استخدام استراتيجية البنتاجرام فى تدريس الرياضيات لتنمية الذكاء المنطقى الرياضى والكفاح المنتج لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية

Using the Pentagram Strategy in Teaching Mathematics to Develop Logical Mathematical Intelligence and Productive Struggle among Preparatory Stage Students

إعداد

أ.م.د/على محمد غريب عبدالله

أستاذ مساعد بكلية التربية بالوادى الجديد

قسم المناهج وطرق التدريس

(تخصص مناهج وطرق تدريس رياضيات)

dr_alimohammed@yahoo.com

مستخلص البحث:
هدف البحث إلى التعرف على فاعلية استخدام استراتيجية البنتاجرام فى تدريس الرياضيات لتنمية الذكاء المنطقي الرياضى والكفاح المنتج لدى تلاميذ الصف الثانى الإعدادى ، وتكونت عينة البحث الأساسية من (٨٠) تلميذاً وتلميذة من تلاميذ الصف الثانى الإعدادى بإدارة الداخلة التعليمية بمحافظة الوادى الجديد، وتم تقسيمهم إلى مجموعتين : إحداهما تجريبية درست المحتوى باستخدام استراتيجية البنتاجرام والأخرى ضابطة درست بالطريقة المعتادة ، والمجموعة التجريبية تتكون من(٤٠ تلميذاً وتلميذة بمدرسة نجيب محفوظ الإعدادية)، والمجموعة الضابطة تتكون من (٤٠ تلميذاً وتلميذة بمدرسة الفتح الإعدادية) ، ولتحقيق الهدف من البحث تم إعداد اختبار للذكاء المنطقى الرياضي ،ومقياس للكفاح المنتج ، وتصميم مواد البحث المتمثلة فى دليل للمعلم وسجل نشاط للتلميذ ، وطبقت أدوات ومواد البحث على مجموعة من تلاميذ الصف الثانى الإعدادى، وتوصلت نتائج البحث إلى فاعلية استخدام استراتيجية البنتاجرام فى تنمية الذكاء المنطقى الرياضي والكفاح المنتج لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادى، مما يؤكد على وجود فرق دال إحصائيًا عند مستوى (٠,٠١) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة فى القياس البعدى لاختبار الذكاء المنطقى الرياضى ومقياس الكفاح المنتج لصالح المجموعة التجريبية ، وفى ضوء ما أسفرت عنه النتائج يوصى البحث بضرورة عقد دورات تدريبية لمعلمي الرياضيات؛لتدريبهم على استخدام استراتيجية البنتاجرام فى تدريس الرياضيات،و لتشجيع تلاميذهم على البحث ، والاستقصاء ، واستخدام مصادر المعرفة ، وتدريبهم أيضا على تنمية الذكاء المنطقى الرياضي وكيفية إثارة الكفاح المنتج وتنميته لدى المتعلمين .
الكلمات المفتاحية : استراتيجية البنتاجرام – الذكاء المنطقى الرياضي – الكفاح المنتج .

Abstract Search:

The aim of this research is to identify the effectiveness of using the Pentagram strategy in teaching mathematics to develop logical mathematical intelligence and productive struggle among second preparatory grade students. The primary research sample consisted of 80 male and female students from the second preparatory grade at Al-Dakhla Educational Administration in Al-Wadi Al-Jadid Governorate. They were divided into two groups: one experimental group studied the content using the Pentagram strategy, while the other control group studied using the conventional method. The experimental group consisted of 40 students from Naguib Mahfouz Preparatory School, and the control group consisted of 40 students from Al-Fateh Preparatory School. To achieve the research objective, an intelligence test and a measure of productive struggle were prepared. The research materials included a teacher's guide and a student activity record. The research tools and materials were applied to a group of second preparatory grade students. The research results indicated the effectiveness of using the Pentagram strategy in developing logical mathematical intelligence and productive struggle among second preparatory grade students. This confirms the presence of a statistically significant difference at a level of (0.01) between the average scores of the experimental group and the control group in the dimensional measurement of the test of logical mathematical intelligence and the measure of productive struggle in favor of the experimental group. In light of the results, the research recommends the necessity of holding training courses for mathematics teachers to train them on using the Pentagram strategy in teaching mathematics, to encourage their students to research, explore, and use sources of knowledge, and also to train them in developing logical mathematical intelligence and how to stimulate and develop productive struggle among learners.
Keywords: Pentagram Strategy, Logical Mathematical Intelligence, Productive Struggle

مقدمة:

نعيش اليوم مرحلة جديدة من التقدم العلمى والتكنولوجي تعتمد على تطبيق المعرفة ، ويتطلب ذلك إعداد جيل مبدع قادر على مواجهة متغيرات الحياة المختلفة ، وعليه أصبح من الضرورى تنمية المهارات الذهنية للمتعلمين ، وتعد الرياضيات من أهم العلوم التى تمثل مجالاً خصباً لتنمية مهارات الذكاء المنطقى الرياضي لما تتميز به من تسلسل منطقى وتطبيقات متعددة .

ويعد الذكاء المنطقى الرياضي أحد التوجهات العالمية فى الرياضيات ، لأنه يعتمد على إجراء العمليات الحسابية ذهنيًا ، ويجعل المتعلمين أكثر قدرة على التفكير بطرق إبداعية ، وأكثر سرعة ودقة فى إجراء العمليات الرياضية وصياغة المشكلات الرياضية بطريقة عقلانية (Prastika et al , 2021,2)* .

ويختص الذكاء المنطقى الرياضي باستخدام الأرقام والرموز والأعداد بشكل فعال ؛ مما يساعد على تطوير تفكير المتعلمين ومهاراتهم المنطقية ، ويشجعهم على وضع حلول منطقية لمشكلات الحياة الواقعية المتعلقة بالرياضيات ومن ثم يحققون نتائج تعلم أفضل فى الرياضيات (Azinar et al , 2020 , 12).

ويرى كل من عبد الأمير وباشا (٢٠١٨، ١٣٧) أن الذكاء المنطقى الرياضي يمثل قدرة المتعلم على التعامل مع الأرقام والنماذج المجردة وإجراء الحسابات الصعبة وتمييز العلاقات ويتم ذلك من خلال عمليات الإستقراء والإستنتاج .

والذكاء المنطقي الرياضي هو قدرة الشخص على تحليل شيء منطقي ومنهجي في شكل أرقام أو أنماط ويكون قادرًا على رؤية المشكلة من وجهة نظر بسيطة حتى يتمكن من حل المشكلة بسهولة(Indria,2020).

ويشمل الذكاء المنطقى الرياضي القدرة على إجراء العمليات الحسابية بسهولة ، وامتلاك مهارات حل المسائل الحسابية المعقدة،والقدرة على تحليل المشكلات بطريقة منطقية لإيجاد حلول مناسبة وتقسيم الأشياء على شكل أرقام وأنماط .

ومن الدراسات التى أكدت على تنمية الذكاء المنطقى الرياضيى باعتباره من الموضوعات المهمة فى تعليم الرياضيات ، دراسة Karlimah (2019) والتى أكدت على أهمية تنمية الذكاء المنطقى الرياضي لدى المتعلمين مما يسهم فى تنمية قدرتهم على ربط المفاهيم والأفكار الرياضية بالواقع الحياتي ، وتحسين اتجاهاتهم نحو تعلم الرياضيات ، ودراسة Muqodas& Yuliyanto (2021) والتى هدفت إلى إعداد أداة لقياس وتشخيص الذكاء المنطقى الرياضى لدى تلاميذ المرحلة الإبتدائية ،

* التوثيق فى هذا البحث وفقاً لدليل APA ، كالتالى (اسم المؤلف ، سنة النشر ، رقم الصفحة)

ودراسة عمر (٢٠٢٢) والتى هدفت إلى بناء نموذج نظرى لمكونات بنية الذكاء المنطقى الرياضي والذى تم استخدامه فى اكتشاف الأطفال الموهوبين فى الرياضيات وتبرز أهمية مهارات الذكاء المنطقى الرياضي فى جمع المعلومات المتعلقة بالأرقام وحل المشكلات الرياضية من خلال الملاحظة والتفكير والتصنيف والترتيب ويتطلب ذلك دمج المتعلمين فى أنشطة الكفاح المنتج للوصول إلى حل المشكلات بطرق إبداعية .

وقد أعلن المجلس القومي لمعلمي الرياضيات بأن الكفاح المنتج فى الرياضيات يتضمن الفهم العميق للبنية الرياضية للمشكلات والعلاقات بين الأفكار الرياضية ، بدلاً من البحث عن حلول جاهزة (NCTM,2014).

ويشير سيد (٢٠٢٢، ١٩١) أن الكفاح المنتج فى الرياضيات هو المحاولات التى يبذلها المتعلمين لحل المشكلات التى تتناسب مع قدراتهم ، وينبع من الداخل بناءًا على رغبتهم فى تعلم الرياضيات ، ويقوم المعلم بتعزيز كفاحات الطلاب وعلاج الأخطاء التى يقعون فيها .

ويرى كل من الجندى و الأحول (٢٠٢٢، ٥١٩) أن الكفاح المنتج يعتمد على تقديم موقف تعليمي يمثل تحديًا للمتعلم ولكن له قيمة تعليمية ، الهدف منه تشجيع المتعلم على استكتشاف المحتوى بشكل أكبر وتطبيق خبرات التعلم السابقة المكتسبة فى حل المشكلات بطرق إبداعية .

ولتنمية الكفاح المنتج لدى المتعلمين فى الرياضيات ينبغي على المعلمين تهيئة البيئة المناسبة لهم من خلال استخدام استراتيجيات حديثة فى التدريس ، وتشجيع المتعلمين على المثابرة والإجتهاد وتقديم التغذية الراجعة لهم(Christopher,2020).

ويساعد التدريس الفعال باستخدام استراتيجيات حديثة فى الرياضيات على استمرار تقدم المتعلمين بشكل فردى أو جماعى مما يسهم فى تنمية مهارات الكفاح المنتج فى الرياضيات ، والتعمق فى فهم بنية المشكلات الرياضية والعلاقات بين الأفكار الرياضية ، وتنمية الذكاء المنطقى الرياضي لدى المتعلمين .

ومن استراتيجيات التعلم الحديثة التى يمكن استخدامها فى تعليم وتعلم الرياضيات بشكل فعال ؛ استراتيجية البنتاجرام والتى تعد من الاستراتيجيات الحديثة التى تعتمد على التعلم النشط ، وتتكون من مجموعة من الخطوات المنظمة لحل مشكلة ما ، وتعتمد على التخطيط واتخاذ القرار وتطبيقه ثم تقويمه .

وتعرف البنتاجرام بأنها مجموعة من المهام الإبداعية المتمثلة فى الخطوات الإجرائية التى تبدأ بالمعرفة ثم التخطيط والتطبيق واتخاذ القرار والتقويم ، والتى تطبق على مجموعة من القضايا والمشكلات لحلها (الحديدي ، ٢٠٢١ ، ٣٢٥٩).

وتعتمد استراتيجية البنتاجرام على طرح عدد من الأسئلة خلال معالجة المعلومات مما يجعل المتعلم أكثر انسجامًا مع الأفكار التى يتعلمها ، و وتخلق لديه الوعى بعمليات التفكير ، وتجعله قادر على استرجاع خبراته السابقة واستخدامها فى حل المشكلات ، ويساعده على اكتساب مهارات البحث والتفكير (عبد العزيز ومرسي، ٢٠١٧ ، ٧٢).

ويرى Glick & Pylyavskyy(2016) أن استراتيجية البنتاجرام تتكون من نظامًا ديناميكيًّا محددًا، يبدأ من البناء البسيط وُصُولًا إلى بناء معرفي شبه معقد ، يعتمد على التكامل بين مكوناته.

وتسهم استراتيجية البنتاجرام فى تنمية مهارات التفكير العليا للمتعلمين ، وخلق روح المبادرة لحل المشكلات وتحويل عملية التعلم التقليدية إلى عملية التعلم الممتعة (Abdel Aziz & Saleh,2016).

وتعتمد استراتيجية البنتاجرام على نشاط المتعلمين وتفاعلهم داخل الصف الدراسى ، وتوظف مستويات التفكير العليا لدى المتعلمين مما تجعلهم قادرين على ربط الحقائق بالواقع العملى ، والتعامل مع مصادر المعرفة المتنوعة ، وتمنح المتعلمين إمكانية البحث بعمق فى نقاط محددة خاصة بالمحتوى ، وتخلق روح المبادرة لإحداث التغير والوصول لحل المشكلات بطرق إبداعية .

وبناءًا على ما سبق يتجه البحث الحالى إلى تجريب استخدام استراتيجية البنتاجرام فى تدريس الرياضيات ودراسة فاعليتها فى تنمية مهارات الذكاء المنطقى الرياضي والكفاح المنتج لدى تلاميذ الصف الثانى الإعدادى .

الإحساس بالمشكلة:

نبعت مشكلة البحث من خلال حضور الباحث لبعض الحصص مع معلمي الرياضيات وتوجيه الأسئلة والأنشطة للتلاميذ؛ وبمراجعة إجابتهم وجد الباحث أنهم يجدون صعوبة في معرفة نظريات المثلث ومحاور التماثل ومسلمات التباين مع الاعتماد علي الحفظ فقط وعدم التعلم من الخطأ، مما أكد على ضعف مهارات الذكاء المنطقي الرياضي ووجود قصور في استخدام الكفاح المنتج وينعكس ذلك بشكل مباشر علي أدائهم داخل الفصل وقدرتهم على حل المشكلات بطريقة منطقية .

أولاً : الاطلاع على الأدبيات والدراسات السابقة المرتبطة:

علاوة علي ما أكدته نتائج العديد من الدراسات السابقة علي وجود قصور في تنمية الذكاء المنطقي الرياضي ومنها دراسة كل من Arum, Kusmayadi& pramudya (2018)، والتي توصلت إلي انخفاض مستوي الذكاء المنطقي الرياضي لدي طلاب وطالبات الصف التاسع وأن أكثر من ٥٠٪ من الطلاب تم

تحديدهم في المستوي المتوسط والمنخفض، وأوصت بضرورة قيام المعلمين بإعادة صياغة وتصميم الدروس بطريقة تساعد علي تحسين وتطوير مستوي الذكاء المنطقي الرياضي لدي المتعلمين، ودراسة كل من Azinar, Munzir& Bahrun (2020) والتي هدفت إلي التعرف علي مستوي الذكاء المنطقي الرياضي لدي طلاب الصف السابع؛ وتوصلت إلي انخفاض مستوي الذكاء المنطقي الرياضي لديهم، وأنهم بحاجة إلي تنميته، ودراسة صالحة (٢٠٢٠) والتي أكدت علي ضعف تلاميذ المرحلة الابتدائية في مهارات الذكاء المنطقي الرياضي وضرورة تنمية مهاراته لدي تلاميذ هذه المرحلة لأنها مهارات تراكمية تظل متطورة مع المتعلم.

علي الرغم من أن الأدبيات البحثية أكدت علي أن القائمين علي تعلم الرياضيات يواجهون الآن في هذا المجال تحدياً ليكونوا مبدعين في التدريس وتطبيق الاستراتيجيات المختلفة التي يمكن أن تعزز خبرات التعلم لدي الطلاب.

وترجع أهمية التواصل والتفاعل مع الآخرين وتبادل الآراء والأفكار بين الطلاب، مما يزيد من فرص النجاح في الحياة، مع إمكانية تصحيح الأخطاء وزيادة التحصيل الدراسي .

ومن أجل تطوير مهارات الكفاح المنتج بشكل جيد في عملية تعلم الرياضيات،يحتاج المعلمون إلي توفير فرص للطلاب ليكونوا قادرين علي تحسين قدرتهم علي إيصال الأفكار الرياضية (Rahmi, et al,2017).

كما أكدت دراسة(Roble ,2020) علي دعم الكفاح المنتج للطلاب في الرياضيات، لأنه ينعكس علي كيفية أداء مهامهم واكتسابهم المهارات الرياضية، وما يحتاج إليه المعلمون لتطويرها وتعزيز مستوي انجاز الطلاب.

بالإضافة إلي الصعوبة التي يشعر بها معظم تلاميذ المرحلة الإعدادية أثناء تعلم الرياضيات وخاصة مادة الهندسة، من حيث عدم القدرة علي فهم النظريات واستيعابها، وقد يرجع ذلك إلي أساليب التعلم التقليدية وعدم استخدام استراتيجيات تساعد علي فهمها؛ ومن خلال ما أكدت عليه بعض الدراسات السابقة على ضرورة الإهتمام بتنمية مهارات الذكاء الرياضى المنطقى ودعم الكفاح المنتج لدى المتعلمين يتطلب استخدام استراتيجية حديثة فى تعلم الرياضيات.

وقد أوصت دراسة (علام والعدوى ، ٢٠٢٠) بضرورة الاهتمام باستراتيجية البنتاجرام كأحد المستجدات العالمية في طرائق التدريس لخدمة الموقف التعليمي.

حيث حدد المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM,2014) مبادئ الإجراءات للكفاح المنتج لمعلمي الرياضيات في خلق فرص للتعمق في فهم البنية الرياضية للمشكلات والعلاقات بين الأفكار الرياضية؛ بدلاً من البحث عن حلول صحيحة.

وأكد (Ozpinar,2020) الإعتماد علي أدوات تكنولوجية واستراتيجيات تساهم في التطوير المهني والتعليم وأبعاد التفاعل بين الطالب والمعلم وأولياء الأمور.

ثانياً:إجراء مقابلة شخصية مع معلمى الرياضيات بالمرحلة الإعدادية :

حيث تم سؤالهم عن مدى معرفتهم، فاتضح من إجاباتهم أن نادراً ما يُشارك في تحقيق الكفاح منتج المرتبط بالأفكار الرياضية لدى المتعلمين.

بالإضافة إلى عدم معرفتهم الكافية بكيفية مساعدة تلاميذهم فى تنمية الذكاء المنطقى الرياضي ، وتركيزهم على حشو أذهان التلاميذ بالمعارف دون تعليمهم كيفية توظيف ذكاءاتهم ومنها الذكاء المنطقى الرياضي، غالباً ما يقتصر تقويم الطلاب على سرعة الحصول علي إجابات صحيحة من قبل الطلاب وعدم إعطائهم وقتاً كافياً للانخراط وتقبل الفشل وتصحيح الخطأ.

وأكد معظم المعلمين على عدم تقبل الطلاب لاستراتيجيات التدريس الحديثة التى تعتمد على إيجابية الطلاب، فيتراجع المعلمون عن استخدامها حتي لايواجه الطلاب الإحباط والملل فيلجأ المعلمون للنظام المعتاد والحفظ والتلقين وعدم إعطاء الفرصة للطلاب يكافحون .

لتدعيم الإحساس بالمشكلة، أجرى الباحث دراسة استكشافية من خلال:

تطبيق اختبار الذكاء المنطقى الرياضي على مجموعة من تلاميذ الصف الثاني الإعدادى وعددهم (٣٠) تلميذًا وتلميذة بمدرسة الصديق الإعدادية بإدارة الداخلة التعليمية محافظة الوادي الجديد، وكان متوسط درجات التلاميذ على الاختبار(٢,٢٥)، بانحراف معياري(١,٦٤)، بنسبة مئوية لمتوسط الاختبار (٢٢,٣٤٪) مما يشير إلى تدني مستوى الذكاء المنطقى الرياضي في الرياضيات لدى التلاميذ. (ملحق ١)

وتطبيق مقياس الكفاح المنتج فى الرياضيات على نفس العينة، وكان متوسط الأداء في المقياس(٨,٦)، بإنحراف معياري (١,٨٩) وبنسبة مئوية لمتوسط المقياس (٣٨,٥٦٪) مما يدل على ضعف مهارات الكفاح المنتج فى الرياضيات.(ملحق ٢)

من خلال ما أكدته الدراسات السابقة والدراسة الاستكشافية من تدني فى مهارات الذكاء المنطقي الرياضي والكفاح المنتج فى الرياضيات لدى تلاميذ الصف الثانى الإعدادى يرجع ذلك إلى استخدام طرق تدريس غير فعالة ، ولمعالجة هذا التدني تم استخدام استراتيجية البنتاجرام والتى تعد من الاستراتيجيات الحديثة فى التدريس .

و فى ضوء ما سبق يتضح أن مشكلة البحث تتلخص فى تدنى مهارات الذكاء المنطقى الرياضى والكفاح المنتج فى مادة الهندسة لدى بعض تلاميذ الصف الثانى الإعدادى ،

لذا قام الباحث باستخدام استراتيجية البنتاجرام فى تدريس الهندسة لتنمية مهارات الذكاء المنطقى الرياضى والكفاح المنتج لدى تلاميذ الصف الثانى الإعدادى
وللتصدى لهذه المشكلة يحاول البحث الحالى الإجابة عن السؤال الرئيس التالى :
ما فاعلية استخدام استراتيجية البنتاجرام فى تدريس الهندسة لتنمية مهارات الذكاء المنطقى الرياضى والكفاح المنتج لدى تلاميذ الصف الثانى الإعدادى؟
ويتفرع عن هذا السؤال الأسئلة الفرعية التالية:

١- ما فاعلية استخدام استراتيجية البنتاجرام فى تدريس الهندسة لتنمية مهارات الذكاء المنطقى الرياضى لدى تلاميذ الصف الثانى الإعدادى؟
٢- ما فاعلية استخدام استراتيجية البنتاجرام فى تدريس الهندسة لتنمية الكفاح المنتج لدى تلاميذ الصف الثانى الإعدادى؟

أهداف البحث :

هدف البحث الحالى إلى ما يلى :

١- تنمية الذكاء المنطقى الرياضي لدى تلاميذ الصف الثانى الإعدادى باستخدام استراتيجية البنتاجرام.
٢-تنمية الكفاح المنتج لدى تلاميذ الصف الثانى الإعدادى باستخدام استراتيجية البنتاجرام.

أهمية البحث :

تتمثل أهمية البحث الحالى فيما يلى:

١- يقدم البحث الحالى إطاراً نظرياً عن استراتيجية البنتاجرام والذكاء المنطقى الرياضى والكفاح المنتج يمكن أن يفيد معلمى الرياضيات بالمرحلة الاعدادية .
٢- يساعد البحث الحالى مخططى المناهج على كيفية تضمين مبادئ استراتيجية البنتاجرام أثناء إعدادهم للمناهج الدراسيةوالتنويع فى الأنشطة التى تشمل مهارات الذكاء المنطقى الرياضى .
٣- يقدم اختبار في مهارات الذكاء المنطقى الرياضى ، ومقياس فى مهارات الكفاح المنتج يمكن للمعلم استخدامها في تقويم التلاميذ .
٤- قد تكون نتائج البحث مفتاحاً لتدريب المعلمين على تنمية الذكاء المنطقى الرياضى والكفاح المنتج لدى تلاميذهم لتكون حلاً لكثيراً من المشكلات التى تواجههم.
٥- يثري المكتبة العربية :من خلال تزويدها بمفهوم حديث فى الرياضيات هوالكفاح المنتج فى الرياضيات و مهارات الذكاء المنطقى الرياضي .

٦- يفيد الباحثين : حيث يسهم فى فتح المجال أمام الباحثين فى تعليم الرياضيات لدراسات مستقبلية أخرى تهتم باستخدام استراتيجيات حديثة فى تعليم الرياضيات.

٧- يعد البحث الحالى استجابة للإتجاهات العالمية وتوصيات الندوات والمؤتمرات فى ضرورة استخدام استراتيجيات حديثة فى تعليم الرياضيات تسهم فى تنمية الكفاح من أجل التعلم وتنمية المنطق الرياضي والذكاء .

حدود البحث :

١- وحدتى الهندسة (متوسطات المثلث – التباين) المقررة على تلاميذ الصف الثانى الإعدادى الفصل الدراسى الأول للعام الدراسى (٢٠٢٣/ ٢٠٢٤ م) نظرًا لاشتمالهما على موضوعات يمكن استخدامها فى بناء أنشطة ومهام تعليمية مختلفة قد تسهم فى تنمية الذكاء المنطقى الرياضي والكفاح المنتج لدى التلاميذ بالإضافة إلى سهولة تقديم محتوى الوحدتين وفقًا لاستراتيجية البنتاجرام.

٢- مجموعة من تلاميذ الصف الثانى الإعدادى ببعض مدارس إدارة الداخلة التعليمية – محافظة الوادى الجديد محل إقامة الباحث.

٣- قياس بعض مهارات الذكاء المنطقى الرياضى والمتمثلة فى (التصنيف و المقارنة بين الأشكال الهندسية والاستقراء ، والاستنتاج وحل المشكلات ، والقدرة على التفكير المنطقى)

٤- قياس بعض مهارات الكفاح المنتج والمتمثلة فى (الكفاح من أجل بدء المهمة ، والكفاح فى تنفيذ عملية حل المهمة، وكفاح فهم وتفسير طريقة حل المهمة، وكفاح التعبير عن الأخطاء والمفاهيم الخاطئة).

مواد وأدوات البحث :

قام الباحث بإعداد المواد والأدوات التالية :

- مواد تعليمية تمثلت في :

١ - دليل المعلم ٢ – أوراق عمل التلميذ.

- أدوات قياس تمثلت فى : بيانات نوعية متمثلة فى (ملاحظة مباشرة لأداء المتعلمين أثناء تطبيق الاستراتيجية – استبانة رؤى معلمي الرياضيات حول التجربة البحثية) ، وبيانات كمية متمثلة فى (اختبار الذكاء المنطقى الرياضى – مقياس للكفاح المنتج) .

مصطلحات البحث :

استراتيجية البنتاجرام

تعرفها نوير(٢٠٢١، ٢٥٦) بأنها استراتيجية تطلق علي التصميم الخماسي الدائري لحل المشكلات، فهي تستهدف إعادة هيكلة العقل إيجابياً للطلاب، مع التدريب علي السلوك الذكي في معالجة المعلومات وتوظيفها كعملية إجرائية لإدارة وتنظيم التفكير حتي يتم إنجاز المهام الأكاديمية، وتتكون من خمسة أطوار تكاملية مرنة تبدأ بالمعرفة، والتخطيط، واتخاذ القرار، والتطبيق، والتقويم، من أجل البحث عن الحلول العلمية المنطقية لأداء المهمة بنجاح.

ويقصد بها في البحث الحالى بأنها: استراتيجية تعليمية تفاعلية تهدف إلي تنمية الذكاء المنطقي الرياضي، والكفاح المنتج؛ وذلك من خلال تقديم نظام تعليمي جديد للطلاب، وتساعد تلاميذ المرحلة الإعدادية علي انجاز المهام التعليمية بأنفسهم من خلال الأنشطة التي تعتمد علي مهارة البحث والاستكشاف للمعلومات في مادة الرياضيات، وتُقاس بالدرجة التي يحصل عليها التلميذ في اختبار الذكاء المنطقي الرياضي ومقياس الكفاح المنتج المعدين لذلك.

الذكاء المنطقى الرياضى

عرفه أبو العزم (٢٠٢٢) بأنه قدرة التلميذ علي فهم وحل المشكلات الرياضية باستخدام تحليل وإدراك العلاقات،و تحديد أوجه التشابه والاختلاف للأنماط البصرية، والوصول للكليات عن طريق فحص الجزيئات، والتنوع في إجراء المعالجات الحسابية ذهنياً، ويتكون من أربعة مهارات وهي: الاستنتاج الرياضي – الاستقراء الرياضي – التعرف علي الأنماط البصرية – العمليات الرياضية.

ويقصد به فى البحث الحالى بأنه: قدرة تلاميذ الصف الثاني الإعدادي علي تحليل المشكلات من خلال الاستناد إلي المنطق، والاستدلال المنطقي والعلمي، وكيفية التعامل مع الأنماط وتحليل الأشكال الهندسية بكفاءة عالية، والإقبال علي دراسة الرياضيات باستخدام استراتيجية البنتاجرام، ووضع الفرضيات واختبارها، واستعمال المفاهيم المجردة، وتصنيف الأشياء، ومن العمليات المستخدمة في هذا الذكاء الاستنتاج، والتعميم، والحساب، وذلك من خلال تطبيق استراتيجية البنتاجرام، وتُقاس بالدرجة التي يحصل عليها التلميذ في اختبار الذكاء المنطقي الرياضي المعد لذلك.

الكفاح المنتج:

عرف سيد (٢٠٢٢) أن الكفاح المنتج هو جزء مهم في تعليم وتدريس الرياضيات، فعندما يشاركون التلاميذ ويصارعون لكي يفهموا البنية الرياضية للمشكلات والعلاقات بين الأفكار الرياضية المتضمنة في وحدة الهندسة والقياس التي لم تتضح

لهم ولا يستطيعوا استيعابها؛ ويقوم المعلم في خلق وتسهيل الفرص لكفاح التلاميذ وتشجيعهم علي الفهم والبحث والتحري فيما وراء الحفظ وتكرار الإجراءات.

ويقصد به فى البحث الحالى بأنه: قدرة تلاميذ الصف الثاني الإعدادي علي الاعتماد علي النفس وكفاحه من أجل الوصول لحل مشكلة ما،ويشمل الكفاح من أجل بدء المهمة والكفاح أثناء تنفيذ المهمة والكفاح لفهم وتفسير طريقة الحل وعلاج الأخطاء دون الاعتماد علي المعلم، وذلك من خلال تطبيق استراتيجية البنتاجرام، وتُقاس بالدرجة التي يحصل عليها التلميذ في مقياس الكفاح المنتج المعد لذلك.

(٢)الإطار النظرى للبحث :

يتناول الاطار النظري ثلاثة محاور، يتناول المحور الأول: استراتيجية البنتاجرام Pentagram، أما المحور الثاني فيتناول الذكاء المنطقي الرياضي، والمحور الثالث يتناول الكفاح المنتج.

المحور الأول: استراتيجية البنتاجرام

أصبحت تنمية الذكاءات لدي المتعلمين هدفاً استراتيجياً للتعليم في الدول المتقدمة؛ مما يجعل المتعلم قادر على التعلم بفعالية وكفاءة في ظل الانفجار المعرفي، وبناء علي ذلك فقد بدأ الاهتمام بشخصية المتعلم وكيفية مواجهة مشكلات الحياة وحلها وتنمية مهارات التعامل مع المواقف الحياتية ، فمن هذا المنطلق تم البحث عن استراتيجية من الاستراتيجيات الحديثة التي تنمي الذكاء وتخاطب قدرات الطلاب وتتكيف مع المناهج التعليمية، فتعتمد الاتجاهات الحديثة في التدريس علي التعلم النشط حيث يقوم علي مشاركة الطلاب في أنشطة التعلم وتحملهم مسئولية ما تعلموه والتخطيط له والتحكم فيه ومراقبته ، فمن هذه الاستراتيجيات الحديثة استراتيجية البنتاجرام Pentagram (خليل،٢٠٢٢).

تعريف استراتيجية البنتاجرام Pentagram

البنتاجرام كلمة تتكون من مقطعين البنتا "Penta" بمعني خماسي، وجرام "Gram" بمعني دائري، فتعني كلمة البنتاجرام التصميم الخماسي الدائري، واستراتيجية البنتاجرام عبارة عن استراتيجية تدريسية من استراتيجيات التدريس الحديثة، فيقصد بها تلك الخطة الموضوعة ومجموعة الإجراءات التي تتم بشكل متسلسل ومنظم من أجل الوصول إلي حل المشكلة المعدة من قبل، ليكون الفرد لديه وعي وإدراك ومعرفة بمعطيات تفكيره وكيفية إدارتها، وأن يقوم بتخطيط واتخاذ القرار وتطبيقه بنفسه ثم مراقبة وفهم أفكاره؛ من خلال التأمل والتقويم الذاتي والأنشطة العقلية التي تستخدم قبل وأثناء وبعد حله للمشكلة التي تواجهه (عبدالعزيز ومرسي ٢٠١٧).

ويرى Ghayad (2018,30) أن استراتيجية البنتاجرام تتكون من مجموعة من الخطوات التى تظهر فى ترتيب منظم من أجل حل المشكلات ، وتعتمد على تحفيز المتعلمين على طرح الأسئلة وتزويدهم بالمهام والإجراءات اللازمة للحل ، وتنمى لديهم مهارات التفكير الإبداعي ، وتعزز روح التعاون كفريق واحد .

وعرفها كلاً من (Hu et al ,2018) بأنها تصميم خماسي دائري يجمع بين كل من السلوك والمهمة والاستخدام للبحث عن إجابات تدور حول مجموعة من الأسئلة تبدأ بـــ (ماذا – كيف – لماذا – ما) لتحديد وظيفة المعرفة، وكيف يتم الارتباط بين العناصر المختلفة بشكل منطقي، وتحديد أدلة الاقناع وهوية الثقافات والجماعات.

وعرف صالح (٢٠١٦، ٧١) استراتيجية البنتاجرام بأنها: استراتيجية تعليمية حديثة تهدف إلي الوصول لتنمية مهارات التفكير العليا؛ مثل التخطيط والمراقبة والتقويم، بالإضافة إلي تقديم نظام تعليمي جديد للطلاب.

وعرفت بأنها إطار فكرى متكامل ذو خمس خطوات متسلسلة ، تعطى مساحة للطلاب ليبدعوا فى إدارة المعرفة ، واتخاذ القرار ، وتقييم أفكارهم فى كل خطوة (صابر والعدوى ، ٢٠٢٠ ، ٣٤).

ويعرفها كلاً من العمرى و عاصم (٢٠٢٢، ٢١٩) بأنها خطة منظمة متكاملة ومترابطة تتكون من خمس خطوات تبدأ بالتعرف على المشكلة وتحديدها ، ثم التخطيط لحلها ، وبعدها يتم إتخاذ القرار المناسب لتحديد أفضل الحلول المناسبة ، وتطبيق الحل الصحيح ، وتأتى عملية التقويم لما تم التوصل إليه من نتائج .

وأضاف كامل (٢٠٢١) بأن استراتيجية البنتاجرام: هي إطار فكري يضم مجموعة من الإجراءات التي يقوم الطلاب بممارستها في سياق عدد من الأنشطة المتسلسلة والمنتظمة قوامها المعارف (المدخلات)، وإدارة عمليات التفكير وتخطيطها (العمليات)، إلي أن يصل إلي اتخاذ القرارات (المخرجات)، مع مراقبة تفكيرهم وتقييمه بصورة منتظمة في جميع المراحل السابقة.

وتهدف استراتيجية البنتاجرام إلي تقديم نظام تعليمي جديد للمتعلمين مع تنمية مهارات التفكير العليا مثل التخطيط والمراقبة والتقويم، فتعتمد هذه الاستراتيجية علي تقديم مهمات تعليمية تُثير دافعية المتعلم من خلال جعل عملية التعلم متمركزة حول المتعلم من حيث البحث والاستكشاف للمعلومات، بالإضافة إلي إعداد أدوات وتجهيز أجهزة للمتعلمين وتنظيم المتعلمين لتنمية مهارات تفكيرهم الذاتية وتبادل الخبرات بينهم مع تعزيز روح التعاون فهي بذلك تجعل المتعلم مُدرك للحقائق من حوله مع ربط هذه الحقائق بالواقع الذي يتعايش معه في البيئة المحيطة به، فتُعد بذلك أكثر شبهاً بالخبرات الحقيقية وأقل قابلية للوقوع في الخطأ وسوء الفهم، فيتحقق التعلم عندما

تكون المعرفة مرتبطة بالمتعلم عاطفياً ونفسياً وفكرياً؛ مما يحول هذه المعرفة إلي خبرات ذات دلالة ومعني، فلا تقتصر عملية التعلم علي تزويد المتعلم بكم من الحقائق والمعلومات فحسب، بل ينبغي أن تُعينه علي اكتساب الفهم والقدرات العليا من التفكير.

ومن خلال تحليل التعريفات السابقة لاستراتيجية البنتاجرام، يمكن تحديد الخصائص التي تميزها عن غيرها:

خصائص استراتيجية البنتاجرام:

تتعدد خصائص استراتيجية البنتاجرام فى عملية التعليم والتعلم فى كونها :

- عملية مستمرة تقوم برصد التغيرات التي تحدث أثناء التعلم وتصويبها.
- عملية منتظمة حيث تبدأ بالمدخلات مروراً بالمراحل وتنتهي في نهاية كل مرحلة بمخرجات جديدة.
- مرنة لا تلتزم بخطوات ثابتة من الممكن الإنتقال من مرحلة إلى مرحلة أخرى بطريقة سهلة.
- توفر مبدأ التكامل حيث لايمكن إتقان خطوة دون الآخرى.
- تعتمد علي التعليم القائم علي التفكير وحل المشكلات.
- تُمارس فردياً أو جماعياً.
- قائمة علي النشاطات المختلفة.

بينما ذكرت نوير(٢٠٢١) أن من خصائص استراتيجية البنتاجرام:

- تخاطب مهارات التفكير ما وراء المعرفي من تخطيط وتنفيذ ومراقبة ذاتية وتقويم ومراجعة بمواقف التعلم.
- تسهم في توفير عمليات معالجة داخلية للمعلومات.
- مراقبة الطلاب لتفكيرهم وضبطه وتكوين أفكار أكثر دقة.
- بناء الثقة بالنفس والإستقلالية الذاتية وتحمل المسئولية والتنظيم الذاتي للتعلم.
- تنمي القدرة علي إدارة الوقت والتغيير وتحديد الأولويات.
- تكسب الطلاب مهارات التفكير التأملي والإستراتيجي.

وأشار كلٌ من علام والعدوي (٢٠٢٠) إلى أهم خصائص استراتيجية البنتاجرام أنها تشجع الطلاب على البحث فى مصادر المعرفة المتنوعة ، واكتساب مهارات التخطيط والتحليل والاستدلال والتفكير بطرق إبداعية ، بالإضافة إلى أنها تعطى فرص للطلاب لبناء المعرفة والتوسع فيها ، وربطها بعناصر متعددة ؛ من خلال توظيفها فى الحياة الواقعية ، وحل المشكلات.

ويضيف خليل (٢٠٢٢، ٢٥٠) إن من خصائص استراتيجية البنتاجرام أنها تطبق خطواتها بشكل فردي أو جماعي ، وعملية مستمرة تقوم برصد التغيرات التى تحدث أثناء عملية التعلم ، وتعتمد على التعلم القائم على التفكير وحل المشكلات والبحث ، وتقوم على أنشطة متنوعة ومختلفة .

وفيما يتعلق بأهميتها ؛ فلقد حددها كل من علام والعدوى (٢٠٢٠، ٢٩٢) بأنها :

- ✓ تراعى الفروق الفردية بين المتعلمين وتعتمد على التعلم النشط .
- ✓ تشجع الطلاب على التفكير بطرق إبداعية لحل المشكلات التى تتحدى تفكيرهم
- ✓ تنمى ثقة الطلاب بأنفسهم وتجعلهم قادرين على تحمل المسؤولية .
- ✓ توظف المعرفة بطريقة إجرائية لمواجهة مواقف التعلم فى الحياة العملية .
- ✓ تنمي لدى الطلاب المراقبة الذاتية لتفكيرهم ، مما يسهم فى تكوين فكر أكثر تدقيقاً ، والقدرة على اتخاذ القرار .

وفي ضوء ذلك أضاف هذا البحث بعض الخصائص لاستراتيجية البنتاجرام ومنها:

- الاندماج الإيجابي والمشاركة الفعالة بين المعلم والمتعلم.
- الإتصالية وبناء بيئة تفاعلية جيدة.
- تنمية الكفاءة الذاتية.
- مرنة ولا تلتزم بخطوات ثابتة حيث يمكن البدء في مرحلة قبل الانتهاء من المرحلة السابقة.
- تكاملية، حيث أن إتقان كل مرحلة يعتمد على إتقان المراحل الأخرى.
- متداخلة، فالتغير الذي يحدث في أي طور منها يؤثر على الأطوار كلها.
- عملية منتظمة، حيث تبدأ بالمدخلات مروراً بالمراحل، وتنتهي في نهاية كل مرحلة بمخرجات جديدة.

تعددت الرؤي والدراسات التي تناولت مميزات وأهمية البنتاجرام ولكن أجمعت كل الدراسات أن أهم ميزة هي الديناميكية؛ فأكدوا أن البنتاجرام نظام ديناميكي محدد يبدأ من البناء البسيط وصولاً إلي بناء معرفي شبه معقد يعتمد علي التكامل بين مكوناته بالإضافة إلى البنتاجرام تسهم فى تنمية مهارات التفكير العليا لدى الطلاب ، وتنمية المهارات الحياتية ، وتخلق روح المبادرة لحل المشكلات وتحفز الطلاب وتعمل على تحويل عملية التعلم التقليدية إلى عملية تعلم ممتعة .

خطوات استراتيجية البنتاجرام Pentagram Strategy:

تبلورت نظرية البنتاجرام في خمس خطوات إجرائية قابلة للتنفيذ تحت مسمي "استراتيجية البنتاجرام Pentagram Strategy" وأورد صالح ومرسي (٢٠١٧) الخطوات فيما يأتي:

المعرفة Knowledge هي مرحلة محورية ينطلق خلالها المتعلم حتي يبلغ نتاجات المهام، وتوفير الخلفية المعرفية للموضوع بشكل يُثير دافعية التلاميذ للتعلم، ويهدف إلي تقديم الصورة المجملة للمهمة المطلوبة من التلاميذ القيام بها؛ بدءاً من تحديد فكرة البحث عن المعلومات، وتحديد الأهداف بطرح الأسئلة الجوهرية للمهمة، وطريقة السير فيها باستخدام التصميم.

التخطيط Planning تنظيم المعرفة السابقة مع البيانات والمعلومات التي سبق تجميعها في مرحلة المعرفة؛ لمساعدة المتعلمين في وضع تصور لخطوات تنفيذ المهمة، وتحديد الخطوات الواجب اتباعها للإجابة عن الأسئلة التي تم طرحها في مرحلة المعرفة، وتحديد الطرائق والوسائل التي تساعد في تحقيق الهدف المطلوب من المهمة.

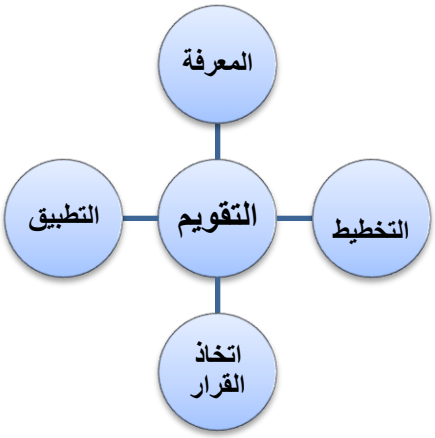
اتخاذ القرار Decision making اختيار التلاميذ الطريقة المثلي للقيام بالمهمة، واختيار السُبل التي تُسهل عليهم إتمام المهمة، وكيفية ربط هذه السُبل بالأسئلة المحورية للمهمة التي تم طرحها في مرحلة المعرفة.

التطبيق Application هي مرحلة حاسمة لنجاح المهمة، يتم تنفيذ أفضل الفروض المختارة والمخطط لها، وبذلك تكون المهمة قابلة للتطبيق؛ حيث ينخرط التلاميذ في الأنشطة؛ بغرض الوصول إلي حل المهمة.

التقويم Evaluation هي مرحلة المتابعة والتقييم المستمر لما يقوم به التلاميذ في كل مرحلة من المراحل السابقة، مع الحكم علي طريقة السير في المهمة، كما يجب علي المعلم في هذه المرحلة تشجيع التلاميذ وتعزيز ثقتهم مادياً ومعنوياً؛ لكي يصلوا للنتائج المرغوبة من المهمة.

ومن الدراسات التي استخدمت خطوات البنتاجرام دراسة Ghahremani& Balcaen (2017)، بعنوان: بنتاجرام العادات: تقصي تصورات العلوم لعادات العقل المرتبطة بالتفكير النقدي في عدد من مدارس الموهوبين بإيران، حيث هدفت إلي تقصي تصورات معلمي العلوم حول عادات العقل علي عينة مكونة من (٢٧) معلماً ومعلمة، واستخدام خطوات البنتاجرام؛ لتنمية عادات العقل والتفكير الناقد، واعتمدت الدراسة علي التحليل الكيفي للملاحظات المنظمة والمقابلات الشخصية، وأسفرت النتائج عن تنمية عادات العقل والتفكير الناقد.

والشكل التالى يوضح أطوار استراتيجية البنتاجرام كما حددها صالح (٢٠١٦)



شكل (١) أطوار استراتيجية البنتاجرام (صالح ٢٠١٦)

وفى الجدول التالى توضيح لكل طور كما يلي :

جدول (١) أطوار استراتيجية البنتاجرام

الطور	وصف المهارة	الدلالات	التساؤلات
المعرفة	البحث عن المعلومات وتحديد المعطيات والمطلوب والهدف من المهمة وجمع المعلومات وربطها ببعضها البعض ، وإدراك العلاقات بين خبرات التعلم السابقة والمعلومات الجديدة	تسمية وترتيب ووصف وتصنيف ومقارنة وتحليل وتفسير المعلومات ويشمل تساؤل ذاتى وتصور تخيلى وحب استطلاع	ما الهدف من القيام بالمهمة ؟ ما الذى أحتاج إليه من قدرات ومهارات لتعلم المهمة ؟ ما خبرات التعلم السابقة اللازمة لحل المهمة ؟ ما الخطوات التى يجب إتباعها للوصول لحل المهمة ؟
التخطيط	وضع خطة وتطور مستقبلى لحل المشكلة من خلال تنظيم الأفكار واستخدام الوسائل اللازمة لتحقيق الهدف المطلوب قبل القيام بتنفيذه ، ويتم ذلك من خلال تحديد خبرات التعلم السابقة – إدارة وقت التعلم بكفاءة – جمع وتحليل المعلومات وتوظيفها – وضع الاحتمالات والفروض – بناء خريطة ذهنية للخطوات التى يمكن أن تؤدى إلى أداء المهمة .	خطة بديلة – إدارة الوقت – التحليل والترتيب – خريطة ذهنية – تحديد الأولويات.	ماذا أفعل ؟ كيف أصل إلى الحل ؟ ما نوع هذه المهمة ؟ ما هى المعلومات التى أحتاج إليها ؟ ما هى الاستراتيجيات التى ستساعدنى ؟ ما هى المصادر المتاحة لدى ؟
اتخاذ القرار	بناء قائمة بالمهام والإجراءات اللازمة لحل المشكلة – عمل جدول زمنى لتنفيذ الخطوات – تقديم المقترحات والتفسيرات والحلول للمهمة المعروضة	الاختيار – إيجاد البدائل – المفاضلة بين الحلول المناسبة للمهمة .	ما الذى أريد تعلمه من المهمة ؟ ما هو القرار المهم الذى يجب أن أتخذه ؟ ما هى النتائج المتوقعة لاتخاذ القرار ؟

التطبيق	القدرة على تنفيذ أفضل الاحتمالات والفروض التى تم التخطيط لها ، والتأكد من إنجازها – التكامل بين الأدوات والوسائل المختلفة لتنفيذ المهمة – ابتكار أفكار جديدة للحل – تنفيذ الأنشطة وحل المهام المعروضة	الطلاقة – المرونة - التنبؤ	كيف أنفذ الخطة بطريقة سهلة ؟ هل هذه الطريقة هى الأفضل للقيام بهذه المهمة ؟
التقويم	المقارنة بين أفكار الطلاب واختبارها لمحاولة تجميع ما يحتاجونه من بيانات ومعلومات خاصة بالمشكلة – مراجعة ما تم تعلمه والحكم على مدى تحقيق الأهداف المرجوة وإصدار الحكم – تقويم المعلم لطلابه للتأكد من استيعاب الطلاب للمعلومات المعروضة – معرفة قدرات وإمكانات الطلاب – كتابة تقرير عن تحليل المهمة – التأكد من تحقيق الأهداف .	إصدار الحكم – التلخيص – النقد – التغذية الراجعة – التقويم المستمر	هل تم التنفيذ وفقاً للخطة ؟ هل فهمت الدرس ؟ ما الذى تعلمته ؟ كيف أتحقق من إنجازى لكل الأهداف المرغوبة ؟

أبعاد استراتيجية البنتاجرام

من خلال شكل(٢) صمم كلا من Dolk &Granat (2012) نموذج خماسي يتضح أن استراتيجية البنتاجرام هي نظام معرفي خماسي تتمثل في خمسة أبعاد وهي:

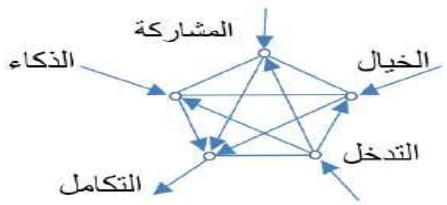
التدخل Intervention: ما نوع المعرفة المطلوبة لحل المشكلة؟

الذكاء Intelligence: تجميع المعلومات وتحليلها.

الخيال Imagination: محاكاة الظواهر وخلق أفكار إبداعية.

المشاركة Involvement: تنمية مهارة المشاركة مثل عمل المقابلات وجمع الآراء.

التكامل Integration: دمج وربط الأنواع غير المتجانسة من المعرفة.



شكل (٢) أبعاد البنتاجرام Dolk &Granat (2012)

بينما حدد الخفاجي وآخرون (٢٠٢١، ٣٨٢) أبعاد البنتاجرام تتحدد من خلال ثلاث محاور يظهر فيها دور المدرب وهي:

قبل المهمة: كسر الجمود – التأمل فى المهمة – عصف ذهني وإثارة الدافعية للتفكير.

أثناء المهمة: إعطاء الأمثلة – إدارة الوقت – حكايات وقصص هادفة – كلمات تحفيزية .

بعد **المهمة**: تحويل حجرة الدراسة إلى بيئة تفاعلية استقصائية من خلال الحوار وطرح وجهات النظر المختلفة – استخدام الاستراتيجية كمهارة حياتية ، وعمل ملخص (الدروس المستفادة) – الوصول للهدف وتعزيز وتشجيع المتعلمين .

وأشارت بعض الدراسات التي استهدفت توظيف استراتيجية البنتاجرام، دراسة (Max,2020) استهدفت التعرف علي اتجاه المعلمين حول استخدام البنتاجرام في دراسة الرياضيات، ومن أهم النتائج التي توصلت إليها توافر اتجاه إيجابي لدي المعلمين لتوظيفها في تدريس الرياضيات للطلاب.

دور المعلم من خلال استراتيجية البنتاجرام:

من خلال تطبيق استراتيجية البنتاجرام حدد صالح ومرسي (٢٠١٧، ٢٢) أن دور المعلم قبل وأثناء وبعد المهمة تم تحديده كما يلي:

شكل (٣) أدوار المعلم أثناء تطبيق استراتيجية البنتاجرام

ويتضح من الشكل السابق أدوار المعلم في أثناء التطبيق تتمحور حول ما يأتي:

جدول (٢) أدوار المعلم أثناء تطبيق استراتيجية البنتاجرام (من إعداد الباحث)

دور المعلم أثناء تطبيق استراتيجية البنتاجرام		
قبل المهمة	**أثناء المهمة**	**بعد المهمة**
إدارة وتنظيم المهمة وإدارة الوقت بما يناسب المهمة.	تسهيل وتيسير العمل، وتشجيع التلاميذ بالتعزيز المستمر.	تحويل حجرة الدراسة إلي بيئة تفاعلية استقصائية.
توضيح الهدف من الاستراتيجية، وكيفية القيام بالمهمة.	ضرب الأمثال والحكايات والقصص الهادفة.	الحوار بين المتعلمين بعضهم البعض لعرض النتائج المختلفة.
المساعدة في استخدام الخرائط الذهنية لكي يتم ربط الخبرات ببعضها.	استخدام الخرائط الذهنية لربط الخبرات السابقة بالجديدة.	تقييم كل تلميذ للوصول إلي النتائج.
كسر الجمود وإثارة الدافعية وتحفيز روح التحدي بين التلاميذ.	إبداء الملاحظات والتوجيهات والمتابعة الفورية، وتذليل المشكلات والعوائق، والإجابة عن استفسارات التلاميذ دون إعطاء الحل.	عرض ملخص المهمة في صورة دروس مستفادة، وترغيبهم في تطبيق الاستراتيجية كمهارة حياتية جديدة.
يساعد المعلم التلاميذ في طرح التساؤلات التالية:		
قبل المهمة	**أثناء المهمة**	**بعد المهمة**
ماذا أفعل أولاً؟ ما الزمن اللازم لأداء المهمة؟ ما توقعاتي في أداء هذه المهمة؟ ما المعرفة السابقة التي ستساعدني في أداء المهمة؟ كيف أجمع المعلومات لاتخاذ المسار الصحيح؟	كيف أقوم بالمهمة؟ ما هو تقييمي المستمر لأدائي؟ هل أنا علي المسار الصحيح؟ ما الاستراتيجية المناسبة التي أقوم باستخدامها؟ ما المعلومات الآخري التي أحتاج إليها؟ ما الذي أحتاجه لإنهاء هذه المهمة؟	كيف قمت بالمهمة؟ هل أدائي جيد في المهمة؟ هل أحتاج لإعادة المهمة؟ ماهي الأشياء التي قمت بها بشكل مرضي؟ وما هي الأشياء التي قمت بها بشكل غير مرضي؟ هل ما تعلمته يقترب مما كنت أتوقع حدوثه؟ هل يمكنني التطبيق الحياتي عند مواجهتي لمشاكل أخري متشابهة؟

ويرى الباحث أن استراتيجية البنتاجرام يتم تطبيقها فى تدريس الرياضيات من خلال خمس خطوات وهى **المعرفة** المتمثلة فى دراسة المهمة أو المشكلة من خلال رسم أو شكل توضيحي أو فيديو أو رسوم بيانية ؛ لتحديد المهمة ، وطرح الأسئلة على الطلاب ، وتوجيههم لجمع معلومات عن القضية كمعطيات داعمة للقضية ؛ لإدراك العلاقة بين أجزائها ، **التخطيط** وتعنى وضع خطة لإنجاز المهمة ، وذلك بطرح جميع المعطيات والبدائل فى الخطوة السابقة ، والتى تعرض القضية تفصيلًا من عدة رؤى ؛ تمهيدًا لاتخاذ القرار فى ضوء البدائل المطروحة ، **اتخاذ القرار** تختبر فى تلك

الخطوة صحة الفروض والبدائل فى ضوء المعطيات الخاصة بالقضية ؛ لاتخاذ قرار نهائي بشأن القضية ، والتعرف على حقيقة أبعادها ، **التطبيق** ويتم فيه توجيه الطلاب لحل الأنشطة المصاحبة للمهمة ؛ للتأكد من إنجازها ، وتنوعت النشاطات بين العروض التوضيحية ، والمناقشات والمناظرات بين الطلاب ، والسيناريوهات ، **التقويم** ويتم فيها تكليف الطلاب بأنشطة إضافية ؛ للتأكد من إنجازهم ؛ فضلًا عن كتابة تقرير عن المهام المختلفة .

المحور الثانى : الذكاء المنطقى الرياضي :

لقد نال الذكاء اهتماماً كبيراً من العلماء والمتخصصين فهو من أهم موضوعات علم النفس، فالذكاء المنطقي الرياضي هو أحد الذكاءات المتعددة ضمن نظرية هوارد جاردنر، "MULTIPLE INTELLIGENCE THEORY" ويتطور هذا الذكاء مع مراحل نمو الإنسان ويتمثل في القدرة علي استخدام الأعداد بفاعلية، والقدرة علي الاستدلال والمنطق؛ كما أنه يتضمن العلاقات المنطقية والأنماط والقضايا الجدلية بالإضافة إلي التصنيف، والاستدلال ، والتعميم، والمعالجة الحسابية، واختبار الفروض، واستراتيجيات الذكاء الرياضي والقدرة علي استخدام العلاقات المتجددة وتقديرها، كما يحدث في الحساب والجبر والمنطق واستخدام الأرقام بمهارة وتنظيم العلاقات السببية والمجردات .

تعريف الذكاء المنطقي الرياضي:

لقد تعددت تعريفاته وفيما يلي عرض لبعض هذه التعريفات:

عرفته صالحة (٢٠٢٠) بأنه قدرة التلميذ علي فهم الأساسيات المتعلقة بالأرقام ومعالجتها بشكل فعال، وإدراك ما بينهما من علاقات، وأنماط عددية، مستخدماً في ذلك قدرته علي الاستنتاج، وكفاءته في إجراء المعالجات الحسابية ذهنياً وكيفية حل الألغاز والمشكلات المنطقية بمهارة عالية.

عرف البرجاوي (٢٠١٩) الذكاء المنطقي الرياضي هو: القدرة علي التفكير الاستدلالي والاستنباطي والعلمي، واستخدام الأعداد والتصنيف والتلخيص والعلاقات المنطقية والاستنتاج والتعميم والحساب بكفاءة عالية، وكيفية اختيار الفروض واختبارها، وإجراء العمليات الرياضية بسهولة ويسر ودقة عالية، بالإضافة إلي التعامل مع الأفكار بشكل علمي دقيق.

عرفه karlimah (2019) بأنه: قدرة الفرد علي التعامل مع الأرقام والحسابات والأنماط، والتفكير بطريقة منطقية، وعرفه Arum, Kusmayadi & Pramudya (2018) بأنه: قدرة الشخص علي التمييز بين الأنماط المختلفة سواء كانت عددية أو منطقية، والتعامل مع التسلسلات العددية.

ويرى Muchlisa et al(2018) أن الذكاء المنطقي الرياضي مجموعة من المهارات المتعلقة باستخدام الأرقام والرموز وتحليلها جيدًا ، وتحديد السبب والنتيجة، والتواصل بين الأنماط لحل المشكلات وإجراء العمليات الحسابية .

عبرت قطامي (٢٠٠٩) عن صور مختلفة للذكاء المنطقي الرياضي وهي كالآتي: استخدام الرموز، استخدام المفاهيم المجردة، البحث عن ألعاب الكمبيوتر، أسئلة عن عمل الأشياء، حساب المسائل، تصنيف الأشياء، الاستمتاع بالرياضيات، إجراء التجارب، تفكير عالي المستوي، تطبيق الألعاب الذهنية، إبداع نماذج، بحث علمي، اختبار وفحص، أدلة وافتراضات، منطق، فهم الأسباب والنتائج.

ومن الدراسات السابقة التي تناولت الذكاء المنطقي الرياضي دراسة العبيدي (٢٠١٧) والت هدفت الدراسة إلي التعرف علي أثر استراتيجية مقترحة وفقاً لاستراتيجية PQ4R في كل من التحصيل والذكاء المنطقي الرياضي لدي طلاب الصف الثاني المتوسط،وتكونت عينة الدراسة من (٧٠) طالباً من طلاب الصف الثاني المتوسط، أعد الباحث اختبارين أحدهما تحصيلي، والآخر للذكاء المنطقي الرياضي، وأسفرت النتائج عن وجود فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوي دلالة (0,05) بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية ودرجات الطلاب المجموعة الضابطة في اختباري التحصيل والذكاء المنطقي الرياضي ولصالح المجموعة التجريبية.

و دراسة أبو العزم (٢٠٢٢)والتى هدفت إلي التعرف علي فعالية برنامج تدريبي قائم علي استراتيجيات الحساب الذهني في تنمية الذكاء المنطقي الرياضي لدي تلاميذ الصف الخامس الابتدائي وقد اتبعت الباحثة المنهج شبه التجريبي وتكونت عينة البحث من (٦٠) تلميذ وتلميذة وأعدت الباحثة مقياس الذكاء المنطقي الرياضي، وأسفر البحث عن وجود فروق دالة إحصائياً عند مستوي دلالة (0,01) ودرجة حرية (٨٥)، بين متوسطي درجات تلاميذ وتلميذات المجموعتين التجريبية والضابطة في القياس البعدي؛ وأوصت الباحثة بنمذجة العلاقات السببية بين الحس العددي والذكاء المنطقي الرياضي والتواصل الرياضي لدي تلاميذ المرحلة الإعدادية.

خصائص الذكاء المنطقي الرياضي:

أظهرت الأبحاث علي مدي العقود القليلة الماضية أن أحد العوامل الرئيسة للعوامل البيئية له تأثير كبير علي خصائص الذكاء المنطقي الرياضي، وفي هذا الصدد أكدت نتائج دراسة Punia & Jyoti (2015, 25) أن العوامل البيئية البشرية وارتباطها بالذكاء المنطقي الرياضي يمكن أن تساعد في استكشاف المواهب الرياضية الفردية واستخدامها في تطوير مادة الرياضيات؛ مع الأخذ في الاعتبار

أهمية تقييم الذكاء المنطقي الرياضي من أجل معرفة مدي تأثير عوامل النظم البيئية الدقيقة علي مستوي ذكائهم الرياضي وتحديد خصائص هذا النوع من الذكاء وكيفية تشكيله لديهم، وأثبتت نتائج هذه الدراسة أن نوع المدرسة ومؤهلات كل من الأب والأم لها ارتباط كبير بخصائص الذكاء المنطقي الرياضي للمراهقين في ولاية هاريانا.

و أشار حزام ومحمد (٢٠١٧) إلي أن الذكاء المنطقي الرياضي هو القدرة علي التفكير المنطقي وحل المشكلات واستدلال بين النماذج وإدراك العلاقات.

ويضيف المعراج (٢٠١٣، ٣٤) مجموعة من خصائص الذكاء المنطقى الرياضي للمتعلمين منها :

- تنمية قدرات المتعلمين على اكتشاف النماذج ، وبيان التسلسلات المنطقية .
- البراعة فى حل المسائل الحسابية .
- التعرف على الأنماط المجردة والعلاقات السببية وحل المشكلات .
- القدرة على استخدام الأرقام بكفاءة .
- القدرة على التفكير المنطقي .

الصفات التي يمتاز بها أصحاب الذكاء المنطقي الرياضي:

ذكر نوفل (٢٠٠٦) أن الشخص الذي لديه ذكاء منطقي رياضي يتميز بالآتي:

- إجراء العمليات الحسابية في عقله بسهولة (الحساب الذهني).
- لديه قدرة جيدة في الأنشطة الحسابية والمنطقية.
- التفكير في المفاهيم المجردة بلا كلمات أو صور.
- يميل إلي الطريقة التحليلية لحل المشكلات.
- قياس الأشياء وتصنيفها وتحليلها.
- يبحث عن التتبعات المنطقية في كل حدث؛ فيعتقد أن كل شئ له تفسير منطقي.

وأضاف كرامز (٢٠١١) مهارات يتحلي بها ذو الذكاء المنطقي الرياضي ومنها:

- ❖ الإدراك الجيد للأسباب والنتائج.
- ❖ الاستمتاع بالألعاب والأعمال التي تتضمن حل المشكلات.
- ❖ الاستمتاع بالألغاز وأعمال تنشيط المخ التي تعتمد علي الأرقام.
- ❖ حساب المسائل الحسابية والرياضية بسرعة.
- ❖ طرح الأسئلة الكثيرة عن كيفية عمل الأشياء.
- ❖ معالجة الموضوعات عن طريق جمع الأدلة ووضع الافتراضات.

وتظهر جليًا خصائص المتعلم الذي يتمتع بذكاء منطقي رياضي، وتتمحور في جانب التمتع من القدرات كالحساب الذهني السريع، التفكير المنطقي، الاستكشاف، سرعة

الحل، البديهة، الميل والاستمتاع بالتجريب والتجريد ويمكن إكساب هذه الخصائص للمتعلمين داخل الصف المدرسي من خلال العمل على تنمية الذكاء المنطقي الرياضي بتبني استراتيجيات وأساليب ذات جودة عالية(صليحة ، ٢٠٢٠ ، ٤٨).

نظراً لاعتبار الذكاء المنطقي الرياضي هو جوهر الذكاءات المتعددة؛ لذلك فقد ذكرت العديد من الأدبيات التربوية التي اهتمت بالذكاء المنطقي الرياضي قائمة بالسمات والمؤشرات التي يتحلي بها الأفراد الذين يتسمون به، من أجل توفير البيئة الصفية اللازمة لتنمية مهارات الذكاء المنطقي الرياضي ومنها دراسة Safranj (2016, 76) التي أوضحت أن الطلاب الذين يتمتعون بالذكاء المنطقي الرياضي يجيدون التفكير المنطقي وحل المشكلات الرياضية والتحقيق العلمي، والاستدلال الاستنتاجي، في حين أضاف (Azinar & et al, 2020. 6) أن الأطفال ذو الذكاء المنطقي العالي الرياضي يميلون إلي امتلاك بعض الخصائص مثل سهولة تحليل ودراسة سبب وتأثير ما يحدث، والسرعة العالية في حل المشكلات الرياضية، وممارسة التعلم من خلال (الأرقام،والمحاولات، ومحاولة إيجاد مخرج، والأنشطة).

ويرى كل من Prastika, Riyadi & Siswanto(2021,1) أن الطلاب ذوى الذكاء المنطقى الرياضي يمتلكون مجموعة من الخصائص منها القدرة على عرض وتقديم الصيغ الرياضية ، والوصول إلى الاستدلالات المناسبة وابتكار طرق جديدة للحل ،و القدرة على استنتاج العلاقات الرياضية المتعلقة بالمشكلات الرياضية .

بالاستعانة إلي ما سبق أضاف الباحث أن أهم صفات الشخص الذى يتميز بالذكاء المنطقي الرياضي ما يلي:

- ✓ أن يكون ملماً بكل العمليات الرياضية سواء التصنيف، والتعميم ، والاستنتاج، واختبار الفروض.
- ✓ حب المغامرة والمنافسة والسرعة الذاتية.
- ✓ حل المشكلات بعقلية منطقية وتقبل آراء الآخرين.
- ✓ إتقان مهارات الكمبيوتر بكفاءة عالية.

مهارات الذكاء المنطقى الرياضى:

يتضمن الذكاء المنطقى الرياضى عدد من (المهارات) الذهنية المتنوعة التى يلزم المتعلم القيام بها لحل المشكلات التى تواجهه ، ومن تلك المهارات :

- القدرة على الإستدلال (الاستقراء والاستنباط).
- القدرة على التنبؤ والتحليل ووضع التصورات النظرية .
- التفكير الرمزى والتصنيف .
- التعامل بكفاءة مع الأشكال الهندسية .

- استخدام المنطق لعمل علاقات بين المعلومات.
- إدراك العلاقات بين الأسباب والنتائج .

.(Rifqi et al,2021)

وقد أشارت بعض الدراسات إلى مكونات الذكاء المنطقى الرياضي (مهاراته) ؛ مثل دراسة المصاروة (٢٠١٥) ، دراسة عبد الأمير وباشا (٢٠١٨) ، ودراسة Widayanto et al (2018)، ودراسة صالحة (٢٠٢٠) والتى يمكن تلخيصها فيما يأتى :

- إجراء العمليات الحسابية .
- الاستمتاع بالأرقام والأشكال والنماذج والعلاقات .
- إجراء عديد من التجارب .
- إبداء الفضول وحب الاستطلاع .
- البرهنة على صحة رأيه أو صحة ما لديه من معرفة .
- سهولة وضع الأشياء فى تصنيف محدد .
- التفكير فى المفاهيم المجردة .

ويظهر الذكاء المنطقي الرياضي من خلال مؤشرات دالة عليه تتمثل فى القدرة على التفكير ، والاستدلال ، والاستنباط ، والاستنتاج المنطقي ، والحساب الذهني السريع ، والميل إلى استخدام الأرقام كل هذه المؤشرات نجدها فى المتعلم الذى يمتلك ذكاء منطقى رياضي مرتفع (صليحة ، ٢٠٢٠ ، ٤٧).

ويذكر كل من Nur , Herman,& Mariyana(2018,105) خمسة مهارات للذكاء المنطقى الرياضي هى المقارنة ، والتصنيف ، والاستدلال ، وتشكيل الفرضيات، والعمليات الحسابية ، والتحقق من صحة الفرضية .

بينما يرى Azinar et al (2020,2) أن الذكاء المنطقى الرياضي يتكون من مهارتين هما القدرة على فهم الأنماط المنطقية ، والقدرة على معالجة الأفكار المعقدة .

ويرى كل من أبو نعمة وحسن إن من مهارات الذكاء المنطقى الرياضي القدرة على حل المشكلات؛ و القدرة على التفكير المنطقي ؛ والقدرة على الاستدلال ؛ والقدرة على إكتشاف العلاقات ، والقدرة على استخدام الأرقام (أبو نعمة وحسن ، ٢٠٢٢ ، ٣٢٣).

ويضيف عمر (٢٠٢٢ ، ٢٤٠) أن الذكاء المنطقى الرياضى يتكون من مجموعة مهارات منها القدرة الحسابية والقدرة الهندسية والقدرة الجبرية والترجمة الرياضية والتفكير الرياضي والميل نحو الرياضيات .

ومن خلال ما سبق وبالإطلاع على البحوث والدراسات السابقة التى تناولت مهارات الذكاء المنطقى الرياضى سوف يعتمد الباحث على المهارات التالية فى إعداد اختبار الذكاء المنطقى الرياضي وهى التصنيف و المقارنة بين الأشكال الهندسية والاستقراء ، والاستنتاج وحل المشكلات ، والقدرة على التفكير المنطقى .

استراتيجيات تدريس الذكاء المنطقي الرياضي:

تفتح نظرية الذكاءات المتعددة الباب علي مصراعيه لاستراتيجيات تدريس متنوعة والتي يسهل تطبيقها داخل البيئة الصفية، ومنها استراتيجيات تتعلق بالذكاء المنطقي الرياضي؛ وهناك مكونات لهذا الذكاء يمكن تطبيقها من خلال منهج الرياضيات، وفيما يلي أهم استراتيجيات تطوير الذكاء المنطقي الرياضي والتي يمكن تطبيقها في كل المواضيع الدراسية (حسين، ٢٠٠٣، ٥٥):

استراتيجية التصنيف والتبويب Classification and Categorhzation

تحفيز العقل المنطقي بمعلومات لغوية أومنطقية أو مكانية ووضعها في إطار عقلاني.

استراتيجية التفكير العلمي Science Thinking

يجب البحث عن الأفكار العلمية خارج المنهج الدراسي؛ لتزويد الطلبة بالمعرفة الأساسية بالمفردات العلمية.

استراتيجية طرح الأسئلة السقراطية Socratic Questioning

يقوم المعلم بطرح الأسئلة علي الطلبة واستقصاء وجهات نظرهم، ومشاركتهم في الحوار بهدف الكشف عن الصواب والخطأ في معتقداتهم؛ وذلك لتنمية مهارتهم في التفكير الناقد.

استراتيجية العمليات الحسابية والكمية Calculation and Quantification لم يعد استخدام العمليات الحسابية مقتصرة على الرياضيات والعلوم فقط بل هناك منحني لاستخدامها في مواضيع مختلفة كالتاريخ والجغرافيا.

استراتيجية حلول بديلة تخمينية تعتمد التجربة (Heuristics)

تشير إلي مجموعة غير مترابطة من الاستراتيجيات والبديهيات والارشادات والمقترحات لحل المسائل بصورة منطقية.

المحور الثالث: الكفاح المنتج Productive Struggle

يلعب الكفاح المنتج دور مهم فى تعليم الرياضيات ويؤدى إلى حصص دراسية منتجة ، ويشجع الطلاب على المخاطرة لحل مشكلات معقدة بطريقتهم الخاصة ،ويتيح لهم فرصة المحاولة والفشل ، ومع ذلك يشعرون بالفخر والإعتزاز عند الوصول لحل المشكلات بالطريقة الصحيحة ، ويمكن للمعلمين تعزيز ثقافة الكفاح المنتج لدى المتعلمين من خلال تزويدهم بمهام صعبة وتشجيعهم على المثابرة لحل تلك المهام .

والكفاح المنتج هو جزء أساسي من تعليم الرياضيات الذي يعزز التعلم بفهم عميق ولإعطاء لمحة عن الكفاح المنتج يتم استخدام سيناريو إلكتروني مدعم بالوسائط المتعددة وذلك لإبراز خصائص الكفاح المنتج لكل من الطلاب والمعلمين (Baker et al.,2020,361).

أ- تعريف الكفاح المنتج:

الكفاح المنتج طريقة للتفكير تساعد المتعلمين على فهم الأفكار الجديدة ، وربط خبرات التعلم السابقة بالمعلومات الجديدة ، ويعد صراع مثمر فى بيئة التعلم يشجع المتعلمين على المثابرة فى حل المشكلات ، ويتخذ أشكال مختلفة فى بيئة التعلم منها التفكير فى المشكلة ، ربط المعرفة السابقة بالمهام الجديدة ، وإعادة البدء فى حل المشكلة من جديد ، وإتباع خطوات جديدة عندما تدرك أن هناك خطأ (McKenney,2020).

عرف الجندي و الأحول(٢٠٢٢) الكفاح المنتج هو حالة من المشاركة التي تمكن الطلاب من العمل على حل المشكلات الصعبة التى تتطلب تحدى من الطلاب ولم يروها من قبل في البيئة الإلكترونية مما يطور الجرأة والإبداع في مهام الرياضيات.

يشير مصطلح الكفاح المنتج فى الرياضيات إلى استراتيجية تمنح الطلاب فرصة لزيادة خلفيتهم المعرفية بالرياضيات ، ويساعدهم على ربط المفاهيم الأساسية وتحديد كيف وأين يحدث الخطأ ، ويدعم الطلاب فى اكتشاف كيفية استخدام مهارات التفكير والاستدلال الخاصة بهم لتصحيح الخطأ ، ويمكن أن يؤدى التدريس بدون استخدام إرشادات الكفاح إلى إحجام الطلاب عن العمل من أجل تطوير فهم أعمق لمفاهيم الرياضيات ، ويجعلهم يشعرون بأنهم ليس على درجة من الكفاءة فى الرياضيات ، ويكون الأمر صعباً بالنسبة لهم فى المستقبل (Daily,2021,85).

والكفاح المنتج فى الرياضيات هو استراتيجية تعليمية مصممة للمعلمين لمساعدة الطلاب على استخدام مهارات التفكير والاستدلال الخاصة بهم لحل المشكلات فى الرياضيات، وتساعدهم على تطوير فهم أفضل للرياضيات المفاهيمية بالإضافة إلى اكتساب الثقة في قدراتهم على حل المشكلات(Murdoch et al,2020).

يعرف الكفاح المنتج فى الرياضيات بأنه محاولة فهم الطلاب لموضوع ما فى الرياضيات لا يمكن تمييزه بوضوح للوهلة الأولى (Warshauer et al., 2021) ، وتفكير الطلاب فى عملية إيجاد الحلول يعد تحدياً لأنها تسخدم مهارات التفكير والمنطق ، واستخدام الطلاب للمعلومات المحفوظة فى حل المشكلات لا يعزز الكفاح المنتج ، ويتطلب تعزيز الكفاح المنتج المثابرة من الطلاب لاستخدام المهارات اللازمة لحل المشكلات.

عرف (Boston et al.,2017,208) الكفاح المنتج يشمل العمل الذي يقوم به الطلاب لفهم الموقف وتحديد مسار العمل عندما لا يتوفر أي استراتيجية للحل وعدم ذكر تضمينها؛ فكل طالب يجب أن تتاح له الفرصة للكفاح مع الرياضيات الصعبة وتلقي الدعم الذي يشجع الطلاب علي المثابرة دون إزالة التحدي.

أكدت دراسة (VanLehn et al.,2021) أن الاعتماد علي توظيف التكنولوجيا تجعل التدريس عن طريق الاستباط أكثر فعالية والذي يعمل علي تحقيق الكفاح المنتج، وأكدت دراسة (El-ahwal, Shahin, 2020) أن استخدام البيئات الإلكترونية المدعمة بالفيديو المستند إلي المهام لتحسين الممارسة الرياضية ودعم الكفاح المنتج في تعلم الرياضيات له تأثير علي أداء الطلاب في المرحلة الجامعية، وأوصت بالاهتمام بالمعايير الدولية للممارسات الرياضية وممارسات التدريس الرياضية الفعالة.

عرف (Edwards. 2018. p. 183) الكفاح بأنه عبارة عن تحدى يشجع المتعلمين على تطبيق ما تعلموه على مواقف جديدة ، عندما يتم تحديد دور المعلم والطالب بوضوح ويتم تفعيله وتطبيقه؛ يكون لدي الطلاب فهم أعمق للرياضيات ويشعرون بالإنجاز بأن الفهم هو ملكهم في الواقع الحقيقي.

ويعرفه (Warshauer, 2015) بأنه عملية معرفية يمكن اعتبار كفاح الطالب لفهم الرياضيات أمراً داخلياً بالنسبة للمعلم ؛ ويكون كفاح الطلاب مرئياً للمعلم عندما يعبر الطلاب عن الصعوبات التي يواجهونها.

ويشير (Gray, 2019) أن هناك اتفاق بين الدراسات أن الكفاح المنتج يحدث عندما نتوقع الفشل المؤقت وقبوله؛ مما يعني أن المثابرة ستؤدي إلي النجاح في النهاية، وعندما يقوم الطالب بحل المشكلة وليس المعلم، بالإضافة إلي أن الطريق إلي حل المشكلة مهم جداً مثل الحل نفسه، وأكد أيضاً أن من أجل المشاركة الفعالة في الكفاح المنتج يجب علي الطلاب قبول الأخطاء ومعرفة أن الكفاح جزء من عملية التعلم وبدون الأخطاء لن يحرز الطلاب تقدم في المسارات المبتكرة نحو الحلول.

ويعد الكفاح المنتج جهد فكرى يوجه الطلاب لفهم المفاهيم الرياضية التى تشكل تحدياً وتقع ضمن قدرات الطلاب المعقولة ، ونوع من التعلم الفعال يعمل على تطوير حل إبداعى للمهام الرياضية ، ويساعد المتعلمين فى تعلم مفاهيم وإجراءات الرياضيات ويتضمن الجهد والمثابرة لحل المهام الصعبة وغير المألوفة .

ب- مميزات الكفاح المنتج:

أكدت دراسة (Sams, 2022) أن استعداد الطلاب للانخراط في الكفاح المنتج باستخدام الأدوات عبر الانترنت كانوا أكثر ثباتاً في مواقفهم وعقلياتهم ومعتقداتهم، وأصبحوا أكثر ثقة، وإدارة قلقهم من الرياضيات، ويزيد من معارفهم ومهارتهم.

اتفقت دراسة Freeburn& Arbaugh (2017) ودراسة Amidon et al (2020) أن الكفاح المنتج له العديد من المزايا التي تحقق الكفاح المنتج يحقق التعلم المستمر والارتباط بين المفاهيم.

- يؤدي الكفاح إلي إجابة صحيحة وملموسة لمسألة حسابية (نجاح منتج) أو(فشل منتج).
- النجاح المنتج والفشل المنتج هما الظروف المثالية للتصميم التعليمي ؛ لأنهما ينتج عنهما تطوير فهم مفاهيمي طويل المدي لدي الطلاب.
- يحدث الكفاح المنتج عندما يستمر الطلاب في مهمة ذات مستوي معرفي عالي.
- حسم الطلاب المفاهيم الخاطئة والوصول إلي مستوي أعمق من الفهم المفاهيمي.
- استمرار الطلاب في الاطلاع أثناء تأدية المهمة مع الحفاظ علي المسؤلية عن التفكير.

ويرى Lemley et al (2019) أن الكفاح المنتج فى الرياضيات يعد ممارسة رياضية فعالة تزود المتعلمين بفرص لإدراك العلاقات بين الأفكار الرياضية ، والربط بين الأفكار والحقائق والإجراءات وحل المشكلات الصعبة بشكل مستقل ، بدلا من مجرد البحث عن حلول صحيحة.

ومن أهم مميزات الكفاح المنتج وخاصة فى الرياضيات يتيح للطلاب فرصة للتفكير فى حل المشكلات بطرق إبداعية ، والمثابرة لتوظيف المفاهيم الرياضية فى مواقف التعلم المختلفة ، وتهيئة بيئة التعلم لربط خبرات التعلم السابقة بالمعلومات الجديدة واكتشاف أفكار جديدة(Paurowski,2022,4).

ج- أهمية الكفاح المنتج:

الكفاح المنتج أساسي لنجاح تعلم الرياضيات وهو جزء طبيعي من تعلم الرياضيات بالنسبة للطلاب و انخراط الطلاب في مهام الكفاح المنتج ينمي لديهم:

المثابرة: و فقا لمعايير الدولة الأساسية المشتركة (Common Core State Standards, 2019) يجب أن يركز التدريس الفعال علي ثمانية ممارسات وهي:

- ❖ الاهتمام بالدقة.
- ❖ البحث عن استخدام البنية الرياضية
- ❖ بناء البراهين القابلة للتطبيق ونقد براهين الآخرين.

- ❖ تجسيد الرياضيات في المواقف الحياتية.
- ❖ البحث والتعبير عن التعليلات المتكررة.
- ❖ استخدام الأدوات بشكل استراتيجي.
- ❖ الإبداع.

و ذكر(2017) Roble أن الكفاح الإنتاجي للطلاب يتيح لهم أن يكونوا مبدعين ويعبروا عن أصالتهم من خلال حل مشكلاتهم؛ مما يعزز التفكير المستقل.

أضافت دراسة (Gray(2019 أن من أهمية الكفاح المنتج في تعلم الرياضيات للطلاب ما يلي:

- ✓ المرونة والإتقان والفهم العميق في تعلم الرياضيات.
- ✓ قيام الطلاب بأنفسهم بالعمل.
- ✓ يعد استراتيجية تتيح للمتعلمين فرص لزيادة الخلفية المعرفية الرياضية واكتساب المفاهيم الرياضية .
- ✓ يساعد المتعلمين على ربط المفاهيم الرئيسة بالمفاهيم الفرعية.

وتحدد بعض الدراسات والبحوث عدد من العوامل التى تسهم فى تنمية الكفاح المنتج لدى الطلاب منها تجارب الطلاب خارج المدرسة والزيارات الميدانية والأنشطة اللاصفية تلعب دور كبير فى تنمية الكفاح المنتج لدى الطلاب ، واستخدام القصص الإلكترونية ومسرحة المناهج من العوامل التى تسهم فى تنمية الكفاح المنتج ، واستخدام المهام الرياضية والمدخل المبحوث لحل المشكلات ، تشجيع التلاميذ على التفكير فى عملهم ودعم التلميذ للوصول إلى الإجابات الصحيحة ، اعتراف المعلمين بأن الكفاح المنتج جزء مهم من تعليم وتعلم الرياضيات ، ومن تلك الدراسات التى أكدت على ذلك دراسة Star (2015) ، دراسة Zeybek(2016) ودراسة DiNapoli & Marzocchi(2019) ، ودراسة Roth(2019) وأيضا دراسة Russo et al (2021) .

وأضاف الباحث أن أهمية الكفاح المنتج تكمن في تكيف الطلاب مع المشكلات الصعبة وتقبل الأخطاء وانخراط الطلاب في هذا الكفاح المنتج واندماجهم مع زملائهم في تحمل المخاطر.

د- دور المعلم والطالب في دعم الكفاح المنتج في تعلم الرياضيات

تترجم إجراءات دور المعلم والطالب في دعم الكفاح المنتج في تعلم الرياضيات وفق المبادئ؛ التي تساعد علي ضمان النجاح الرياضي للجميع بتلك الممارسات التعليمية المستنيرة التي تدعم تفكير الطلاب وتعلمهم الرياضي، بالإضافة إلي توفير المهام الصعبة ، ويجب علي المعلمين التواصل بشكل متكرر بأن الكفاح مهم، وذلك

ما يوصي به المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات(NCTM 2014, 10) بأن يحتاج المعلمون إلي توفير فرص للكفاح الإنتاجي لأنه مهم وضروري لتعلم الرياضيات.

ينبغي علي معلم الرياضيات تهيئة البيئة المناسبة لتنمية الكفاح المنتج لدي الطلاب وذلك من خلال ما يلي: Hiebert and Grouws (2017)؛ Gray (2019)؛ Rughubar-Ready et al (2020) .

- ☒ استخدام استراتيجية حل المشكلات عند التدريس لتعزيز الكفاح المنتج.
- ☒ الاهتمام بالعملية أو المسار الذي يستخدمه الطلاب لإيجاد الحلول.
- ☒ تدريب الطلاب علي تسجيل الأخطاء ومراجعتها.
- ☒ مراقبة تقدم الطلاب في التعلم ومعرفة طريقة تفكيرهم في استراتيجيات الحل.
- ☒ تشجيع الطلاب علي المثابرة واستخدام استراتيجية الحل الإبداعي للمشكلات الرياضية.
- ☒ توفير الوقت الكافي للطلاب لحل الصعوبات أثناء عملية حل المشكلة.
- ☒ اعتراف المعلمون والطلاب أن الكفاح جزء مهم من تعلم وفهم وممارسة الرياضيات.
- ☒ تقديم التغذية الراجعة من خلال، الإخبار، والتوجيه الموجه، والتوجيه الاستقصائي، والقدرة علي تحمل التكاليف.

هـ - الممارسات الداعمة للكفاح المنتج فى الرياضيات :

تعد الرياضيات من المواد التى تشتمل على ممارسات تتطلب الكفاح والمثابرة لحلها ، ومن الممارسات التدريسية التى تدعم الكفاح المنتج لدى المتعلمين فى الرياضيات والتى يجب على معلم الرياضيات الإلمام بها واستخدامها فى التدريس كما حددها كل من Warshauer (2015) ، Zeybek(2016)، Murawska (2018)

- طرح أسئلة على الطلاب لتشجعهم على استخدام طرق متنوعة لحل المشكلات الرياضية .
- إعطاء التلميحات الشفهية أوالمكتوبة لمساعدة الطلاب على الكفاح من أجل استيعاب المفاهيم الرياضية .
- استخدام التلخيص والمراجعة والخرائط الذهنية لمساعدة الطلاب على ترتيب أفكارهم والتفكير فيما تعلموه .
- تنويع المهام الرياضية وفقا لمستويات الطلاب ، حيث يكلف الطلاب الذين قدموا إجابات صحيحة لجميع الأسئلة بمهام توسعية أو أكثر تعقيدًا ، ويكلف الطلاب الذين أخطأوا فى بعض المهام بتمارين مراجعة وتطبيق .

- توجيه الطلاب للتفكير بصوت مسموع لمعاينة كيفية التفكير فى حل المهام الرياضية
- استخدام تعليم الأقران لتشجيع الطلاب على التعاون والمشاركة مما يشعر الطلاب بالراحة عند العمل مع زملائهم، ويستمتعون بممارسة المهارات ومراجعتها .

ويذكر Pasquale(2020,3) أربع ممارسات لدعم الكفاح المنتج ومؤشرات نجاحها ، والجدول التالى يوضح تلك الممارسات :

جدول (٣) الممارسات التدريسية لدعم الكفاح المنتج

ممارسات التدريس	مؤشرات على الكفاح المنتج لدى الطلاب
طرح الأسئلة : يسأل المعلم الطلاب أسئلة تساعدهم فى التفكير لحل المشكلات والمهام التعليمية	يسأل الطلاب أسئلة ؛ لتحديد مصدر كفاحهم ، وكتابة أفكارهم ، وتوضيح الفكرة مع الآخرين ، والتفكير فى استراتيجيات بديلة .
التشجيع : يشجع المعلم الطلاب على التأمل فى طرق الحل البديلة ، ويدعم الطلاب فى كفاحهم وجهودهم ، وليس لمجرد الحصول على إجابات صحيحة	يستخدم الطلاب جهودهم ، لحل المهام ومحاولة فهم عملهم ، وليس فقط الإكتفاء بالإجابة الصحيحة .
منح الوقت : يمنح المعلم طلابه وقتًا للخوض فى الكفاح والتفكير بدقة فى حل المهام التعليمية .	يستخدم الطلاب وقتهم لفهم المهمة وحلها والمتابعة فى استراتيجياتهم ، ثم تقييم تقدمهم وفهم ما يمكنهم عمله .
الإقرار : يقر المعلمون بأن الكفاح جزء مهم من التعلم وحل المهام الرياضية .	يثابر الطلاب فى عملهم ؛ لفهم وحل مسألتهم ولا يستسلمون أو يصابون بإحباط بسهولة.

ويضيف SanGiovanni et al (2020,21) عددًا من المتطلبات والممارسات التى تدعم الكفاح المنتج منها:

- اختيار وتعديل المهام من أجل إثارة الكفاح المنتج لدى الطلاب .
- معرفة شخصيات واحتياجات واهتمامات الطلاب .
- العمل على إيجاد بيئة صفية داعمة للكفاح المنتج .
- التفكير فى كيفية مشاركة الطلاب أثناء الدرس .

ويتضح من خلال ما سبق إن معرفة وتأمل تلك الممارسات التدريسية وتطبيقها يشجع الطلاب على الكفاح المنتج والمثابرة فى التعلم وحل المشكلات الرياضية ، مما يسهم فى تعلم الرياضيات بطريقة فعالة ، وتلك الممارسات تساعد المعلم على تنمية الكفاح المنتج لدى طلابه ، ودعم الكفاح المنتج لدى الطلاب يمكن أن يكون قبل تنفيذ المهمة الرياضية أو فى أثنائها ، أو بعدها ، حتى يتمكنوا من استيعاب المعلومات وفهمها ، ومواصلة الحل أثناء المهمة .

وسيتم قياس الكفاح المنتج لدى المتعلمين من خلال الممارسات الفعالة الداعمة لتحقيق المهام الرياضية قبل وأثناء وبعد التدريس .

فروض البحث : للإجابة عن أسئلة البحث تم اختبار الفرضيات التالية :

١- لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطى درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلى و البعدى في اختبارالذكاء المنطقى الرياضى وذلك لصالح التطبيق البعدى .

٢- لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطى درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في التطبيق البعدى في اختبار الذكاء المنطقى الرياضى وذلك لصالح تلاميذ المجموعة التجريبة .

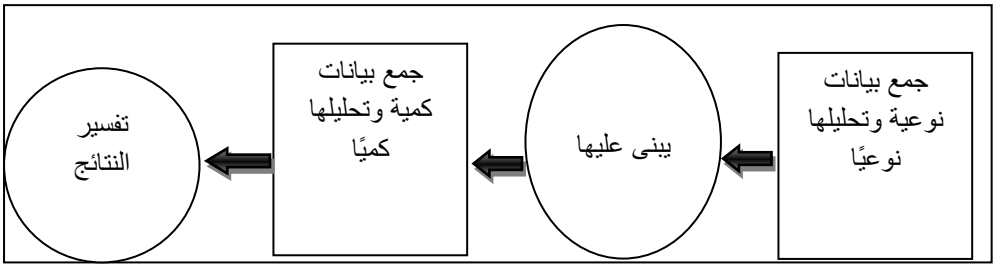
٣- لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطى درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلى و البعدى في مقياس الكفاح المنتج وذلك لصالح التطبيق البعدى .

٤- لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطى درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في التطبيق البعدى في مقياس الكفاح المنتج وذلك لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية .

منهج البحث وخطواته الإجرائية :

أولاً : منهج البحث :

تم اتباع منهج البحث المختلط ذى التصميم المتضمن (Embedded Design) ، والذى يعتمد على جمع بيانات كمية ونوعية فى نفس الوقت أو بالتتابع ، بهدف أن يكون أحد النوعين مدعمًا ومعززًا للنوع الآخر، ويستخدم هذا التصميم عادة فى الدراسات التجريبية المعتمدة على البيانات الكمية ، إلا أن جمع بيانات نوعية عن بيئة التعلم – مثلاً – أو طريقة تفاعل الأفراد مع المعالجة (من خلال الملاحظة أو المقابلة أو التقارير) قد توفر دليلاً داعمًا للبيانات الكمية فى الاستدلال عن فاعلية المتغير المستقل / التجريبي (الإمام ، ٢٠٢٠ ، ٢٦) ، وفى البحث الحالى تم استخدام منهجين، المنهج النوعي المتمثل فى جمع المعلومات من خلال المنحي الاستقرائي التحليلي القائم على المقابلات وتم بالاستكتشاف أثناء تطبيق الاستراتيجية للحصول على بيانات نوعية من خلال الملاحظة المباشرة لأداء المتعلمين ، وبعد التجربة تم جمع بيانات نوعية من خلال المقابلة التى أجريت مع المعلمين بعد التطبيق للتعرف على انطباعهم عن تطبيق الاستراتيجية من خلال تطبيق استبانة استطلاع أرائهم ثم تحليلها ، واستخدم المنهج الكمى المتمثل فى التصميم شبه التجريبي ذى المجموعتين التجريبية والضابطة وذلك لمعرفة فاعلية المتغير المستقل (استراتيجية البنتاجرام) على المتغير التابع (الذكاء المنطقى الرياضي والكفاح المنتج) والشكل التالي يوضح التصميم المختلط التتابعى الاستكشافى للبحث:



شكل (٤) التصميم المختلط التتابعى الاستكشافى

ثانياً : مجموعة البحث :

تم تطبيق البحث على مجموعتين من تلاميذ الثانى الإعدادى بإدارة الداخلة التعليمية بمحافظة الوادى الجديد ، إحداهما تجريبية وعددها (٤٠) تلميذًا وتلميذة بمدرسة نجيب محفوظ ودرست وفق استراتيجية البنتاجرام ، والأخرى ضابطة وعددها (٤٠) تلميذًا وتلميذة بمدرسة الفتح الإعدادية ودرست وفق الطريقة المعتادة فى التدريس بعد استبعاد التلاميذ المتغيبين وغير الملتزمين بالحضور اليومي .

ثالثًا : إعداد مواد وأدوات البحث :

أ- إعداد مواد البحث: متمثلة فى :

- **تحليل محتوى وحدتى متوسطات المثلث والتباين.**

تم تحليل محتوى وحدة متوسطات المثلث والمثلث المتساوى الساقين إلى ما تتضمنه من جوانب التعلم (مفاهيم – تعميمات – مهارات) ولقد ألتزم الباحث بالتعريفات التالية لكل من المفهوم – التعميم - المهارة .

- المفهوم :" هو فكرة مجردة تشير إلى صفات مشتركة بين موقفين أو أكثر من الموضوعات التى تتصل بالرياضيات ويكون للمفهوم أسم أو رمز.
- التعميم : هو جملة رياضية تعبر عن موقف عام وشمولى لمجموعة من الأشياء والأحداث والظواهر المتكررة والمتشابهة.
- المهارة : حل التلاميذ للتمارين الهندسية ،والقيام بالعمليات الإجرائية بسرعة ودقة وإتقان وبرهنة التمارين .

وقد تم التحقق من صدق التحليل من خلال عرضه على مجموعة من أساتذة المناهج وطرق تدريس الرياضيات ومعلمي وموجهي الرياضيات بالمرحلة الإعدادية، وكذلك تم التحقق من ثبات التحليل من خلال قيام الباحث بالتحليل، وقيام أحد الزملاء بالتحليل، ثم حساب معامل الثبات للتحليل باستخدام معادلة هولستي،وقد وجد أن معامل الثبات يساوي(٠,٩٢). ملحق (٣)

- **إعداد دليل المعلم :**

فى ضوء نتائج عملية التحليل تم إعداد دليل المعلم لتدريس وحدتى متوسطات المثلث والتباين لتلاميذ الصف الثانى الإعدادى باستخدام استراتيجية البنتاجرام ، واحتوى الدليل على مقدمة وفكرة عامة عن استراتيجية البنتاجرام ، والأهداف العامة للوحدتين وتوجيهات المعلم بشأن تدريس الوحدتين باستخدام استراتيجية البنتاجرام ، والتوزيع الزمنى لموضوعات الوحدتين وخطة السير فى الدرس .

ضبط الدليل :

تم عرض الدليل على مجموعة محكمى البحث للتحقق من سلامة الأهداف وملاءمة خطة الدرس وفقاً لاستراتيجية البنتاجرام والحكم على مناسبة الأنشطة المستخدمة وأساليب التقويم ، ومدى ارتباط وتسلسل عناصر دليل المعلم ، وإضافة أى مقترحات أخرى ،وأقترح بعضهم إجراء تعديلات فيما يخص كيفية تنفيذ الأنشطة التعليمية ، وتمت هذه التعديلات وأصبح الدليل فى صورته النهائية كما فى ملحق (٨).

- **إعداد أوراق عمل التلميذ**

تم إعداد أوراق العمل بحيث تتضمن الأنشطة التعليمية التى يمارسها المتعلم فى ضوء فلسفة ومبادئ استراتيجية البنتاجرام ، يمارسها التلميذ بصورة فردية أو جماعية ، وتعد هذه الأنشطة بمثابة مشروعات ينفذها التلاميذ .

ضبط أوراق عمل التلميذ:

تم عرض مجموعة الأنشطة على مجموعة من السادة المحكمين المتخصصين فى المناهج وطرق تدريس الرياضيات ، وموجهى ومدرسى الرياضيات للتحقق من مناسبة هذه الأنشطة لتلاميذ الصف الثانى الإعدادى و أصبحت فى صورتها النهائية صالحة للإستخدام . كما بملحق (٩)

ب- إعداد أدوات البحث :

تعددت أدوات البحث ما بين أدوات نوعية وكمية ، وذلك لإعتماد البحث على المنهج المختلط القائم على التصميم التتابعى الاستكشافى الذى يبدأ بتطبيق المنهج النوعى أولاً ، ثم يتبعه المنهج الكمي (التجريبي).

١- **الأدوات النوعية** : تتمثل فى الملاحظة المباشرة لأداء المتعلمين أثناء تطبيق الاستراتيجية وتم قياس أداء المتعلمين من خلال بطاقة ملاحظة ، وبعد المعالجة أجريت مقابلة مع المعلمين للتعرف على إنطباعاتهم عن الاستراتيجية وتم تطبيق استبانة لاستطلاع أرائهم نحو الاستراتيجية .

- **بطاقة ملاحظة للتطبيق النوعى :** تم إعداد بطاقة ملاحظة ، الهدف منها قياس أداء المتعلمين أثناء التطبيق متمثلة فى مهام الكفاح المنتج ومهارات الذكاء المنطقى الرياضي وشملت (٢٠) عبارة ، تم عرض بطاقة الملاحظة فى صورتها المبدئية على السادة المحكمين فى مجال المناهج وطرق تدريس الرياضيات لتحديد مدى مناسبتها لقياس الهدف منها ، وارتباط كل عبارة بالمحور الخاص بها ، وحذف أو إضافة عبارات أو محاور أخرى ، وقد اتفقت آراء المحكمين على مناسبتها للتطبيق مع تعديل صياغة بعض العبارات ، وأجريت التعديلات التى أقرها المحكمون على البطاقة ، وأصبحت فى صورتها النهائية ، وهى موضحة بملحق (٤) .
- **استبانة استطلاع رأى لتحديد إنطباعات المعلمين حول الاستراتيجية :** الهدف منها التعرف على آراء المعلمين بشأن فاعلية استراتيجية البنتاجرام فى تدريس وحدتى متوسطات المثلث والتباين من وجهة نظرهم .ملحق (٥)

٢- الأدوات الكمية :

أولاً: إعداد إختبار الذكاء المنطقى الرياضي :

من خلال الإطلاع على بعض البحوث والدراسات السابقة التى تناولت الذكاء المنطقى الرياضي منها دراسة هاشم (٢٠٢٠) ، ودراسة ماضي و المرادني (٢٠٢١) ، ودراسة محمد (٢٠٢٢) ، ودراسة Nurilla & Susanah(2022)، وتحليل محتوى وحدتى متوسطات المثلث والتباين المقررين على تلاميذ الصف الثانى الإعدادى تم إعداد الإختبار وفقاً للخطوات التالية :

أ- **تحديد الهدف من الإختبار :** هدف الإختبار إلى قياس مستوى مكونات ومهارات الذكاء المنطقى الرياضي لتلاميذ الصف الثانى الإعدادى، وقد روعى أن تكون أهداف الاختبار مناسبة لمستوى التلاميذ .

ب- **تحديد أبعاد اختبار الذكاء المنطقي الرياضي :** تم تحديد أبعاد الإختبار المستهدف قياسها فى ضوء طبيعة محتوى الوحدتين وطبيعة المرحلة فى خمسة مهارات رئيسة وهى : التصنيف و المقارنة بين الأشكال الهندسية والاستقراء ، والاستنتاج وحل المشكلات ، والقدرة على التفكير المنطقى .

ج- **إعداد الصورة الأولية للإختبار :** تم إعداد الاختبار فى صورته الأولية ، وتكون من (٣٤) سؤالاً تم توزيعهم على أبعاد الاختبارالمستهدف قياسها ، وقد تم مراعاة سلامة الصياغة اللغوية ، وأن تكون الأسئلة مناسبة لمستوى التلاميذ ، وترتبط بأهداف ومحتوى الوحدتين ، وأن تغطي أبعاد الذكاء المنطقى الرياضي

المحددة مسبقًا ، وقد تم إعداد الإختبار بحيث يتكون من الأسئلة التى تحقق قياس كل بعد من الأبعاد السابقة ، وهى أسئلة فى صورة الاختيار من متعدد .

د- **صياغة تعليمات الاختبار:**

تم صياغة تعليمات الاختبار وإعدادها على ورقة غلاف الاختبار ، وقد تم توضيح الهدف من الإختبار ، وكيفية الإجابة عن فقراته ، وتوفر السهولة والوضوح عند صياغة هذه التعليمات .

هـ- طريقة تصحيح الاختبار:

بعد الانتهاء من إعداد الاختبار فى صورته النهائية تم إعداد مفتاح لتصحيح الاختبار، يتم تصحيح الاختبار فى ضوء الخطوات الآتية:

- أسئلة الإكمال والاختيار من متعدد : درجة واحدة فقط لكل فراغ .
- الأسئلة المفتوحة : وضع درجة لكل خطوة من خطوات الإجابة.

و .حساب صدق مفردات الاختبار :للتأكد من صدق الاختبار من خلال:

١- **صدق المحكمين :**بعد صياغة أسئلة الاختبار وتعليماته في صورته المبدئية، تم عرض هذه الصورة على مجموعة من المحكمين المتخصصين في هذا المجال،لإبداء آرائهم ووجهة نظرهم، وبناء على ذلك تمت إعادة صياغة بعض الأسئلة التي اقترحوا تعديلها، وحذف بعض الأسئلة غير المناسبة، وجاءت نسبة الاتفاق على الأسئلة الأخرى من ٩٠٪ إلى ١٠٠٪ ؛ وبالتالي أصبح عدد أسئلة الاختبار٣٠ سؤال موزعة على خمسة مهارات رئيسة، وبذلك أصبح الاختبار قابلاً للتطبيق في صورته النهائية.

٣- **صدق الاتساق الداخلي للاختبار :**للتحقق من الاتساق الداخلي تم حساب معامل (بيرسون) بين كل سؤال من أسئلة الاختبار والدرجة الكلية للبعد الذي تنتمي إليه وبين درجة كل بعد والدرجة الكلية للاختبار، وذلك لمعرفة مدى ارتباط واتساق أسئلة الاختبار بالدرجة الكلية للاختباروأبعاد الاختبار، والجدولان(٤) و(٥)التاليان يوضحان هذه النتائج التالية:

جدول (٤): معاملات الارتباط بين المفردات والدرجة الكلية للبعد الفرعي المنتمية إليه

المهارات الفرعية لاختبار الذكاء المنطقى الرياضي	رقم المفردة	معامل الارتباط	المهارات الفرعية للذكاء المنطقى الرياضى	رقم المفردة	معامل الارتباط
١ ـ التصنيف	١	.856**	٢ـ المقارنة بين الأشكال الهندسية	٧	.831**
	٢	.746**		٨	.808**
	٣	.704**		٩	.691**
	٤	.774**		١٠	.809**
	٥	.723**		١١	.749**
	٦	.821**		١٢	.699**
	١٣	.791**		١٩	.831**
				٢٠	.808**
٣ـ الاستقراء	١٤	.355*	٤ـ الاستنتاج وحل المشكلات	٢١	.809**
	١٥	.746**		٢٢	.749**
	١٦	.704**		٢٣	.699**
	١٧	.774**		٢٤	.831**
	١٨	.723**			
٥ـ القدرة على التفكير المنطقى	٢٥	.747**			
	٢٦	.713**			
	٢٧	.704**			
	٢٨	.686**			
	٢٩	.704**			
	٣٠	.629**			

**** دالة عند مستوى (≤ ٠,٠١) : يتضح من الجدول (٤) أن جميع معاملات ارتباط المفردات بالدرجة الكلية للأبعاد الفرعية التي تنتمي إليها دالة عند مستوى (≤٠,٠١)**

جدول (٥): معاملات الارتباط بين الأبعاد الفرعية ببعضها البعض وبالاختبار ككل

الأبعاد الفرعية	معاملات الإرتباط
التصنيف	0.78**
المقارنة بين الأشكال الهندسية	0.81**
الاستقراء	0.79**
الاستنتاج وحل المشكلات	0.75**
القدرة على التفكير المنطقي	0.84**

** دالة عند مستوى (≤٠,٠١) ، يتضح من الجدول (٥) أن جميع معاملات ارتباط الأبعاد الفرعية ببعضها البعض ، وبالاختبار ككل دالة إحصائيا عند مستوى (≤ ٠,٠١)

ويتضح مما سبق إمكانية تطبيق اختبار الذكاء المنطقى الرياضى على عينة البحث الرئيسة .

يتضح من الجدولين السابقين أن أسئلة الاختبار تتمتع بمعاملات ارتباط قوية (أكبرمن٠,٧) ودالة إحصائيا عند مستوي (0.01) مع الدرجة الكلية للبعد الذي تنتمي إليه،كما أن ارتباط كل بعد بالدرجة الكلية للاختبار قوية(أكبر من)(٠,٧) ودالة إحصائيًاعند مستوي (0.01) وهذا يدل على أن الاختبار بأسئلته يتمتع باتساق داخلي عالي.

ز – التجربة الاستطلاعية للاختبار:

طبق الاختبار فى صورته الأولية على مجموعة من تلاميذ الصف الثانى الإعدادى بمدرسة الصديق الإعدادية بإدارة الداخلة التعليمية بمحافظة الوادى الجديد ليسوا ضمن عينة البحث الأصلية ، بلغت (٣٠) تلميذاً من تلاميذ الصف الثانى الإعدادى وذلك بهدف حساب ما يلى :

١- تحديد زمن الاختبار :

تم حساب زمن الاختبار برصد الزمن الذى استغرقه كل تلميذ من تلاميذ المجموعة التى أجريت عليها التجربة الاستطلاعية وعددها (٣٠) ثم قام الباحث بحساب متوسط زمن الاختبار ، وجد أن الزمن المناسب للاختبار هو (٩٠) دقيقة ، بالإضافة إلى (٥) دقائق لإعطاء التعليمات ليصبح الزمن الكلى المخصص لأداء الاختبار (٩٥ دقيقة).

٢- **حساب ثبات مفردات الاختبار بطريقة ألفا كرونباخ** :تم حساب قيمه معاملات ألفا كرونباخ وقد جاءت جميع هذه القيم مرتفعة(أكبر من) (0.7)وهذا دليل كافي على أن الاختبار يتمتع بمعامل ثبات عالي، وبذلك يكون صالحا للاستخدام، ويتضح ذلك من خلال الجدول (٦) التالي:

جدول(٦) معاملات ألفاكرونباخ لكل بعد والدرجة وللاختبار ككل

المهارة	التصنيف	المقارنة بين الأشكال الهندسية	الاستقراء	الاستنتاج وحل المشكلات	القدرة على التفكير المنطقي	الاختبار ككل
معامل الثبات (ألفا- كرونباخ)	0.78	0.77	0.75	0.79	0.71	0.82

ح. **الصورة النهائية للاختبار:** تم إجراء التعديلات اللازمة في ضوء آراء المحكمين وأصبح الاختبار في صورته النهائية، ملحق (٦) حيث اشتمل على (٣٠) مفردة تقيس أبعاد

الذكاء المنطقى الرياضي المستهدف قياسها موضحة بالجدول (٧)

جدول (٧) مواصفات أبعاد الذكاء المنطقى الرياضي

أبعاد الاختبار	أرقام الأسئلة	عدد الأسئلة	نوع السؤال	درجة السؤال	الدرجة الكلية
التصنيف	١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦	٦	اختيار من متعدد	درجة واحدة	٦
المقارنة بين الأشكال الهندسية	٧، ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢	٦	اختيار من متعدد	درجة واحدة	٦
الاستقراء	١٣، ١٤، ١٥، ١٦، ١٧، ١٨	٦	اختيار من متعدد	درجة واحدة	٦
الاستنتاج وحل المشكلات	١٩، ٢٠، ٢١، ٢٢، ٢٣، ٢٤	٦	اختيار من متعدد	درجة واحدة	٦
القدرة على التفكير المنطقى	٢٥، ٢٦، ٢٧، ٢٨، ٢٩، ٣٠	٦	مقالى	درجتان	١٢
المجموع الكلى		٣٠			٣٠

ثانياً: إعداد مقياس دعم الكفاح المنتج فى تعلم الرياضيات :

أ- **الهدف من المقياس :** هدف المقياس الكشف عن جهد ومثابرة وتقدم تلاميذ الصف الثانى الإعدادى قبل وأثناء وبعد حل المهام الرياضية .

ب- **أبعاد المقياس :** تم تحديد أبعاد المقياس من خلال الإطلاع على البحوث والدراسات السابقة التى تناولت الكفاح المنتج فى الرياضيات منها دراسة Edwards (2018) ، ودراسة Livy et al (2018)، ودراسة Rosyidah(2021)، ودراسة Trinter, & Hughes (2021).

وقد تم تحديد ثلاثة أبعاد لهذا المقياس وهى :

١- ممارسات فعالة داعمة لتحقيق المهام قبل التدريس .(الكفاح من أجل بدء المهمة)

٢- ممارسات فعالة لتحقيق المهام أثناء التدريس .(الكفاح فى تنفيذ عملية حل المهمة)

٣- ممارسات فعالة لتحقيق المهام بعد التدريس .(كفاح فهم وتفسير طريقة حل المهمة).

٤- كفاح التعبير عن الأخطاء والمفاهيم الخاطئة

وتنوعت عبارات المقياس بين عبارات إيجابية وأخرى سالبة ، وجدول (٨) يوضح توزيع عبارات المقياس على الأبعاد :

جدول (٨) عبارات مقياس الكفاح المنتج فى تعلم الرياضيات موزعة على الأبعاد

الأبعاد	عدد العبارات
الكفاح من أجل بدء المهمة	١٢
الكفاح فى تنفيذ عملية حل المهمة	١٣
كفاح فهم وتفسير طريقة حل المهمة	١٠
كفاح التعبير عن الأخطاء والمفاهيم الخاطئة	٥
المجموع	٤٠

ج- **طرق تقدير الدرجات :** تم تقدير درجة المقياس عن طريق إعطاء الطالب درجة على استجابته من (١) إلى (٥) على فقرات المقياس ، ويتبع المقياس طريقة تدرج الدرجات تبعاً لدرجة إيجابية الفقرة والعبارة ؛ أى أنه فى العبارات الموجبة تعطي الدرجات (٥، ٤، ٣، ٢، ١) ، على الترتيب ، وفى العبارات السالبة ينعكس الترتيب السابق حيث تعطي الدرجات (١، ٢، ٣، ٤، ٥) على الترتيب ، وطبقًا لهذا النظام تكون أقصى درجة ممكنة يمكن أن يحصل عليها المتعلم فى المقياس ككل (١٥٠) درجة ، وأقل درجة (٣٠).

د- **حساب صدق المقياس: الصدق الظاهري :** للتأكد من صدق المحتوى ، تم عرض المقياس فى صورته الأولية على عدد من السادة المحكمين أعضاء هيئة التدريس تخصص مناهج وطرق تدريس وعلم نفس تربوي ، وذلك للتعرف على آراءهم فى المقياس من حيث دقة الصياغة اللغوية لمفرداته ، وسلامة المضمون ، وإنتماء العبارات المتضمنة فى كل بعد له ، ودقة الصياغة والعرض لكل عبارة ، ومناسبة التقدير الذى وضع لكل عبارة ، وقد تم إجراء التعديلات المشار إليها على صياغة العبارات ، وبذلك يكون قد خضع لصدق المحتوى ، وبذلك أصبح مكون من (٣٠) مفردة ، ويوضح جدول (٩) معامل الإتفاق على المقياس :

جدول (٩) معامل إتفاق المحكمين على مقياس دعم الكفاح المنتج

بنود التحكيم	عدد مرات الإتفاق	عدد مرات الاختلاف	معامل الإتفاق
دقة الصياغة اللغوية ووضوح العبارات	٧	١	٨٧,٥٪
مدى إنتماء العبارات للأبعاد	٧	١	٨٧,٥٪
سلامة المضمون والصياغة العلمية .	٧	١	٨٧,٥٪
تناسب عدد الأبعاد مع الهدف المعد من أجله المقياس .	٦	٢	٧٥٪
مناسبة التقدير الذى وضع لكل عبارة	٧	١	٨٧,٥٪

تم استخدام طريقة اتفاق المحكمين البالغ عددهم (٨) فى حساب ثبات المحكمين لتحديد بنود التحكيم التى يتم تنفيذها بشرط أن يسجل كل منهم ملاحظاته مستقلاً عن الآخر ، وتم تحديد عدد مرات الإتفاق بين المحكمين باستخدام معادلة كوبر :

نسبة الاتفاق = (عدد مرات الإتفاق / (عدد مرات الإتفاق + عدد مرات الإختلاف)* ١٠٠ ، وتراوحت بين (75% إلى 87.5%) وهى نسبة اتفاق مرتفعة .

صدق الاتساق الداخلى:

تم حساب صدق المفردات فى مقياس دعم الكفاح المنتج من خلال إيجاد قيمة معامل الارتباط بين درجات كل مفردة مع الدرجة الكلية للمقياس :

جدول ١٠ معاملات ارتباط المفردات فى مقياس دعم الكفاح المنتج بالدرجة الكلية (ن= ٣٠)

المفردة	معامل الارتباط	المفردة	معامل الارتباط	المفردة	معامل الارتباط
١	0.690 **	١٦	0.412*	٣٢	0.784**
٢	0.560**	١٧	0.345*	٣٣	0.546**
٣	0.660**	١٨	0.691**	٣٤	0.516**
٤	0.736**	١٩	0.764**	٣٥	0.789**
٥	0.745**	٢٠	0.687**	٣٦	0.654**
٦	0.773**	٢١	0.756**	٣٧	0.874**
٧	0.415**	٢٢	0.687**	٣٨	0.746**
		٢٣	0.746**		
٨	0.819**	٢٤	0.789**	٣٩	0.663**
٩	0.886**	٢٥	0.669**	٤٠	0.781**
١٠	0.840**	٢٦	0.387*		
١١	0.832**	٢٧	0.745**		
١٢	0.874**	٢٨	0.897**		
١٣	0.412*	٢٩	0.678**		
١٤	0.356*	٣٠	0.687**		
١٥	0.764**	٣١	0.694**		

*دالة عند (٠,٠٥) ، **دالة عند(٠,٠١).

يتضح من جدول (١٠) أن جميع معاملات الارتباط دالة عند مستوى ٠,٠١ ، يؤكد ذلك على صدق المقياس .

جدول ١١ معاملات الارتباط بين الأبعاد والدرجة الكلية للمقياس (ن=٣٠)

البعد	الكفاح من أجل بدء المهمة	الكفاح فى تنفيذ عملية حل المهمة	كفاح فهم وتفسير طريقة حل المهمة	كفاح التعبير عن والمفاهيم الخاطئة	الأخطاء
معامل الإرتباط	0.892**	0.847**	0.786**	0.702**	

يتضح من الجدولين السابقين بأن عبارات المقياس تتمتع بمعاملات ارتباط قوية (أكبر من ٠,٧) ودالة إحصائيا عند مستوى (٠,٠١) مع الدرجة الكلية الذى تنتمى إليه ، كما أن ارتباط كل بعد بالدرجة الكلية للمقياس قوية (أكبر من ٠,٧) ودالة إحصائيًا عند مستوى (٠,٠١) وهذا يدل على أن المقياس بعباراته يتمتع باتساق داخلى عالى .

التجربة الاستطلاعية للمقياس : تم تطبيق المقياس استطلاعيًا على مجموعة من تلاميذ الثانى الإعدادى بلغت (٣٠) تلميذًا وتلميذة بمدرسة الصديق الإعدادية ليس من ضمن العينة الأساسية بادارة الداخلة التعليمية وكان الهدف من التجربة :

تحديد زمن المقياس : تم حساب زمن المقياس برصد الزمن الذى استغرقه كل تلميذ من تلاميذ المجموعة التى أجريت عليها التجربة الاستطلاعية ، ثم حساب متوسط زمن المقياس وكان (٦٠) دقيقة تقريبًا .

حساب ثبات المقياس : تم حساب قيمة معاملات الثبات بطريقة ألفا- كرونباخ وقد جاءت جميع هذه القيم مرتفعة (أكبر من ٠,٧) وهذا دليل كافي على أن المقياس تمتع بمعامل ثبات عالي ، وبذلك يكون صالحاً للاستخدام ، ويتضح ذلك من خلال الجدول التالي :

جدول (١٢) معاملات ألفا كرونباخ لكل بعد من أبعاد المقياس

الأبعاد	عدد العبارات	ثبات البعد
الكفاح من أجل بدء المهمة	١٢	0.831
الكفاح فى تنفيذ عملية حل المهمة	١٣	0.864
كفاح فهم وتفسير طريقة حل المهمة	١٠	0.798
كفاح التعبير عن الأخطاء والمفاهيم الخاطئة	٥	0.863
الثبات العام للمقياس	٤٠	0.874

يتضح من جدول (١٢) تمتع المقياس كلل بدرجة مرتفعة من الثبات ، حيث أنحصرت قيم معاملات الثبات بين(0.798 إلى 0.874) لدى أفراد العينة وهى جميعها دالة عند مستوى (٠,٠١)

يتضح مما سبق أن مقياس الكفاح المنتج فى الرياضيات يتسم بدرجة مناسبة من الصدق والثبات ، ويتكون في صورته النهائية من (٤٠) مفردة موزعة على العوامل الأربعة للكفاح المنتج .

الصورة النهائية للمقياس:

بعد إجراء التجربة الاستطلاعية للمقياس والتأكد من ثباته وصدقه وحساب الزمن اللازم لتطبيقه ، تم التوصل إلى الصورة النهائية للمقياس ملحق (٧) [*] ،الصالحة للتطبيق .

ويبين جدول (١٣) التالى مواصفات المقياس في صورته النهائية .

جدول١٣ مواصفات المقياس في صورته النهائية .

أبعاد المقياس	أرقام العبارات	عدد العبارات
الكفاح من أجل بدء المهمة	**١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦،٧، ٨، ٩، ١٠**	**١٠**
الكفاح فى تنفيذ عملية حل المهمة	**١١، ١٢،١٣، ١٤، ١٥ ، ١٦ ، ١٧ ، ١٨، ١٩ ، ٢٠**	**١٠**
كفاح فهم وتفسير طريقة حل المهمة	**٢١، ٢٢، ٢٣ ، ٢٤ ، ٢٥ ، ٢٦، ٢٧ ، ٢٨ ، ٢٩ ، ٣٠**	**١٠**
كفاح التعبير عن الأخطاء والمفاهيم الخاطئة	**٣١، ٣٢، ٣٣، ٣٤ ، ٣٥ ، ٣٦ ، ٣٧ ، ٣٨، ٣٩، ٤٠**	**١٠**
المجموع		**٤٠**

[*] **ملحق (٧) مقياس الكفاح المنتج فى الرياضيات لتلاميذ الصف الثانى الإعدادى**

إجراء تجربة البحث :

أولاً: ضبط المتغيرات :

١- تم التحقق من تكافؤ المجموعتين من حيث كثافة الفصول، ومتوسط أعمارهم، وكذلك التحقق من تكافؤ المعلمين وخبراتهم .الجدول (١٤) التالي يوضح ذلك.

جدول (١٤) بيانات التلاميذ أفراد المجموعتين التجريبية والضابطة ومؤهلات المعلمين وسنوات الخبرة

المجموعة	المدرسة	متوسط العمر	عدد التلاميذ	مؤهل المعلم	سنوات الخبرة
التجريبية	نجيب محفوظ	١٤ سنة	٤٠	بكالوريوس تربية تخصص رياضيات	١٢ سنة
الضابطة	الفتح الإعدادية	١٤ سنة	٤٠	بكالوريوس تربية تخصص رياضيات	١٣ سنة

٢- التطبيق القبلى لأدوات البحث على مجموعتي البحث المتمثلة فى : اختبار الذكاء المنطقى الرياضى ومقياس الكفاح المنتج تم تطبيقهم على كل من تلاميذ المجموعة التجريبية والضابطة ، وتم حساب قيمة المتوسط الحسابي والانحراف المعياري ، وقيمة (ت) لحساب الفرق بين متوسط درجات المجموعتين وذلك باستخدام برنامج spss كما هو مبين فى جدول (١٥ ، ١٦) التالي:

جدول (١٥) نتائج اختبار " ت " لعينتين مستقلتين للفروق بين متوسطي درجات أفراد المجموعتين (التجريبية والضابطة) فى التطبيق القبلى لاختبار الذكاء المنطقى الرياضي

مستويات الإختبار	المجموعة	م	ع	قيمة " ت"	مستوى الدلالة
التصنيف	التجريبية	3.00	.830	0.154	غير دالة
	الضابطة	3.03	.850		
المقارنة بين الأشكال الهندسية	التجريبية	2.83	.874	0.142	غير دالة
	الضابطة	2.87	.937		
الاستقراء	التجريبية	2.43	.774	0.473	غير دالة
	الضابطة	2.53	.860		
الاستنتاج وحل المشكلات	التجريبية	2.77	.935	0.422	غير دالة
	الضابطة	2.87	.900		
القدرة على التفكير المنطقى	التجريبية	4.47	.980	.317	غير دالة
	الضابطة	4.77	.308		
الإختبار ككل	التجريبية	10.27	1.66	0.963	غير دالة
	الضابطة	10.70	1.82		

يتضح من جدول١٥ عدم وجود فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق القبلى لاختبار الذكاء المنطقى الرياضي مما يدل على تكافؤ المجموعتين التجريبية والضابطة فى التطبيق القبلي لاختبار الذكاء المنطقى الرياضي قبل تنفيذ تجربة البحث

جدول ١٦ المتوسط الحسابى والانحراف المعياري ، وقيمة (ت) ومستوى الدلالة الإحصائية للفروق بين متوسطات درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة فى التطبيق القبلى لمقياس الكفاح المنتج فى الرياضيات

أبعاد المقياس	المجموعة	م	ع	قيمة " ت"	مستوى الدلالة
الكفاح من أجل بدء المهمة	التجريبية	21.20	3.791	0.395	NS
	الضابطة	20.87	2.649		
الكفاح فى تنفيذ عملية حل المهمة	التجريبية	23.50	2.991	0.302	NS
	الضابطة	22.27	2.993		
كفاح فهم وتفسير طريقة حل المهمة	التجريبية	20.53	3.148	0.427	NS
	الضابطة	20.17	3.495		
كفاح التعبير عن الأخطاء والمفاهيم الخاطئة	التجريبية	12.87	1.72	0.433	NS
	الضابطة	12.63	2.97		
المقياس ككل	التجريبية	80.33	5.6	0.361	NS
	الضابطة	79.95	4.2		

يتضح من جدول١٦ عدم وجود فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق القبلى لمقياس الكفاح المنتج فى الرياضيات مما يدل على تكافؤ المجموعتين التجريبية والضابطة فى التطبيق القبلي لمقياس الكفاح المنتج فى الرياضيات قبل تنفيذ تجربة البحث .

ثانيًا :تنفيذ تجربة البحث:

بعد الانتهاء من التطبيق القبلي لأداتي البحث، والتحقق من تكافؤ مجموعتي البحث،بدأ التنفيذ الفعلي على النحو الآتي:

التدريس لمجموعتي البحث:

بعد الانتهاء من التطبيق القبلي لأدوات البحث على مجموعتي البحث ، ألتقى الباحث مع معلم الفصل للمجموعة التجريبية التى تم اختيارها وتم تزويده بدليل للاسترشاد به أثناء التدريس يوضح خطوات التدريس باستخدام استراتيجية البنتاجرام، أما بالنسبة للمجموعة الضابطة تم التدريس لهم بالطريقة المعتادة التى تعتمد على الشرح

والتلخيص والمناقشة من جانب المعلم ، تم إجراء التجربة الأساسية للبحث في الفترة من ٢٠٢٣/١٠/٤ إلى ٢٠٢٣/١١/١٩ وذلك خلال الفصل الدراسى الأول للعام الدراسى (٢٠٢٣/٢٠٢٤) وقد شملت هذه الفترة تطبيق أداة البحث قبلياً وبعدياً.

التطبيق البعدي لأداتي البحث:

بعد الانتهاء من تدريس محتوى وحدتي متوسطات المثلث والتباين لتلاميذ مجموعتى البحث، تم تطبيق أداتي البحث(اختبار الذكاء المنطقى الرياضي والكفاح المنتج فى الرياضيات)وتم تصحيح أوراق إجابات تلاميذ مجموعتي البحث، ثم رصد الدرجات ومعالجتها إحصائيًا، وتحليل وتفسير النتائج وتقديم التوصيات والمقترحات في ضوء نتائج البحث.

عرض نتائج البحث وتفسيرها ومناقشتها:

أولاً: التحليل الكمي لنتائج البحث :

إجابة السؤال الأول:

للإجابة عن السؤال الأول من أسئلة البحث والذي نصه" :ما فاعلية استخدام استراتيجية البنتاجرام فى تدريس الرياضيات لتنمية مهارات الذكاء المنطقى الرياضى لدى تلاميذ الصف الثانى الإعدادى؟"

تم ذلك من خلال التحقق من صحة الفرضين الأول والثاني:

١- عرض نتائج الفرض الأول:

للتحقق من صحة الفرض الأول والذي ينص على" :**لا يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى($\alpha \leq 0.01$) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار الذكاء المنطقى الرياضى لصالح التطبيق البعدي .**"استخدم الباحث اختبار" ت "لعينتين مرتبطتين t - test For Paired Samples وجاءت النتائج كما يبينها جدول١٧التالي

جدول (١٧) نتائج اختبار" ت "لعينتين مرتبطتين(Paired-Samples t-test) للفروق بين متوسطات درجات أفراد المجموعة التجريبية في التطبيقين(القبلي البعدي)في اختبار الذكاء المنطقى الرياضى وكذلك حجم- التأثير (قيمة مربع (η^2)) وقوة التأثير(d)

مستويات الإختبار	المجموعة	م	ع	قيمة " ت"	مستوى الدلالة	إيتا٢	قوة التأثير (d)
التصنيف	قبلى	3.00	0.830	15.52	دال عند مستوى ٠,٠١	0.806	4.08
	بعدى	5.87	0.346				مرتفع
المقارنة بين الأشكال الهندسية	قبلى	2.83	0.874	12.32	دال عند مستوى ٠,٠١	0.667	3.82
	بعدى	4.95	0.959				مرتفع
الاستقراء	قبلى	2.43	0.774	14.34	دال عند مستوى ٠,٠١	0.564	3.97
	بعدى	5.25	1.32				مرتفع
الاستنتاج وحل المشكلات	قبلى	2.77	0.935	10.72	دال عند مستوى ٠,٠١	0.601	2.45
	بعدى	4.59	0.99				مرتفع
القدرة على التفكير المنطقي	قبلى	4.47	0.980	18.92	دال عند مستوى ٠,٠١	0.96	5.85
	بعدى	10.70	1.88				مرتفع
الاختبار ككل	قبلى	10.27	1.66	25.76	دال عند مستوى ٠,٠١	0.97	6.23
	بعدى	32.79	2.26				مرتفع

يتضح من الجدول (١٧) أن قيمة(ت)الكلية المحسوبة هى (25.76) وهذه النسبة أكبر من قيمة(ت)الجدولية عند مستوى(0.01) ، مما يدل على وجود فرق دال إحصائيًا عند مستوي (0.01) لكل بعد والاختبار ككل بين متوسطي درجات التطبيقين القبلي البعدي لاختبار الذكاء المنطقى الرياضي على المجموعة التجريبية لصالح التطبيق البعدي .ووفقًا لذلك فإن هذه النتيجة تقود إلى قبول الفرض الأول، كما يتضح من الجدول أن حجم تأثير المتغير المستقل(استراتيجية البنتاجرام)على المتغير التابع (الذكاء المنطقى الرياضى)كبير حيث بلغت قيمة (d) (6.23)وهي قيمة تدل على تأثير كبير جدًا ودرجة عالية من الفاعلية على تنمية الذكاء المنطقي الرياضي باستخدام استراتيجية البنتاجرام.

عرض نتائج الفرض الثاني

للتحقق من صحة الفرض الثاني والذي نصة" :**لا يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى ($\alpha \leq 0.01$) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة**

في التطبيق البعدي لاختبار الذكاء المنطقي الرياضي لصالح المجموعة التجريبية ."

استخدم الباحث اختبار"ت "لعينتين مستقلتين Independent sample t- test Twoوجاءت النتائجكما يبينها جدول (١٨) التالي:

جدول (١٨) نتائج اختبار" ت "لعينتين مستقلتين (Independent Samples T-Test) للفروق بين متوسطات درجات أفراد المجموعتين(التجريبية الضابطة)في التطبيق البعدي لاختبار الذكاء المنطقي الرياضي

مستويات الإختبار	المجموعة	م	ع	قيمة " ت"	مستوى الدلالة	إيتا٢	قوة التأثير (d)
التصنيف	ضابطة	2.93	0.357	15.57	دال عند مستوى ٠,٠١	0.864	5.36
	تجريبية	5.87	0.346				مرتفع
المقارنة بين الأشكال الهندسية	ضابطة	2.45	0.76	11.87	دال عند مستوى ٠,٠١	0.649	2.93
	تجريبية	4.95	0.959				مرتفع
الاستقراء	ضابطة	3.07	1.01	13.82	دال عند مستوى ٠,٠١	0.523	4.23
	تجريبية	5.25	1.32				مرتفع
الاستنتاج وحل المشكلات	ضابطة	2.76	0.89	10.32	دال عند مستوى ٠,٠١	0.412	2.31
	تجريبية	4.59	0.99				مرتفع
القدرة على التفكير المنطقي	ضابطة	4.21	1.96	11.27	دال عند مستوى ٠,٠١	0.596	4.31
	تجريبية	10.70	1.88				مرتفع
الاختبار ككل	ضابطة	19.23	2.83	23.34	دال عند مستوى ٠,٠١	0.87	5.29
	تجريبية	32.79	2.26				مرتفع

**** دال عند مستوى ٠,٠١**

يتضح من جدول ١٨ وجود فرق دال إحصائياً عند مستوى (٠,٠١) بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في فى كل بعد وفى الدرجة الكلية للاختبار ككل فى التطبيق البعدى لاختبار الذكاء المنطقى الرياضي لصالح طلاب المجموعة التجريبية ،حيث أن قيمة t-test المحسوبة أكبر من قيمة " ت " الجدولية عند درجة حرية (٧٨)، مما يدل على وجود فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى (٠,٠١)، ويتضح أيضا أن حجم الأثر بلغ فى اختبار الذكاء المنطقى الرياضي حسب قيمة مربع (إيتا) (0.87) ، وقوة التأثير بلغت (5.29) وهذه القيم تدل على تأثير كبير جدا لتنمية مهارات الذكاء المنطقي الرياضي من خلال استراتيجية البنتاجرام .

مناقشة نتائج الفرض الأول والثانى الخاصة باختبار الذكاء المنطقي الرياضي:

تم رفض الفرض الأول والثاني من فروض البحث وقبول الفرض البديل والذى ينص على " يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى($\alpha \leq 0.01$) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار الذكاء المنطقى الرياضى لصالح التطبيق البعدي" ، والفرض الثانى ينص على أنه" يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى ($\alpha \leq 0.01$) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار الذكاء المنطقي الرياضي لصالح المجموعة التجريبية ، ويرجع ذلك إلى :

- فاعلية استخدام استراتيجية البنتاجرام التى تعمل على التهيئة لمواجهة المشكلات وتشجيع التلاميذ على تصنيف الحلول والمقارنة بين الأشكال الهندسية واستخدام عمليات الاستقراء والاستنتاج لحل المسائل الرياضية واستخدام المنطق الرياضي لتفسير نتائج الحل .
- تعد من الاستراتيجيات الفعالة فى تدريس الرياضيات لأنها تزيد من اهتمام التلميذ تجاه مادة الرياضيات ، وذلك بسبب التفاعل الإيجابي بين التلميذ والمادة من جهة ، وبين التلميذ والمعلم من جهة أخرى وبين التلميذ وزملائه .
- تتضمن الاستراتيجية تقديم بناء معرفي يركز على إدراك وتوليد الطلاب للمعارف وتفسيرها وتصنيفها ، مما يؤدى إلى أداء المهام التعليمية التى يتم من خلالها تنمية الذكاء المنطقى الرياضي.
- تقديم مجموعة من الأشكال والصور التوضيحية مع منح التلاميذ فرصة للتفكير بطريقة إبداعية ساعد على تنظيم المعلومات بصورة منطقية متسلسلة مما أسهم فى تنمية مهارات التصنيف والاستقراء والاستنتاج .
- استخدام استراتيجية البنتاجرام أتاح فرصة للتلاميذ لاكتشاف العلاقات بين الأشكال الهندسية والأنماط ، وتطبيق عمليات الاستقراء والاستنتاج فى حل البراهين الرياضية ، مما شجع التلاميذ على الإنخراط فى تعلم مهارات الذكاء المنطقي الرياضي .
- تصميم المادة التعليمية بشكل منطقى مع اتباع خطوات استراتيجية البنتاجرام فى عرض المحتوى ساعد التلاميذ على بناء علاقات هندسية ومنطقية بين المفاهيم والتعميمات والأفكار الرياضية بطريقة منظمة مكنتهم من حل المشكلات وطرح التساؤلات على نحو منطقي ، وهذا ما اهتمت به استراتيجية البنتاجرام.

- استخدام استراتيجية البنتاجرام " Pentagram" ساعد فى تنمية قدرة التلاميذ على الذكاء المنطقى الرياضي ، وتشجيع التلاميذ على ملاحظة الأشياء وتصنيفها والمقارنة بينها .
- إتاحة الفرصة للتلاميذ للتوصل للمعلومات بأنفسهم ،وللمطلوب استنتاجه ، أو اكتشافه من خبرات جديدة بالنسبة لهم ، كل ذلك ساعد على تنمية مهارات الذكاء المنطقي الرياضي .

وبذلك يمكن القول بأن استراتيجية البنتاجرام أظهرت فاعليتها فى تنمية مهارات الذكاء المنطقي الرياضي لدى مجموعة البحث التجريبية .

وقد اتفقت هذه النتيجة مع نتائج بعض الدراسات التى وظفت مداخل تدريسية توصلت فاعليتها فى تنمية الذكاء المنطقى الرياضي مثل دراسة Prez et al , (2018)ودراسة Sarkam & et al(2019)، Dewi & et al (2019) ، ودراسة سعادة(٢٠٢١) ، ودراسة حامد (٢٠٢٢).

كما تتفق هذه النتائج مع نتائج الدراسات والبحوث التى أوضحت الأثر الإيجابي لاستراتيجية البنتاجرام فى تنمية بعض المتغيرات التابعة ، ومنها : دراسة محسن(٢٠٢١) ، ودراسة خليف والمالكي (٢٠٢١) ، ودراسة الأسدي والفتلاوى (٢٠٢٣).

إجابة السؤال الثاني:

للإجابة عن السؤال الثاني من أسئلة البحث والذي نصه" : ما فاعلية استخدام استراتيجية البنتاجرام فى تدريس الرياضيات لتنمية مهارات الكفاح المنتج لدى تلاميذ الصف الثانى الإعدادى؟"

تم ذلك من خلال التحقق من صحة الفرضين الثالث والرابع:

عرض نتائج الفرض الثالث:

للتحقق من صحة الفرض الثالث والذي ينص على" :**لا يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى($\alpha \leq 0.01$) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لمقياس الكفاح المنتج لصالح التطبيق البعدي .**"استخدم الباحث اختبار" ت "لعينتين مرتبطتين t - test For Paired Samples وجاءت النتائج كما يبينها جدول١٩التالي

جدول (١٩) نتائج اختبار" ت "لعينتين مرتبطتين(Paired-Samples t -test) للفروق بين متوسطات درجات أفراد المجموعة التجريبية في التطبيقين (القبلي البعدي)في مقياس الكفاح المنتج وكذلك حجم- التأثير (قيمة مربع (η^2)) وقوة التأثير(d)

مستويات المقياس	المجموعة	م	ع	قيمة " ت"	مستوى الدلالة	إيتا٢	قوة التأثير (d)
الكفاح من أجل بدء المهمة	قبلى	21.20	3.791	24.38	دال عند مستوى ٠,٠١	0.938	7.81 مرتفع
	بعدى	50.95	4.44				
الكفاح فى تنفيذ عملية حل المهمة	قبلى	23.50	2.991	22.77	دال عند مستوى ٠,٠١	0.930	7.29 مرتفع
	بعدى	53.78	5.53				
كفاح فهم وتفسير طريقة حل المهمة	قبلى	20.53	3.148	27.12	دال عند مستوى ٠,٠١	0.950	8.69 مرتفع
	بعدى	44.05	2.47				
كفاح التعبير عن الأخطاء والمفاهيم الخاطئة	قبلى	12.87	1.72	37.55	دال عند مستوى ٠,٠١	0.973	12.03 مرتفع
	بعدى	21.88	1.65				
المقياس ككل	قبلى	80.33	5.61	55.09	دال عند مستوى ٠,٠١	0.987	17.64 مرتفع
	بعدى	170.65	7.63				

يتضح من الجدول (١٩) أن قيمة(ت)الكلية المحسوبة هى (55.09) وهذه النسبة أكبر من قيمة(ت)الجدولية عند مستوى(0.01) ، مما يدل على وجود فرق دال إحصائيًا عند مستوي (0.01) لكل بعد والمقياس ككل بين متوسطي درجات التطبيقين القبلي البعدي لمقياس الكفاح المنتج على المجموعة التجريبية لصالح التطبيق البعدي . ووفقًا لذلك فإن هذه النتيجة تقود إلى قبول الفرض الثالث، كما يتضح من الجدول أن حجم تأثير المتغير المستقل(استراتيجية البنتاجرام)على المتغير التابع(الكفاح المنتج) كبير حيث بلغت قيمة (d) (17.64)وهي قيمة تدل على تأثير كبير جدًا ودرجة عالية من الفاعلية على تنمية الكفاح المنتج باستخدام استراتيجية البنتاجرام.

عرض نتائج الفرض الرابع

للتحقق من صحة الفرض الرابع والذي نصة" :**لا يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى ($\alpha \leq 0.01$) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لمقياس الكفاح المنتج لصالح المجموعة التجريبية .**"استخدم الباحث اختبار"ت "لعينتين مستقلتين Independent sample t- test two وجاءت النتائج كما يبينها جدول (٢٠) التالي:

جدول (٢٠) نتائج اختبار" ت "لعينتين مستقلتين (Independent Samples t-test) للفروق بين متوسطات درجات أفراد المجموعتين(التجريبية الضابطة)في التطبيق البعدي لمقياس الكفاح المنتج

مستويات المقياس	المجموعة	م	ع	قيمة " ت"	مستوى الدلالة	إيتا٢	قوة التأثير (d)
الكفاح من أجل بدء المهمة	ضابطة	29.30	4.25	22.27	دال عند مستوى ٠,٠١	0.864	5.04
	تجريبية	50.95	4.44				مرتفع
الكفاح فى تنفيذ عملية حل المهمة	ضابطة	32.98	3.25	18.04	دال عند مستوى ٠,٠١	0.806	4.08
	تجريبية	53.78	6.53				مرتفع
كفاح فهم وتفسير طريقة حل المهمة	ضابطة	25.93	5.82	18.13	دال عند مستوى ٠,٠١	0.808	4.11
	تجريبية	44.05	2.47				مرتفع
كفاح التعبير عن الأخطاء والمفاهيم الخاطئة	ضابطة	11.25	2.88	20.19	دال عند مستوى ٠,٠١	0.839	4.57
	تجريبية	21.88	1.65				مرتفع
المقياس ككل	ضابطة	99.45	7.93	40.91	دال عند مستوى ٠,٠١	0.955	9.26
	تجريبية	170.65	7.63				مرتفع

**** دال عند مستوى ٠,٠١**

يتضح من جدول ٢٠ وجود فرق دال إحصائياً عند مستوى (٠,٠١) بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة فى كل بعد وفى الدرجة الكلية للمقياس ككل فى التطبيق البعدى لمقياس الكفاح المنتج لصالح طلاب المجموعة التجريبية ،حيث أن قيمة t-test المحسوبة وقيمتها (40.91) أكبر من قيمة " ت " الجدولية عند درجة حرية (٧٨)، مما يدل على وجود فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى (٠,٠١)، ويتضح أيضا أن حجم الأثر بلغ فى مقياس الكفاح المنتج حسب قيمة مربع (إيتا) (0.955) ، وقوة التأثير بلغت (9.26) وهذه القيم تدل على تأثير كبير جدا لتنمية مهارات الكفاح المنتج من خلال استراتيجية البنتاجرام .

مناقشة نتائج الفرض الثالث والرابع الخاصة بمقياس الكفاح المنتج:

تم رفض الفرض الثالث والرابع من فروض البحث وقبول الفرض البديل والذى ينص على " يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى($\alpha \leq 0.01$) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لمقياس الكفاح المنتج لصالح التطبيق البعدي" ، والفرض الرابع ينص على "يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى

($\alpha \leq 0.01$) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لمقياس الكفاح المنتج لصالح المجموعة التجريبية" ، ويرجع ذلك إلى:

- الأنشطة والتطبيقات ووسائل التعلم المستخدمة أسهمت فى تنمية الكفاح المنتج لدى تلاميذ المجموعة التجريبية وأتاحت لهم فرصة التحدى للوصول إلى حل المسائل الرياضية .
- استراتيجية البنتاجرام تجعل التعلم أكثر متعة ونشاطًا ، بعيدًا عن الملل والغضب ، مما يسهم فى دعم الكفاح المنتج لدى المتعلمين ، ويؤدى إلى تفاعلهم مع الأنشطة وأداء وممارسة المهام الرياضية .
- استخدام استراتيجية البنتاجرام فى تدريس الرياضيات بشكل فعال عزز الكفاح المنتج لدى المتعلمين ، وأسهم فى اكتشاف المفاهيم والأفكار الخاطئة لديهم ، وشجع المتعلمين على المشاركة وعرض طرقهم فى الحل .
- إتاحة الفرصة للمتعلمين للبحث عن المعرفة بأنفسهم أثناء تطبيق الاستراتيجية أتاح لهم فرص للإنخراط فى دعم الكفاح المنتج والمثابرة فى إكتشاف الحلول الإبداعية .
- تنظيم المعلومات وربط خبرات التعلم السابقة بالمعارف والمهارات الجديدة يجعل المتعلمين قادرين على بذل الجهد والتفكير بطرق مختلفة للوصول لحل المهام الرياضية بطريقة منتجة .
- استراتيجية البنتاجرام توفر بيئة صفية داعمة للكفاح المنتج وتحفز المتعلمين وتحثهم على الاستمرار والمثابرة .
- تكليف المتعلمين بأداء المهام الرياضية والتخطيط لحلها أثناء تطبيق الاستراتيجية يشجع المتعلمين على التفكير بطريقة إبداعية وبذل الجهد والمثابر لفهم التطبيقات التى تتخطى مستوى الإدراك والوصول لحل المهام الرياضية التى لايعرف خطوات حلها مسبقًا.

وبذلك يمكن القول بأن استراتيجية البنتاجرام أظهرت فاعليتها فى تنمية مهارات الكفاح المنتج فى الرياضيات لدى مجموعة البحث التجريبية .

وقد اتفقت هذه النتيجة مع نتائج الدراسات والبحوث التى أهتمت بتنمية الكفاح المنتج لدى المتعلمين فى المراحل التعليمية المختلفة ، ومنها : دراسة Lynch et al (2018)، ودراسة Valentine & Bolyard(2018)، ودراسة Rughubar-Ready et al (2020)، ودراسة الحربي (٢٠٢١) .

توصيات البحث :

فى ضوء ما كشفت عنه نتائج البحث يمكن تقديم التوصيات التالية :

- ضرورة تدريب معلمي الرياضيات على استخدام استراتيجية البنتاجرام فى تدريس الرياضيات، وتطوير قدرتهم على تصميم التدريس بهذه الاستراتيجية .
- تشجيع التلاميذ على المثابرة وصقل استراتيجيات التعلم الخاصة بهم ، ودعم كفاحهم أثناء وبعد التدريس .
- تقديم برامج لمعلمي الرياضيات تستهدف تنمية ممارستهم التدريسية لدعم الكفاح المنتج لطلابهم وتنمية الذكاء المنطقى الرياضي لهم.
- الاستفادة من استراتيجية البنتاجرام لتنمية الكفاح المنتج والذكاء المنطقى الرياضي لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية .
- تقديم برامج تدريبية لتنمية الممارسات التدريسية الداعمة للذكاء المنطقي الرياضي .
- تضمين مناهج الرياضيات فى المراحل التعليمية المختلفة على العديد من الأنشطة والمهام التعليمية التى تحث المتعلمين على ممارسة مهارات الذكاء المنطقي الرياضيات.

البحوث المقترحة

- استخدام استراتيجية البنتاجرام فى تدريس الهندسة لتنمية التفكير الحدسي والمشاعر الأكاديمية لدى تلاميذ المرحلة الإبتدائية .
- استراتيجية تدريس مقترحة لدعم الكفاح المنتج فى الرياضيات لدى طلاب المرحلة الثانوية .
- إعداد برنامج تدريبي لتنمية مهارات الذكاء المنطقي الرياضي لدى مراحل تعليمية مختلفة .
- إجراء بحوث تتناول طرقًا وأساليب تدريسية أخرى من الممكن أن تسهم فى تنمية مهارات الذكاء المنطقي الرياضي والكفاح المنتج فى مراحل تعليمية أخرى
- إجراء دراسة لتحديد الصعوبات التى تواجه المتعلمين فى الرياضيات لاستخدام مهارات الذكاء المنطقي الرياضي والكفاح المنتج .
- دراسة العلاقة بين الذكاء الرياضي المنطقي والذكاء البصري المكاني .
- الاسهام النسبي لاستراتيجية البنتاجرام فى التنبؤ بمهارات الذكاء الرياضي لدى تلاميذ المرحلة الإبتدائية .

المراجع :

أولاً : المراجع العربية:

أبو العزم، هدي محمد السيد. (٢٠٢٢). برنامج تدريبي قائم علي استراتيجيات الحساب الذهني وأثره في تنمية بعض مهارات الذكاء المنطقي الرياضي لدي تلاميذ الصف الخامس الابتدائي بمحافظة الاسكندرية. مجلة كلية التربية، جامعة الاسكندرية، ٣٢(٣)، ٥٣ – ٧٨.

أبو نعمة، هناء حلمي عبدالحميد عيد، و حسن، أمل إبراهيم حمدي(٢٠٢٢).برنامج مقترح في المنطق الرياضياتي لتنمية الذكاء المنطقي والتفكير البصري لدى الطلاب معلمي الفلسفة والرياضيات في كلية التربية،مجلة كلية التربية، ٣٢(٤)، ٢٩٩- ٣٦٤.

الأسدي، محمد حكيم رحيم و الفتلاوي ، خالد راهي هادى (٢٠٢٣). أثر استراتيجية البنتاجرامفى الفهم العميق عند طلاب الصف الخامس الأدبي فى كتابة اللغة العربية ، مجلة الدراسات المستدامة ، السنة الخامسة ، ٥(٣) ملحق (١) ، ***كلية التربية الأساسية ، جامعة بابل*** ،٥٨٥- ٦٠٦.

الإمام ، يوسف الحسيني (٢٠٢٠) . منهجيات البحث المختلط فى التربية : تحول فى النموذج ، ***مجلة تربويات الرياضيات*** ، ٢٣(٩) ، أكتوبر ، ٧- ٧٢ .

البرجاوي، مولاي المصطفي. (٢٠١٩). الذكاات المتعددة وتطبيقاتها علي الواقع التربوي. انظر الرابط الآتي:***ttp://www.alukah.net/social/0/80937/#ixzz6kVNujoSa***

الجندي، حسن عوض حسن، والأحول، مروة نبيل عبد النبي. (٢٠٢٢). توظيف الكتاب التفاعلي القائم علي تقنية Code-QR في تنمية مهارات التواصل الرياضياتي ودعم الكفاح المنتج في تعلم الرياضات لدي طلاب معاهد العبور. ***مجلة جامعة الفيوم للعلوم التربوية والنفسية***، كلية التربية، ٤(١٦)، إبريل، ٤٩١-٥٩٥.

حامد ، نهى إمام (٢٠٢٢) . الذكاء البصري المكاني وعلاقته بالذكاء المنطقي الرياضي لدى طفل الروضة ، ***مجلة الطفولة*** ، (٤١) ، مايو .

الحديدي ، شيماء سعيد سعيد (٢٠٢١). برنامج قائم على نظرية البنتاجرام لتنمية الاستدلال العلمي المجتمعى وشخصية المواطن العالمي لدى الطلاب معلمي العلوم بكلية التربية جامعة الإسكندرية ، ***المجلة التربوية*** ، كلية التربية ، جامعة سوهاج ، نوفمبر ، ٢ (٩١) ، ٣٢٤٨- ٣٣٣١.

حزام، عثمان يوسف، ومحد، مصدق عبد الواحد. (٢٠١٧). ***الاتجاهات الحديثة في التدريس***. ط١، عمان: دار المناهج للنشر والتوزيع.

الحربي ، فيصل بن غنيم (٢٠٢١).استراتيجية مقترحة لدعم الكفاح المنتج فى تعلم الرياضيات وفاعليتها فى تنمية البراعة الرياضية لدى طلاب الصف الثانى المتوسط ، ***رسالة دكتوراة*** ، كلية التربية ، جامعة القصيم ، المملكة العربية السعودية .

حسين، محمد عبد الهادي. (٢٠٠٣). ***تربويات المخ البشري***. ط١، عمان: دار الفكر.

الخفاجي ، رائد إدريس محمود و عاصى ، عبد الستار صالح و محمد ، سارة كريم (٢٠٢١). ***التكنولوجيا الحديثة واستراتيجيات التدريس مداخل علاجية وتواصل تعليمي*** ، ط١ ، بغداد: مكتب نور الحسن للطباعة .

خليف ، ياسر عيدان و المالكي ، حميد قاسم غضبان (٢٠٢١). أثر استراتيجية البنتاجرام فى تحصيل مادة مبادئ البحث التربوى لدى طلاب معاهد الفنون الجميلة ، ***الجمعية العراقية للعلوم التربوية والنفسية ، مجلة العلوم التربوية والنفسية*** ، (١٤٦) ، ١٣٣- ١٧٦.

خليل، شرين السيد إبراهيم. (٢٠٢٢). فاعلية استراتيجية البنتاجرام "Pentagram" في تحصيل مادة الأحياء وتنمية مهارات التفكير التحليلي والتواصل الفعال لدي طلاب المرحلة الثانوية، ***مجلة كلية التربية***، جامعة بورسعيد، (٢٢)، إبريل، ٢٣٥- ٢٩٤.

سعادة ، جودة أحمد صالح ، عضيبات، أنس عدنان محمد، و الصرايرة، إياد محمد على (٢٠٢١) . مستوى الذكاء الوجداني والذكاء المنطقي الرياضي وعلاقتها بالدافعية لدى طلبة الصف الثامن الأساسي بمحافظة جرش الأردنية، ***مجلة إبداعات تربوية***، (١٧)، ١٩- ٣٩.

سيد، هويدا محمود. (٢٠٢٢). استخدام الجيوجيرا في تنمية الكفاح المنتج والفهم العميق في وحدة الهندسة والقياس لطلاب الصق الأول الإعدادي بمحافظة أسيوط، ***مجلة تربويات الرياضيات، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات***، ٢٥(٣)، إبريل، ١٧٩-٢٣٩.

صابر ، هبة و العدوي ، مروة (٢٠٢٠). برنامج قائم على نظرية البنتاجرام ؛ لتنمية الاستدلالين : الجغرافى ، والتاريخي لدى طلاب الفرقة الرابعة شعبة الدراسات الإجتماعية بكلية التربية ،جامعة الإسكندرية ، ***مجلة البحث العلمي فى التربية*** ، (٢١) ، مايو ، ٢٦٨ – ٣٤٢ .

صالح، عمرو سيد و مرسي ، نفين قدرى (٢٠١٧). ***استراتيجية البنتاجرام ونظرية تريز لحل المشكلات بطرق إبداعية*** ، القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية .

صالح، عمرو سيد. (٢٠١٦). ***استراتيجية البنتاجرام لتنمية مهارات التفكير وحل المشكلات***، القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية .

صالحة، رشا نبيل سعد. (٢٠٢٠). فاعلية استخدام استراتيجيات التفكير المتشعب في تنمية الحس العددي والذكاء المنطقي الرياضي لدي تلاميذ المرحلة الابتدائية،***الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ٢٣ مجلة تربويات الرياضيات***،(٧)، ٣٠٢- ٣٧٨.

صليحة ، بن عنيبة (٢٠٢٠).فاعلية برنامج تدريبي مقترح لتنمية الذكاء الرياضي لدى التلاميذ ذوى صعوبات تعلم الرياضيات فى المرحلة الإبتدائية ، ***رسالة ماجستير*** ، كلية العلوم الإنسانية والإجتماعية ، جامعة محمد البشير الإبراهيمي .

عبد الأمير ، سليم عبد المنعم و باشا ، محمود خورشيد (٢٠١٨). التفكير الإحصائي وعلاقته بالذكاء المنطقى الرياضي لدى طلبة قسم الرياضيات فى كلية التربية بالجامعة المستنصرية ، ***مجلة كلية التربية الأساسية*** ، ٢٤(١٠٢) ، ١٣٣- ١٦٠.

عبد العزيز، عمرو سيد ومرسي، نفين قدري. (٢٠١٧). ***استراتيجية البنتاجرام ونظرية تريز لحل المشكلات بطرق إبداعية، دليل (أنشطة - تدريبات – احتبارات)***، القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية.

العبيدي، بشار صلاح حسن. (٢٠١٧). استراتيجية تدريسية مقترحة وفقاً لاستراتيجية PQ4R وأثرها في تحصيل طلاب الصف الثاني المتوسط وذكائهم المنطقي – الرياضي، ***رسالة ماجستير غير منشورة***، كلية التربية للعلوم الصرفة – ابن هيثم، جامعة بغداد.

علام، هبة صابر شاكر والعدوي، مروة صلاح أنور. (٢٠٢٠). برنامج قائم علي نظرية البنتاجرام Pentagram؛ لتنمية الاستدلالين: الجغرافي، والتاريخي؛ لدي طلاب الفرقة الرابعة شعبة الدراسات الاجتماعية بكلية التربية – جامعة الاسكندرية، ***مجلة البحث العلمي في التربية***، جامعة عين شمس، ٢١(٥) مايو،٢٦٨-٣٤٢.

عمر ، العالم بن عبد القادر (٢٠٢٢). اكتشاف الأطفال الموهوبين في الرياضيات تحديد "طوبوغرافية السلوك "خاص ببنية الذكاء المنطقي / الرياضي وفق نظرية الذكاءات المتعددة :دراسة ميدانية حول عينة عينة من تلاميذ السنة الخامسة من التعليم الابتدائي بمدن وهران ومعسكر وسعيدة،"***المجلة العربية لعلوم الإعاقة والموهبة***، (٢١) ، ٢٣١ – ٢٤٧.

العمري ، فاطمة بنت على محمد و عاصم ، وداد عبد الحليم (٢٠٢٢). فاعلية تدريس العلوم باستخدام استراتيجية البنتاجرام فى تنمية المهارات الحياتية لدى طالبات المرحلة المتوسطة ، ***المجلة العربية للنشر العلمي*** ، (٤٨) ، ٢ تشرين الأول ، ٢١٣ -٢٥٢.

قطامي، نايفة. (٢٠٠٩). ***تفكير وذكاء الطفل***، ط١، عمان: دار الميسرة.

كامل، رانيا محمد مصطفي. (٢٠٢١). برنامج قائم علي نظرية البنتاجرام لتنمية مهارات الاستدلال النحوي والتذوق البلاغي لدي الطلاب معلمي اللغة العربية، ***مجلة جامعة الفيوم للعلوم التربوية والنفسية***، (١٥).

كرامز ، وليم. (٢٠١١). ***محاور الذكاء السبع. منتديات مجلة الابتسامة***، ط١، دار الخلود للتراث: وادي النيل للنشر والتوزيع.

ماضى، عمرو فاروق عبد الجليل والمرادني ، محمد مختار (٢٠٢١) . فاعلية الواقع المعزز فى تنمية الذكاء المنقي ودافعية تعلم مادة الحاسب الآلى وتعديل الاتجاهات السلبية نحو تعلمها لدى طلاب التعليم الفني ، ***رسالة ماجستير غير منشورة*** ، المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم ، القاهرة .

محسن ، عبير عبد الله حسنين (٢٠٢١). فاعلية برنامج تدريبي قائم على استراتيجية البنتاجرام لتنمية مهارات البحث العلمي لدى طالبات كلية الإقتصاد المنزلي جامعة بيشة ، ***المجلة الدولية للعلوم الإنسانية والإجتماعية*** ، (٢٠) ، أبريل ، ٢٣٧- ٢٥٦.

محمد ، ابتسام عبد الكاظم (٢٠٢٢). التفكير المنتج وعلاقته بالذكاء المنطقي الرياضي لدى طالبات الصف الرابع العلمي فى مادة الرياضيات ، مجلة كلية التربية الأساسية ، الجامعة المستنصرية ، ٢٨(١١٥) ، ١٩٢-٢٠٤.

المصاروة، ربيع (٢٠١٥). الذكاءات المتعددة (اللغوى والمنطقى) وعلاقتها بالتحصيل لدى طلبة الصف الثامن فى مادتى اللغة العربية والرياضيات ، ***رسالة ماجستير غير منشورة*** ، جامعة مؤته ، الكرك : الأردن .

المعراج، سمير(٢٠١٣). ***الذكاءات المتعددة والدافعية للتعلم*** ، القاهرة : المكتب العربي للمعارف .

نوفل، محمد بكر. (٢٠٠٦). عادات العقل الشائعة لدي طلبة المرحلة الأساسية العليا في مدارس وكالة الغوث الدولية في الأردن. ***مجلة المعلم الطالب***، الأونروا، اليونسكو، ع١،٢، كانون الأول.

نوير، مها فتح الله. (٢٠٢١). فاعلية توظيف استراتيجية البنتاجرام في تدريس الاقتصاد المنزلي؛ لتنمية التفكير التصميمي، وتحقيق الازدهار النفسي للطالبات ذوات العجز بالمرحلة الإعدادية، ***مجلة البحوث في مجالات التربية النوعية***، ٧(٣٤)، مايو، ٢٣٧-٣١٥.

هاشم ، مهند (٢٠٢٠) أثر استراتيجية PQ4R فى الذكاء المنطقى الرياضي لطالبات الصف الثانى متوسط فى مادة الرياضيات ، ***مجلة أبحاث كلية التربية الأساسية*** ،١٦(٣) ، ٥٠- ٧٦.

ثانيا : المراجع الأجنبية :

Abdel Aziz & Saleh, A. (2016). ***The Pentagram Strategy for the Development of Thinking Skills and Problem Solving. Cairo***, Egypt: The Anglo-Egyptian Library for Printing and Publishing.

Amidon, J., Monroe, A., Rock, D. & Cook, C. (2020). Shame, shame, go away: Fostering productive struggle with mathematics, ***Kappa Delta Pi Record,*** 56(2), 64-69. doi: ***https://doi.org/10.1080/00228958.2020.1729636***

Arum,D.P.,Kusmayadi,T.A.&Pramudya,l.(2018).Students logical-mathematical intelligence profile, ***journal of physics Conference***,Ser.1008,1-8,doi:10.1088/1742-6596/1008/1/012071.

Azinarl,J,A., Munzir, S.,& Bahrun.B. (2020). Students logical-mathematical intelligence through the problem-solving approach, ***Journal of Physics, Conferences***. ***Series. 140. DOI:10.1088/1742-6596/1460/1/012024***.

Baker, K., Jessup, N. A., Jacobs, V. R., Empson, S. B., & Case, J.(2020). Productive struggle in action, ***Mathematics Teacher: Learning and Teaching PK-12***, 113(5), 361-367.

Boston, Melissa D., Fredrick Dillon, Margaret S. Smith, and Stephen Miller.(2017). Taking Action: Implementing Effective Mathematics Teaching Practices in Grades 9-12. Reston, VA: ***National Council of Teachers of Mathematics***.p.208.

Christopher, W (2020) .Scaffolding for Access to Productive Struggle, ***Mathematics Teaching in the Middle School***, 23(4), 202–207

Common Core State Standards.(2019). ***Standards for mathematical practice***. ***http://www.corestandards.org/Math/Practice/, Accessed: 2019-01-30***.

Daily,S.(2021). Productive Struggle" as an Effective Strategy in Elementary Math Classrooms, ***International Journal of the Whole*** Child,6(2),85- 95.

Dewi, P., Mahayukti, G.,& Sudiarta, I. (2019). The effect of treffinger learning model on problem solving ability viewed from students' logical mathematical intelligence. Math Didactic: ***Journal Pendidkan Matematika***, 5. August. 168-182. DOI: 10.33654/math.v5i2.650.

DiNapoli, J., & Marzocchi, A. S. (2019). Productive struggle: What we can learn from working with pre-service teachers. ***The ComMuniCator***, 41(4), 10-13.

Dolk, D.&Granat ,J.(2012)Modeling for Decision Support in Based-Network Services: the Application of Quantitative Modeling to Service Science Springer Heidelberg Dordrecht London, York New Springer Science Media Business.

Edwards, C. (2018). Productive struggle, ***Mathematics Teaching in the Middle School***, 23(4), 183-183.

El-ahwal, M., Shahin, A. (2020). Using video-Based on Tasks for Improving Mathematical Practice and supporting the productive struggle in Learning Math among Student Teachers in the Faculty of Education, ***International Journal of Instructional Technology and Educational Studies***, 1(1), 26-31. doi: 10.21608/ihites.2020.29051.1013.

Freeburn, B, & Arbaugh, F. (2017). Supporting productive struggle with communication moves***, MathematicsTeacher***, 111(3), 176-181.

Ghahremani, M., Karami, s., & Balcaen, P. (2017). Pentagram of habits: Considering science teachers conceptions of habits of mind associated with critical thinking In several of Irans special gifted schools***, Gifited and Talented International***, 32(1), 3-26.

Ghayad, Zaki, R., & Al-Shenjar, A. (2018). ***Updates in Teaching Methods Strategies. Baghdad***.

Glick ، M. ، & Pylyavskyy ، P. (2018). Y-Meshes and eneralized pentagram maps, ***Proceedings of the London Mathematical Society*** , 112(4) , 753-797.

Gray, Erin, (2019). Productive Struggle: How Struggle in Mathematics can Impact Teaching and Learning (Unpublished M.phil dissertation), ***The Ohio State University.***

Hiebert , James and Grouws, Douglas, (2017). ―The Effects of Classroom Mathematics Teaching on Students' Learning,‖ in Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics, ed. Frank K. Lester Jr. (Charlotte, NC: Information Age,)

Hu, F, Sato, K, Zhou, Kand Teeravarunyou, S (2018) from Knowledge or meaning:" user centered product Architecture framework comparison between OMUKE and SAPAD international forum on management" , education and information technology application , published by Atlantis press.

Indria, A. (2020). Multiple intelligence, ***Jurnal Kajian Dan Pengembangan Umat***, 3(1), 26–41.

Karlimah, K., (2019). Between mathematical intelligence and social relationship. ***Journal of physics: Conference***, Series. 1318. 1- 5, doi:10.1088/1742 6596/1318/1/012115.

Lemley, S. M., Ivy, J. T., Franz, D. P., & Oppenheimer, S. F. (2019). Metacognition and middle grade mathematics teachers: Supporting productive struggle, ***Clearing House***, 92(1/2), 15–22. ***doi: 10.1080/00098655.2018.1547264***

Livy, S., Muir, T., & Sullivan, P. (2018). Challenging tasks lead to productive struggle, ***Australian Primary Mathematics Classroom***, 23(1), 19-24.

Lynch, S. D., Hunt, J. H., & Lewis, K. E. (2018). Productive struggle for all: Differentiated instruction, ***Mathematics Teaching in the Middle School***, 23(4), 194-201.

Max, G (2020). pentagram Map: Combinatorial and Geometric Perspectives, ***Unpublished phd***, University of Michigan.

McKenney, K. (2020). Productive struggle for preservice teachers [Manuscript in preparation]. ***School of Education, University of Delaware***.

Muchlisa S, Fauzi F and Monawati M (2018). Hubungan Antara Kecerdasan Logis Matematis dengan Hasil Belajar Matematika Siswa di Kelas IV SD 26 Banda Aceh J. Ilm. Pendidik. Guru Sekol. Dasar 3 1 66–71

Muqodas,I.& Yuliyanto,A.(2021). The instrument for measuring logicalmathematical intelligence of low-grade elementary school students, ***Journal of Physics: Conference***, Ser. 1987,1-8,doi:10.1088/1742-6596/1987/1/012024.

Murawska, J.M.(2018). Seven billion people: Fostering productive struggle, ***Math. Teach. Middle*** Sch., 23, 208–214.

Murdoch, D., English, A. R., Hintz, A., & Tyson, K. (2020). "Feeling heard": Inclusive education, transformative learning, and productive struggle. ***Educational Theory***, 70(5),653-679. doi: 10.1111/edth.12449

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), (2014). Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All***; NCTM:*** Reston,VA, USA.

Nur,I., Herman,T.,& Mariyana, R.(2018). Logical-Mathematics Intelligence in Early Childhood Students, ***International Journal of Social Science and Humanity***,8(4),105-109.

Nurilla,J & Susanah,H(2022).High School Students, Generalization Viewed from Logical Mathematical Intelligence , ***Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*** , 11(1),111-120.

Ozpinar,I.(2020). Preservice teachers use of web 2.0 tools and perspectives on their use in real classroom environments.***Turkish Journal of***

Computer and Mathematics Education (TURCOMAT),11(3),814-841.

Pasquale,M(2020). Productive Struggle in Mathematics , Interactive STEM Research Practice Brief , Education Development Center , Inc.

Paurowski, Melissa(2022). "The Association between Productive Struggle and Student Achievement in the International Baccalaureate Mathematics Classroom", Doctor of Education in Secondary Education Dissertations, A Dissertation Submitted to the Faculty of Kennesaw State University in Fulfillment of the Requirements for the Doctoral Degree of Education in Secondary Mathematics Education. in the Bagwell College of Education 37**.**

https://digitalcommons.kennesaw.edu/seceddoc_etd/37

Prastika,V., Riyadi,Y. & Siswanto,A.(2021). Mathematical reasoning ability of junior high school viewed from logical mathematical intelligence, Journal of Physics Conference, Ser. 1918,1-8, ***doi:10.1088/1742-6596/1918/4/042067.***

Prez M D M, Duque A G and Garca L F 2018 Game-based learning: Increasing the logical-mathematical, naturalistic, and linguistic learning levels of primary school students, ***Journal of New Approaches in Educational Research (NAER Journal***), 7(1) 31-39

Punia, V., & Jyoti, J. (2015). Effect of Micro- System Variables on Logical Mathematical Intelligence of Adolescents in Haryana, ***Indian Psychological*** Review. 84(1). 25- 40. ***https://www.researchgate.net/ publication/278699828***

Rahmi, S., Nadia, R.,Hasibah,B., & Hidayat, W. (2017). The Relation between Self-Efficacy toward Math with the Math Communication Competence. ***Infinity***,6(2),177-182.

Rifqi , A., Rochmad,S & Suyitno, H.(2021). Critical Thinking Skills Reviewed from Logical-Mathematical and Musical Intelligence

on Process Oriented Guided Inquiry Learning, ***Unnes Journal of Mathematics Education Research***,10(2), 175-183.

Roble, D.B, (2017). Communicating and valuing students' productive struggle and creativity in calculus. ***The Turkish Online Journal of Design, Art and Communication***, 7(2):255–263.

Rosyidah, I. (2021). The authentic assessment for assessing the students' productive skills during online learning in MTs At Taqwa Bondowoso (Doctoral dissertation, ***Universitas Islam Negeri Maulana Malik*** Ibrahim)

Roth, A., (2019). "Making the Struggle Productive: Conceptualizing the Role and Impact of the Mathematics Teacher in Episodes of Productive Struggle" Doctor of Education in Secondary Education Dissertations.16. ***https://digitalcommons.kennesaw.edu/seceddoc_etd/16***

Rughubar-Ready,S.,Mhakure,D., Manzini,M.,& Jaftha,J.(2020).Exploring undergraduate students productive struggles in a quantative literacy course : implications for the development of tutoring , ***south African Journal of Higher Education*** , 33(3), 54-64.

Russo, J.; Bobis, J.; Sullivan, P.; Downton, A.; Livy, S.; McCormick, M.; Hughes, S.(2021). Exploring the relationship between teacher enjoyment of mathematics, their attitudes towards student struggle and instructional time amongst early years primary teachers.Teach. Teach. ***Educ. 88, 102983.***

Safranj, J., (2016). Logical/Mathematical Intelligence in Teaching English as a Second Language. ***Procedia- Social and Behavioral Sciencces***.232.75-82.

Sams, N. L. (2022). Praxis Preparation for Preservice Teachers:Using Online Tools to Engage in Productive Struggle (Doctoral dissertation, University of Pittsburgh).

SanGiovanni,J., Katt,S.& Dykema,K.(2020).Productive math struggle : A6 – Point action plan for fostering perseverance , corwin.

Sarkam, T., Sujadi, I.,& Subanti, S. (2019). Mathematical connections ability in solving trigonometry problems based on logical-mathematical intelligence level. ***Journal of Physics: Conference. Series***. 1188(1). March. 1-12. DOI:10.1088/1742-6596/1188/1/012022.

Star, J. R. (2015, April). When not to persevere – Nuances related to perseverance in mathematical problem solving (White paper). Chicago, IL: Spencer Foundation. Retrieved from ***http://hub.mspnet.org/index.cfm/28127/***

Trinter, C. P., & Hughes, H. E. (2021). Teachers as curriculum designers: Inviting teachers into the productive struggle. ***RMLE Online***, 44(3), 1-16.

Valentine ,K.,& Bolyard,J.(2018). Creating a classroom culture that supports productive struggle : pre – service teachers, Reflections on Teaching Mathematics , ***The annual conference of the American Educational*** Research Association , New York , 1-27.

VanLehn, K., Burkhardt, H., Cheema, S., Kang, S., Pead, D., Schoenfeld, A., & Wetzel, J. (2021). Can an orchestration system increase collaborative, productive struggle in teaching-by-eliciting classrooms***?. Interactive Learning Environments***, 29(6), 987-1005.

Warshauer, H. K. (2015a). Productive struggle in middle school mathematics classrooms. ***Journal of Mathematics Teacher Education***, 18(4), 375-400.

Warshauer, H. K., Starkey, C., & Herrera, C. A. (2021). Developing prospective teachers'noticing and notions of productive struggle with video analysis in a mathematics content course***. Journal of Mathematics Teacher Education***, 24(1), 89-121. doi: 10.1007/s10857-019-09451-2

Widayanto, A., Pratiwi, H.,& Mardiyana, D. (2018). Comparison of learning models based on mathematics logical intelligence in

affective domain. ***Journal of Physics: Conference. Series***. 1008 (1). 1-7, ***doi:10.1088/1742- 6596/1008/1/012056***.

Zeybek, Z. (2016). Productive struggle in a geometry class. ***International Journal of Research in Education and Science (IJRES),*** 2(2), 396-415.