فاعلية استراتيجية تدريس مقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب في تنمية دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل لدى طلاب الصف الخامس الابتدائي

Effectiveness of A Proposed Teaching Strategy for Elicit and Use Evidence of Students Thinking in Developing Problem-Solving Accuracy and Solution Strategy Sophistication Among 5th Grade Elementary School Students

إعداد

أ/ سعود بن عبدالكريم الدريويش
معلم ـ الإدارة العامة للتعليم بالقصيم
sdrewesh@gmail.com

أ.د سعيد بن جابر المنوفي
أستاذ تعليم الرياضيات بجامعة القصيم
sgmenoufy@yahoo.com

المستخلص:

هدفت الدراسة إلى الكشف عن فاعلية استراتيجية تدريس مقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب في تنمية دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل لدى طلاب الصف الخامس الابتدائي. ووظفت الدراسة المنهج التجريبي ذو التصميم شبه التجريبي، حيث تم بناء استراتيجية التدريس المقترحة وإعداد دليل المعلم لوحدة الضرب وفق الاستراتيجية المقترحة، ومن ثم تطبيقها وقياس فاعليتها. وتكوّنت عينة الدراسة من (٦٠) طالب من طلاب الصف الخامس الابتدائي، حيث تم اختيارهم بطريقة عشوائية، وتعيينهم عشوائيًا في مجموعتين: تجريبية من (٣٠) طالبًا من مدرسة رواق الابتدائية، درسوا وفق الاستراتيجية المقترحة، وضابطة من (٣٠) طالبًا من مدرسة ربيعة بن كعب الابتدائية، درسوا بالطريقة المعتادة. ولجمع البيانات؛ استخدمت الدراسة أداة اختبار لقياس دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل لدى الطلاب في وحدة الضرب. وتوصلت الدراسة إلى فاعلية استراتيجية التدريس المقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب في تنمية دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل لدى طلاب الصف الخامس الابتدائي عند مستوى دلالة ($\alpha \leq 0.05$)، وبحجم تأثير كبير وفاعلية مقبولة، حيث أظهرت النتائج وجود فرق دال إحصائياً عند مستوى دلالة ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في القياس البعدي لاختبار دِقّة حل المسألة، ولاختبار تطوّر استراتيجية الحل، لصالح المجموعة التجريبية. ووجود فرق دال إحصائياً عند مستوى دلالة ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في القياسين (القبلي – البعدي) لاختبار دِقّة حل المسألة، ولاختبار تطوّر استراتيجية الحل، لصالح القياس البعدي. وبناء على تلك النتائج؛ قدّمت الدراسة مجموعة من التوصيات لمعلمي الرياضيات ومطوري المناهج ومسؤولي التدريب في وزارة التعليم، كما قدّمت عدد من المقترحات البحثية ذات العلاقة بموضوع الدراسة.

الكلمات المفتاحية: استخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب، دِقّة حل المسألة، تطوّر استراتيجية الحل، مسار التعلّم، الاستدلال الضربي.

Abstract: The study aimed to reveal the effectiveness of a proposed teaching strategy for elicit and use evidence of students thinking in developing problem-solving accuracy and solution strategy sophistication among 5th grade elementary school students. The study employed the quasi- experiment design, where the proposed teaching strategy was construct, and prepared a multiplication unit teacher's guide according it, then, applied and measured its effectiveness. For collect data, the study used: a test for measure problem-solving accuracy and solution strategy sophistication in multiplication unit. The sample in the study consisted of (60) students from the fifth grade primary students, where they were selected by a random sampling, and randomly assigned to two groups: experimental group of (30) students from Riwaq primary school, who were taught according to the proposed strategy, and a control group of (30) students from Rabia bin Kaab primary school, who were taught by the usual method. The results showed the effectiveness of a proposed teaching strategy for elicit and use evidence of students thinking in developing problem-solving accuracy and solution strategy sophistication among 5th grade elementary school students at significance level ($\alpha \leq 0.05$) with a large effect and acceptable effectiveness. Results also showed, that there were statistically significant difference at level of ($\alpha \leq 0.05$) between the scores means of the experimental and control groups students, in post-application of the problem-solving accuracy and the solution strategy sophistication tests, in favor of the experimental group, There were also, statistically significant difference at level of ($\alpha \leq 0.05$) between the scores means of the experimental group students, in the pre-post applications of the problem-solving accuracy and the solution strategy sophistication tests, in favor of the post test. Based on its findings, the study provided a set of recommendations to mathematics teachers, and curriculum developers, training in the Ministry of Education. Moreover, it provided a number of research proposals related to the subject of the study.

Key Words: Elicit and Use Evidence of Students Thinking - Problem-Solving Accuracy - Solution Strategy Sophistication - Learning Trajectory\Progression - multiplicative reasoning.

(١) مدخل الدراسة:

(١-١) المقدمة:

تسارعت خُطى الدول للرُقيّ والتطوّر بأنظمتها التعليمية، وذلك سعيًا لمواكبة مسيرة الابتكارات والإبداعات في المشروعات والتجارب الرائدة في العالم، والتي أصبحت محط الأنظار لتميّز مخرجاتها، وتزامنها مع الحراك السريع لعالم المعرفة والثورات الصناعية. ومن تلك المواكبة؛ سعي الباحثين والخبراء في الميادين التربوية لتصميم وبناء استراتيجيات تدريسية، وبرامج تنمية مهنية، مستندة إلى البحث وقائمة على الأدلة في التدريس، تعمل بالتوازي على تطوير ممارسات المعلمين، وتطوير التفكير الرياضي لدى الطلاب، وذلك للوصول إلى مستويات عالية من التطوّر في مكونات النظام التعليمي، وسد الفجوة بين النظريات والتطبيق في عملية التدريس، مما يعطي انطباعاً للمجتمع والأسرة، بالثقة والطمأنينة على جودة تعليم وتعلّم أبنائهم.

وفي هذا السياق؛ أشار المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (The National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2014) إلى أن تعلّم الطلاب للرياضيات، يعتمد بشكلٍ جوهري على ما يحدُث داخل الفصول الدراسية، أثناء تفاعل المعلمين والطلاب عبر المنهج، وبناءً على ذلك؛ فإن عملية التدريس، تحتاج إلى تحديد مجموعة مشتركة من الممارسات عالية التأثير، والتي تشكل أساسًا للتدريس الفعّال، وتوفر إطاراً لتعزيز تعليم وتعلّم الرياضيات، قائمٌ على البحوث في التعليم والتعلّم، ويعكس مبادئ التعلّم والمعارف المتعلقة بتدريس الرياضيات. وأحد هذه الممارسات؛ ممارسة "استخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب" (Elicit and Use Evidence of Students Thinking). ويُعرّفُها المجلس بأنها: ممارسة فعّالة، يتم فيها استخلاص الأدلة حول استيعاب الطلاب في الرياضيات، واستخدامها كأساسٍ لاتخاذ القرارات التعليمية، كتقييم التقدّم في الفهم الرياضي، وتعديل التعليم باستمرار بأساليب تدعم التعلّم وتوسعه. وتذكر مارغريت سميث وآخرون (Smith et al., 2017) أن تركيز هذه الممارسة الفعَّالة على مجالين رئيسيين هما: كيف يفسر المعلمون تفكير الطالب ويبدو منطقياً لهم، وكيف يستخدم المعلمون معرفتهم وفهمهم حول تفكير الطالب قبل الدرس، واثناءه، وبعده. ويشمل التدريس الفعّال في هذه الممارسة: مهارات ملاحظة التفكير الرياضي للطلاب، وتفسير مستويات فهم الطلاب، ثم تحديد كيفية الاستجابة على أساس تلك المستويات (Huinker & Bill, 2017).

وتؤكد فيكتوريا جاكوبس وآخرون (Jacobs et al., 2010) على أن بناء الملاحظة المهنية للتفكير الرياضي للطلاب، يستحق الاهتمام من المعلمين والمطورين المهنيين والباحثين، الذين يعملون نحو رؤية الفصول الدراسية الناجحة. وذلك لأن ملاحظة

المعلمين واستخدامهم للتفكير الرياضي للطلاب، يساعد في تحسين نوعية التعليم، وفي تعزيز الاستيعاب المفاهيمي والإنجاز لدى الطلاب (Smith et al., 2020). وتوفر مسارات التعلّم القائمة على البحث لأفكار رياضية معينة (Learning Trajectory [LT]) ومسارات التقدّم للموضوعات الرياضية الأوسع (Learning Progression [LP])، الأدوات اللازمة للمعلمين، لتصنيف أنواع تفكير الطلاب، ووضعها على سلسلة متصلة، تقترح طرقًا لدفع الطلاب للأمام (Smith et al., 2017). ووفقاً لما ذكرته سيوبهان ليهي وآخرون (Leahy et al., 2005) إن كل ما يفعله الطلاب يشكّل مصدراً محتملاً للمعلومات عن مدى فهمهم، ويؤكدون على أن استخدام المعلمين للأدلة التي استخلصوها من الطلاب، يمكّنهم من أن يتخذوا قرارات تعليمية لم يكونوا ليتخذوها بدون جمعهم للأدلة. فالاستماع إلى ما يقوله الطلاب، وملاحظة أفعالهم، وتحليل أعمالهم المكتوبة، كلها طرق لجمع المعلومات حول ما يعرفه الطلاب، ويفهمونه حول الأفكار الرياضية الرئيسية، والقيام بذلك؛ هو أيضًا الوسيلة التي يمكن للمعلم من خلالها دعم تعلّم الطلاب وتعزيزه (Huinker & Bill, 2017). وبذلك يكون المعلمون مسؤولين عن طرح المهام والأسئلة لاستخلاص تفكير الطلاب وعرضه، وتحديد وتحليل الأنماط الرئيسية في تفكيرهم، واستخدام الأدلة التي تم جمعها لتطوير تفكيرهم الرياضي، والاستجابة بشكل مناسب (Billings & Swartz, 2021). ويتضمن التركيز على الأدلة تحديد مؤشرات ما هو مهم لملاحظته في التفكير الرياضي للطلاب، والتخطيط لطرق للحصول على تلك المعلومات، وتفسير ما تعنيه الأدلة فيما يتعلق بتعلم الطلاب، ثم تحديد كيفية الاستجابة على أساس فهم الطلاب (NCTM, 2014).

وتُعد مناهج الرياضيات في المرحلة الابتدائية، مجالًا واسعًا لاستخلاص واستخدام تفكير الطلاب الرياضي، لما تحتويه من مفاهيم تأسيسية، مثل المفاهيم الضربية. والتي يصفها فيرنود (Vergnaud, 1994) بـ"حقل المفاهيم الضربية" (multiplicative conceptual field). حيث يُنظر للضرب كمجموعة من المفاهيم المترابطة، بدلًا من فكرة واحدة، مع النظر لمستويات فهم الطلاب في مراحل نموهم (Breed, 2011). وفي هذا الجانب؛ تشير كارولين إبي وبيتت (Ebby & Petit, 2018) إلى أن الهدف من تقدم تعلّم الضرب في المرحلة الابتدائية هو أن يكون لدى الطلاب بنهاية الصف الخامس، استراتيجيات فعّالة ومرنة لحل مجموعة متنوعة ومتجددة من مسائل الضرب، والتي تؤهلهم للانخراط بنجاح في موضوعات الرياضيات في المرحلة المتوسطة. والفشل في تطوير بُنى لمفهوم الضرب وعملياته في السنوات الأولى، من شأنه أن يعيق التطوّر الرياضي العام للطلاب في المدارس الثانوية، مثلاً: في استخدام الجبر، والدوال، والرسوم البيانية، والمشكلة المصاحبة

لذلك؛ هي أن مفاهيم الضرب وعملياته غالباً لا يتم فهمها جيداً أو لا يتم تعليمها جيداً من قبل المعلمين في المرحلتين الابتدائية والثانوية (Mulligan & Watson, 1998).

وعادة ما تأتي البيانات حول كيفية تفكير الطلاب في الضرب، من ملاحظة وتصنيف استجاباتهم لسياقات المسائل اللفظية أو المهام ذات البنية الضربية، وبناءً على ذلك؛ تظهر الاستراتيجيات التي يستخدمها الطلاب لحل المسائل، كمؤشر على تفكيرهم (Ell et al., 2004)، وفي البحث المتعمق لتحديد البُنى العقلية الداخلية التي يستخدمها الطلاب لتطوير فهمهم للبُنى الضربية؛ يُعد استكشاف استراتيجيات الطلاب البديهية للسياقات الضربية هو إحدى طرق اكتساب المزيد من التبصر في هذا التطوّر. وبناءً على ذلك، ركزت الكثير من الأبحاث التي تبحث في مفاهيم الضرب لدى الطلاب، على تحليل استراتيجيات حلول المسائل وتصنيفها. (Mulligan & Watson, 1998). ويأتي في مقدمة تلك المفاهيم؛ مفهوم الاستدلال الضربي.

والذي تصِفُه كارين زوانش وولكنز (Zwanch & Wilkins, 2021) الاستدلال الضربي (Multiplicative Reasoning) بأنه: شكل من أشكال التفكير الرياضي الذي يعد مُقدِماً معرفياً للعديد من أشكال الرياضيات المتقدمة، ويدعم تطوير الطلاب للمفاهيم المتقدمة مثل الاستدلال النسبي والجبري. وعلى الرغم من انتشاره في المرحلة المتوسطة وأهميته، إلا أن العديد من الطلاب يواجهون صعوبات في استيعابه، ومن الممكن دعم تطوره بشكل أفضل من خلال فهم تلك العقبات التي تواجههم. ويُعد الاستدلال الضربي مركزيًا جدًا للرياضيات والعلوم، ويستحق أي وقت وجهد يجب إنفاقه عليه، لضمان تطويره بعناية (Degrande et al., 2018).

وفي مسارات تقدّم الضرب لاستراتيجيات الحل التي يمكن ملاحظتها؛ يتم تقديم البناء المعرفي لهذه المفاهيم، كعامل محدد للاستراتيجيات التي يمكن للطلاب استخدامها لحل المسائل، ويتلخص ذلك في النظرية القائلة بأن تطوير الاستدلال الضربي للطلاب يتضمن تحسينات في كل من دِقّة حل المسألة وتطوّر الاستراتيجيات المستخدمة لحل المسألة (Supovitz et al, 2021).

وتُعرّف دِقّة حل المسألة (Problem-Solving Accuracy) بأنها: "صحة استجابة الطالب" (Supovitz et al., 2018, p.6). بمعنى "حصول الطالب على الجواب العددي الصحيح، وإظهاره فهماً لمعنى الوحدة [التمييز الخاص بالعدد الناتج في الحل] من خلال تفسير تلك الإجابة في سياق المسألة [توضيح الطالب لاستراتيجية الحل التي استخدمها للوصول إلى الإجابة العددية الصحيحة]" (Supovitz et al., 2021, p.453). وتشير إيلين فولمان (Vollman, 2021) إلى أنه لا يعرف إلا القليل عن كيفية تعامل الطلاب مع حل المسائل بطرق مختلفة سواء من حيث الاستراتيجية

المستخدمة أو إجراءات حل المسائل، وأن استكشاف الحل النهائي فقط يُغفل التحسينات التي طرأت على أساليب الطلاب وإجراءاتهم، واستخدام الطلاب لاستراتيجيات متنوعة من الممكن أن يشير إلى مستويات مختلفة من التطوّر المعرفي، فاستراتيجيات الجمع المتكرر (والذي يسمى أيضاً استراتيجية "التراكم") تُعد استراتيجية أقل تطوّراً في مستويات الاستدلال الضربي؛ ويمكن أن يستخدم الطلاب كليهما بشكل صحيح لحل نفس المسألة، ومع ذلك، فإنهما يتطلبان مهارات حسابية ومفاهيمية مختلفة.

ويعرّف سوبوفيتز وآخرون (Supovitz et al., 2021, p.445) التطوّر (Sophistication) لاستراتيجية الحل بأنه: "المدى الذي أظهرت فيه استراتيجيات الطلاب مزيجاً من الكفاءة والفهم". ويُعرفونه أيضًا بأنه: "التطوّر المعرفي لأسلوب الحل الذي يستخدمه الطلاب"، والذي يُعد بعداً مهماً في القياس، لأنه يعكس قدرة الطلاب على إتقان المحتوى الرياضي المتزايد الصعوبة (Supovitz et al., 2018, p.6). وتشير آن داونتون وسوليفان (Downton & Sullivan, 2017) إلى أن العديد من الطلاب يمكن أن ينخرطوا في مهام متعددة أكثر تعقيداً مما هو معروض عليهم عادة، وذلك يثير استراتيجيات أكثر تطوّراً من جانبهم، ويفترض أنه يجب الاعتقاد بأن الرياضيات تنطوي على بناء روابط بين الأفكار وأن استخراج هذه الروابط ينطوي على جهد، ومن المفترض أيضاً أن المعلمين لابد وأن يعتبروا الإنجاز ملائماً للجهود المبذولة، ويتعين عليهم أيضاً أن يسمحوا للطلاب بأن يكافحوا، وأن يتجنبوا الميل إلى تفسير المهام أو التدخل، قبل أن يُتيحوا للطلاب فرصة كافية للمشاركة في مواجهة التحدي بأنفسهم.

تُظهر الأبحاث بشكل دوري، أن تدريس الاستراتيجيات القائمة على الاستدلال للطلاب، أكثر فعالية من التدريبات في تسهيل تعلم الحقائق الموسعة وفهم الأعداد والعمليات، وتحدُ الخوارزميات من عمليات الاستدلال اللازمة، أما قدرات الاستدلال في العلاقات بين العمليات والعلاقات بين الأعداد، فلها تأثير إيجابي على استخدام الاستراتيجيات الضربية (Schulz, 2018). وتوفر نتائج الأبحاث في تنمية الدِقّة والتطوّر لدى الطلاب في الاستدلال الضربي، معلومات مهمة للباحثين ومصممي البرامج الذين يسعون لفهم أبعاد مختلفة من أداء الطلاب في الرياضيات (Supovitz et al., 2021). ومن جانب آخر، يشير تراكم الأدلة من قبل الباحثين، إلى أن المعرفة واستخدام مسار التعلم/التقدّم، يؤثر بشكل إيجابي على معرفة المعلمين وتعليمهم، وعلى تحفيز الطلاب وإنجازاتهم (Hulbert et al., 2017). وينبغي أن يعتمد تدريس الرياضيات على قاعدة المعرفة الحالية للطلاب، حيث يُنظر إلى تفكير الطلاب على أنها نقطة انطلاق ومورد تعليمي، وبالتالي؛ فإن جوهر ممارسة

استخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب هو الأساس لتعليم الرياضيات الفعّال (Billings & Swartz, 2021). ومن هذا المنطلق، فإن الدراسة الحالية: هدفت للكشف عن فاعلية استراتيجية تدريس مقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب في تنمية دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل لدى طلاب الصف الخامس الابتدائي.

(١-٢) مشكلة الدراسة:

من وجهة نظر التوجهات العالمية الحديثة؛ تُعد ممارسة استخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب، ودِقّة حل المسألة، وتطوّر استراتيجية الحل، من المتغيرات الحديثة في تربويات الرياضيات، حيث تم استخدامهم في مشروع التقييم المستمر (Ongoing Assessment Project [OGAP])، الذي طُبِق على نطاق واسع في الولايات المتحدة الأمريكية، وكانت ممارسة استخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب، محور برنامج التقييم التكويني في المشروع، أما الدِقّة والتطوّر فقد استخدمتا كبُعدي قياس لأداء الطلاب. ومن الجدير بالذكر، ما ترتب على نتائج المشروع من توصيات تقارير الأبحاث مثل: (Ebby et al., 2019; Franke et al., 2007; Supovitz et al., 2018)، والمؤتمرات مثل: (Ebby, 2019; Ebby & Nathenson, 2019; Ebby et al., 2017; Sirinides et al., 2013; Supovitz et al., 2013)، على الاهتمام بتلك المتغيرات. وفي تفصيل أوسع؛ ناقش المؤتمر السنوي الثالث والعشرون لرابطة مدربي معلمو الرياضيات (the Association of Mathematics Teacher Educators [AMTE], 2019) جانب استخلاص وملاحظة تفكير الطلاب، حيث ركزت جلسات التقارير المختصرة، على عدة موضوعات في جوانب مختلفة للممارسة، وطُرحت عدد من الأبحاث ذات العلاقة. كما ركّز الاجتماع والمعرض السنوي للمجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (The NCTM 2018 Annual Meeting & Exposition, 2018)، على ممارسة استخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب، حيث ناقش المجلس عددًا من الأبحاث في ممارسة استخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب، ويبرز من بين ما ناقشه المجلس، موضوع "استخلاص واستخدام تفكير الطلاب لاستهداف (٧) ممارسات تدريسية فعالة أخرى". وفي اجتماعه لعام ٢٠١٩ (NCTM, 2019)، نوقشت أيضًا، عدد من الموضوعات المتعلقة بالممارسة، مثل: تحديد الأهداف الرياضية، وتطوير طرق هادفة لاستخلاص تفكير الطلاب، وفهم تفكير الطلاب، وطرح أسئلة ذات مغزى لاكتساب نظرة أعمق على فهم الطلاب، واستخدام ما تم معرفته عن الاستدلال الرياضي للطلاب لتوجيه التعليم. وفي اجتماع المجلس لعام ٢٠٢٢ (NCTM, 2022)، ركّز على مواقف التقييم في الرياضيات كوسيلة

لاستخلاص والتقاط تفكير الطلاب، حيث ركزت الجلسات في هذا المجال؛ على التقييم كوسيلة لاكتساب رؤى حول تفكير الطلاب، ولتمكين الطلاب من استخدام التأمل أثناء استمرارهم في التعلّم الخاص بهم، وكمصدر لتخطيط الخطوات التالية في التعليم لتلبية احتياجات كل طالب بشكل استراتيجي.

ويبرز في جانب حل الطلاب للمسائل ذات العلاقة بعملية الضرب، مراعاة المعلمين لأهمية التزام الطلاب بالدِقّة أثناء الحل باعتبارها معيار أولي لصحة الحل، وبالرغم من أنها ضرورة بديهية ولازمة في الحل للتحقق من صحته؛ إلا أنها غير كافية لتطوير الطلاقة الإجرائية المبنية على الاستيعاب المفاهيمي، ولوصول الطلاب للكفاءة الاستراتيجية. ووفقاً لما ذكرته إليزابيث هولبرت وآخرون (Hulbert et al., 2017) أنه في الصفوف من (٣-٥) تعتمد العديد من المفاهيم التي لا تتعلق تحديداً بتعليم وتعلّم الضرب على الاستدلال الضربي، ومن الأهمية وجود استدلال ضربي قوي لدى الطلاب قبل التحاقهم بالمرحلة المتوسطة، وبحلول الوقت الذي يُكمل فيه الطلاب الصف الخامس، يجب أن يكون لديهم أساسٌ قويٌ في مفاهيم الضرب، ومجموعة متنوعة من الاستراتيجيات لاستخدامها في التعامل مع المحتوى المألوف، وغير المألوف. ومن الجدير بالذكر؛ التنويه لما ما توصلت له الأبحاث، عند استكشاف استراتيجيات حل المسائل، من إشكاليات في تفضيل الطلاب لاستراتيجيات حل في غير محلها، وكذلك؛ اعتماد المعلمين على تقييم جانب الدقّة فقط في حلول الطلاب، وما قد يسببه ذلك من قصور في تطوّر استراتيجيات الحل لدى الطلاب، وضعف في تطوّر مفاهيمهم الضربية (Kutaka, 2023; Vollman, 2021; Zwanch & Wilkins, 2021; Martin, 2021; Degrande et al., 2019; Degrande et al., 2018).

ويأتي الاهتمام بمتغيرات الدراسة، متوافقاً مع أهداف ورؤية معايير مناهج التعليم في المملكة العربية السعودية، التي تُركّز على أن يكون المتعلم مبدعاً ومنتجاً، وذلك بتمكنه من المعارف والمهارات الأساسية المرتبطة بالمهارات العددية والحسابية، وتنمية مهارات التفكير وحل المشكلات واتخاذ القرار. وتضمّن بُعد المهارات في بنية المعايير؛ على مهارات القرن الحادي والعشرين وحل المشكلات مثل: التفكر والتأمل والتقويم باستخدام قواعد الاستدلال العقلي، لاتخاذ القرارات وحل المشكلات، والتمكن من إصدار الأحكام المنطقية الناتجة عن جمع المعلومات والأدلة والشواهد وتحليلها والتحقق من صدقها وصحتها. وتُشجع مبادئ التعليم والتعلّم على التفكير والاستقصاء، وذلك باستخدام استراتيجيات تُنمي حل المشكلات (هيئة تقويم التعليم والتدريب، ٢٠١٩). وعلى صعيد عالمي، تُؤكد التوجهات العالمية في التحصيل الدراسي للرياضيات والعلوم (Trends of the International Mathematics and

Science Studies [TIMSS]) في أهدافها على الاهتمام بإكساب الطلاب المهارات الرياضية والعلمية، التي تعتمد على أسلوب التفكير والتحليل والتحدي وقياس المهارات المكتسبة فكرياً وعلمياً، وخصصت (٢٠%) من مجالات المعرفة في مادة الرياضيات للاستدلال. وكذلك يُضمّن البرنامج الدولي لتقييم الطلبة (Programme for International Student Assessment [PISA]) بإحدى المجالات في بعض دراساته، مجال السياقات التي يواجه فيها الطلاب المشكلات. (هيئة تقويم التعليم والتدريب، د.ت.)

وفي ختام لمشكلة الدراسة، فعلى حسب علم الباحثين، عند رجوعهم لمصادر وقواعد الأبحاث، لم تتناول الأبحاث في العالم العربي بناء استراتيجية تدريس لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب، والكشف عن فاعليتها، ولم تتناول أيضاً متغيري دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية حل المسألة بالبحث والتجريب. ويأتي ذلك متكاملًا مع جانب احساسهما بالمشكلة، ورغبتهما في استكشافها، فمن هذا المنطلق؛ فقد سعت الدراسة لسد تلك الفجوة. وبذلك تحدّدت مشكلة الدراسة في الكشف عن فاعلية استراتيجية تدريس مقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب في تنمية دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل لدى طلاب الصف الخامس الابتدائي.

(١-٣) هدف الدراسة:

هدفت الدراسة، إلى الكشف عن فاعلية استراتيجية تدريس مقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب في تنمية دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل لدى طلاب الصف الخامس الابتدائي.

(١-٤) سؤال الدراسة:

سعت الدراسة إلى الإجابة عن السؤال الآتي:

ما فاعلية استراتيجية التدريس المقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب في تنمية دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل لدى طلاب الصف الخامس الابتدائي؟

ويتفرع من سؤال الدراسة، السؤالين الآتيين:

١- ما فاعلية استراتيجية التدريس المقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب في تنمية دِقّة حل المسألة لدى طلاب الصف الخامس الابتدائي؟

٢- ما فاعلية استراتيجية التدريس المقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب في تنمية تطوّر استراتيجية الحل لدى طلاب الصف الخامس الابتدائي؟

(١-٥) أهمية الدراسة:

تمثلت أهمية الدراسة فيما يأتي:

١. قد يستفيد معلمو الرياضيات من استراتيجية التدريس المقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب، وذلك عند تخطيطهم وتنفيذهم للدروس وعند تقييمهم لفهم الطلاب.

٢. قد يستفيد معلمو الرياضيات من استراتيجية التدريس المقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب عند إعدادهم لأبحاث إجرائية.

٣. قد تفيد الدراسة المعلمين في وضع مسار تعلّم/تقدّم للمفاهيم واستراتيجيات الحل، والإفادة منه كإطار مفاهيمي لكيفية تعلّم الطلاب، ولوصف التغيّر النوعي في مستويات تطورّهم وتصنيفها.

٤. قد تفيد الدراسة المعلمين في تقديم الدعم والتوجيه لطلاب المرحلة الابتدائية، للتقدم نحو التفاعل الصفي، وممارسة الاستدلال، والتفكير الرياضي، والتأمل.

٥. قد تفيد الدراسة الباحثين في إعداد أبحاث حول استكشاف استراتيجيات حل الطلاب للمسائل الرياضية، وكيفية تطورّها في عدة أنواع من الاستدلال الرياضي.

٦. قد توجه الدراسة أنظار المسئولين في المركز الوطني للتطوير المهني التعليمي، وإدارات التدريب التابعة لوزارة التعليم، لاستحداث برامج تنمية مهنية لمعلمي الرياضيات، وذلك لتدريبهم على الاستراتيجية المقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب.

(١-٦) حدود الدراسة:

اقتصرت الدراسة على الحدود الآتية:

(١-٦-١) الحدود الموضوعية:

١. وحدة "الضرب" من كتاب الرياضيات المقرر على طلاب الصف الخامس الابتدائي، لما تحتويه الوحدة من موضوعات، ومهام مناسبة، لاستكشاف استراتيجية التدريس المقترحة، والكشف عن فاعليتها.

٢. مسار تقدّم الضرب لاستراتيجيات الحل التي يمكن ملاحظتها.

٣. استراتيجية التدريس المقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب، ودليل المعلم لتدريس وحدة الضرب لطلاب الصف الخامس الابتدائي.

(١-٦-٢) الحدود المكانية:

طُبِقت الدراسة في مدارس المرحلة الابتدائية النهارية للبنين، التابعة لمكاتب التعليم بمدينة بريدة، التابعة للإدارة العامة للتعليم بمنطقة القصيم.

(١-٦-٣) الحدود الزمانية:

طُبِقت الدراسة في الفصل الدراسي الأول من العام الدراسي ١٤٤٤هـ.

(١-٧) مصطلحات الدراسة:

(١-٧-١) استراتيجية تدريس مقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب

(A Proposed Teaching Strategy for Elicit and Use Evidence of Students Thinking)

تُعرّف الاستراتيجية بأنها: "خطة منظمة ومتكاملة من الإجراءات، تضمن تحقيق الأهداف الموضوعة لفترة زمنية محددة" (عبدالباري، ٢٠١٦، ص٢٦٩). ويُعرِّف المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2014, p.53) ممارسة استخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب بأنها: "ممارسة فعّالة، يتم فيها استخلاص الأدلة حول استيعاب الطلاب في الرياضيات، واستخدامها كأساسٍ لاتخاذ القرارات التعليمية، كتقييم التقدّم في الفهم الرياضي، وتعديل التعليم باستمرار بأساليب تدعم التعلّم وتوسعه".

وتُعرّف الدراسة الحالية استراتيجية التدريس المقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب إجرائيًا بأنها: خطة منظمة ومتكاملة من إجراءات التخطيط والتنفيذ، لاستخلاص الأدلة من التفكير الرياضي لطلاب الصف الخامس الابتدائي، في سياق التفاعلات الصفية للمهام الرياضية في مقرر الرياضيات، واستخدامها لتقييم تقدّمهم في مفاهيم الضرب، وتعديل تعليمهم باستمرار بأساليب تدعم تعلّمهم وتوسعه.

(١-٧-٢) دِقّة حل المسألة (Problem-Solving Accuracy)

تُعرّف دِقّة حل المسألة بأنها: "صحة استجابة الطالب" (Supovitz et al., 2018, p.6)، وتُعرّف أيضًا بأنها: "حصول الطالب على الجواب العددي الصحيح، وإظهاره فهماً لمعنى الوحدة [التمييز الخاص بالعدد الناتج في الحل] من خلال تفسير تلك الإجابة في سياق المسألة [توضيح الطالب لاستراتيجية الحل التي استخدمها للوصول إلى الإجابة العددية الصحيحة]" (Supovitz et al., 2021, p.453).

وتُعرّفها الدراسة الحالية إجرائياً بأنها: صحة استجابة الطالب في حل المسائل الرياضية الضربية في وحدة "الضرب"، من مقرر الرياضيات للصف الخامس الابتدائي، بحيث تتضمن صحة استجابته: حصوله على الإجابة العددية الصحيحة مع وحدة تمييز، وإظهاره فهماً لمعنى وحدة التمييز من خلال تفسيره للإجابة في سياق حل المسألة. ويقاس بأداة اختبار لقياس دِقّة حل المسألة.

(١-٧-٤) تطوّر استراتيجية الحل (Solution Strategy Sophistication)

يُعرَّف تطوّر استراتيجية الحل بأنه: "التطوّر المعرفي لأسلوب الحل الذي يستخدمه الطلاب" (Supovitz et al., 2018, p.6). ويُعرّف تطوّر استراتيجية الحل أيضًا بأنه: "المدى الذي أظهرت فيه استراتيجيات الطلاب مزيجاً من الكفاءة والفهم". وذلك

عبر ستة مستويات لاستراتيجيات الحل، وهي على الترتيب: الاستراتيجية غير الملائمة أو غير الملحوظة (inappropriate or nondiscernable Strategy)، والاستراتيجية الجمعية المبكرة(Early Additive Strategy)، والاستراتيجية الجمعية (Additive Strategy)، والاستراتيجية الانتقالية المبكرة (Early Transitional Strategy)، والاستراتيجية الانتقالية (Transitional Strategy)، والاستراتيجية الضربية (Multiplicative Strategy) (Supovitz et al., 2021, pp.445,453-455; Hulbert et al., 2017, p.19).

وتُعرّف الدراسة الحالية تطوّر استراتيجية الحل إجرائياً بأنه: المدى الذي أظهرت فيه استراتيجيات حل الطالب للمسائل الضربية في وحدة الضرب من مقرر الرياضيات للصف الخامس الابتدائي، مزيجاً من الفهم والكفاءة، ومدى تدرّج مستويات استراتيجيات الحل هي على الترتيب: الاستراتيجية غير الملائمة أو غير الملحوظة، الاستراتيجية الجمعية المبكرة، الاستراتيجية الجمعية، الاستراتيجية الانتقالية المبكرة، الاستراتيجية الانتقالية، الاستراتيجية الضربية. ويقاس بأداة اختبار لقياس تطوّر استراتيجية الحل.

(٢) أدبيات الدراسة:

(٢-١) المحور الأول: استخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب

تُعد ممارسة "استخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب" إحدى الممارسات الثمان عالية التأثير في التدريس الفعّال للرياضيات، والتي أوردها المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات بوثيقته الصادرة في كتاب "من المبادئ إلى الإجراءات: ضمان النجاح الرياضي للجميع"، ويُعرّف المجلس ممارسة استخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب بأنها: "ممارسة فعّالة، يتم فيها استخلاص الأدلة حول استيعاب الطلاب في الرياضيات، واستخدامها كأساس لاتخاذ القرارات التعليمية، كتقييم التقدّم في الفهم الرياضي، وتعديل التعليم باستمرار بأساليب تدعم التعلّم وتوسعه" (NCTM, 2014, pp.10-53).

واستندت ممارسة استخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب، في أساسها النظري؛ على التعليم الموجه معرفيًا (Cognitively Guided nstruction) [معرفة واستكشاف تفكير الطلاب]، والذي يرتكز على إطار مفاهيمي، يكون فيه التعلّم مع الفهم أمرًا مركزيًا، ويُعد مَدخلًا يُركّز على الطالب عند تدريس الرياضيات، حيث يبدأ بما يعرفه الطلاب بالفعل، ويبني على إحساسهم بالعدد الطبيعي، والأساليب البديهية لحل المشكلات (Carpenter et al., 2015). ومن وجهة نظر أخرى، للمرجع النظري للممارسة، تعتمد هذه النظرة على علاقة الممارسة بالتقييم التكويني (Formative Assessment)، والذي هدفه الرئيسي هو المساعدة أو تحسين التعلّم،

بدلًا من مجرد إسناد درجة، واعتماد فكرة ربط التدريس بالتقييم، بعد أن كان ينظر إليهما لفترة طويلة جدًا، على أنها كيانات منفصلة (Antoniou & James, 2014).
ويؤكد كاربنتر وآخرون (Carpenter et al., 2015) أن الأسئلة مثل: "هل يمكنك إخباري كيف حللت المسألة؟"، "ماذا فعلت لكي تحل المسألة؟" أو "أخبرني عن استراتيجيتك"؛ هي طريقة مثمرة لبدء إشراك الطلاب في شرح الاستراتيجيات التي استخدموها لحل مسألة ما، والمزيد من أسئلة المتابعة المحددة؛ تدعم الطلاب لتوضيح تفاصيل استراتيجيتهم، لذا؛ فإن مشاركة الطالب بمزيد من التفاصيل عن تفكيره يدفعه للتعبير، والشرح، والتبرير، ويُمكّن المعلم والطلاب الآخرين من فهم الاستراتيجية التي استخدمها الطالب. وتُظهر الأبحاث أنه عندما يتوقع من الطلاب وصف استراتيجياتهم بالتفصيل مع المعلم ومع أقرانهم، فإنهم يُظهرون إنجازًا رياضيًا أعلى (Webb et al., 2008).
وتشير ميشيل تشامبرلين (Chamberlin, 2005, pp.189,190) أنه لاهتمام المعلمين بالتفكير الرياضي للطلاب واستخلاصه فوائد محتملة، تشمل:

١) قدرة المعلمين على بناء أو اختيار مهام رياضية مناسبة وجديرة بالاهتمام.
٢) التحول من التدريس الذي يُركز على المعلم، إلى تعليم حل المشكلات المتمحور حول الطالب.
٣) مستويات أعلى من الاستيعاب المفاهيمي من قبل الطلاب، دون تنازلات في أدائهم الحسابي.
٤) المزيد من المعتقدات الإيجابية للمعلمين والطلاب تجاه الرياضيات.

أما عن الفوائد المكتسبة عند تفسير عمل الطالب، فتشمل ما يلي:

١) تصور موسع لما يستطيع الطلاب القيام به رياضيًا.
٢) إدراك أنه على الرغم من أن أساليب الطلاب قد تبدو مختلفة عن أسلوب المعلم، إلا أن أساليب الطلاب قد تظل صالحة.
٣) تنمية القدرات على تفسير تفكير الطلاب في الفصل، واتخاذ القرارات التعليمية المناسبة في المستقبل.

ومما يُثبت تلك الأهمية أيضًا، ما أكدته الأبحاث، من بالاهتمام بالتفكير الرياضي للطلاب، واستخلاصه، وتفسيره، والاستجابة له (Amador, 2021; Billings & Swartz, 2021; Datnow et al., 2021; Nitta, 2018; Phelps‐Gregory & Spitzer, 2021; Polly & Colonnese, 2021; Shaughnessy et al., 2021; Sleep & Boerst, 2012; Webel & Yeo, 2021).
وتُركّز اجراءات ممارسة "استخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب" على أربعة موضوعات رئيسية (NCTM, 2014, pp.53-57) :

١. تحديد مؤشرات النقاط الجديرة بالملاحظة في التفكير الرياضي للطلاب
٢. التخطيط لإيجاد طرق لاستخلاص الأدلة على تفكير الطلاب
٣. تفسير ما تعنيه الأدلة فيما يتعلق بتعلّم الطلاب
٤. اتخاذ قرار بشأن كيفية الاستجابة على أساس استيعاب الطلاب

وفيما يلي عرض موجز لتلك الموضوعات:

(٢-١-١) تحديد مؤشرات النقاط الجديرة بالملاحظة في التفكير الرياضي للطلاب

أشار المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2014 pp.53-54) لما ينبغي التركيز عليه، والاستفادة منه، عند تحديد مؤشرات النقاط الجديرة بالملاحظة في التفكير الرياضي للطلاب:

١) الفهم لما يُعد مؤشرًا على تفكير الطلاب الرياضي فهمًا واضحًا، والاهتمام به: حيث يبدأ التركيز في تحديد المؤشرات، بفهم ما يُعد مؤشرًا على تفكير الطلاب الرياضي فهمًا واضحًا، وإعداد قائمة بالمؤشرات الرئيسة.

٢) مؤشرات إجابات الطلاب: من المؤشرات على النقاط الجديرة بالملاحظة في التفكير الرياضي للطلاب مؤشرات إجابات الطلاب، ليس الإجابات الصحيحة فقط بل والخاطئة أيضًا.

٣) أنماط الاستدلال المشتركة لدى الطلاب: تُعد أيضًا أنماط الاستدلال المشتركة لدى الطلاب، بما في ذلك الصعوبات المشتركة والأخطاء والمفاهيم الخاطئة كمؤشرات على النقاط الجديرة بالملاحظة في التفكير الرياضي للطلاب.

٤) مسار التعلّم/التقدم ([LT/LP] (Learning Trajectory/Progression): يُعد كذلك مسار التعلّم/التقدم الذي يصف كيفية تحسّن الاستيعاب الرياضي لدى الطلاب مع مرور الوقت أحد مصادر تحديد المؤشرات المهمة لتفكير الطلاب (NCTM, 2014; Clements & Sarama, 2004; Sztajn et al., 2012). وتُعرّف منظمة التعاون الاقتصادي والتنمية Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD] (2018, pp.5,25) مسار التعلّم/التقدم بأنه: "وصف للتغيُّر النوعي في مستوى الطالب من التطوّر لمفهوم رئيسي، أو عملية، أو استراتيجية، أو ممارسة، أو عادة عقلية".

(٢-١-٢) التخطيط لإيجاد طرق لاستخلاص الأدلة على تفكير الطلاب:

أشار المركز الوطني لبحوث التقييم والمعايير واختبارات الطلاب (National Center for Research on Evaluation, Standards, and Student Testing [CRESST], 2014, p.9) لأربع استراتيجيات لاستخلاص الأدلة على تفكير الطلاب، وهي :

١) المهام التعليمية عالية الجودة: المهام الرياضية هي "مسألة واحدة أو مجموعة من المسائل التي تركز انتباه الطلاب على فكرة رياضية" (Nyman, 2016, p.1510). والمهام عالية الجودة هي التي تتطلب من الطلاب شرح وتمثيل وتبرير فهمهم، ومهاراتهم الرياضية، وتوفر دليلًا قويًا على فهمهم للتقييم المستمر، وللقرارات التعليمية (NCTM, 2014).

٢) بناء الأسئلة الرئيسية بعناية قبل التدريس: وذلك لاستخلاص مستويات فهم محددة، أو أخطاء مفاهيمية، أو أخطاء شائعة، بهدف جعلها مرئية، ويمكن الوصول إليها للفحص والمناقشة (NCTM, 2014). ويمكن تصميم أسئلة المعلم لتُقدّم دليلًا على تفكير الطالب بالنسبة لأهداف تعلّم الدرس، ولذلك ينبغي أن تستخلص الأسئلة أدلة على تعلّم الطلاب للعثور على الفجوات بين ما يعرفه الطلاب وما يحتاجون إلى معرفته، وينبغي أن تستكشف الأسئلة عن "كيفية" فهم الطلاب و"السبب" وراء فهمهم، بدلًا من التركيز فقط على "ما" يعرفه الطلاب، ويمكن أن تُشجّع الأسئلة الطلاب على شرح تفكيرهم وكيف وصلوا إلى الحلول والقرارات والآراء (CRESST, 2014)

٣) المناقشة الرياضية ذات المعنى: فالمناقشة الرياضية ذات المعنى تدعو إلى تطوير فهم الطلاب المشترك للأفكار الرياضية من خلال تحليل ومقارنة أساليب الطلاب وحججهم، مع دعمهم دون إخبارهم بكيفية حل المسألة لكي لا يحد ذلك من فرصهم في التفكير والاستدلال. وتخبرنا الأبحاث أن المعرفة المركبة والمهارات يتم تعلمها من خلال التفاعل مع الآخرين (Smith & Stein, 2018). وتعمل المناقشات الغنية بين المعلم والطلاب أو بين الطلاب مع بعضهم البعض على إضفاء الطابع الخارجي على تفكير الطلاب، كمناقشة الطرق التي عالجوا بها مهمة رياضية معينة، أو الاستراتيجيات التي استخدموها لحل مسألة عالية المستوى، أو استخدامهم للاستدلال والأدلة لدعم أو دحض الحجة (CRESST, 2014).

٤) ملاحظة المعلم: توصي مارغريت سميث وشتاين (Smith and Stein, 2018) بأن يُلاحِظَ المعلمون تفكير الطلاب أثناء وقت العمل الفردي، وأثناء عمل المجموعات الصغيرة، وذلك من أجل اختيار أعمال طلاب معينين، ثم تسلسل عرضها بشكل متعمد، لمشاركته أثناء وقت مناقشة الفصل بأكمله كجزء من الملاحظة. وتنصح دانا كوكس وآخرون (Cox et al., 2017) المعلم، بأن يستمع ويُلاحِظ عندما يقوم الطلاب بحل مسألة معينة، وذلك لفهم الاستراتيجيات المستخدمة عند الحل. وتشير إلى أنه من خلال وضع المعلم لتوقعات بأن الطلاب ينشئون سجلات لعمليات تفكيرهم من خلال مهمة ما،

فإنه يمكنه التحرك في جميع أنحاء الفصل لالتقاط صورة كبيرة للأفكار المتاحة، حيث يَسمح ذلك له بمعرفة الأفكار والتمثيلات الرياضية التي من المحتمل أن تظهر أثناء المناقشة، والنظر في الدعم في جميع الحالات.

(٢-١-٣) تفسير التفكير الرياضي للطلاب:

يُشير بيري وبيري (Berry & Berry, 2017) إلى أن تفسير التفكير الرياضي للطلاب يتضمن الإحساس بتفكير الطلاب [حضور ذهني]، واستيعاب لحظة رياضية [قد تكون لحظة في مناقشة أو حوار (أثناء الدرس أو لحظة مسجلة على فيديو)، أو لحظة اطلاع على عمل مكتوب او مصنوع] مع ما هو معروف عن التطوّر الرياضي في منطقة معينة [مثلًا: استراتيجية حل في مستويات تطوّر استراتيجيات الحل]، والهدف من التفسير هو فهم سبب ومعنى ما حدث. ويُشير المركز الوطني لبحوث التقييم والمعايير واختبارات الطلاب (CRESST, 2014) أنه عندما يجمع المعلمون أدلة على فهم الطلاب أثناء الدرس، فإنهم يفسرون الأدلة، ويستخلصون استنتاجات حول تعلّم الطلاب فيما يتعلق بهدف التعلّم المقصود، وقد تكون هذه الاستدلالات، تُبيّن أن الطلاب لديهم فهم ناشئ للمفهوم، أو أن فهمهم أكثر تطورًا وأقرب إلى الهدف، وقد يكون هناك مفاهيم خاطئة للطلاب تحتاج إلى معالجة، وأيضًا قد يستنتج المعلمون أن الهدف قد تحقق. وتؤكد مارغريت سميث وآخرون (Smith et al., 2017, p.164) على أن تركيز الممارسة الفعّالة "استخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب" على مجالين رئيسيين:

- كيف يفسر المعلمون تفكير الطالب ويبدو منطقياً لهم.
- كيف يستخدم المعلمون معرفتهم وفهمهم حول تفكير الطالب قبل الدرس، واثناءه، وبعده.

(٢-١-٤) الاستجابة والتأمل:

بعد اختيار وتنفيذ المهام التي تستخلص تفكير الطلاب الهادف، يجب على المعلمين التفكير في أفضل طريقة لاستخدام تفكير الطلاب أثناء الدرس وبعده. فالأسئلة المخطط لها بعناية والتي تستخلص جوانب مهمة من تفكير الطلاب يمكن أن تؤدي إلى نشر أفكار رياضية مهمة، ويجب على المعلم بعد ذلك التخطيط لجمع تلك الجوانب من تفكير الطلاب بالانخراط سوياً في مناقشة تكشف الأفكار الرئيسية، وتبني الفهم لجميع الطلاب. أما الطرق التي يتحدث بها الطلاب ويكتبون عن مفهوم رياضي، فتعطي المعلمين ردود فعل فورية ومفيدة حول مدى استيفاء درس معين للأهداف التعليمية. وإذا كان المعلم قد نظر في مجموعة استجابات الطلاب قبل الدرس وربطها بأهدافه التعليمية، فإن دليل تفكير الطالب يمكن أن يقدم تقييما قويًا لتعلّم الطلاب. في المقابل، يمكن للمعلمين استخدام هذه المعلومات لتخطيط الدروس اللاحقة

والبناء على تفكير الطلاب (Smith et al., 2017). ويشير اتخاذ القرار إلى تصوّر وتنفيذ أسلوب فعّال مستمد من تفسير لحظة رياضية (Berry & Berry, 2017). ويُعد البتّ في كيفية الاستجابة على أساس مستوى فهم الطلاب هو الاستدلال الذي يستخدمه المعلمون عند اتخاذ قرار بشأن كيفية الاستجابة. ولا توجد طريقة استجابة مُثلى وحيدة (Jacobs et al.,2010)، إلا أن الاستجابة التي يقدمها المعلم يجب أن تهدف إلى مساعدة الطلاب على تعميق استيعابهم المفاهيمي أثناء المُضي قُدُمًا نحو الطلاقة الإجرائية والاستدلال الرياضي المتقدم (NCTM, 2014).

وفي سياق الأبحاث التي تناولت استخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب، أجرى بولي وكولونيز (Polly & Colonnese, 2021) دراسة هدفت إلى تطوير قدرة مرشحي التعليم الابتدائي على استخلاص وتفسير تفكير الطلاب الذين لم يستوفوا بعد توقعات مستوى الصف من العام السابق. وتضمنت هذه الدراسة متعددة الأساليب (المختلطة)؛ بيانات من تأملات سردية مكتوبة وأشارت النتائج إلى وجود فروق ذات دلالة إحصائية لتأثير برنامج التدريس على تطوير قدرة معلمي الابتدائي في استخلاص وتفسير تفكير الطلاب، وأن هذه الممارسة من شأنها أن تزيد من إنجاز الطلاب. وتلفت الدراسة النظر، إلى أهمية وضع برامج تدريب لتعزيز تنفيذ المعلمين للممارسات المتعلقة باستخلاص وتفسير تفكير الطلاب في مرحلة الطفولة المبكرة والتعليم الابتدائي.

وكذلك أجرت كاثلين نيتا (Nitta, 2018) دراسة حالة جماعية، تقصّت تطوير معرفة ومهارات معلمي المرحلة الابتدائية المبتدئين في استخلاص التفكير الرياضي للطلاب والاستجابة له من خلال المشاركة في الأنشطة التعليمية التي تستخدم تمثيلًا تقريبيًا للممارسة في برنامج تعلّم للمناهج وطرق تدريس الرياضيات. حيث تضمّن البرنامج خبرة ميدانية، وتطلّب جمع البيانات من مهام البرنامج التدريبي، مثل: نصوص المناقشة (مناقشات افتراضية مؤلفة بين المعلم والطالب)، ولقطات الفيديو في تمثيل الدرس، وسرد لتأملات المعلمين، وتطلّب أيضًا سجل يوميات الباحث، والملاحظات الميدانية كأدوات للدراسة. وتوصلت الدراسة إلى أن معرفة المعلمين المبتدئين ومهاراتهم في استخلاص التفكير الرياضي للطلاب والاستجابة له، قد تطوّرت أثناء مشاركتهم في تمثيل الممارسة في الأنشطة التدريبية، مع تفاوت في مستوى إنجازهم. أما بالنسبة للأثار المترتبة على المدربين فقد أشارت النتائج إلى أن الأساليب التربوية القائمة على الممارسة هي طرق جديرة بالاهتمام لإعداد المعلمين لتنفيذ الممارسة الأساسية، مع الانتباه إلى التمييز بين الأنشطة، وتسلط النتائج الضوء على الحاجة إلى استكشاف التطوّر في تنمية المهارات بالممارسة التدريسية، بما في ذلك، ما قد تبدو عليه هذه التطوّرات، وما سبب حدوثها.

(٢-٢) المحور الثاني: دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل:

تُعد دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل من المصطلحات الحديثة التي تم بحثها في حل المسائل الرياضية بموضوعات الحساب والعمليات على الأعداد، والموضوعات الرياضية المرتبطة بها. وتناولتها الأدبيات والأبحاث من جانب منظور التدريس والتعلّم في استكشاف التفكير الرياضي للطلاب، وتطوّر مستويات الاستدلال لديهم، وتحديدًا، من خلال استكشاف استراتيجيات حل المسائل الرياضية لدى الطلاب.

وقد حددت إليزابيث هيربرت وآخرون (Hulbert et al., 2017, pp.19-27) عددًا من استراتيجيات الحل التي يستخدمها الطلاب لحل المسائل الضربية:

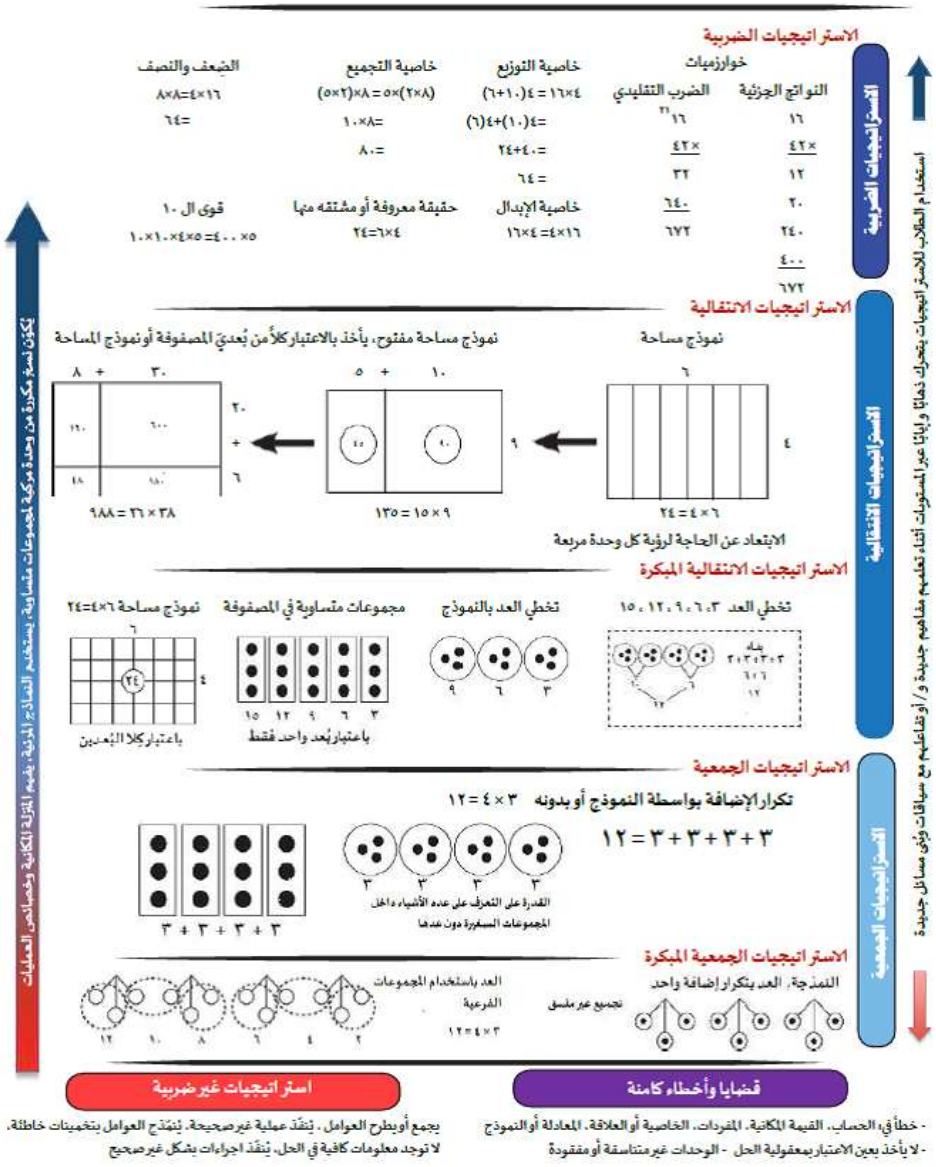
١. الاستراتيجيات غير الملائمة أو غير الملحوظة (inappropriate or nondiscernable Strategy): إضافة عوامل، أو استخدام عملية غير صحيحة، أو تخمين.
٢. الاستراتيجيات الجمعية المبكرة (Early Additive Strategy): الاعتماد على المهارات في العد لحل المسائل، من خلال نمذجة الموقف (رسم، أو عد الأصابع) وتحويله إلى مسألة عد، مثل العد بالآحاد (غالبًا ما يستخدمها الطلاب مع المسائل الضربية ذات سياق مجموعات متساوية).
٣. الاستراتيجيات الجمعية (Additive Strategy): تكرار الوحدات المركبة، ثم تطبيق الجمع المتكرر، ويدل ذلك على تصوّر الوحدات المركبة في العمل على مسائل مجموعات متساوية.
٤. الاستراتيجيات الانتقالية المبكرة (Early Transitional Strategy): ينصب التركيز في الاستراتيجيات الانتقالية المبكرة على بناء الطلاب لجسر من الاستراتيجيات والاستدلال الجمعي (على سبيل المثال، العد بالآحاد، العد بواسطة مجموعات متساوية) إلى الطلاقة الإجرائية مع الفهم على المستوى الضربي. حيث يتم إثبات بناء الاستراتيجيات، وتخطي العد، عندما يبدأ الطلاب في الدمج بين المجموعات.
٥. الاستراتيجيات الانتقالية (Transitional Strategy): استخدام نموذج المساحة. حيث يمكن استخدام نموذج المساحة لمساعدة الطلاب على الانتقال من رؤية الوحدات الفردية، إلى رؤية مجموعات من الوحدات في صفوف أو أعمدة، ثم إلى فهم العلاقة الضربية بين بعدي المستطيل في النهاية.
٦. الاستراتيجيات الضربية (Multiplicative Strategies): استخدام الطلاب استراتيجيات فعّالة ومرنة (على سبيل المثال، النواتج الجزئية، الخوارزمية التقليدية، خاصية التوزيع)، بالإضافة إلى تطبيق خصائص العمليات بشكل

مناسب (على سبيل المثال، التجميعية، الإبدالية، والتوزيعية) لحل مسائل الضرب. وفي هذه المرحلة، لم يعد الطلاب بحاجة إلى استخدام النماذج لدعم تفكيرهم في الضرب، وذلك بسبب فهمهم للقيمة المكانية، وخصائص العمليات، ونموذج المساحة المفتوح. حيث يساعد نموذج المساحة المفتوح في الربط المباشر بين خاصية التوزيع، والنواتج الجزئية، والخوارزميات التقليدية للضرب، وكذلك يساعد الطلاب على التفكير بتأثير القيمة المكانية في الضرب بطرق مقنعة بواسطة الخوارزمية التقليدية. ويستخدم الطلاب الاستراتيجيات الضربية على مجموعة من المسائل الضربية ذات السياقات المختلفة.

وتُعرّف دِقّة حل المسألة بأنها: "صحة استجابة الطالب" (Supovitz et al., 2018, p.6)، وتُعرّف كذلك بأنها: "حصول الطالب على الجواب العددي الصحيح، وإظهاره فهماً لمعنى الوحدة [التمييز الخاص بالعدد الناتج في الحل] من خلال تفسير تلك الإجابة في سياق المسألة [توضيح الطالب لاستراتيجية الحل التي استخدمها للوصول إلى الإجابة العددية الصحيحة]" (Supovitz et al., 2021, p.453)، وتُعد الدقة مهمة في حل المسائل، لكنها ليست كافية، وبناءً على ذلك، يجب أن يكون الطلاب قادرين على استخدام معرفتهم بالأعداد في المواقف السياقية لحل المسائل (Huinker, 2020). وأشار المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات في معايير الدولة الأساسية المشتركة للرياضيات (NCTM, 2014) لمعيار الحضور الذهني للدِقّة كأحد معايير الممارسة الرياضية، التي تمثل ما يفعله الطلاب أثناء تعلمهم للرياضيات، ونوّه المجلس إلى أنه ينبغي أن يكون الطلاب قادرين على القيام بأكثر من مجرد تنفيذ الإجراءات الرياضية، حيث يجب أن يعرفوا الإجراء المناسب والأكثر إنتاجية في موقف معين، وما الذي يحققه الإجراء، ونوع النتائج المتوقعة، وغالبًا ما يؤدي التنفيذ الميكانيكي للإجراءات دون فهم أساسها الرياضي إلى نتائج غريبة. ويشير المجلس إلى أن معنى حل الطلاب للمسائل بطلاقة، يعني أنهم قادرون على الاختيار المرن بين الأساليب والاستراتيجيات لحل المسائل السياقية والرياضية، ويفهمون أساليبهم ولديهم القدرة على شرحها، وقادرون على إنتاج إجابات دقيقة بكفاءة. ولا يعترف التدريس الفعّال بأهمية كل من الاستيعاب المفاهيمي والطلاقة الإجرائية فحسب، بل يضمن أيضًا تطوير تعلم الإجراءات بمرور الوقت، وذلك على أساس قوي من الفهم واستخدام الاستراتيجيات التي يولدها الطلاب في حل المسائل.

ويُعرَّف تطوّر استراتيجية الحل بأنه: "التطوّر المعرفي لأسلوب الحل الذي يستخدمه الطلاب" (Supovitz et al., 2018, p.6). ويُعرّف أيضًا بأنه: "المدى الذي أظهرت فيه استراتيجيات الطلاب مزيجاً من الكفاءة والفهم". وذلك عبر ستة

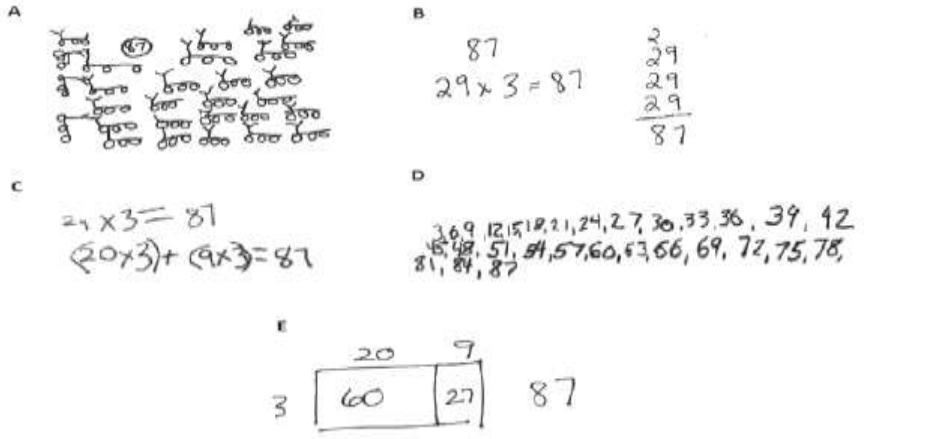
مستويات لاستراتيجيات الحل وهي على الترتيب: الاستراتيجية غير الملائمة أو غير الملحوظة inappropriate or nondiscernable Strategy، والاستراتيجية الجمعية المبكرة Early Additive Strategy، والاستراتيجية الجمعية Additive Strategy، والاستراتيجية الانتقالية المبكرة Early Transitional Strategy، والاستراتيجية الانتقالية Transitional Strategy، والاستراتيجية الضربية Multiplicative Strategy (Supovitz et al., 2021, pp.453-455; Hulbert et al., 2017, p.19). وأورد مشروع التقييم المستمر(OGAP, 2017) تطوّر استراتيجيات الحل في مسارات التعلّم/التقدّم للاستراتيجيات التي يمكن ملاحظتها على أداء الاستدلال الضربي للطلاب (الشكل٢-٢-١)، حيث تُوضح المسارات، تحرك الاستراتيجيات التي يستخدمها الطلاب ذهابًا وإيابًا (أي يحدث التطوّر عبر الانتقال من الأسفل للأعلى) عبر المستويات، أثناء تعلمهم مفاهيم جديدة، و/أو التفاعل مع بُنى وسياقات المسائل الجديدة. وتشير إليزابيث هيربرت وآخرون (Hulbert et al., 2017) إلى أن مستويات تقدّم الضرب، تمثل سلسلة متصلة من الأدلة، من الاستراتيجيات غير الضربية إلى الاستراتيجيات الضربية، والتي تظهر في عمل الطلاب، حيث يطوّر الطلاب فهمهم وطلاقتهم مع ضرب الأعداد، ويمكن استخدام تلك المستويات من قبل المعلمين لجمع أدلة قابلة للتنفيذ عبر تطوير مفاهيم ومهارات الضرب. ويمكن التعرف على مسار تعلّم الضرب فى الشكل الآتي:



شكل (٢-٢-١) مسار تقدّم الضرب

وتوضّح كارولين إبي وبتت (Ebby & Petit, 2018) أهمية تحليل استراتيجيات حل الطلاب، حيث أنه يُظهر أدلة على مستوى تطور استراتيجية الحل لديهم، فقد تكون الإجابة على المسألة صحيحة، ولكن الاستراتيجيات التي استخدمها الطلاب

مختلفة تمامًا. ويُوضّح ذلك؛ إجابات الطلاب على المسألة الآتية: كم عدد عجلات ٢٩ دراجة من نوع الثلاث عجلات؟



شكل (٢-٢-٢) حلول متعددة لحل المسألة، الإجابة الصحيحة ٨٧ دراجة ثلاثية العجلات

عند النظر إلى الإجابات، يتضح أن جميعها صحيحة، ولكن البعض منها لا يدل على تطوّر الطلاقة الإجرائية مع الفهم، فالحل A، يُمثل رسمًا لحالة المسألة، ومن ثم عد الأشياء، حيث يُظهر الحل دليلًا على فهم حالة المسألة، عن طريق رسم كل دراجة ثلاثية العجلات، ثم عد كل عجلة. وهذه الإجابة صحيحة، لكن باستخدام استراتيجية غير فعّالة. عندما يبتعد الطلاب عن العد بالآحاد، فإنهم يتعرفون على العد بواسطة المجموعات ويبدأون باستخدامه، أولًا؛ باستخدام الجمع المتكرر، ثم بعد ذلك عن طريق تخطي العد؛ ويتضح هذا من خلال الحلول B وD على التوالي. ويمثل الحل E، استراتيجية (نموذج المساحة المفتوح)، وتستند هذه الاستراتيجية وتدعم فهمًا راسخًا للتجميع حسب الكميات الأكبر، وللقيمة المكانية. ويوفر نموذج المساحة المفتوح، الرابط النهائي لتطوير الطلاقة الإجرائية على أساس الاستيعاب المفاهيمي. حيث يتم استبدال استراتيجيات بناء المفاهيم هذه، باستراتيجيات أكثر تجريدية وكفاءة، كما يتضح ذلك من الحل C، مما يدل على تطبيق فهم القيمة المكانية، واستخدام خاصية التوزيع. وعند التفكير في الحلول الموضحة في الشكل (٢-٢-٢) من منظور الدِقّة، تكون جميع الحلول متساوية. ومع ذلك، عند النظر لها من منظور مسار التعلّم، فمن الواضح أنهم غير متساوين. وبالرجوع لمسار تقدم الضرب (شكل٢-٢-١)، يلاحظ أنه:

أ. تعكس المستويات، الاستراتيجيات التي تنتقل من الأقل تطورًا وغير الفعّالة (استراتيجيات الجمع المبكرة) إلى الاستراتيجيات المرنة والفعالة (الضربية). وبالعودة إلى الشكل (٢-٢-٢)، على سبيل المثال؛ يكون الحل A (العد بالآحاد)، في المستوى الجمعي المبكر، بينما يكون الحل D (تخطي العد)، في المستوى الانتقالي المبكر.

ب. يلعب استخدام النماذج البصرية على المستوى الانتقالي، دورًا حاسمًا في تطوير الطلاقة على المستويات الضربية (على سبيل المثال، من المجموعات المتساوية، إلى المجموعات المتساوية في المصفوفة، إلى نموذج المساحة، إلى نموذج المساحة المفتوح).

ج. السهم المزدوج على يسار مستويات التقدم، هو للتذكير بأن الأداء قد يتحرك ذهابًا وإيابًا عبر التقدم، حتى يستقر عند المستوى الضربي، بغض النظر عن سياق المشكلة أو بنيتها [بمعنى أن الطالب يصل إلى المستوى الضربي مهما اختلف سياق وبنية المسألة المعطاة له]).

د. يوفر السهم الموجود على اليمين، بعض الإرشادات حول البؤر التعليمية، لنقل الأداء من مستوى إلى آخر (على سبيل المثال، عند نقل الطالب من استراتيجية جمعية مبكرة مثل: العد بالآحاد، قد يكون التركيز التعليمي على تصور الوحدات المركبة بواسطة تجميع المجموعات، والعد بالمجموعات، بدلًا من تلك). وبالإضافة إلى جمع الأدلة على الاستراتيجيات على طول التقدم، يوجد قائمة بالقضايا والأخطاء الأساسية في الأسفل. يتضمن ذلك التعرف على الحلول غير الضربية (على سبيل المثال: إضافة العوامل).

وفي سياق هذا المحور، أجرى سوبوفيتز وآخرون (Supovitz et al., 2021) دراسة تجريبية لمدة ثلاث سنوات (٢٠١٤-٢٠١٦)، على طلاب الصفوف (٣-٥) في مدارس منطقتي فيلادلفيا التعليمية وداربي العليا، وذلك للكشف عن التأثيرات التجريبية لبرنامج التقييم التكويني الموجه نحو مسار تعلّم الرياضيات (الذي يطوّر قدرة المعلمين على تقييم تفكير الطلاب بانتظام فيما يتعلق بتقدّم التعلّم لتطوير الاستجابات التعليمية، والتي تستند إلى أدلة على تفكير الطلاب) على دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل لدى الطلاب، وذلك في المسائل التي تتضمن الضرب والقسمة. وقام الباحثون بتصميم أداة تقييم (اختبار) لقياس كلا بُعدّي تعلّم الطلاب

(الدِقّة والتطوّر)، حيث تكوّن الاختبار بالنسبة للصف الخامس من سبع مسائل: أربع مسائل ضرب (مسألتان مجموعات متساوية، ومسألة مقارنات ضربية)، ومسألتي قسمة (مقارنات ضربية، ومساحة)، ومسألة تحتمل الحل بالضرب أو القسمة (تحويلات قياس)، وتفاوتت المسائل في درجة الصعوبة، من حيث عدد الأرقام في العوامل بالمسألة، وصعوبة السياق بالنسبة لتوقعات الصف، وتم الطلب من الطلاب إظهار عملهم، للسماح بتحليل استراتيجيات الحلول والدِقّة. وأظهرت النتائج آثاراً كبيرة للبرنامج على دِقّة حل المسائل لدى الطلاب وتطوّر استراتيجياتهم. وأكدت الدراسة على أن استكشاف كلا بُعدّي الاستدلال الضربي للطلاب، يوفر معلومات مهمة للباحثين ومصممي البرامج، الذين يسعون إلى فهم الأبعاد المختلفة لأداء الطلاب في الرياضيات.

وفي دراسة تجريبية أخرى، أجراها الباحثون (Supovitz et al., 2018) على طلاب الصفوف (٣-٥) في مدارس منطقتين مدرسيتين بفيلادلفيا، خلال العامين الدراسيين (٢٠١٤-٢٠١٥)، (٢٠١٥-٢٠١٦). هدفت إلى الكشف عن الآثار التجريبية لمشروع التقييم المستمر على المعلمين وتعلّم الطلاب، ويشمل المشروع برنامجًا للتطوير المهني للمعلمين وللفصول الدراسية، حيث يجمع بين ممارسات التقييم التكويني للمعلم، مع معرفة مسار تعلّم الطالب، وذلك لبناء فهم عميق لدى الطلاب من المحتوى الرياضي، وبنى الباحثون في البرنامج مساريّ تقدّم الضرب والقسمة لاستراتيجيات حل المسائل التي يمكن ملاحظتها لدى الطلاب. واستخدم الباحثون في الدراسة ثلاث أدوات تقييم. الأداة الأولى؛ لقياس تأثير البرنامج على المعلمين، والأداتين الثانية والثالثة؛ لقياس تأثيره على الطلاب، وتشير النتائج التي توصلت إليها هذه الدراسة، إلى تأثيرات ذات دلالة إحصائية وذات مغزى تعليمي للبرنامج على كل من معرفة المعلم وأداء الطلاب.

وفي سياق آخر، تناول العلاقات بين دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل وصعوبة المسألة، أجرت كارولين إبي وناثنسون (Ebby & Nathenson, 2019) دراسة استكشفت العلاقات بين دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل وصعوبة المسألة، في أداء الاستدلال الضربي. وباستخدام نتائج تقييم واسع النطاق تم إجراؤه على مدار عامين (نتائج اختبار الدِقّة والتطوّر على العينات السابق ذكرها في دراسة سوبوفيتز وآخرون (٢٠١٨))، توصلت الدراسة إلى وجود علاقة قوية بين التطوّر

والدِقّة، وأن قوة الارتباط تزداد مع صعوبة العنصر. وتوصلت الدراسة أيضًا، إلى أن التطوّر القبلي؛ هو مؤشر قوي على الدِقّة المستقبلية، وأفضل من تنبؤ الدِقّة القبلية للدِقّة المستقبلية، وكلما زادت صعوبة المسائل كلما كان المؤشر أقوى، بحيث يستمر التطوّر القبلي بالتنبؤ، بينما تتضاءل القوة التنبؤية للدِقّة القبلية. وسلطت الدراسة الضوء؛ على ضرورة الاهتمام بتطوّر الاستراتيجية عند تقييم أداء الطلاب.

(٣) منهجية الدراسة واجراءاتها:

(٣-١) منهج الدراسة:

اعتمدت الدراسة على المنهج التجريبي ذي التصميم شبه التجريبي، حيث تم بناء وتطبيق استراتيجية التدريس المقترحة وقياس فاعليتها في تنمية دِقّة حل المسائل وتطوّر استراتيجيات الحل لدى طلاب الصف الخامس الابتدائي في وحدة الضرب.

(٣-٢) فروض الدراسة:

للإجابة عن سؤال الدراسة تم اختبار الفروض الآتية:

١. يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى دلالة ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في القياس البعدي لاختبار دِقّة حل المسألة لصالح المجموعة التجريبية.

٢. يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى دلالة ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية في القياسين (القبلي – البعدي) لاختبار دِقّة حل المسألة لصالح القياس البعدي.

٣. يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى دلالة ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في القياس البعدي لاختبار تطوّر استراتيجية الحل لصالح المجموعة التجريبية.

٤. يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى دلالة ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية في القياسين (القبلي – البعدي) لاختبار تطوّر استراتيجية الحل لصالح القياس البعدي.

(٣-٣) مجتمع الدراسة: تكوّن مجتمع الدراسة من جميع طلاب الصف الخامس الابتدائي في المدارس النهارية للبنين التابعة لمكاتب التعليم بمدينة بريدة، التابعة للإدارة العامة للتعليم في منطقة القصيم، والبالغ عددهم (٥١٠٠) طالب.

(٣-٤) عينة الدراسة:

تكوّنت عينة الدراسة من (٦٠) طالبًا من طلاب الصف الخامس الابتدائي، حيث تم اختيارهم بطريقة عشوائية، وتعيينهم عشوائيًا في مجموعتين تجريبية وضابطة، وبذلك تكوّنت المجموعة التجريبية من (٣٠) طالبًا من مدرسة رواق الابتدائية، وتكوّنت المجموعة الضابطة من (٣٠) طالبًا من مدرسة ربيعة بن كعب الابتدائية.

(٣-٥) المواد التعليمية

(٣-٥-١) استراتيجية التدريس المقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب:

تمت مراجعة المصادر الأساسية والدراسات السابقة التي تناولت استخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب، وذلك للاستفادة منها في تحديد الأساس النظري لاستراتيجية التدريس المقترحة، وتعريفها، وتحديد مراحل استراتيجية التدريس المقترحة، والممارسات الفرعية والإرشادات في تلك المراحل، وتم عرض استراتيجية التدريس المقترحة في صورتها الأولية، على (١١) محكمًا من ذوي الاختصاص، والخبراء في مجال المناهج وطرق تدريس الرياضيات، والمشرفين التربويين، والمعلمين الممارسين تدريس الرياضيات في المرحلة الابتدائية في الميدان (ملحق٣-٥-١-١)، وذلك لإبداء آرائهم حول استراتيجية التدريس المقترحة، من حيث مدى مناسبة: الأهداف، والأسس، والمبادئ، ومراحل الاستراتيجية، وكذلك مناسبة الممارسات الفرعية، والإرشادات لمراحل الاستراتيجية، وأخذ مشورتهم في مدى امتلاك استراتيجية التدريس المقترحة لخصائص الاستراتيجيات التدريسية (ملحق٣-٥-١-٢). وحازت استراتيجية التدريس المقترحة على موافقة المحكمين بالإجماع، مع ابداء بعضهم لمقترحات في إعادة صياغة بعض الأهداف والمبادئ، والتي تمت إعادة صياغتها حسب ما اقترحه المحكمون. وبذلك أصبحت استراتيجية التدريس المقترحة جاهزة للاستخدام بصورتها النهائية، وفيما يلي؛ عرض يُوضّح الهيكل العام لاستراتيجية التدريس المقترحة:

جدول (٣-٥-١-١) مرحلة التخطيط في استراتيجية التدريس المقترحة

المرحلة	ممارسات المعلم	ممارسات الطالب	إرشادات للمعلم
مرحلة التخطيط	يضع هدف التعلّم للدرس.	يُبدي استعدادًا لإظهار فهمه الرياضي واستدلاله وأساليبه في العمل المكتوب والمناقشة الصفية.	اهتم بأن يكون تخطيطك للدروس منهجيًا ومدروسًا.
	يُحدّد مؤشرات النقاط المهمة التي تستدعي الملاحظة في التفكير الرياضي للطلاب، وتدل على تقدمهم نحو أهداف تعلّم الرياضيات.		اختر مهمة رياضية عالية المستوى، لتتماشى جيدًا مع أهداف ومعايير التعلّم، ويكون تصميمها معزّزًا لتفكير الطلاب، ويكشف عن معلومات حول كيفية تطور تفكيرهم واستدلالاتهم.
	يُعد مسار تعلّم لما حدده من مؤشرات.		استعن بوضع مسار تعلّم للمؤشر، كمسار تعلّم لاستيعاب المفهوم، ومسار تعلّم لاستراتيجيات الحل.
	يُعد مهمة رياضية عالية المستوى ومتطلباتها (مجموعة أسئلة هادفة، ورقة مراقبة).		فكّر بأسئلة تستخلص فهم محدد، أو أخطاء مفاهيمية، أو أخطاء شائعة، وذلك بهدف إبرازها وإتاحتها للمناقشة.

جدول (٣-٥-١-٢) مرحلة استخلاص وجمع الأدلة في استراتيجية التدريس المقترحة

المرحلة	ممارسات المعلم	ممارسات الطالب	إرشادات للمعلم
مرحلة استخلاص وجمع الأدلة	يطرح المهمة الرياضية عالية المستوى.	يُفكّر بصوت مسموع	شجّع الطلاب على المشاركة.
	يُلاحظ استجابات الطلاب المنطوقة والمكتوبة.		استمع بعناية لإجابات وأسئلة واستفسارات وشروح الطلاب.
	يُدوّن ملاحظاته حول الحلول في ورقة المراقبة.		
	يطرح مجموعة من الأسئلة المتنوعة للتحقق من تفكير الطلاب.	يطرح الأسئلة.	استخلص واجمع الأدلة على تفكير الطلاب بحضور ذهني لتفكيرهم
	يُنوّع بأشكال المناقشة، بين مناقشة المجموعات الصغيرة (طالبان) والمناقشة الصفية لجميع الطلاب.		امنح للطلاب وقتًا كافيًا للتفكير (بحدود ٣-٥ دقائق تقريبًا)، قبل إعداد المجموعات الزوجية.
		يستجيب بالرد على الأسئلة المطروحة عليه.	عند إتاحتك وقتًا كافيًا للتفكير؛ استمع، ولاحظ، وتنقل بين الطلاب في الفصل، ولا يُنصح بالتدخل في هذا الوقت.
			اهتم بما هو أكثر من كون الإجابات صحيحة أو خاطئة، وذلك بالنظر فيما وراء الإجابات، لاستكشاف مؤشرات مهمة جديدة للملاحظة.
			وزّع اهتمامك بين استخلاص وجمع تفكير الطالب، وضبط الفصل.

جدول (٣-٥-١-٣) مرحلة تفسير تفكير الطلاب في استراتيجية التدريس المقترحة

المرحلة	ممارسات المعلم	ممارسات الطالب	إرشادات للمعلم
مرحلة تفسير تفكير الطلاب	يُفسّر تفكير الطلاب المنطوق أو الكتابي باستخدام مسار التعلّم.	يشارك في المناقشة الصفية.	اهتم بمعالجة المفاهيم الخاطئة والصعوبات المشتركة خلال التدريس وليس عند التقويم النهائي فقط، لكي لا يصبح علاجها أكثر صعوبة.
			فكّر في كيفية تفسير ما يقوله الطلاب، أو يرسمونه، أو يصيغونه، وفي كيفية التجاوب معه.
	يُدوّن تفسير تفكير الطلاب في ورقة المراقبة.		فسّر تفكير الطالب في مسائل متعددة ومتنوعة حتى تصل إلى تفسير منتج، بحيث يتوافق استدلالك مع تفاصيل حل الطالب، ويتوافق مع التطور الرياضي للموضوع المراد تفسيره.
	يربط الدليل على تفكير الطالب بتفسيره.	يُقدّم المقترحات لدعم تعلّم زملائه.	اكتب سردًا لما لاحظته أو شاهدته بمقاطع الفيديو المسجلة في لحظة رياضية، ليساعدك تحليلها في تفسير تفكير الطالب.
	يختار أحد الحلول ويناقشها مع الصف بأكمله.		استفد من تحليل زملائك المعلمين في مناقشات مجتمعات العمل، لكتابتك السردية، أو مقاطع الفيديو المسجلة من مناقشات طلابك.

جدول (٣-٥-١-٤) مرحلة الاستجابة والتأمل في استراتيجية التدريس المقترحة

المرحلة	ممارسات المعلم	ممارسات الطالب	إرشادات للمعلم
مرحلة الاستجابة والتأمل	يتخذ قرارات سريعة بشأن كيفية الرد على الطلاب بأسئلة سابرة وتوجيهات داعمة ومعززة.	يتأمل في الأخطاء والمفاهيم الخاطئة، لتحسين فهمه الرياضي.	لا توجد طريقة مثلى وحيدة للاستجابة لتفكير الطلاب، لذا ينبغي أن تهدف أفضل استجابة تقدمها لمساعدة الطلاب على تعميق استيعابهم المفاهيمي
	يُقدّم أفضل استجابة بدعم الطالب أو توسيع فهمه على أساس ما توصل إليه.		ابتعد عن الاستجابة بطريقة تحد من إمكانات الطلاب في التفكير، مثل: توجيه الطلاب بطريقة تزيل إشكالية المسألة، فينبغي بدلًا من ذلك، أن تكون الاستجابة بدعمهم لأن يكافحوا بأنفسهم لإزالة الإشكال.
	يُدوّن الاستجابة المختارة في ورقة المراقبة.	يُقيّم تقدمه نحو أهداف تعلم الرياضيات.	استخدم أسئلة سابرة عند انتباهك لغياب أدلة معينة، وذلك لإبراز تلك الأدلة في تفكير الطالب.
	يتأمل في الدرس وفي تقدّم الطلاب.		اختر حلول أحد المجموعات، الذي يكشف عن فهم محدد، وذلك لمناقشته مع الفصل كاملًا، ثم تسلسل بمناقشة بقية الحلول
	يُحدد الخطوات القادمة في تخطيط الدروس المستقبلية وتصميم المداخلات.	يُحدّد الجوانب التي تحتاج إلى تحسين.	احرص على أن تكون استجاباتك مدروسة ومتنوعة حسب اللحظة الرياضية، مثل استجابة لدعم الكفاح المنتج في وقت التفكير ومناقشة الأقران، أو استجابة توجه نحو تعميم، أو استجابة تعالج أخطاء، أو استجابة تدعم تفكير الطالب قبل الإجابة، أو توسع تفكيره بعد الإجابة، أو استجابات بعد التأمل بالدرس لتخطيط الدروس المستقبلية.

وضمّنت الدراسة الهيكل العام للاستراتيجية المقترحة في دليل المعلم، مع مراعاة مكونات استراتيجية التدريس كما نصت عليها الأدبيات، وهي: الأهداف التدريسية،

والتحركات التي يقوم بها المعلم وينظمها ليسير وفقًا لها في تدريسه، والأمثلة والتدريبات والمسائل المستخدمة في الوصول إلى الأهداف، والجو التعليمي والتنظيم الصفي للحصة، واستجابات الطلاب (زيتون، ٢٠٠٩، ص٢٦٦؛ عبدالباري، ٢٠١٦، ص٢٧٠).

(٣-٥-٢) دليل المعلم:

تم إعداد دليل للمعلم لتدريس وحدة "الضرب"، المقررة على طلاب الصف الخامس الابتدائي في الفصل الدراسي الأول للعام ١٤٤٤هـ، وتضمّن الدليل على تعريف بالاستراتيجية المقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب، والمهام الرياضية، والارشادات للمعلم، وتحضير الدروس والمهام الرياضية، ومسار تقدّم الضرب لاستراتيجيات حل الطلاب للمسائل، وورقة المتابعة. وتم عرض الدليل في صورته المبدئية على (١١) محكمًا من ذوي الاختصاص، والخبراء في مجال المناهج وطرق تدريس الرياضيات، والمشرفين التربويين، والمعلمين الممارسين تدريس الرياضيات في المرحلة الابتدائية في الميدان (ملحق٣-٥-١-١)، وذلك لإبداء آرائهم حول الدليل، من حيث مراعاة الدليل واحتوائه على: الأهداف التدريسية، والتحركات التي يقوم بها المعلم وينظمها ليسير وفقًا لها في تدريسه، والمهام الرياضية عالية المستوى التي توجه الطالب نحو الأهداف، والجو التعليمي والتنظيم الصفي للحصة، وتفاعل الطلاب واستجاباتهم، وسلامة الصياغة، والصحة العلمية واللغوية لمحتوى الدليل، والخطة الزمنية، ومناسبة تحضير الدروس وفق الاستراتيجية المقترحة، وتوفر أسئلة تقويم. وكذلك لتقديم ملاحظاتهم النوعية، واقتراحاتهم بالتعديل، أو الحذف، أو الإضافة (ملحق٣-٥-١-٢). وحاز الدليل على موافقة المحكمين بالإجماع، مع تعديل بعض الأخطاء اللغوية، وتنسيق طريقة عرض الدليل، والتي تم تعديلها، وبذلك أصبح الدليل جاهزًا لاستخدامه في تطبيق استراتيجية التدريس المقترحة (ملحق٣-٥-٢-١).

(٣-٦) أداة الدراسة:

(٣-٦-١) اختبار دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل: تم بناء اختبار دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل لاستخدام نتائج قياسه للإجابة عن سؤال الدراسة، ولاختبار الفروض في التصميم شبه التجريبي للدراسة، وفيما يلي إجراءات بناء اختبار دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل:

١. **تحديد الغرض من الاختبار**: الغرض من اختبار دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل لقياس بُعدين لتعلّم الطالب، هما دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل، وذلك في المسائل الرياضية في وحدة "الضرب" من كتاب

الرياضيات المقرر على طلاب الصف الخامس الابتدائي في الفصل الدراسي الأول من العام ١٤٤٤هـ.

٢. **تحديد البنود ومؤشراتها**: لتحديد بنود كلٍ من دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل ومؤشراتهما لدى الطلاب في المسائل الرياضية الضربية، تم الرجوع للأدبيات والدراسات السابقة التي تناولت قياس المتغيرين، مثل: كتاب إبي وآخرون (Ebby et al., 2021)، وسيلفر وميلز (Silver & Mills, 2018)، وهيربرت وآخرون (Hulbert et al., 2017)، ودراستي سوبوفيتز وآخرون (Supovitz et al., 2018, 2021)، وإبي وآخرون (Ebby et al., 2017, 2019)، وبناءً على ما تُوصّل له من تلك المصادر، تم تحديد مستويين لدِقّة حل المسألة، ومؤشرين لتحققها، وتحديد خمسة مستويات لتطوّر استراتيجية الحل، وخمسة مؤشرات لتحققه، ويُوضّح الجدولان أدناه تلك المستويات والمؤشرات:

جدول (٣-٦-١-١) مستويات دِقّة حل المسألة مؤشراتها

	مستويات دِقّة حل المسألة	المؤشرات
١	حل نهائي صحيح	إجراء الطالب لعمليات حسابية صحيحة باستخدام استراتيجية حل صحيحة
٢	حل نهائي صحيح مع وحدة تمييز صحيحة	إجراء الطالب لعمليات حسابية صحيحة باستخدام استراتيجية حل صحيحة مع تمييز الطالب للوحدة الناتجة من خلال سياق المسألة

جدول (٣-٦-١-٢) مستويات تطوّر استراتيجية الحل ومؤشراتها

	مستويات تطوّر استراتيجية الحل	المؤشرات
١	استراتيجيات جمعية مبكرة	استخدام الطالب للنموذج: بالعد بتكرار جمع العدد واحد، أو بالعد باستخدام المجموعات الفرعية في صورة تجميع غير متسق
٢	استراتيجيات جمعية	تكرار الطالب للجمع بواسطة النموذج أو بدونه
٣	استراتيجيات انتقالية مبكرة	تخطي الطالب للعد: بواسطة البناء، أو باستخدام النموذج، أو باستخدام مجموعات متساوية في مصفوفة أو نموذج مساحة باعتبار بُعد واحد فقط أو بُعدين مع الحاجة لرؤية كل وحدة مربعة
٤	استراتيجيات انتقالية	استخدام الطالب لنموذج مساحة دون الحاجة لرؤية كل وحدة مربعة، أو نموذج مساحة مفتوح باعتبار كل من بُعديّ المصفوفة أو نموذج المساحة
٥	استراتيجيات ضربية	استخدام الطالب الفعّال للإجراء ولخوارزميات الضرب: نواتج الضرب الجزئية، الضرب التقليدي، خاصية التوزيع، خاصية التجميع، خاصية الإبدال، النصف والضعف، الحقائق والحقائق المشتقة، قوة الـ ١٠

٣. **صياغة أسئلة الاختبار**: تمت صياغة أسئلة الاختبار على شكل مسائل رياضية، في دروس وحدة الضرب، حيث تم الأخذ بالاعتبار ارتباط المسائل بالهدف من الاختبار وبمحتوى الوحدة، ومناسبتها لمرحلة نمو طلاب الصف الخامس الابتدائي، والحصيلة اللغوية لديهم، وتحري الدِقّة وسلامة الصياغة اللغوية.

٤. **مواصفات الاختبار**: تكوّن الاختبار من ستة أسئلة على صورة مسائل رياضية، لقياس دِقّة حل المسألة، وتطوّر استراتيجية الحل. حيث تم بناؤها حول مجموعة متنوعة من عوامل بُنى المسائل، وتعقيد الأعداد فيها، بما يتوافق مع توقعات مستوى الصف الخامس الابتدائي (من المتوقع أن يتعلم الطالب ضرب عدد من ثلاثة أرقام، بعدد من رقم واحد، ومن رقمين (وزارة التعليم، ٢٠١٢))،- ومدى تعرّف الطالب على نوع المسألة (سياقات وحدة الضرب، بعد تحليل المسائل والأمثلة: المجموعات المتساوية، القياسات المتساوية، معدل وحدة، مقارنة ضربية، تحويل قياس، مساحة)، وتم تحديد مستويات صعوبة متوقعة بناءً على ذلك. وفيما يلي مخطط مواصفات أسئلة الاختبار:

جدول (٣-٦-١-٣) مواصفات أسئلة اختبار دِقّة خل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل

رقم السؤال	مواصفات أسئلة الاختبار		نسبة الدرجة المقررة لدِقّة حل المسألة	نسبة الدرجة المقررة لتطوّر استراتيجية الحل
	العوامل	سياق السؤال		
السؤال الأول مستوى الصعوبة:١	٤ × ٦٠٠	مجموعات متساوية	%١٦,٦	%١٦,٦
السؤال الثاني مستوى الصعوبة:٤	٢٦ × ٣٨	مجموعات متساوية	%١٦,٦	%١٦,٦
السؤال الثالث مستوى الصعوبة:٣	٤ × (١٠ + ٦)	مجموعات متساوية	%١٦,٦	%١٦,٦
السؤال الرابع مستوى الصعوبة:٢	٤ × ٢٥٠	مقارنات ضربية	%١٦,٦	%١٦,٦
السؤال الخامس مستوى الصعوبة:٥	٢ × ٧ ١٤ × ١٠٥	مسألة متعددة الخطوات تحويل قياس، ومجموعات متساوية	%١٦,٦	%١٦,٦
السؤال السادس مستوى الصعوبة:٥	٣٥ × ٥ × ٢٠	معدل وحدة متكرر	%١٦,٦	%١٦,٦
المجموع			%١٠٠	%١٠٠

٥. **صياغة تعليمات الاختبار**: تم وضع تعليمات مبسطة في مقدمة الاختبار، رُوعي في صياغتها وضوح اللغة، وتضمنت تعريفًا بالاختبار، وشرحًا لطريقة الإجابة عن الأسئلة، وإعلام الطالب بأن درجة الاختبار لن تؤثر في درجات تحصيله، وإنما هي فقط لأغراض البحث.

٦. **تطبيق الاختبار على عينة استطلاعية**: تم تطبيق الاختبار على عينة من طلاب الصف الخامس الابتدائي من خارج عينة الدراسة، عدد أفرادها (٩٢) طالبًا من ثلاث مدارس ابتدائية، وهي: ربيعة بن كعب الابتدائية، ومجمع الخليج التعليمي-القسم الابتدائي، ومجمع الأمير سلطان التعليمي-القسم الابتدائي. وذلك لغرض الكشف عن الخصائص السيكومترية للاختبار.

٧. **الخصائص السيكومترية للاختبار**: تمت الاستفادة من نتائج قياس اختبار دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل بعد تطبيقه على طلاب العينة الاستطلاعية، حيث تم التأكد من صدق الاختبار وقياس ثباته ومؤشرات صعوبة أسئلته وقدرتها على التمييز بين الطلاب. وفيما يلي عرض لتلك الخصائص:

أ. **الصدق**

- **صدق المحتوى والمضمون**: تم التأكد من مدى تمثيل محتوى أسئلة الاختبار في موضوعات وحدة الضرب من خلال تقديم مواصفات الاختبار (جدول ٣-٦-١-٣)، حيث يمثل محتوى الأسئلة، ست مسائل ضربية، مختلفة في السياقات وعوامل البُنى، على موضوعات من وحدة الضرب، وتستخلص تلك السياقات والعوامل أدلة تُشير إلى مستوى دِقّة حل الطالب للمسألة، ومستوى استراتيجية الحل لديه (الجدولان: ٣-٦-١-١، ٣-٦-١-٢)، وتم استخدام مسار تقدّم الضرب (شكل ٢-٢-١)، الذي يُوضّح إطارًا مفاهيميًا لتصنيف مستويات استراتيجيات الحل، ويساعد في قياس الدِقّة والتطوّر. كما تم تحليل المسائل في أسئلة الاختبار للتأكد من صدق المضمون (ملحق ٣-٦-١-١).
- **صدق المحكمين**: تم عرض الاختبار في صورته المبدئية على (١٢) مُحكِّمًا من ذوي الاختصاص، والخبراء في مجال المناهج وطرق تدريس الرياضيات، والمشرفين التربويين، والمعلمين الممارسين تدريس الرياضيات في المرحلة الابتدائية في الميدان (ملحق ٣-٥-١-١)، وذلك لإبداء آرائهم حول الاختبار، من حيث: مناسبة السؤال لطلاب الصف الخامس الابتدائي، وسلامة الصياغة اللغوية للسؤال، وارتباط السؤال بمواصفات دِقّة حل المسألة، وارتباطه بمواصفات تطوّر استراتيجية الحل، ومناسبة السياق

والبُنية في مسائل الاختبار، لقياس المتغيرين التابعين. وكذلك لتقديم ملاحظاتهم النوعية، واقتراحاتهم بالتعديل، أو الحذف، أو الإضافة (ملحق٣-٦-١-٢). وحازت جميع أسئلة الاختبار على موافقة المحكمين بالإجماع، مع اقتراح بعض التعديلات والإضافات في صياغة بعض الأسئلة والتعليمات، والتي تم تعديلها/إضافتها.

ب. **الثبات**: تم قياس معامل الثبات لبُعديّ اختبار دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل، من خلال حساب قيمة معامل ألفا كرونباخ لنتائج أسئلة الاختبار في البُعدين، بعد تطبيقه على العينة الاستطلاعية. ويُبين الجدول الآتي؛ قيمة معامل الثبات لبُعدي لاختبار:

جدول (٣-٦-١-٤) قيمة معامل الثبات لبعدي الاختبار

أبعاد الاختبار	عدد الأسئلة	معامل الثبات
دِقّة حل المسألة	٦	٠,٧١
تطوّر استراتيجية الحل	٦	٠,٧٣

تُبيّن نتائج الجدول (٣-٦-١-٤)، أن قيمة معامل الثبات للاختبار في بُعد دِقّة حل المسألة بلغت (٠,٧٠٧)، وقيمة معامل الثبات في بُعد تطوّر استراتيجية الحل بلغت (٠,٧٢٨)، وهي قيم مقبولة لمعاملات الثبات، حيث أن الحد الأدنى المقبول لمعامل الثبات هو ٠,٦٥ (Ebel & Frisbie, 1972, p.86). كما تم التأكد من الاتساق الداخلي لأسئلة الاختبار، وذلك بحساب معاملات ارتباط بيرسون بين درجات أداء طلاب العينة الاستطلاعية على كل سؤال من أسئلة الاختبار في بُعديه، ويُبين ذلك، الجدول الآتي:

جدول (٣-٦-١-٥) الاتساق الداخلي لأسئلة الاختبار في بُعد دِقّة حل المسألة وبُعد تطوّر استراتيجية الحل (معاملات الارتباط بين الأسئلة والدرجة الكلية للبُعد)

	معامل الارتباط	
رقم السؤال	دِقّة حل المسألة	تطوّر استراتيجية الحل
السؤال الأول	٠,٥٦**	٠,٥٥**
السؤال الثاني	٠,٥٩**	٠,٦٠**
السؤال الثالث	٠,٧٣**	٠,٧٣**
السؤال الرابع	٠,٦١**	٠,٧٤**
السؤال الخامس	٠,٧٠**	٠,٦٧**
السؤال السادس	٠,٦٣**	٠,٦٣**

** دال عند مستوى دلالة (٠,٠١)

ويتضح من الجدول (٣-٦-١-٥)، أن جميع قيم معاملات الارتباط دالة عند مستوى دلالة (٠,٠١)، ويشير ذلك إلى وجود ارتباط ما بين متوسط وقوي، بين كل سؤال من أسئلة الاختبار ودرجات بُعديّ الاختبار، مما يعني اتساق الأسئلة مع كل بُعد.

ج. **مؤشرات الصعوبة**: تم حساب مؤشرات الصعوبة لنتائج الطلاب في كل سؤال من أسئلة الاختبار، وذلك في كل من بُعدٍ على حدة، ويُوضح الجدول

الآتي، مؤشرات الصعوبة لنتائج الطلاب في أسئلة الاختبار لكل بُعد على حدة:

جدول (٣-٦-١-٦) مؤشرات الصعوبة لنتائج الطلاب في أسئلة اختبار دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل (ن=٩٢)

رقم السؤال	مؤشر الصعوبة	
	دِقّة حل المسألة	تطوّر استراتيجية الحل
السؤال الأول	٠,٧١	٠,٤٥
السؤال الثاني	٠,٤٣	٠,٢٩
السؤال الثالث	٠,٤٣	٠,٣٨
السؤال الرابع	٠,٥٤	٠,٣٢
السؤال الخامس	٠,٣٥	٠,٣١
السؤال السادس	٠,٣٨	٠,٣٦

ويُبيّن الجدول (٣-٦-١-٦) أن قيم مؤشرات الصعوبة لنتائج الطلاب في أسئلة اختبار دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل، قد تراوحت في بُعد دِقّة الحل بين (٠,٣٥ - ٠,٧١)، وفي بُعد تطوّر استراتيجية الحل تراوحت بين (٠,٢٩ - ٠,٤٥)، وهي مؤشرات مقبولة لصعوبة الأسئلة.

د. **مؤشرات التمييز:** يُوضّح الجدول الآتي، مؤشرات التمييز لنتائج الطلاب في أسئلة الاختبار في كل بُعدٍ على حدة:

جدول (٣-٦-١-٧) مؤشرات التمييز لنتائج الطلاب في أسئلة اختبار دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل (ن=٩٢)

رقم السؤال	مؤشر التمييز	
	دِقّة حل المسألة	تطوّر استراتيجية الحل
السؤال الأول	٠,٥٤	٠,٦٨
السؤال الثاني	٠,٤٦	٠,٤٧
السؤال الثالث	٠,٥٨	٠,٧٠
السؤال الرابع	٠,٥٦	٠,٦١
السؤال الخامس	٠,٥٤	٠,٥٦
السؤال السادس	٠,٦٠	٠,٦٥

ويشير الجدول (٣-٦-١-٧) إلى أن قيم مؤشرات التمييز لنتائج الطلاب في أسئلة اختبار دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل، قد تراوحت في بُعد دِقّة الحل بين (٠,٤٦-٠,٦٠)، وفي بُعد تطوّر استراتيجية الحل تراوحت بين (٠,٤٧-٠,٧٠)، وجميعها مؤشرات مقبولة لتمييز الأسئلة.

٨. **تحديد زمن الاختبار**: في ضوء تطبيق الاختبار على طلاب العينة الاستطلاعية، تم تحديد الزمن المناسب للإجابة عن الاختبار، وذلك من خلال المعادلة الآتية:

زمن الاختبار= (المدة الزمنية التي استغرقها أول طالب+ المدة الزمنية التي استغرقها آخر طالب)÷٢

زمن الاختبار= (٤٠+٣٠)÷٢ = ٣٥ دقيقة، وأضيفت (٥) دقائق لقراءة التعليمات، وكتابة البيانات، فأصبح الزمن النهائي للاختبار(٤٠) دقيقة.

٩. **تصحيح الاختبار**: تطلّب تصحيح اختبار دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل، الاستعانة بمسار تقدّم الضرب، لتحديد موقع استراتيجية حل الطالب بين مستويات الاستراتيجيات، وتكوّن الاختبار في بُعد دِقّة حل المسألة، من (٦) أسئلة، ولكل إجابة سؤال درجتان، وبمحصلة للدرجة الكلية للبُعد (١٢) درجة لجميع أسئلة البُعد، وتكوّن بُعد تطوّر استراتيجية الحل من نفس الأسئلة الستة، ولكن بواقع (٥) درجات للإجابة على كل سؤال، وبمحصلة للدرجة الكلية للبعد (٣٠) درجة. ويُبين الجدولان الآتيان، مفتاح تصحيح الاختبار في كل بُعد:

جدول (٣-٦-١-٨) مفتاح تصحيح لجميع أسئلة الاختبار في بُعد دِقّة حل المسألة

الإجابة	يحصل الطالب على
أي شيء ما عدا الإجابة الصحيحة	صفر
حل نهائي صحيح	درجة واحدة
حل نهائي صحيح مع وحدة تمييز صحيحة	درجتان

جدول (٣-٦-١-٩) مفتاح تصحيح لجميع أسئلة الاختبار في بُعد تطوّر استراتيجية الحل

إجابة الطالب	يحصل على
لم يستخدم أي استراتيجية، أو أن المعلومات غير كافية، أو بدون إجابة، أو ينفذ عمليات واجراءات بشكل غير صحيح، أو تخمين	صفر
استخدم أي استراتيجية صحيحة من الاستراتيجيات الجمعية المبكرة	درجة واحدة
استخدم أي استراتيجية صحيحة من الاستراتيجيات الجمعية	درجتان
استخدم أي استراتيجية صحيحة من الاستراتيجيات الانتقالية المبكرة	ثلاث درجات
استخدم أي استراتيجية صحيحة من الاستراتيجيات الانتقالية	أربع درجات
استخدم أي استراتيجية صحيحة من الاستراتيجيات الضربية	خمس درجات

١٠. **الاختبار في صورته النهائية**: بعد بناء الاختبار، والتأكد من خصائصه السيكومترية، وإجراءات تصحيحه، أصبح جاهزًا لتطبيقه على طلاب عينة الدراسة (ملحق٣-٦-١-٣).

(٣-٧) ضبط المتغيرات الخارجية والقياس القبلي للمتغيرين التابعين:

أ- ضبط المتغيرات الخارجية:

ويقصد بالمتغيرات الخارجية؛ تلك المتغيرات التي يتوقع أنها قد تؤثر على المتغيرين التابعين، وعند ضبطها يكون التغيّر في المتغيرين التابعين مقصورًا على أثر المتغير

المستقل. وتجنباً لأي عوامل خارجية دخيلة وللحرص على سلامة النتائج، تم التأكد من تكافؤ طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في التحصيل الدراسي السابق (نتيجة الطالب في مادة الرياضيات بالصف الرابع الابتدائي) والعُمر بالشهور، وذلك باستخدام اختبار "ت" للمجموعتين المستقلتين بعد التحقق من اعتدالية التوزيع الطبيعي باستخدام اختبار كولمجروف سمرنوف، وتجانس التباين باستخدام اختبار ليفين. كما يوضحه الجدول الآتي:

جدول (٣-٧-١) اعتدالية التوزيع الطبيعي وتجانس التباين في التحصيل الدراسي والعُمر بالشهور لدى طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة

المتغيّر الخارجي	المجموعة	العدد	كولمجروف سمرنوف	الدلالة الإحصائية	اختبار ليفين	الدلالة الإحصائية
التحصيل الدراسي السابق	التجريبية	٣٠	٠,١٥٤	٠,٠٦٩ غير دال	١,٠٩٥	٠,٣٠٠ غير دال
	الضابطة	٣٠	٠,١٤٦	٠,١٠٠ غير دال		
العُمر بالشهور	التجريبية	٣٠	٠,١٤٣	٠,١٢٣ غير دال	٠,١١١	٠,٧٤١ غير دال
	الضابطة	٣٠	٠,١٣٦	٠,١٦٦ غير دال		

يتضح من الجدول (٣-٧-١) أن نتائج اختبار كولمجروف سمرنوف غير دالة إحصائيًا، مما يدل على أن درجات التحصيل الدراسي السابق وأعمار الطلاب في المجموعتين، تتوزّع توزيعًا طبيعيًا، مما يعني تحقق الشرط الأول لاستخدام اختبار "ت" لمجموعتين مستقلتين. وكذلك كانت النتائج لاختبار ليفين لتجانس التباين غير دالة إحصائيًا، مما يعني تحقق شرط تجانس التباين. وبناءً على ذلك؛ يمكن استخدام اختبار "ت" للكشف عن دلالة الفرق بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في التحصيل الدراسي السابق، وللكشف عن دلالة الفرق بين متوسطي الأعمار بالشهور لدى طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة، كما يوضحه الجدول الآتي:

جدول (٣-٧-٢) نتائج اختبار "ت" للكشف عن دلالة الفرق الإحصائي بين متوسطي درجات التحصيل الدراسي السابق، وبين متوسطي أعمار الطلاب في المجموعتين التجريبية والضابطة (درجات الحرية= ٥٨)

المتغير	المجموعة	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	قيمة "ت"	مستوى الدلالة
التحصيل الدراسي السابق	التجريبية	٣٠	٨٨,١٦٧	٩,٩٩٣	٠,٣١١	٠,٧٥٧ غير دال
	الضابطة	٣٠	٨٧,٤٠٠	٩,٠٥٣		
العُمر بالشهور	التجريبية	٣٠	١٢٢,٢٦٧	٤,٢٧٤	٠,٤٧٩	٠,٦٣٤ غير دال
	الضابطة	٣٠	١٢١,٧٦٧	٣,٨٠٣		

يتضح من الجدول (٣-٧-٢) أن قيمة "ت" غير دالة إحصائيًا لمتغيريّ التحصيل الدراسي السابق والعُمر بالشهور، ويعني ذلك عدم وجود فرق دال إحصائيًا بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في التحصيل الدراسي السابق، وكذلك عدم وجود فرق دال إحصائيًا بين متوسطي الأعمار بالشهور لدى طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة، مما يدل على تكافؤ المجموعتين التجريبية والضابطة في التحصيل الدراسي السابق، والعُمر بالشهور.

ب- ضبط القياس القبلي للمتغيرين التابعين:

للتأكد من تكافؤ طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في متغيريّ دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل قبل بدء التجربة، تم التحقق من دلالة الفرق بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في القياس القبلي لاختبار دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل، حيث تم تطبيق الاختبار بِبُعديه على طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة قبل بدء التجربة، ومن ثم استخدام اختبار "ت" للمجموعتين المستقلتين، وذلك بعد التحقق من شروط استخدامه (الاعتدالية وتجانس التباين). وكانت النتائج كما يوضحها الجدول الآتي:

جدول (٣-٧-٣) اعتدالية التوزيع الطبيعي وتجانس التباين في درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في القياس القبلي لاختبار دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل

المتغيّر التابع	المجموعة	العدد	كولمجروف سمرنوف	الدلالة الإحصائية	اختبار ليفين	الدلالة الإحصائية
دِقّة حل المسألة	التجريبية	٣٠	٠,١٤٦	٠,١٠٤	٠,١٤٧	٠,٧٠٣ غير دال
	الضابطة	٣٠	٠,١٤٥	٠,١٠٨		
تطوّر استراتيجية الحل	التجريبية	٣٠	٠,١٤٥	٠,١٠٩	٠,١١١	٠,٧٤٠ غير دال
	الضابطة	٣٠	٠,١٠٤	٠,٢٠٠		

يتضح من الجدول (٣-٧-٣) أن نتائج اختبار كولمجروف سمرنوف غير دالة إحصائيًا، مما يدل على أن درجات الطلاب في القياس القبلي للاختبار بِبُعديه، تتوزّع توزيعًا طبيعيًا، مما يعني تحقق الشرط الأول لاستخدام اختبار "ت" لمجموعتين مستقلتين. وكذلك كانت النتائج لاختبار ليفين لتجانس التباين غير دالة إحصائيًا، مما يعني تحقق شرط تجانس التباين. وبناءً على ذلك؛ يمكن استخدام اختبار "ت" للكشف عن دلالة الفرق بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في القياس القبلي لاختبار دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل، كما يوضحه الجدول الآتي:

جدول (٣-٧-٤) نتائج اختبار "ت" للكشف عن دلالة الفرق الإحصائي بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في القياس القبلي لاختبار دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل (درجات الحرية= ٥٨)

القياس القبلي	المجموعة	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	قيمة "ت"	مستوى الدلالة
دِقّة حل المسألة	التجريبية	٣٠	٢,٩٠٠	١,٩٠٠	-٠.٤٦٠	٠,٦٤٧ غير دال
	الضابطة	٣٠	٣,١٣٣	٢,٠٣٠		
تطوّر استراتيجية الحل	التجريبية	٣٠	٦,٨٣٣	٥,٢٢٠	٠,٢٠٧	٠,٨٣٦ غير دال
	الضابطة	٣٠	٦,٥٦٧	٤,٧٣٢		

يتضح من الجدول (٣-٧-٤) أن قيمة "ت" غير دالة إحصائيًا في القياس القبلي لاختبار دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل، ويعني ذلك عدم وجود فرق دال إحصائيًا بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في القياس القبلي لاختبار دِقّة حل المسألة، وكذلك عدم وجود فرق دال إحصائيًا بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في القياس القبلي لاختبار تطوّر استراتيجية الحل، مما يدل على تكافؤ المجموعتين التجريبية والضابطة في متغيريّ دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل.

(٣-٨) إجراءات الدراسة:

للإجابة عن سؤال الدراسة، والتحقق من صحة فروضها، اتبعت الدراسة ما يلي:

١) الاطلاع على الأدبيات والدراسات السابقة التي تتعلق بـاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب، ودِقّة حل المسألة، وتطوّر استراتيجية الحل.
٢) بناء استراتيجية التدريس المقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب، وتضمينها إرشادات للمعلم، لتطبيق كل مرحلة من مراحلها، ومن ثم تحكيمها.
٣) إعداد دليل المعلم لتدريس وحدة الضرب لطلاب الصف الخامس الابتدائي وفق استراتيجية التدريس المقترحة، وتحكيمه.
٤) إعداد مسار تقدّم الضرب لاستراتيجيات حل الطلاب للمسائل الرياضية الضربية.
٥) بناء اختبار دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل، والتحقق من صدقه وثباته
٦) التجريب الأولي للاختبار بِبُعديه، وذلك بتطبيقه على عينة استطلاعية، ومن ثم التحقق من صعوبة أسئلته، وقدرتها على التمييز بين الطلاب.
٧) اختيار العينة العشوائية للدراسة، وتعيين المجموعتين التجريبية والضابطة، وضبط المتغيرات الخارجية.

٨) التطبيق القبلي لاختبار دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل على طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة، والضبط القبلي للمتغيرين التابعين.
٩) تدريب معلم المجموعة التجريبية على استراتيجية التدريس المقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب في وحدة الضرب، وتسليمه نسخة من دليل المعلم.
١٠) تطبيق تدريس وحدة الضرب باستخدام "استراتيجية التدريس المقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب" على طلاب المجموعة التجريبية، وتدريس المجموعة الضابطة بالطريقة التقليدية.
١١) التطبيق البعدي لاختبار دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل للمسألة الرياضية على طلاب المجموعتين.
١٢) إجراء المعالجات الإحصائية.
١٣) عرض ومناقشة وتفسير نتائج أسئلة الدراسة وفروضها.
١٤) تقديم ملخص النتائج، والتوصيات، والأبحاث المقترحة في ضوء ما أسفرت عنه النتائج.

(٤) عرض ومناقشة نتائج الدراسة وتفسيرها:

(٤-١) إجابة سؤال الدراسة: ينص سؤال الدراسة على:

– **ما فاعلية استراتيجية التدريس المقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب في تنمية دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل لدى طلاب الصف الخامس الابتدائي؟**

ويتفرع منه السؤالين الآتيين:

١- ما فاعلية استراتيجية التدريس المقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب في تنمية دِقّة حل المسألة لدى طلاب الصف الخامس الابتدائي؟

٢- ما فاعلية استراتيجية التدريس المقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب في تنمية تطوّر استراتيجية الحل لدى طلاب الصف الخامس الابتدائي؟

(أ) إجابة السؤال الفرعي (١)

للإجابة عن السؤال الفرعي الأول الذي ينص على: "ما فاعلية استراتيجية التدريس المقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب في تنمية دِقّة حل المسألة لدى طلاب الصف الخامس الابتدائي؟"، تم التحقق من صحة الفرضيتين الأولى والثانية، على النحو الآتي:

اختبار صحة الفرضية الأولى: التي تنص على: "يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى دلالة ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في القياس البعدي لاختبار دِقّة حل المسألة لصالح المجموعة التجريبية"، حيث تم

استخدام اختبار "ت" للمجموعتين المستقلتين، في الكشف عن دلالة الفرق بين متوسطي درجات المجموعتين التجريبية والضابطة في القياس البعدي لاختبار دِقّة حل المسألة، وذلك بعد التحقق من شروط استخدامه (الاعتدالية وتجانس التباين). وكانت النتائج كما يوضحها الجدول الآتي:

جدول (٤-١-١) اعتدالية التوزيع الطبيعي وتجانس التباين في درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في القياس البعدي لاختبار دِقّة حل المسألة

الاختبار	المجموعة	العدد	كولمجروف سمرنوف	الدلالة الإحصائية	اختبار ليفين	الدلالة الإحصائية
دِقّة حل المسألة	التجريبية	٣٠	٠,١٥٣	٠,٠٧١ غير دال	٢,٣٦٦	٠,١٢٩ غير دال
	الضابطة	٣٠	٠,١٣٣	٠,١٨٣ غير دال		

يتضح من الجدول (٤-١-١) أن نتائج اختبار كولمجروف سمرنوف غير دالة إحصائيًا، مما يدل على أن درجات الطلاب في المجموعتين التجريبية والضابطة في القياس البعدي لاختبار دِقّة حل المسألة، تتوزّع توزيعًا طبيعيًا، مما يعني تحقق الشرط الأول لاستخدام اختبار "ت" لمجموعتين مستقلتين. وكذلك كانت النتائج لاختبار ليفين لتجانس التباين غير دالة إحصائيًا، مما يعني تحقق شرط تجانس التباين. وبناءً على ذلك؛ يمكن استخدام اختبار "ت" للكشف عن دلالة الفرق بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في القياس البعدي لاختبار دِقّة حل المسألة، كما يوضحه الجدول الآتي:

جدول (٤-١-٢) نتائج اختبار "ت" للكشف عن دلالة الفرق الإحصائي بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في القياس البعدي لاختبار دِقّة حل المسألة (درجات الحرية= ٥٨)

الاختبار	المجموعة	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	قيمة "ت"	مستوى الدلالة	حجم التأثير(η^2)
دِقّة حل المسألة	التجريبية	٣٠	١٠,٣٠٠	١,٤٤٢	٤,٦٧٨	٠,٠٠٠ دال	٠,٢٧٤ كبير
	الضابطة	٣٠	٨,٠٠٠	٢,٢٧٤			

يتضح من الجدول (٤-١-٢) أن قيمة "ت" دالة إحصائيًا في القياس البعدي لاختبار دِقّة حل المسألة، ويعني ذلك وجود فرق دال إحصائيًا بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في القياس البعدي لاختبار دِقّة حل المسألة، ولصالح المجموعة التجريبية ذات المتوسط الحسابي الأكبر (١٠,٣)، وبحجم تأثير كبير (٠,٢٧٤). مما يعني قبول الفرض البديل الذي ينص على "يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى دلالة $(\alpha \leq 0.05)$ بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في القياس البعدي لدِقّة حل المسألة لصالح المجموعة التجريبية".

اختبار صحة الفرضية الثانية: التي تنص على: "يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى دلالة ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية في القياسين (القبلي-البعدي) لاختبار دِقّة حل المسألة لصالح القياس البعدي". حيث تم استخدام اختبار "ت" للمجموعتين المترابطتين، في الكشف عن دلالة الفرق بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية في القياسين (القبلي-البعدي) لاختبار دِقّة حل المسألة. وكانت النتائج كما يوضحها الجدول الآتي:

جدول (٤-١-٣) نتائج اختبار "ت" للكشف عن دلالة الفرق الإحصائي بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في القياسين (القبلي-البعدي) لاختبار دِقّة حل المسألة (درجات الحرية= ٢٩)

الاختبار	القياس	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	قيمة "ت"	مستوى الدلالة	حجم التأثير (كوهين)	قيمة معادلة بلاك للكسب
دِقّة حل المسألة	البعدي	٣٠	١٠,٣٠٠	١,٤٤٢	١٨,٣٦٩	٠,٠٠٠ دال	٣,٣٥٤ تأثير كبير	١,٤٢٨ فاعلية مقبولة
	القبلي	٣٠	٢,٩٠٠	١,٩٠٠				

يتضح من الجدول (٤-١-٣) أن قيمة "ت" دالة إحصائيًا لنتائج طلاب المجموعة التجريبية في اختبار دِقّة حل المسألة، ويعني ذلك وجود فرق دال إحصائيًا بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في القياسين (القبلي-البعدي) لاختبار دِقّة حل المسألة، ولصالح القياس البعدي ذي المتوسط الحسابي الأكبر (١٠,٣)، وبحجم تأثير كبير (٣,٣٥٤)، وفاعلية مقبولة (١,٤٢٨). مما يعني قبول الفرض البديل الذي ينص على "يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى دلالة ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية في القياسين (القبلي-البعدي) لاختبار دِقّة حل المسألة لصالح القياس البعدي".

(ب) إجابة السؤال الفرعي (٢)

للإجابة عن السؤال الفرعي الثاني الذي ينص على: "ما فاعلية استراتيجية التدريس المقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب في تنمية تطوّر استراتيجية الحل لدى طلاب الصف الخامس الابتدائي؟"، تم التحقق من صحة الفرضيتين الثالثة والرابعة، على النحو الآتي:

اختبار صحة الفرضية الثالثة: التي تنص على: "يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى دلالة ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في القياس البعدي لاختبار تطوّر استراتيجية الحل لصالح المجموعة التجريبية"، حيث تم استخدام اختبار "ت" للمجموعتين المستقلتين، في الكشف عن دلالة الفرق بين متوسطي درجات المجموعتين التجريبية والضابطة في القياس البعدي لاختبار تطوّر استراتيجية الحل، وذلك بعد التحقق من شروط استخدامه (الاعتدالية وتجانس التباين). وكانت النتائج كما يوضحها الجدول الآتي:

جدول (٤-١-٤) اعتدالية التوزيع الطبيعي وتجانس التباين في درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في القياس البعدي لاختبار تطوّر استراتيجية الحل

الاختبار	المجموعة	العدد	كولمجروف سمرنوف	الدلالة الإحصائية	اختبار ليفين	الدلالة الإحصائية
تطوّر استراتيجية الحل	التجريبية	٣٠	٠,١٥١	٠,٠٧٩غير دال	٢,٢١٩	٠,١٤٢غير دال
	الضابطة	٣٠	٠,١٤٤	٠,١١٧غير دال		

يتضح من الجدول (٤-١-٤) أن نتائج اختبار كولمجروف سمرنوف غير دالة إحصائيًا، مما يدل على أن درجات الطلاب في المجموعتين التجريبية والضابطة في القياس البعدي لاختبار تطوّر استراتيجية الحل، تتوزّع توزيعًا طبيعيًا، مما يعني تحقق الشرط الأول لاستخدام اختبار "ت" لمجموعتين مستقلتين. وكذلك كانت النتائج لاختبار ليفين لتجانس التباين غير دالة إحصائيًا، مما يعني تحقق شرط تجانس التباين. وبناءً على ذلك؛ يمكن استخدام اختبار "ت" للكشف عن دلالة الفرق بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في القياس البعدي لاختبار تطوّر استراتيجية الحل، كما يوضحه الجدول الآتي:

جدول (٤-١-٥) نتائج اختبار "ت" للكشف عن دلالة الفرق الإحصائي بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في القياس البعدي لاختبار تطوّر استراتيجية الحل (درجات الحرية= ٥٨)

الاختبار	المجموعة	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	قيمة "ت"	مستوى الدلالة	حجم التأثير(η^2)
تطوّر استراتيجية الحل	التجريبية	٣٠	٢٦,٣٦٧	٣,٣٤٧	١١,١٣٣	٠,٠٠٠ دال	٠,٦٨١ كبير
	الضابطة	٣٠	١٤,٥٠٠	٤,٧٨٣			

يتضح من الجدول (٤-١-٥) أن قيمة "ت" دالة إحصائيًا في القياس البعدي لاختبار تطوّر استراتيجية الحل، ويعني ذلك وجود فرق دال إحصائيًا بين متوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في القياس البعدي لاختبار تطوّر استراتيجية الحل، ولصالح المجموعة التجريبية ذات المتوسط الحسابي الأكبر (٢٦,٣٦٧)، وبحجم تأثير كبير (٠,٦٨١). مما يعني قبول الفرض البديل الذي ينص على "يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى دلالة ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في القياس البعدي لاختبار تطوّر استراتيجية الحل لصالح المجموعة التجريبية".

اختبار صحة الفرضية الرابعة: التي تنص على: "يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى دلالة ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية في القياسين (القبلي – البعدي) لاختبار تطوّر استراتيجية الحل لصالح القياس البعدي". حيث تم استخدام اختبار "ت" للمجموعتين المترابطتين، في الكشف عن دلالة الفرق بين

متوسطي درجات المجموعة التجريبية في القياسين (القبلي-البعدي) لاختبار تطوّر استراتيجية الحل. وكانت النتائج كما يوضحها الجدول الآتي:

جدول (٤-١-٦) نتائج اختبار "ت" للكشف عن دلالة الفرق الإحصائي بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في القياسين (القبلي-البعدي) لاختبار تطوّر استراتيجية الحل (درجات الحرية= ٢٩)

الاختبار	القياس	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	قيمة "ت"	مستوى الدلالة	حجم التأثير (كوهين)	قيمة معادلة بلاك للكسب
تطوّر استراتيجية الحل	البعدي	٣٠	٢٦,٣٦٧	٣,٣٤٧	١٦,٩٩٤	٠,٠٠٠ دال	٣,١٠٣ تأثير كبير	١,٤٨١ فاعلية مقبولة
	القبلي	٣٠	٦,٨٣٣	٥,٢٢٠				

يتضح من الجدول (٤-١-٦) أن قيمة "ت" دالة إحصائيًا لنتائج طلاب المجموعة التجريبية في اختبار تطوّر استراتيجية الحل، ويعني ذلك وجود فرق دال إحصائيًا بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في القياسين (القبلي-البعدي) لاختبار تطوّر استراتيجية الحل، ولصالح القياس البعدي ذي المتوسط الحسابي الأكبر (٢٦,٣٦٧)، وبحجم تأثير كبير (٣,١٠٣)، وفاعلية مقبولة (١,٤٨١). مما يعني قبول الفرض البديل الذي ينص على "يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى دلالة ($\alpha \leq 0.05$) بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية في القياسين (القبلي – البعدي) لاختبار تطوّر استراتيجية الحل لصالح القياس البعدي".

وبناءً على النتائج في إجابة السؤالين الفرعيين (أ) و (ب)، تتضح فاعلية استراتيجية التدريس المقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب في تنمية دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل لدى طلاب الصف الخامس الابتدائي. وتتفق نتيجة الدراسة مع نتائج دراسة سوبوفيتز وآخرون (Supovitz et al., 2021) التي أظهرت نتائجها آثاراً كبيرة لبرنامج التقييم المستمر على دِقّة حل المسائل لدى الطلاب وتطوّر استراتيجياتهم. كما تتفق مع دراسة سوبوفيتز وآخرون (Supovitz et al., 2018) التي أظهرت نتائجها تأثيرات ذات دلالة إحصائية وذات مغزى تربوي لبرنامج التقييم المستمر على معرفة المعلمين وأداء الطلاب في دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل.

وتعزو الدراسة فاعلية استراتيجية التدريس المقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب في تنمية دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل لدى طلاب الصف الخامس الابتدائي إلى عدد من الأسباب:

١) اعتماد استراتيجية التدريس المقترحة على الممارسة الثامنة من الممارسات عالية التأثير، والتي أكد المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات على استخدامها، بالإضافة الى الممارسات الأخرى للتدريس الفعّال.

٢) تداخل وتكامل استراتيجية التدريس المقترحة في إجراءاتها مع ممارسات التدريس الفعّال الأخرى.
٣) اتفاق استراتيجية التدريس المقترحة مع جوانب البراعة الرياضية. من حيث أنها سعت إلى ربط المفاهيم بالعمليات والعلاقات، وبناء الطلاقة الإجرائية على أساس الاستيعاب المفاهيمي، والقدرة على الاستدلال الرياضي وصياغة المسائل الرياضية وتمثيلها.
٤) اهتمام استراتيجية التدريس المقترحة بالتفكير الرياضي للطلاب، ومن ذلك؛ الاهتمام باستدلالاتهم الرياضية. وعلى وجه خاص؛ الاستدلال الضربي وبُعديه: دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل.
٥) أن استخدام مسار التعلّم في استراتيجية التدريس المقترحة ساعد على استكشاف واستخلاص التفكير الرياضي للطلاب وتقييمه، كما أنه ساعد على ابتكار طرق لدعم تعلّمهم وتوسعته.
٦) أن استراتيجية التدريس المقترحة وفرت بيئة نشطة واجتماعية، يتواصل فيها الطلاب بالحوار والنقاش مع معلمهم وأقرانهم بلغة رياضية، ويتساعدون مع بعضهم البعض، ويبررون ويمثلون ويكتبون ما يفكرون به، دون خوف من ارتكابهم للأخطاء.
٧) أن استراتيجية التدريس المقترحة وفرت مهام عالية المستوى تتناسب مع التوقعات العالية من الطلاب في حل المسائل، وتتصف بالمرونة من حيث استدعائها للدعم أو التوسيع مع مراعاة الفروق الفردية بين الطلاب، وبالتالي؛ بثت روح التحدي لديهم، ووجهتهم نحو التفكير والاستدلال.

(٤-٢) التوصيات:

في ضوء ما تم التوصل إليه من نتائج؛ أوصت الدراسة بما يلي:

١. إدراج معلمو الرياضيات لاستراتيجية التدريس المقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب في خطط تدريسهم لمقررات الرياضيات.
٢. التأكيد على معلمي الرياضيات، باستكشاف استراتيجيات حل الطلاب للمسائل الرياضية، والنظر في كيفية تطورّها في الاستدلال الرياضي. والاستفادة من ذلك؛ في تخطيط الدروس وتنفيذها.
٣. استحداث المركز الوطني للتطوير المهني التعليمي، وإدارات التدريب التابعة لوزارة التعليم، لبرامج تنمية مهنية، ودورات تدريبية لمعلمي

الرياضيات، لتدريبهم على استراتيجية التدريس المقترحة لاستخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب.

٤. توجيه مطوري المناهج في وزارة التعليم إلى النظر في تضمين استراتيجية التدريس المقترحة مع استراتيجيات التدريس في تحضير دروس الرياضيات في منصة مدرستي.

(٤-٣) المقترحات:

بعد عرض النتائج والتوصيات، تقترح الدراسة إجراء عدد من الدراسات التي قد تشكل فجوةً بحثية أخرى حول موضوعها:

١) إجراء دراسة لبناء برنامج تطوير مهني لمعلمي الرياضيات قائم على استخلاص واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب، وقياس التغيرات في تفسيراتهم واستجاباتهم لتفكير الطلاب.

٢) إجراء دراسة مشابهة للدراسة الحالية تهدفُ لتنمية دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل في أنواع أخرى من الاستدلال (مثل الاستدلال الجمعي، الكسري، النسبي، الدالي).

٣) إجراء دراسة (نوعية/أو تجريبية) تستكشف مستويات دِقّة حل المسألة وتطوّر استراتيجية الحل لدى طلاب الصف الخامس الابتدائي في وحدة الضرب، ومدى توافرها.

المراجع

زيتون، كمال عبدالحميد. (٢٠٠٩). *التدريس نماذجه ومهاراته*. عالم الكتب.

عبدالباري، ماهر شعبان. (٢٠١٦). *المنهج المدرسي أسسه، نظرياته، مكوناته، وتنظيماته*. مكتبة المتنبي.

هيئة تقويم التعليم والتدريب. (٢٠١٩). *الإطار الوطني لمعايير مناهج التعليم العام*. https://2u.pw/9Wd24X.

هيئة تقويم التعليم والتدريب. (د.ت.). *نبذة حول الاختبارات الدولية*. https://2u.pw/Bdu5q .

Amador, Julie M. (2021). Mathematics teacher educator noticing: examining interpretations and evidence of students' thinking. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1-27.

Antoniou, Panayiotis & James, Mary. (2014). Exploring formative assessment in primary school classrooms: Developing a framework of actions and strategies. *Educational Assessment Evaluation and Accountability, 26*, 153–176.

Berry, Robert Q., & Berry, Michelle P. (2017). Professionalism Collaborating on Instruction. In Denise A. Spangler, &, Jeffrey J. Wanko (Eds.), *Enhancing classroom practice with research behind Principles to actions* (pp. 153-161). The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Billings, Esther M. H., & Swartz, Barbara A. (2021). Supporting Preservice Teachers' Growth in Eliciting and Using Evidence of Student Thinking: Show-Me Narrative. *Mathematics Teacher Educator, 10*(1), 29-67.

Breed, M. (2011). *Constructing paths to multiplicative thinking: Breaking down the barriers* (Doctoral dissertation, RMIT University). https://2u.pw/HMmWtB.

Carpenter, Thomas P., Fennema, Elizabeth, Franke, Megan Loef, Levi, Linda & Empson, Susan B. (2015). *Children's Mathematics Cognitively Guided Instruction*. HEINEMANN.

Chamberlin, M.T. (2005). Teachers' Discussions Of Students' Thinking: Meeting The Challenge Of Attending To Students' Thinking. *Journal of Mathematics Teacher Education, 8*, 141–170.

Clements, Douglas H., and Sarama, Julie. (2004). Learning Trajectories in Mathematics Education. *Mathematical Thinking and Learning*, *6*(2), 81-89.

Cox, Dana C., Meicenheimer, Judy, & Hickey, Danette. (2017). Professionalism Collaborating on Instruction. In Denise A. Spangler, & Jeffrey J. Wanko (Eds.), *Enhancing classroom practice with research behind Principles to actions* (pp. 153-161). The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Datnow, Amanda, Lockton, Marie, & Weddle, Hayley. (2021). Capacity building to bridge data use and instructional improvement through evidence on student thinking. *Studies in Educational Evaluation, 69*, 1-10.

Degrande, Tine, Verschaffel, Lieven, & Dooren, Wim Van. (2018). Beyond additive and multiplicative reasoning abilities: how preference enters the picture. *Eur J Psychol Educ, 33*, 559–576.

Degrande, Tine, Verschaffel, Lieven, & Dooren, Wim Van. (2019). To add or to multiply? An investigation of the role of preference in children's solutions of word problems. *Learning and Instruction, 61*, 60–71.

Downton, Ann, & Sullivan, Peter. (2017). Posing complex problems requiring multiplicative thinking prompts students to use sophisticated

strategies and build mathematical connections. *Educational Studies in Mathematics An International Journal*, *95*(3), 303–328.

Ebby, Caroline B, Hulbert, Elizabeth T., & Broadhead, Rachel M. (2021). *A focus on addition and subtraction : bringing mathematics education research to the classroom*. Routledge is an imprint of the Taylor & Francis Group.

Ebby, C.; Remillard, J., & D'Olier, J. (2019). Pathways for Analyzing and Responding to Student Work for Formative Assessment[Working Paper]. *Consortium for Policy Research in Education, University of Pennsylvania*.

Ebby, Caroline & Nathenson, Robert. (2019, April 1-3). *Beyond Correctness: Strategy Use in Multiplicative Reasoning* [Conference Paper]. Research Conference of the National Council of Teachers of Mathematics, San Diego, CA.

Ebby, Caroline B. & Petit, Marjorie. (2018). Using Learning Trajectories to Elicit, Interpret, and Respond to Student Thinking. In Edward A. Silver & Valerie L. Mills (Eds.), *A Fresh Look at Formative Assessment in Mathematics Teaching* (pp.81-101). The National Council of Teachers of Mathematics.

Ebby, Caroline. (2019, April 5-9). *Sophistication Matters: The Importance of Strategy Development on Student Performance on Multiplication and Division Problems* [Conference Paper]. Conference: 2019 American Educational Research Association (AERA) Annual Meeting, Toronto, Canada.

Ebby, Caroline; Sirinides, Philip; & Supovitz, Jonathan, (2017, April27=May1). *Developing Measures of Teacher and Student Understanding in Relation to Learning Trajectories* [Conference Paper]. Annual Meeting of the American Educational Research Association. San Antonio, TX.

Ebel, R. L., & Frisbie, D. A. (1972). *Essentials of educational measurement*. prentice-Hall, Inc.

Ell, Fiona & Irwin, Kay & Mcnaughton, Stuart. (2004, June 27-30). *Two Pathways to Multiplicative Thinking* [Conference Paper]. Mathematics education for the third millennium: Towards 2010 (Proceedings of the 27th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Townsville, Sydney: MERGA.

Franke, Megan L., Webb, Noreen M., Chan, Angela, Battey, Dan, Ing, Marsha, Freund, Deanna, & De, Tondra. (2007). Eliciting Student Thinking in Elementary School Mathematics Classrooms. *The National Center for Research on Evaluation, Standards, and Student Testing (CRESST).*

Huinker, DeAnn, & Bill, Victoria. (2017). *Taking Action: Implementing effective mathematics teaching practices in Kindergarten-grade 5*. The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Huinker, DeAnn. (2020). *Catalyzing change in early childhood and elementary mathematics: initiating critical conversations*. The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Hulbert, Elizabeth T., Petit, Marjorie M., Ebby, Caroline B., Cunningham, Elizabeth P., & Laird, Robert E. (2017). *A Focus on Multiplication and Division Bringing Research to the Classroom*. Routledge Taylor and Francis Group.

Jacobs, Victoria R., Lamb, Lisa L. C. & Philipp, Randolph A. (2010). Professional Noticing of Children's Mathematical Thinking. *Journal for Research in Mathematics Education, 41* (2), 169–202.

Kutaka, T.S., Chernyavskiy, P., Sarama, J., Clements, D.H. (2023). Ordinal models to analyze strategy sophistication: Evidence from a learning trajectory efficacy study. *Journal of School Psychology*, 97, 77-100.

Leahy, Siobhan, Lyon, Christine, Thompson, Marnie, & Wiliam, Dylan. (2005). Classroom Assessment: Minute by Minute, Day by Day. *journal of the Department of Supervision and Curriculum Development, 63*(3), 19-24.

Martin, Helen. (2021). Multiplicative reasoning task design in teacher education with student teachers in Scottish schools: valuing diversity, developing flexibility and making connections. *An international journal of teachers' professional development, 25*(3), 317–339.

Mulligan, Joanne, & Watson, Jane. (1998). A Developmental Multimodal Model for Multiplication and Division. *Mathematics Education Research Journal, 19*(2), 61-86.

National Center for Research on Evaluation, Standards, and Student Testing (CRESST), U.S. Department of Education, WestEd. (2014). *Developing and Refining Lessons: Planning Learning and Formative Assessment for Math College and Career Ready Standards* (S283B050022A). The Regents of the University of California.

Nitta, Kathleen Marguerite. (2018). *The Development of Novice Teachers' Capacity to Elicit and Respond to Student Thinking in an Elementary Mathematics Methods Course* [Doctoral dissertation, Washington State University]. ProQuest Dissertations Publishing.

Nyman, Rimma. (2016). What makes a mathematical task interesting?. *Educational Research and Reviews, (11)16*, 1509-1520.

Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD], Directorate for Education and Skills, Education Policy Committee. (2018). *Future of Education and Skills 2030: Curriculum analysis, A Synthesis of Research on Learning Trajectories/Progressions in Mathematics*. OECD.

Phelps‐Gregory, Christine M., & Spitzer, Sandy M. (2021). Prospective teachers' analysis of a mathematics lesson: examining their claims and supporting evidence. *Journal of Mathematics Teacher Education, 24*(5), 481–505.

Polly, Drew, & Colonnese, Madelyn W. (2021). Developing Elementary Education Candidates' Skills to Elicit and Interpret Student Thinking through a Mathematics Tutoring Clinical Experience. *Early Childhood Education Journal*, 1-10.

Schulz, Andreas S. (2018). Relational Reasoning about Numbers and Operations – Foundation for Calculation Strategy Use in Multi-Digit Multiplication and Division. *Mathematical Thinking and Learning, 20*(2), 108–141.

Shaughnessy, Meghan, Defino, Rosalie, Pfaff, Erin, & Blunk, Merrie. (2021). I think I made a mistake: How do prospective teachers elicit the thinking of a student who has made a mistake?. *Journal of Mathematics Teacher Education, 24*, 335–359.

Sirinides, Philip M., Supovitz, Jonathan A., & Ebby, Caroline B. Brayer. (2013 April 27-May1). *Reliability and Validity Evidence for the TASK, A New Assessment of Teachers' Instructional Capability in Mathematics*. [Research Report]. Paper Presented at the Annual Meeting Of the American Educational Research Association, San Francisco.

Sleep, Laurie & Boerst, Timothy A. (2012). Preparing beginning teachers to elicit and interpret students' mathematical thinking. *Teaching and Teacher Education, 28*, 1038-1048.

Smith, Margaret S., Steele, Michael D., & Raith, Mary Lynn. (2017). *Taking Action: Implementing Effective Mathematics Teaching*

Practices Grades 6-8. The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Smith, Margaret Schwan, & Stein, Mary Kay. (2018). *Five practices for orchestrating productive mathematical discussion*. The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

Smith, Wendy M., Beattie, Heidi L., Ren, Lixin, & Heaton, Ruth M. (2020). The evolution of a child study assignment: a potential approach to developing elementary mathematics teachers' professional noticing. *Journal of Early Childhood Teacher Education, 26*(2), 1-26.

Supovitz, Jonathan A., Ebby, Caroline B., & Remillard, Janine T. (2021). Experimental Impacts of Learning Trajectory–Oriented Formative Assessment on Student Problem-Solving Accuracy and Strategy Sophistication. *Journal for Research in Mathematics Education, 52* (4), 444–475.

Supovitz, Jonathan A.; Ebby, Caroline B.; Remillard, Janine; and Nathenson, Robert A. (2018). Experimental Impacts of the Ongoing Assessment Project on Teachers and Students. *Consortium for Policy Research in Education (CPRE) Research Reports*.

Supovitz, Jonathan A.; Ebby, Caroline Brayer; & Sirinides, Philip M. (2013, April 27 May 1). *TASK: A Measure of Learning Trajectory-Oriented Formative Assessment* [Research Report]. Paper Presented at the Annual Meeting Of the American Educational Research Association, San Francisco.

Sztajn, Paola, Confrey, Jere, Wilson, P. Holt, and Edgington, Cynthia. (2012). Learning Trajectory Based Instruction: Toward a Theory of Teaching. *American Educational Research Association*, *41*(5), 147-156.

The Association of Mathematics Teacher Educators (AMTE). (2019). *2019 Annual AMTE Conference: The Twenty-Third Annual AMTE Conference*. https://2u.pw/LF26pE.

The Institute of Education Sciences (IES) & The Regional Educational Laboratory (REL) Program. (2021). *Multiplicative Reasoning: Part of the Development of Mathematical Reasoning*. https://2u.pw/KDEunE.

The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2014). *Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All*. The National Council of Teachers of Mathematics.

The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2018). *The NCTM 2018 Annual Meeting & Exposition*. https://2u.pw/OiidLe.

The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2019). *The NCTM 2019 Annual Meeting & Exposition*. https://2u.pw/B23JVd.

The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2022). *The NCTM 2022 Annual Meeting & Exposition*. https://2u.pw/bInJr0.

The Vermont Mathematics Partnership Ongoing Assessment Project (OGAP). (2017). *OGAP Multiplicative Framework*. https://2u.pw/IfOAM6. https://2u.pw/qW53Ao

Vergnaud, G. (1994). Multiplicative conceptual field: what and why. In G. Harel & J. Confrey (Eds.), The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics (pp. 41- 60). Albany: State University of New York Press..

Vollman, Elayne Patrice. (2021). *Learning beyond Accuracy: Evidence for Worked Examples as a Support for Students' Proportional Reasoning Gains* [Doctoral dissertation, The University of Chicago]. ProQuest Dissertations Publishing.

Webb, Noreen M., Franke, Megan L., Ing, Marsha, Chan, Angela, De, Tondra, Freund, Deanna & Battey, Dan. (2008). The role of teacher instructional practices in student collaboration. *Contemporary Educational Psychology, 33*(3), 360-381.

Webel, C., & Yeo, S. (2021). Developing Skills for Exploring Children's Thinking From Extensive One-on-One Work With Students, *Mathematics Teacher Educator, 10*(1), 84-102.

Zwanch, Karen, & Wilkins, Jesse L. M. (2021). Releasing the conceptual spring to construct multiplicative reasoning. *Educational Studies in Mathematics, 106*, 151–170.