالمثل، فإن مجموعة العمل الثانية تطورت في ممارسة تلك السلوكيات بنسبة مئوية بدأت من ٣٩,٢٪ وارتفعت الى٨٢,٤٪ بمتوسط ٦٢,٣٪ كما هو مُمَثل بشكل ١٠.
- وفقاً للتعريف الإجرائي للسعي نحو الدقة، فإنها تتضمن دقة الحسابات (٥ الى ١٥ درجة)، ودقة التواصل (من ١٢ الى ٣٦ درجة). ولذا، أمكن التعبير عن متوسط مستوى التزام تلميذات المجموعتين المُلاحظتين بممارسة هذه السلوكيات بالنسب المئوية التالية: ٤٨,٣٪ (٧,٢٥ درجة) و٦٠,٤٪ (٢١,٧٥ درجة) للمجموعة الأولى، في مقابل ٦٣,٣٪ (٩,٥ درجة) و٦١,٨٪ (٢٢,٢٥ درجة) للمجموعة الثانية في دقة الحسابات ودقة التواصل على الترتيب. ويدل ذلك على أن نموذج التعلُم المُقترح كان له تأثيراً أكبر على ممارسة التلميذات لسلوكيات السعي نحو دقة التواصل مقارنة بالسعي نحو دقة الحسابات.

ويمكن تفسير النتيجة السابقة في ضوء الترابط الواضح بين الجدل الرياضياتي (من المنظور الاجتماعي) وبين سلوكيات التواصل. فدقة التواصل وفقاً للبحث الحالي تشير إلى دقة ووضوح الأفكار الرياضياتية الشفهية والمكتوبة، وهي ممارسات تم التأكيد عليها طوال المعالجة التجريبية اثناء: بناء الأدلة (الحُجج)، وتبريرها، وتقييمها، وفحص نمط الاستدلال الرابط بين هذه الأدلة والادعاءات. فممارسات الجدل القائم عليها نموذج التعلُم المقترح ساعدت التلميذات على جعل أفكارهم مفهومة لأنفسهم وللآخرين، خاصة وأن ذلك قد تم في ضوء مجموعات عمل جماعي كان لها أثر واضح في دعم المناقشات والمناظرات وبالتالي تقوية سلوكيات التواصل.

ويتفق ذلك مع ما أشار إليه Zhou (٢٠٢٣) من أن التلميذ الذي يُمارس الجدل لبناء المعرفة الرياضياتية تنمو لديه القدرة على التواصل بكفاءة، مع ذاته ومع الآخرين. فيحدث ذلك نتيجة لمحاولاته المستمرة في التحقق من صحة الادعاءات المُقدمة له، وكذلك محاولاته لإيجاد أدلة داعمة أو داحضة لهذه الادعاءات، ثم سعيه لإقناع ذاته وزملائه ومعلميه بالأدلة التي توصل إليها. كما أضاف محمد الخطيب (٢٠١٧) بأن بيئة الصف التي تستهدف تنمية مهارات التفكير الجبري تتطلب دعم ممارسات التحدث والمناقشة حول الإجراءات، واللغة، والرموز، بما يساعد التلاميذ في التعبير عن المواقف بصورة رمزية.

وقرب انتهاء تجربة البحث الأساسية، ظهرت العديد من المؤشرات التي دلت على التزام تلميذات المجموعة التجريبية بممارسة سلوكيات السعي نحو الدقة، من بينها:

- اهتمام التلميذات بطلب التغذية الراجعة على الحُجج والدلائل التي قدموها، كذلك على النواتج التي توصلوا إليها، سواء من زملائهم بالمجموعات الأخرى (الأعلى تحصيلاً- مصدر الثقة) أو من الباحثة. فظهرت تساؤلات صفية مثل: ما رأيك في الحل الذي قدمته؟ هل هو صحيح؟ كيف تأكدت أنه صحيح؟ هل هناك طرق أخرى للحل؟ هل كتابة الحل منظمة ومفهومة؟ هل الحل يخلو من أي أخطاء حسابية؟
- انتباه التلميذات اثناء مناقشة مهام التعلُم الجدلية المقدمة لهم لضرورة تحليل الادعاءات، مراجعة القواعد المرتبطة به، التفكر في الأدوات أو المصادر التي يمكنهم الاستعانة بها كدليل للحكم على مدى صحة هذا الادعاء. فقد لاحظت الباحثة أن السعي نحو دقة التواصل ظهرت أيضا في توجيه التلميذات لبعضهم البعض نحو الالتزام بممارسات الجدل المُحددة بنموذج التعلُم لبناء المعرفة الرياضياتية في صورة اجتماعية آمنة.

❖ توصيات البحث ومقترحاته Recommendations and Future studies

- **أولا: توصيات البحث**

في ضوء النتائج التي كشف عنها البحث الحالي، تُوصي الباحثة بما يلي:

- توجيه نظر القائمين على تطوير مناهج وطرق تدريس الرياضيات المدرسية لأهمية تضمين ممارسات الجدل الرياضياتي في محتوى، طرق تدريس، وأساليب

تقويم مناهج الرياضيات، بما يتسق مع تنمية تفكير التلاميذ عبر الصفوف الدراسية المختلفة.

- تدريب معلمي الرياضيات (قبل واثناء الخدمة) على تطبيق نماذج واستراتيجيات التعلُم القائم على ممارسات الجدل الرياضياتي لترقية عمليتي التعليم والتعلُم. فهذا بدوره يسهم في تنميتهم مهنياً، كما أنه سيعمل على تغيير المعتقد السائد لدى أغلبهم بأن ممارسة الجدل تقتصر على دروس الهندسة والبرهان الرياضياتي.
- التأكيد على ضرورة توفير جو اجتماعي آمن يناسب بيئة الجدل الرياضياتي كممارسة اجتماعية. بالتالي البعد عن التسلط، وفرض الرأي، وأحادية الفكرة، واعتبار المعلم هو مصدر الثقة الأوحد. هذا بالإضافة لأهمية تقدير جميع حلول وأفكار التلاميذ التي تُطرح داخل الصف، والتركيز على نقد الحُجج في ضوء معايير استدلالية تقوم على توّظيف الخصائص والعلاقات والنظريات.
- زيادة وعي معلمي الرياضيات بأهمية تنمية التفكير الجبري لتلاميذهم باعتباره الهدف الأسمى لتدريس الجبر، وكذلك تعريفهم بمهاراته، ومؤشراته، ونوعية الأنشطة والتساؤلات الصفية، ومهام التقويم التي ينبغي العمل في ضوئها لتحقيق هذا الهدف.

- **ثانيا: مقترحات البحث**

في ضوء ما توصل اليه البحث، تقترح الباحثة إجراء المزيد من الدراسات حول:

- العلاقة بين الجدل الرياضياتي وأنواع أخرى من التفكير كالهندسي أو الاحتمالي.
- تأثير التدريس بالجدل الرياضياتي على الجوانب النفسية والانفعالية للتلاميذ.
- فعّالية نموذج التعلُم المقترح بالبحث الحالي في تدريس موضوعات أخرى من الرياضيات (كالهندسة أو الإحصاء)، وعلى عينات متباينة من التلاميذ، باختلاف مستوياتهم المعرفية ومراحلهم العمرية.
- تقصي إمكانية تصميم نماذج واستراتيجيات تدريسية قائمة على ممارسات الجدل الرياضياتي- غير المُقترح بالبحث- يمكن أن تسهم في اثراء الحوار الرياضياتي الصفي بما يحقق نواتج التعلُم المستهدفة.

المراجع References

أولا: المراجع العربية

أحمد إبراهيم علي، حمدي محمد مرسي، زكريا جابر حناوي. (٢٠٢٢). استخدام إستراتيجية السقالات التعليمية المدعومة بالأنشطة الإلكترونية لتدريس الرياضيات في تنمية بعض مهارات التفكير الجبري لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. المجلة التربوية لتعليم الكبار، ٤(٢)، ١٩-٥١.

أحمد رجائي الرفاعي. (٢٠٠٩). تأثيرات دراسة الطلاب معلمي الرياضيات حول "المتغيرات والأنماط" في تنمية التفكير الجبري وتعديل معتقداتهم نحو طبيعة تدريس الجبر. *مجلة تربويات الرياضيات*، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ١٢، ٢٤٣-٣٠٣.

أحمد رجائي الرفاعي. (٢٠١٨). توظيف استراتيجية تعميم الحساب في تعليم الجبر لتنمية التفكير الجبري والتحصيل لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. *مجلة كلية التربية*، جامعة طنطا، ٧٠(٢)، ٥٥-١٠٩.

العزب محمد زهران. (٢٠١٨). تدريس الرياضيات وتنمية مهارات التفكير لدى الطلاب. *المجلة الدولية للبحوث في العلوم التربوية*، ١(١)، ١٦١-٢٢٣.

المركز القومي للبحوث التربوية والتنمية. (٢٠١٥). *الدليل الارشادي للمعلم في تنمية مهارات التفكير الصف الأول الإعدادي*. وزارة التربية والتعليم والتعليم الفني، جمهورية مصر العربية.

إكرامي محمد مرسال. (٢٠١٦). استراتيجية تدريسية مقترحة في ضوء تصويب الأخطاء المفاهيمية لتنمية التفكير الجبري لدى التلاميذ المتأخرين دراسياً بالصف الثاني الإعدادي. *دراسات في المناهج وطرق التدريس*، الجمعية المصرية للمناهج وطرق التدريس، ٢١٧، ١٦٨-٢٠٩.

خالد بن عبد الله المعثم، سعيد جابر المنوفي. (٢٠١٧). فاعلية استراتيجيات ما وراء المعرفة في تنمية التحصيل الرياضي ومهارات التفكير الجبري لدى طلاب الصف الثالث متوسط. *مجلة العلوم التربوية*، جامعة الأمير سطام بن عبد العزيز، المملكة العربية السعودية، ٢(١)، ١٣٩-١٦٦.

لباب محمد جعبة. (٢٠١٧). *أثر برنامج يستند الي الدمج بين إستراتيجيتي التوسعية ومكارثي في القدرة على حل المسألة الجبرية وتنمية التفكير الجبري لدى طالبات الصف التاسع الأساسي*] رسالة ماجستير، جامعة القدس]. المستودع الرقمي لجامعة القدس. https://dspace.alquds.edu/handle/20.500.12213/3026

رضا مسعد السعيد. (٢٠٢١). التفكير الجبري: مهاراته وتنميته بمراحل التعليم العام. *مجلة تربويات الرياضيات*، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ٢٤(٧)، ٨-٤٦.

سعاد بنت مساعد الأحمدي. (٢٠١٩). مستوي التفكير الجبري والأخطاء الجبرية الشائعة المصاحبة له لدى طالبات الصف الثامن والتاسع والعاشر في مدينة الرياض. *مجلة جامعة الفيوم للعلوم التربوية والنفسية*، كلية التربية، جامعة الفيوم، ١(١٢)، ١٩١-٢٣٨.

شادي ميلاد عبد السيد. (٢٠٢١). فاعلية برنامج مقترح قائم على التطبيقات الرياضية الحياتية في تنمية مهارات التفكير الجبري وخفض القلق الرياضي لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي. *مجلة تربويات الرياضيات*، ٢٤(٩)، ج٣، ٢٠٦-٢٦٠.

طاهر سالم عبد الحميد، نهى محمد سليمان. (٢٠٢٠) أنشطة إثرائية قائمة على نظرية العبء المعرفي لتنمية مهارات التفكير الجبري وتحسين مستويات تجهيز المعلومات لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. *مجلة تربويات الرياضيات*، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ٢٣(٨)، ج٢، ٦٧-١١٩.

عبد الله ثويني الحربي، بدر محمد الضلعان. (٢٠٢٣). العلاقة بين التفكير الجبري والتفكير الهندسي لدى طلاب الصف الثاني المتوسط. *مجلة المناهج وطرق التدريس*، المركز القومي للبحوث غزة، ٢(٢)، ١٢-٣٤.

محمد أحمد الخطيب. (٢٠١٧). أثر برنامج تعليمي قائم على القوة الرياضية في تنمية التفكير الجبري وحل المشكلات الجبرية لدى طلاب الصف الثاني المتوسط في المدينة المنورة. *مجلة العلوم التربوية والنفسية*، جامعة البحرين، ١٨(٢)، ٤٠٧-٤٣٨.

محمد شعبان فهيم، عبد الناصر محمد عبد الحميد، أمل محمد الحنفي. (٢٠٢٣). فاعلية استخدام بعض استراتيجيات تنويع التدريس في تنمية التفكير الجبري لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. *مجلة كلية التربية*، جامعة المنوفية، عدد خاص (الجزء الثاني) أكتوبر٢٠٢٣، ٨٥-١١٨.

محمود خورشيد باشا، وسليم عبد المنعم ترك. (٢٠٢٢). التفكير الجبري وعلاقته بمهارات التفكير الاستدلالي لدى طلاب الصف الثاني المتوسط. *مجلة أبحاث الذكاء*، ٣٣ (١٦)، ١٩-٤٥.

مروة نور محمود. (٢٠٢٣). فاعلية استخدام عادات العقل في تنمية مهارات التفكير الجبري لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي. *مجلة البحث في التربية وعلم النفس*، ٢٣(١)، ٢٧٥-٣٠٦.

مريم موسى عبد الملاك. (٢٠٢٠). تحليل دور أمثلة المتعلمين التلقائية في البرهان الرياضي باستخدام نموذج تولمن: دراسة حالة لطالبات المرحلة الثانوية. *مجلة تربويات الرياضيات*، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ٢٣(٢)، ٢٨٤-٣٢٨.

مي محمد يوسف. (٢٠٢٤). فاعلية استخدام نموج الفورمات (4MAT) لتدريس الرياضيات في تنمية مهارات التفكير الجبري لدى طالبات الصف الثاني الإعدادي. *مجلة البحث في التربية وعلم النفس*. ٣٩(١)، ٤٢٣-٤٤٣.

ناصر السيد عبيدة. (٢٠١٦). أثر استخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في تدريس الرياضيات على تنمية مهارات التفكير الجبري والمهارات الخوارزمية وحل المسائل الجبرية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. *دراسات عربية في التربية وعلم النفس*، رابطة التربويين العرب، ٧٥، ١١٧-١٧٠.

نبيل صلاح جاد. (٢٠٢٣). فاعلية استراتيجيات التفكير المتشعب في تنمية مهارات التفكير الجبري لدى تلاميذ الصف الخامس الابتدائي. *مجلة جامعة الفيوم للعلوم التربوية والنفسية*، ١٧(٢)، ٦٣٩-٦٨٥.

هبة محمد عبد العال. (٢٠٢٣). وحدة مقترحة في المنطق الرياضي وفاعليتها في تنمية مهارات الجدل الرياضي والثقة الرياضية لدى تلاميذ الحلقة الأولى من التعليم الأساسي. *مجلة تربويات الرياضيات*، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ٢٦(٦)، ١٠-٥١.

هيفاء سعد العتيبي، السعيد محمود عراقي. (٢٠١٩). فاعلية استخدام الصف المقلوب في تنمية مهارات التفكير الجبري لدى طالبات المرحلة الثانوية. *مجلة العلوم التربوية والنفسية*، المركز القومي للبحوث بغزة، ٣(١٩). ٨٠-٩٧.

وزارة التربية والتعليم والتعليم الفني. (٢٠٢٢). *الصف الرابع الابتدائي- دليل المعلم-الرياضيات- الفصل الدراسي الثاني*. مؤسسة ديسكفري التعليمية.

ثانيا: المراجع الأجنبية

Balacheff, N. (1988). A study of students‟ proving processes at the junior high school level, *Paper presented at the 66th Annual Meeting of the National Council of Teachers of Mathematics*, U.S.A.

Balacheff, N. (2020). *Mathematical argumentation as a precursor of mathematical proof*. https://nicolas-balacheff.blogspot.com/2019/11/mathematical-argumentation-as-precursor.html

Balacheff, N. (2024). Mathematical Argumentation, a Precursor Concept of Mathematical Proof. Proceedings of the 14th International Congress on Mathematical Education, China, 33–52. https://doi.org/10.1142/9789811287183_0003

Berg, C. V. (2010). *Developing algebraic thinking in a community of inquiry: Collaboration between three teachers and a didactician [Doctoral Dissertation, University of Agder]*. https://uia.brage.unit.no/uia-xmlui/bitstream/11250/138121/1/15%20Claire%20V%20Berg%20droppgave-1.pdf

Bhardwaj, P. (2019). Types of sampling in research. *Journal of the Practice of Cardiovascular Sciences*, *5*(3), 157. https://doi.org/10.4103/jpcs.jpcs_62_19

Engledowl, C., Otten, S., & Spain, V. (2015). The Discourse of Attending to Precision in Secondary Classrooms. *Proceedings of the PME Conference*. https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED584240.pdf

Evagorou, M., Papanastasiou, E., & Vrikki, M. (2023). What do we really know about students' written arguments? Evaluating written argumentation skills. *European Journal of Science and Mathematics Education*, *11*(4), 615–634. https://doi.org/10.30935/scimath/13284

Campbell, T. G., Boyle, J. D., & King, S. (2019). Proof and argumentation in K-12 mathematics: a review of conceptions, content, and support. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *51*(5), 754–774. https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1626503

Cardetti, F., & LeMay, S. (2019). Argumentation: Building students' capacity for reasoning essential to learning mathematics and sciences. *PRIMUS: Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies*, 29(8), 775–798. https://doi.org/10.1080/10511970.2018.1482581

Cheng, J. (2017). Learning to attend to precision: the impact of micro-teaching guided by expert secondary mathematics teachers on pre-service teachers' teaching practice. *ZDM*, *49*(2), 279–289. https://doi.org/10.1007/s11858-017-0839-7

Chimoni, M., Pitta-Pantazi, D., & Christou, C. (2018). Examining early algebraic thinking: insights from empirical data. *Educational Studies in Mathematics*, *98*(1), 57–76. https://doi.org/10.1007/s10649-018-9803-x

Chua, B. L. (2017, February 1). *A framework for classifying mathematical justification tasks*. CERME 10, Feb 2017, Dublin, Ireland. ⟨hal-01873071⟩

Creswell, J. W. (2012). *Educational Research: Planning, Conducting, and Evaluating Quantitative and Qualitative Research*. Pearson Education.

Common Core State Standards Initiative (2010). *Common Core State Standards for Mathematics (CCSSM)*. Washington, DC: The National Governors Association Center for Best Practices and Council of Chief State School Officers.

Cuoco, A., Goldenberg, E. P., & Mark, J. (1996). Habits of mind: An organizing principle for mathematics curricula. *The Journal of Mathematical Behavior*, *15*(4), 375–402. https://doi.org/10.1016/s0732-3123(96)90023-1

Erduran, S., Simon, S., & Osborne, J. (2004). TAPping into argumentation: Developments in the application of Toulmin's Argument Pattern for studying science discourse. *Science Education*, *88*(6), 915–933. https://doi.org/10.1002/sce.20012

Hanna, G., & De Villiers, M. (2012). Proof and proving in mathematics education. In *New ICMI studies series*. https://doi.org/10.1007/978-94-007-2129-6

Indrawatiningsih, N., Purwanto, N., As'ari, A. R., Sa'dijah, C., & Dwiyana, N. (2019). Students' mathematical argumentation ability in determining arguments or not arguments. *Journal of Physics. Conference Series*, *1315*(1), 012053. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1315/1/012053

Kamol, N. (2005). *A framework for characterizing lower secondary school students' algebraic thinking* [Doctoral Dissetation, Srinakharinwirot University]. https://scholar.google.com/citations?view_op=view_citation&hl=en&user=VBVS4C0AAAAJ&citft=1&email_for_op=dr.samahelbe7ary%40gmail.com&citation_for_view=VBVS4C0AAAAJ:9yKSN-GCB0IC

Kaput, J. J. (1999). Teaching and learning a new algebra. *Mathematics Classrooms That Promote Understanding*, Ccm, 133-155.

Kaput, J. (2008) What Is Algebra? What Is Algebraic Reasoning? In J. J. Kaput, D. W. Carraher, & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the Early Grades* (pp. 5-12). Lawrence Erlbaum Associates, New York. https://archive.org/details/isbn_9780805854732/page/n7/mode/2up

Kartika, H., & Budiarto, M. T. (2022). Assessing the quality of arguments in students' mathematical problem solving. *ÜNiversitepark BüLten*, *11*(2), 28–40. https://doi.org/10.22521/unibulletin.2022.112.2

Kartika, H., Budiarto, M. T., & Fuad, Y. (2021). Argumentation in K-12 Mathematics and Science Education: A Content Analysis of Articles. *International Journal of Research in Education and Science*, *7*(1), 51–64. https://doi.org/10.46328/ijres.1389

Kieran, C. (2004). Algebraic Thinking in the early grades: What is it. *The Mathematics Educator*, 8(1), 139–151.

Kieran, C. (2007). Learning and teaching of algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. In F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 707-762). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Kieran, C. (2011). Overall Commentary on Early Algebraization: Perspectives for Research and Teaching. In *Advances in mathematics education* (pp. 579–593). https://doi.org/10.1007/978-3-642-17735-4_29

Kriegler, S. (2007). *Just what is algebraic thinking?* Introduction to Algebra :TeacherHandbook, 1-11.

Kosko, K. W., & Guilford, E. (2018). Making Students' Mathematical Arguments Explicit. *Ohio Journal of School Mathematics*, *80*(1). https://library.osu.edu/ojs/index.php/OJSM/article/download/6542/5118

Koestler, C., Felton, M. D., Bieda, K. N., & Otten, S. (2013). *Connecting the NCTM process standards and the CCSSM practices*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Lentz, U. (2018). *Algebraic thinking of sixth graders through the lens of multimodality* [PhD thesis, The University of North Carolina at Charlotte]. https://ninercommons.charlotte.edu/islandora/object/etd:1516

Lew, H. C. (2004). Developing algebraic thinking in early grades: Case study of Korean elementary school mathematics. *The Mathematics Educator*, 8(1), 88–106.

Lin, P. (2018). The development of students' mathematical argumentation in a primary classroom. *Educação & Realidade*, *43*(3), 1171–1192. https://doi.org/10.1590/2175-623676887

Livers, S. D., & Elmore, P. (2017). Attending to Precision: Vocabulary Support in Middle School Mathematics Classrooms. *Reading & Writing Quarterly*, *34*(2), 160–173. https://doi.org/10.1080/10573569.2017.1370624

Morris, A. K., Hiebert, J., & Spitzer, S. M. (2009). Mathematical Knowledge for Teaching in Planning and Evaluating Instruction: What Can Preservice Teachers Learn? *Journal for Research in Mathematics Education*, *40*(5), 491–529. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.40.5.0491

Mullis, I. V. S., & Martin, M. O. (Eds.). (2017). *TIMSS 2019 Assessment Frameworks*. Retrieved from Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center website: http://timssandpirls.bc.edu/timss2019/frameworks/

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Ntsohi, M. M. E. (2013). *Investigating teaching and learning of Grade 9 Algebra through excel spreadsheets : a mixed-methods case study for Lesotho*. https://scholar.sun.ac.za/bitstream/10019.1/85657/1/ntsohi_investigating_2013.pdf

Otten, S., Keazer, L. M., & Karaman, R. (2019). Teachers' talk about the mathematical practice of attending to precision. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *22*(1), 69–93. https://doi.org/10.1007/s10857-017-9375-1

Pratama, D., & Masduki, M. (2024). Exploration of students' algebraic thinking skills in solving TIMSS problems in terms of reflective-impulsive cognitive style. *Prima Jurnal Pendidikan Matematika*, *8*(1), 73. https://doi.org/10.31000/prima.v8i1.9376

Radford, L., & Sabena, C. (2014b). The Question of Method in a Vygotskian Semiotic Approach. In *Advances in mathematics education* (pp. 157–182). https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6_7

Riccomini, P. J., Smith, G. W., Hughes, E. M., & Fries, K. M. (2015). The Language of Mathematics: The Importance of Teaching and Learning Mathematical Vocabulary. *Reading & Writing Quarterly*, *31*(3), 235–252. https://doi.org/10.1080/10573569.2015.1030995

Ríos-Cuesta, W. (2023). Tasks to Promote Argumentation in Math Class Based on Dynamic Geometry Software. *Rastros Rostros*, 25(2), 1–17. https://doi.org/10.16925/2382-4921.2023.02.08

Sibgatullin, I. R., Korzhuev, A. V., Khairullina, E. R., Sadykova, A. R., Baturina, R. V., & Chauzova, V. (2022). A Systematic Review on Algebraic Thinking in Education. *Eurasia Journal of Mathematics Science and Technology Education*, *18*(1), em2065. https://doi.org/10.29333/ejmste/11486

Schifter, D., & Russell, S. J. (2020). A model for teaching mathematical argument at the elementary grades. *Suhak Gyoyukak Yeon-gu*, *30*(S), 15–28. https://doi.org/10.29275/jerm.2020.08.sp.1.15

Stylianides, A. J. (2007). Proof and Proving in School Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *38*(3), 289–321. https://www.jstor.org/stable/30034869

Stylianides, G. J., Stylianides, A. J., & Weber, K. (2017). Research on the teaching and learning of proof: Taking stock and moving forward. In J. Cai (Ed.), *Compendium for research in mathematics education* (pp. 237–266). National Council of Teachers of Mathematics.

Sun, S., Sun, D., & Xu, T. (2023). The Developmental Progression of Early Algebraic Thinking of Elementary School Students. *Journal of Intelligence*, *11*(12), 222. https://doi.org/10.3390/jintelligence11120222

Toulmin, S. E. (2003). *The Uses of Argument* (2nd ed.). Cambridge: Cambridge University Press.

Van De Walle, J. A. (2004). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally*. Allyn & Bacon.

Voss, J. F., & Means, M. L. (1991). Learning to reason via instruction in argumentation. *Learning and Instruction*, *1*(4), 337–350. https://doi.org/10.1016/0959-4752(91)90013-x

Warren, E., Mollinson, A., & Oestrich, K. (2009). Equivalence and Equations in Early Years Classrooms. *Australian Primary Mathematics Classroom/Australian Primary Mathematics Classroom (Online)*, *14*(1), 10–15. http://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ855964.pdf

Wilkie, K. J. (2016). Students' use of variables and multiple representations in generalizing functional relationships prior to secondary school. *Educational Studies in Mathematics*, *93*(3), 333–361. https://doi.org/10.1007/s10649-016-9703-x

Williams, A., & Katz, L. (2001). The Use of Focus Group Methodology in Education: Some Theoretical and Practical Considerations, 5(3). *IEJLL: International Electronic Journal for Leadership in Learning*, *5*. https://journals.library.ualberta.ca/iejll/index.php/iejll/article/view/496

Zhou, D. (2023). "Learn to Argue" and "Argue to Learn": meta-analysis of effective instructional design for online scientific argumentation activities. *Interactive Learning Environments*, 1–24. https://doi.org/10.1080/10494820.2023.2205904

Zhou, D., Liu, J., & Liu, J. (2021). Mathematical Argumentation Performance of Sixth-Graders in a Chinese rural class. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology :*, *9*(2), 213–235. https://doi.org/10.46328/ijemst.1177