

**وحدة مقترحة في المنطق الرياضي وفعاليتها في تنمية مهارات الجدل
الرياضي والثقة الرياضية لدى تلاميذ الحلقة الأولى من التعليم الأساسي**

**A suggested unit in mathematical logic for develop mathematical
argumentation skills and mathematical confidence for
first-cycle pupils of basic education**

إعداد

**أ.م.د/ هبه محمد محمود عبد العال
أستاذ المناهج وطرق تدريس الرياضيات المساعد
كلية التربية – جامعة عين شمس
hebaabdelaal@edu.asu.edu.eg**

المستخلص:

هدف البحث الحالي إلى التعرف على فاعلية وحدة مقترحة في المنطق الرياضي لتنمية مهارات الجدل الرياضي والثقة الرياضية لدى تلاميذ الحلقة الأولى من التعليم الأساسي، وتكونت مجموعة البحث من (٦٦) تلميذ وتلميذة من تلاميذ الصف السادس الإبتدائي للعام الدراسي ٢٠٢٢/٢٠٢٣، ولتحقيق أهداف البحث تم تحديد مهارات الجدل الرياضي المناسبة لتلاميذ الصف السادس الإبتدائي، وإعداد الوحدة المقترحة في المنطق الرياضي، وإعداد أدوات التقويم متمثلة في: اختبار مهارات الجدل الرياضي، مقياس الثقة الرياضية.

وقد أظهرت نتائج البحث:

- وجود فرق دال إحصائيًا عند مستوى ($\alpha \leq 0,05$) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي / البعدي لاختبار مهارات الجدل الرياضي لصالح التطبيق البعدي.
 - وجود فرق دال إحصائيًا عند مستوى ($\alpha \leq 0,05$) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة الضابطة والمجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لاختبار مهارات الجدل الرياضي لصالح المجموعة التجريبية.
 - وجود فرق دال إحصائيًا عند مستوى ($\alpha \leq 0,05$) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي / البعدي لمقياس الثقة الرياضية لصالح التطبيق البعدي.
 - وجود فرق دال إحصائيًا عند مستوى ($\alpha \leq 0,05$) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة الضابطة والمجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لمقياس الثقة الرياضية لصالح المجموعة التجريبية.
- الكلمات المفتاحية:** المنطق الرياضي، مهارات الجدل الرياضي، الثقة الرياضية، تلاميذ الحلقة الأولى من التعليم الأساسي.

Abstract:

The current research aimed to identify the effectiveness of a suggested unit in mathematical logic for develop the mathematical argumentation skills and confidence mathematical among pupils of first cycle of basic education, the sample consisted of (66) pupils at primary school for academic year 2022/2023, to accomplish this purpose, the researcher followed the following procedures: Identify mathematical Argument skills for the sixth-grade pupils, Prepare a suggested unit in Mathematical logic, and Prepare the evaluation tools such as: Mathematical Argument skills test, and the confidence mathematical scale.

The result obtained show that:

- There is a statistically significant difference at the level of ($\alpha \leq 0.05$) between the means of the experimental group degrees in the Pre & post applications of mathematical Argument skills test favoring the post application.
- there is a statistically significant difference at the level of ($\alpha \leq 0.05$) between the mean degrees of the experimental and the control groups on the mathematical Argument skills test posttest favoring the experimental group.
- There is a statistically significant difference at the level of ($\alpha \leq 0.05$) between the means of the experimental group degrees in the Pre & post applications of Confidence mathematical scale favoring the post application.
- there is a statistically significant difference at the level of ($\alpha \leq 0.05$) between the mean degrees of the experimental and the control groups on Confidence mathematical scale posttest favoring the experimental group.

Key words :Mathematical logic – Mathematical Argumentation skills - Confidence mathematical.

المقدمة:

في عصر التوسع المعرفي، وتعدد مصادر المعرفة، ومع تحول المؤسسات التربوية إلى العمل على تمكين التلاميذ من التعلم الذاتي، والميل للبحث والاكتشاف، وتنمية قدرتهم على التحليل والتفسير؛ لكي يكونوا قادرين على خوض مجالات التنافس بشكل فعال في عصر ارتبط فيه النجاح والتفوق بمدى القدرة على التفكير، وفي حين كان الجدل هو مركز القدرات الفكرية المرتبطة بحل المشكلات وإصدار الأحكام والقرارات وصياغة الأفكار والمعتقدات.

حيث أوضح أيالون^١ (Ayalon, 2019) أن الجدل يُعد إحدى العمليات الرئيسية المرتبطة بالكفاءات التي يمكن أن تساعد التلاميذ على التعامل بشكل أفضل مع المتطلبات الصعبة لحياة القرن الحادي والعشرين، تشمل هذه الكفاءات التفكير النقدي والتواصل والمهارات التعاونية، والمرونة، وتعلم كيفية التعبير عن الأفكار، والاستماع باهتمام لأفكار الآخرين، وتحديد لنقاط القوة والضعف في وجهات النظر المختلفة.

كما أكدت حركات الإصلاح في تعليم وتعلم الرياضيات على ضرورة شغل الجدل الرياضي دوراً مركزياً في فصول الرياضيات، لتصبح الفصول مجتمعات استقصائية، يحصل التلاميذ خلالها على فرص لصياغة التخمينات والإدعاءات، وتبرير استنتاجاتهم، والعمل على إيصالها وتوضيحها للآخرين، والرد على أفكار الآخرين، فأوصى المجلس الوطني الأمريكي لمعلمي الرياضيات NCTM بأهمية تنمية مهارات الجدل الرياضي، كما جاء في وثيقة المبادئ والمعايير الدولية لتدريس الرياضيات (NCTM, 2000) أن البرامج التعليمية يجب أن تُمكن جميع التلاميذ من تقديم إدعاءات قابلة للتطبيق، وتبرير الاستنتاجات، وانتقاد استدلال الآخرين، وإنشاء أدلة، وأشارت المعايير المشتركة للرياضيات (CCSSM, 2010) إلى أن قدرة التلاميذ على تبرير الإدعاءات وتقديم الأدلة، والتي تعد جزءاً من الجدل الرياضي، مؤشراً رئيسياً للتفكير الرياضي، بالإضافة لتأكيد أحدث تصور لمعايير الرياضيات بالولايات المتحدة الأمريكية (NYS, 2017); (NYS, 2019) على أهمية تنمية الجدل كونه أحد معايير الممارسة، حيث تضمنت معايير الممارسات الرياضية بناء حجج قابلة للنقد ونقد تفكير الآخرين، والتي تهدف إلى إنشاء لغة رياضية مشتركة يمكن للتلاميذ استخدامها لمناقشة وشرح الرياضيات، من خلال تطوير المفردات اللغوية الرياضية.

^١ يسير نظام التوثيق في هذا البحث وفقاً لنظام الجمعية النفسية الأمريكية (APA) الإصدار السابع.

وقد أرجع كلاً من كوسكو وآخرون (Kosko et al.,2014) وفرانسيسكو (Francisco, 2022) الاهتمام بالجدل الرياضي ومهاراته لما يعززه في التلاميذ من تطوير معرفتهم الرياضية، وتنمية مهارات التفكير الرياضي، وتنمية مهارات التواصل الرياضي لديهم، ودعم التعلم العميق للوصول لأدلة مقنعة للدفاع وإثبات صحة الإدعاء، بالإضافة لتحسين قدرات التلاميذ على مشاركة الأفكار الرياضية، واستكشاف ومناقشة الأنماط التي يلاحظونها، والتعبير عن تعميماتهم.

كما أوضح سريرامان وأوملاند (Sriraman & Umland,2020) إنه من أهداف الجدل الرياضي تنمية قدرة التلاميذ على شرح وتفسير سبب صحة نتيجة رياضية، هذه النتيجة الرياضية قد تكون عبارة عامة، أو حل لمشكلة رياضية، أو تفسيراً لكيفية وصول التلميذ إلى تخمين معين، وهو ما يتطلبه حل المشكلات الرياضية.

وفي هذا الصدد، أشارت عدد من الدراسات والبحوث السابقة إلى أهمية تنمية مهارات الجدل الرياضي لدى التلاميذ، كدراسة روميسي (Rumesy, 2013) التي توصلت إلى أن تنمية مهارات الجدل الرياضي في صفوف المرحلة الابتدائية يؤثر إيجابياً على تطوير الفهم الرياضي، وتطوير قدرة التلميذ على التخمين حول الأفكار الرياضية، ودراسة سرفانتس بارازا وآخرون. (Cervantes-Barraza et al., 2020) التي عملت على تطوير مهارات الجدل الجماعي لدى تلاميذ الصف الخامس الإبتدائي من خلال تشجيع التلاميذ على تحليل المشكلات الرياضية، وبناء تخمين بناءً على ملاحظاتهم، وتحويل ملاحظتهم إلى تعميمات وإثبات صحتها، ودراسة رولان وآخرون (Rolan et al.,2021) التي أكدت على أهمية تنمية مهارات الجدل الرياضي لنجاح الطلاب في الرياضيات والحياة اليومية، حيث أوضحت أنه كلما ارتفع مستوى مهارات الجدل زادت قدرة الطلاب على تقديم استدلالات لحل المشكلات.

وبالرغم من أهمية مهارات الجدل الرياضي التي أوضحتها الدراسات والبحوث السابقة، إلا أن لا يزال هناك حاجة لمزيد في البحث حول استخدام التلاميذ لمهارات الجدل الرياضي حيث أشارت دراسة كريان (Krgan, 2018) إلى أن معظم التلاميذ لا يستطيعون تقديم أدلة لإثبات صحة ما يتوصلون إليه من حلول للمشكلات الرياضية، وأوضحت دراسة سريرامان وأوملاند (Srirama & Umland, 2020) إلى أنه في الكثير من الفصول الدراسية، يقدم المعلم غالبية الحجج، وفي بعض الحالات يشارك المعلمون تلاميذهم في تقديم الإدعاءات، مع تجاهل أهمية قضاء التلاميذ وقتاً في العمل معاً لتطوير الحجج، أو إجراء مناقشات صافية للدفاع عن هذه الحجج، كما توصلت دراسة كريان وسهمبي (Krgan & Sahmbi, 2020) إنه لا

يتم استخدام الجدول الرياضي على نطاق واسع في الفصول الدراسية الابتدائية، وأوضحت دراسة تشو وآخرون (Zhou et al., 2021) ضعف تلاميذ الصف السادس وعدم تمكنهم من تقديم مناقشة صحيحة في حل مهمة هندسية واحدة، وقد أوصت بضرورة أن تأخذ مهارات الجدول الرياضي مكاناً بارزاً في مناهج الرياضيات بالمرحلة الابتدائية.

ومما سبق تتضح أهمية مهارات الجدول الرياضي، والحاجة إلى تنميتها لدى التلاميذ بدايةً من مرحلة التعليم الأساسي، لاكتساب المعرفة الرياضية وبنائها من خلال النقد والمناقشات، وتنمية مهارات أساسية مثل التواصل، والتبرير، وتعزيز مهارات التفكير المختلفة، فبينما يستكشف التلاميذ حججهم الخاصة وحجج الآخرين، يطورون فهماً عميقاً للمحتوى الرياضي الذي يتعلمونه، الأمر الذي من شأنه رفع ثقة التلاميذ في معلوماتهم وقدراتهم خلال الدفاع عن الأفكار الرياضية ومحاولة إثبات صحتها.

حيث تُعد الثقة الرياضية أحد المتغيرات المرتبطة بسلوكيات التلاميذ أثناء تنفيذهم الأنشطة الرياضية، فكما أوضح دانس وكابلان (Dance & Kaplan, 2018) أنه لكي يفهم التلاميذ الرياضيات، يجب أن يؤمنوا أنهم قادرون على فهم الرياضيات وتعلمها، حيث تعكس الثقة الرياضية عقلية النمو، وتتضمن الرغبة في المثابرة، والموقف الإيجابي تجاه الأخطاء، والاستعداد لتحمل المخاطر، والاعتماد على الذات.

كما أكد ستراكي (Starkey, 2010) على أن الثقة الرياضية هي أفضل متبني بنجاح التلاميذ في حل المشكلات الرياضية، وأشار جيجل ووالث (Jagal & Walt, 2013) إلى أنها تؤثر في المستوى الأكاديمي للتلاميذ، وتصف سلوكياتهم أثناء تعلم الرياضيات، وتتحدد في ثقة التلميذ في معرفته الرياضية، ومدى قدرته على استخدام هذه المعرفة أثناء حل المسائل، كما أوضح أنه لتنمية الثقة الرياضية يجب دعم التلاميذ أثناء البناء المعرفي الرياضي ليكون ذو وظيفة في مواجهة المشكلات، بالإضافة للتركيز على المناقشة والتواصل الرياضي، وتطوير قدراتهم على الاستدلال الرياضي وتقديم التفسيرات، وهو ما يتفق مع مهارات الجدول الرياضي.

وقد أشارت دراسة كلاً من جانلي وفاسيليفا (Ganley & Vasilyeva, 2011)، جانلي ولوبينسكي (Ganley & Lubienski, 2016)، هانولا وآخرون (Hannula et al., 2004) إلى وجود ارتباطاً إيجابياً بين الثقة الرياضية والإنجاز الدراسي، وتوصلت دراسة صبري (٢٠١٨) على وجود ارتباط بين الثقة الرياضية وكلاً من القوة والبراعة الرياضية.

وعلى الرغم من أهمية رفع الثقة الرياضية لدى التلاميذ، إلا أن العديد من الدراسات والبحوث السابقة أشارت إلى انخفاض الثقة الرياضية لدى التلاميذ بمراحل التعلم المختلفة، كدراسة كو وآخرون (Ku et al., 2014) التي توصلت إلى انخفاض ثقة العديد من التلاميذ في قدراتهم على تعلم الرياضيات، مما يدفعهم للزوف عن بذل الجهد في بناء المعرفة الرياضية، بل والابتعاد عن دراسة أو فهم الرياضيات، كما أوضحت دراسة (Engellbrecht, J. et al., 2005) ودراسة عبيده (٢٠١٧) إلى ضعف مستويات الثقة الرياضية لدى طلاب المرحلة الثانوية، وأوضحت دراسة كلاً من (حسن، ٢٠١٩) ودراسة (عبد الرحيم، ٢٠٢٠) ضعف الثقة الرياضية عند أغلب تلاميذ المرحلة الإعدادية، كما توصلت صبري (٢٠١٨) إلى ضعف الثقة الرياضية لدى تلاميذ الصف الخامس الابتدائي، وقد أوصت هذه الدراسات بضرورة مساعدة التلاميذ على بناء ثقتهم في تعلم الرياضيات بالمراحل المختلفة، كما أكدت أن ضعف الثقة الرياضية يمثل تهديداً لتحقيق أهداف تدريس الرياضيات، حيث يكون هذا الضعف سبباً في شعور التلميذ بالقلق والإحساس بصعوبة مادة الرياضيات وبأنها تفوق قدراته؛ الأمر الذي يؤدي إلى حصوله على درجات ضعيفة، وقد يصل الأمر إلى تكوين اتجاهات سلبية نحو مادة الرياضيات.

ونظراً لارتباط المنطق بقواعد التواصل وأساليب المناقشة، يأتي الاهتمام بتدريس مبادئ وأساسيات المنطق الرياضي وتضمينه في مناهج الرياضيات؛ لتنمية قدرة التلاميذ على الحس بالسببية، والتصور والاستدلال بصورة صحيحة، وعلى استيعاب أصول وقواعد الربط المنطقي، فالمنطق الرياضي أساساً مهماً للمستقبل، حيث تتخطى أهميته دراسة الرياضيات بل تمتد في إعداد التلاميذ للحياة.

وكما أوضح كلاً من (أدم، ٢٠١٧)، (هذال، ٢٠٢٢) أن طبيعة المنطق الرياضي كأداة للتفكير تنصب على الاهتمام بالعقل وتوجيهه نحو التفكير الصحيح، ووضع قواعد التفكير التي تسعى إلى تدريب العقل على تحليل الأفكار، وتجنب العديد من الأخطاء كالسرع في إصدار الأحكام، مما يساعد التلاميذ في تدعيم آرائهم وأفكارهم بالأدلة، وتحري الدقة والوضوح والمرونة عند طرح الأفكار، وينمي أيضاً قدراتهم على الكشف عن مواطن الضعف في الاستدلال الخاطئ.

وما أوصت به دراسة كلاً من (عبدالله، ٢٠١٠) ودراسة (أدم، ٢٠١٧) ودراسة دورك ودورك (Doruk & Doruk, 2022) بضرورة الاهتمام بتدريس المنطق الرياضي بجميع المراحل التعليمية وفقاً لطبيعة المحتوى الرياضي بكل مرحلة، وللخصائص العمرية للمتعلمين، وأكدته دراسة عبد الدايم (٢٠٠٣) على ضرورة تدريس مفاهيم

المنطق الرياضي والقضايا المنطقية بداية من المرحلة الابتدائية؛ لما لذلك من أثر فعال في تنمية القدرة على التفكير الاستدلالي.

وانطلاقاً من أهمية تدريس المنطق الرياضي، عملت العديد من الدراسات والبحوث السابقة بالمنطق الرياضي حيث أشارت دراسة نونيس وآخرون (Nunes et al., 2007) إلى تحسن تعلم تلاميذ المرحلة الابتدائية للرياضيات وتحسين مستويات تفكيرهم المنطقي الرياضي بعد تدريبهم على مهارات الاستدلال المنطقي، وأوضحت نتائج دراسة كوبولا وآخرون (Coppola et al., 2011) وجود علاقة ارتباط موجب بين قدرة التلاميذ على توظيف لغة الرياضيات في مواقف حل المشكلات الرياضية وبين قدرتهم على استخدام قواعد المنطق وأدوات الربط المنطقية، وقد أكد حرمل (٢٠٢٠) على أن دراسة المنطق الرياضي مهمة لتنظيم التفكير والمناقشة، وإخضاعها لأسس موضوعية من خلال قواعد وعلاقات منطقية تمثل الحقائق الرياضية تمثيلاً رمزياً، وتوصلت دراسة عصر والبشلاوي (٢٠٢١) إلى أن دراسة المنطق الرياضي أسهم في تنمية مهارات الاستنتاج واستخدام الاستقراء كوسيلة للتعميم مما ساهم في تنمية مهارات الإثبات الجبري لدى التلاميذ بالمرحلة الإعدادية، ودراسة بوبوفا وآخرون (Popova et al., 2022) التي توصلت إلى أن الحدس الرياضي والمنطق لهما تأثير إيجابي على فعالية تعليم الطلاب، ودراسة دوروك ودوروك (Doruk & Doruk, 2022) التي عملت على الكشف عن مهارات تلاميذ الصف الخامس الخاصة بتحديد القيمة الحقيقية للافتراضات الرياضية حول الضرب والقسمة، والتي أوضحت أن التلاميذ يواجهون صعوبة في اختبار الافتراضات الرياضية الخاطئة.

ومما سبق يتضح أنه نواتج تعلم قواعد المنطق الرياضي لا تقتصر على تحسين القدرات العقلية للتلاميذ في الرياضيات فقط، بل تمتد لتشكل بنية التلميذ العقلية التي تمكنه من دراسة الرياضيات في المراحل الأعلى بل والعلوم الأخرى، كما تمتد أيضاً عند مواجهة مشكلات مستقبلية وأثناء اتخاذ قرارات حياتية، فأثناء تدريس الرياضيات يتعلم التلاميذ مجموعات ضخمة من الصيغ والقواعد، وإذا وجد التلميذ مسألة مماثلة، فيمكنه حلها بسهولة، لكنه لا يستطيع حل أي نوع من المسائل غير المعروفة بسهولة، حتى لو كان لديه كل المعرفة لحلها، وبالتالي تأتي النتائج ضعيفة في الرياضيات، فالتلاميذ بحاجة لتعلم قواعد وأساسيات المنطق الرياضي بطريقة مختلفة، وعليه اهتم البحث الحالي بتدريب تلاميذ الصف السادس الابتدائي على استخدام مبادئ وقواعد المنطق الرياضي في سياقات رياضية مختلفة عبر الحساب والهندسة والقياس الذي تم دراسته بمقرر الرياضيات.

وباستقراء الواقع عن مستوى مهارات الجدل الرياضي لدى التلاميذ بالمرحلة الابتدائية، تم إجراء دراسة استطلاعية على مجموعة من تلاميذ الصف السادس الابتدائي قوامها (٤٥) تلميذ وتلميذة بالعام الدراسي ٢٠٢٢-٢٠٢٣، بتطبيق اختبار مبدئيًا لمهارات الجدل الرياضي مكون من أربعة أسئلة اختيار من متعدد لكل مهارة من مهارات الجدل الرياضي، وقد أشارت نتائج الدراسة الاستطلاعية إلى ضعف مستوى التلاميذ في مهارات الجدل الرياضي، حيث جاء متوسط الدرجات ١,٢٨، مما يدعم النتائج التي أشارت لوجود ضعف في مهارات الجدل الرياضي.

وتأسيسًا على ما تقدم، تحددت مشكلة البحث الحالي في ضعف مهارات الجدل الرياضي وأهمية تنمية الثقة الرياضية لدى تلاميذ الحلقة الأولى من التعليم الأساسي.

وللتصدي لهذه المشكلة، تمت الإجابة عن السؤال الرئيس التالي:

" ما فاعلية وحدة مقترحة في المنطق الرياضي في تنمية مهارات الجدل الرياضي والثقة الرياضية لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي؟"

ويتفرع من هذا السؤال الرئيس الأسئلة التالية :-

١. ما مهارات الجدل الرياضي المناسبة لتلاميذ الصف السادس الابتدائي؟
٢. ما صورة الوحدة المقترحة في المنطق الرياضي لتنمية مهارات الجدل الرياضي والثقة الرياضية؟
٣. ما فاعلية الوحدة المقترحة في المنطق الرياضي في تنمية مهارات الجدل الرياضي لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي؟
٤. ما فاعلية الوحدة المقترحة في المنطق الرياضي في تنمية الثقة الرياضية لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي؟

أهداف البحث:

هدف البحث الحالي إلى:

- التعرف على فاعلية الوحدة المقترحة في المنطق الرياضي في تنمية مهارات الجدل الرياضي لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي.
- التعرف على فاعلية الوحدة المقترحة في المنطق الرياضي في تنمية الثقة الرياضية لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي.

حدود البحث:

اقتصر البحث على الحدود التالية :-

- ١- مجموعة من تلاميذ الصف السادس الابتدائي بمدرسة أم المؤمنين الابتدائية بإدارة مدينة نصر التعليمية، وقد تم اختيار الصف السادس؛ لدراستهم وحدة المجموعات في الصف الخامس واستعدادًا لدراسة البرهان بالمرحلة الإعدادية.
- ٢- مهارات الجدل الرياضي، وتمثلت في: مهارة الإدعاء، مهارة إقامة الدليل، مهارة التبرير.
- ٣- أبعاد الثقة الرياضية، وتمثلت في: الثقة في القدرات الذاتية، الثقة في البناء المعرفي الرياضي، الثقة في التوصل للحلول والتعميمات، الثقة في وظيفة الرياضيات.
- ٤- نتائج البحث وتفسيرها يرتبط بظروف وطبيعة مجموعة البحث، وزمان، ومكان تطبيقه.

فروض البحث:

- ١- يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى $(\alpha \leq 0,05)$ بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي / البعدي لاختبار مهارات الجدل الرياضي لصالح التطبيق البعدي.
- ٢- يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى $(\alpha \leq 0,05)$ بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة الضابطة والمجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لاختبار مهارات الجدل الرياضي لصالح المجموعة التجريبية.
- ٣- يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى $(\alpha \leq 0,05)$ بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي / البعدي لمقياس الثقة الرياضية لصالح التطبيق البعدي.
- ٤- يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى $(\alpha \leq 0,05)$ بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة الضابطة والمجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لمقياس الثقة الرياضية لصالح المجموعة التجريبية.

مصطلحات البحث:

- الوحدة المقترحة في المنطق الرياضي:

عُرفت إجرائيًا بأنها: مجموعة من الأنشطة والخبرات المخططة لتقديم مبادئ وقواعد المنطق الرياضي لتلاميذ الصف السادس الابتدائي بهدف تنمية قدراتهم على تقديم

إدعاء، والتحقق من صحة إدعاء مقدم ودعمه بالأدلة للتأكيد على صحته وتفسير العلاقة بين الإدعاء والأدلة.

- مهارات الجدل الرياضي:

عُرفت إجرائياً بأنها: قدرة تلميذ الصف السادس الابتدائي على تقديم إدعاء، والتحقق من صحة إدعاء ودعمه بالأدلة للتأكيد على صحته، واستخلاص الاستدلالات التي تربط الأدلة بتلك الإدعاءات لتأكيد صدقها حول موقف رياضي أو مشكلة رياضية، وتقاس بالدرجة التي يحصل عليها التلميذ في اختبار مهارات الجدل الرياضي المُعد لذلك.

- الثقة الرياضية:

عُرفت إجرائياً بأنها: معتقدات تلميذ الصف السادس الإبتدائي حول قدراته على تعلم الرياضيات، وتنظيم المفاهيم الرياضية في أوقات تعلمها وأثناء الحل، والوصول لاستنتاجات وتعميمات من معطيات، وعن أهمية الرياضيات ودورها في مختلف المجالات، وتقاس بالدرجة التي يحصل عليها التلميذ في مقياس الثقة الرياضية المُعد لذلك.

أهمية البحث :

قد يفيد هذا البحث كل من:

- ١- **مخططي ومطوري المناهج، بالمرحلة الإبتدائية:** من خلال تضمين قواعد المنطق الرياضي المناسبة لخصائص تلاميذ المرحلة الإبتدائية، والتأكيد على تنمية مهارات الجدل الرياضي ورفع الثقة الرياضية لدى التلاميذ.
- ٢- **معلمي الرياضيات:** من خلال توجيه نظر المعلمين لأهمية توظيف قواعد المنطق الرياضي أثناء تدريسهم، والاستفادة من أنشطة الوحدة في تنمية مهارات الجدل الرياضي، والعمل على رفع الثقة الرياضية لدى التلاميذ.
- ٣- **تلاميذ المرحلة الإبتدائية:** قد يساهم البحث في تنمية مهارات الجدل الرياضي، ورفع الثقة الرياضية لديهم.
- ٤- **الباحثين في طرق تدريس الرياضيات** للاستفادة من فكرة البحث، ومتغيراته لإجراء المزيد من الدراسات والبحوث.

الإطار المعرفي للبحث

أولاً: المنطق الرياضي:

يُعد تطوير مجال المنطق الرياضي من بين إنجازات العلم في القرن العشرين؛ حيث فتح مجال جديد من تطبيقات الرياضيات، وأخضع التفكير المنطقي وقابلية الحساب لتحليل دقيق، فأهمية قواعد المنطق لا تقتصر على دراسة علاقتها بالقضايا الرياضية، وإنما لاستخدامها في كثير من التطبيقات العملية في مجال علوم الحاسوب، ومن تلك المجالات: الذكاء الصناعي Artificial Intelligence، البرمجة ولغات البرمجة Programming Languages، تصميم دوائر الحاسوب Design of Computer Circuits، حيث يستخدم في إجراء عمليات البرمجة المعقدة التي تحوى الجمل الشرطية المتداخلة اللازمة لتحقيق هدف معين أو مشكلة باستخدام برامج الكمبيوتر.

إضافة لتطبيقاته في المجالات المتعددة كاستخدام المحامون المنطق لبناء الأدلة، استخدام الأطباء المنطق لتشخيص الأمراض، استخدام لاعبو الشطرنج المحترفون المنطق لبناء سلاسل معقدة وممتدة من التفكير لتحسين وضعهم في اللعبة، والعديد من التطبيقات في معظم العلوم البحتة والتطبيقية.

■ مفهوم المنطق الرياضي Mathematical Logic:

عرف الفيزيائي (٢٠١٢) المنطق الرياضي بأنه العلم المعني بدراسة معايير ومبادئ صحة الاستدلال والتعامل مع الأسباب والاستنتاجات ، وأوضح يلماز (Yilmaz, 2012) أنه علم القواعد العامة للتفكير العلمي السليم، وعرفته آدم (٢٠١٧) بأنه علم قواعد ونظريات الاستدلال والاستنتاج، وتحليل المشكلات استناداً إلى مهارات التفكير الاستدلالي إضافة إلى اشتقاق العلاقات واتخاذ القرار، وأشار هذال (٢٠٢٢) بأنه العلم الذي يبحث في القواعد التي تتبع في التفكير وطرق الاستدلال، كما اتفق كلاً من بطرس (٢٠١٦)، أبو نعمة وحسن (٢٠٢٢) على أن المنطق الرياضي علم يعتمد على التفكير المنطقي من حيث تطبيقه قواعد عامة صحيحة في البرهنة على صحة القضايا الرياضية الخاصة، عرفه (باشيويه، ٢٠١٨) بأنه فرع من فروع الرياضيات يهتم بدراسة القضايا الرياضية والربط بينها وتحديد ما إذا كان استنتاجاً معيئاً صائباً أم خاطئاً حسب قواعد محددة.

مما سبق يتضح أن جوهر المنطق الرياضي الاهتمام بالتفكير، حيث يعكس قواعد التفكير الصحيح من خلال قواعد ونظريات الاستدلال، وتحليل المشكلات، إضافة إلى اشتقاق العلاقات استناداً إلى قواعد المنطق الرياضي، وعليه يظهر دور المنطق الرياضي في توجيه تفكير التلاميذ توجيهاً مناسباً للتوصل لاستنتاجات صحيحة،

والتمكن من إقامة الدليل على صحة ما يقدمه التلميذ من أفكار أو خطوات، والتأكيد على أن كل خطوة لا بد وأن تستند على قاعدة أو مبدأ أو دليل صحيح، من خلال استخدام رموز لغة الرياضيات وربط المقدمات بالنتائج، والأسباب بمسبباتها ووضع افتراضات منطقية.

وقد عُرفت الوحدة المقترحة في المنطق الرياضي إجرائياً بأنها: مجموعة من الأنشطة والخبرات المخططة لتقديم مبادئ وقواعد المنطق الرياضي لتلاميذ الصف السادس الابتدائي بهدف تنمية قدراتهم على تقديم إدعاء، والتحقق من صحة إدعاء مقدم ودعمه بالأدلة للتأكيد على صحته وتفسير العلاقة بين الإدعاء والأدلة.

■ خصائص المنطق الرياضي:

أوضحها كلاً من حميدي (٢٠١٩)، أبو نعمة وحسن (٢٠٢٢) في:

- **الصورية:** في ضوء تعريف المنطق الرياضي بأنه العلم الذي يدرس أشكال الفكر من التصورات والاستدلالات، دون أن يتعلق ذلك بمضمون تلك التصورات أو الأحكام أو الاستدلالات، يسعى المنطق الرياضي لتحقيق أكبر قدر من الدقة التي لا يمكن الوصول إليها إلا باستخدام لغة مكتوبة لا تتغير، وعليه عني المنطق الرياضي بدقة اللغة فجاءت الصورية نتيجة طبيعية لازمة عن الاتجاه نحو الدقة.

- **الرمزية:** يعتمد المنطق الرياضي على استنباط القوانين بطريقة دقيقة من خلال دراسته لمختلف الأشكال العامة للاستنباط، أي أنه نسق استنباطي، يبدأ فيها من مقدمات لينتهي إلى النظريات، معتمداً على قواعد خاصة، مستخدماً اللغة المنطقية الرمزية، لذلك سمي بالمنطق الرمزي أو الرياضي، ومن أهم خصائصه استخدام الرموز، والرموز التي تستخدم في المنطق نوعان أساسيان هما: المتغيرات $variables$ والثوابت $constants$.

- **النسقية:** في حين أن النسق هو بناء مترابط الأجزاء متكامل يتكون من (مقدمات) وهي مفاهيم (معرفات، لا معرفات)، وقضايا (بديهيات ومسلمات) ويضم قضايا أخرى تسمى المبرهنات (النتائج التي يتم البرهنة عليها)، ومعنى هذا أن البناء الرياضي يلعب فيه الاستنباط أو الاستدلال الرياضي دوراً رئيسياً حين نستنبط نتائج من مقدمات ليكتمل بناء النسق، والنسقية تعكس بناء المنطق في صورة النسق الاستنباطي وفق قواعد محددة وواضحة بشكل لا يسمح للحدس أن يتضمن داخل الاستدلال المنطقي، وهذه القواعد تخص بناء الصيغ السليمة وكيفية التركيب بينها والتحويلات الممكنة وأخرى تخص قواعد استنباط قضايا جديدة من القضايا الأولية.

■ مبادئ المنطق الرياضي:

أوضحها كلاً من عبد الدايم (٢٠٠٣)، بطرس (٢٠١٦)، أبو نعمة وحسن (٢٠٢٢) في:

– **التقارير أو القضايا المنطقية:** القضية هي كل جملة تحمل خبراً ما ويمكن الحكم كونها صائبة أو خاطئة، وكل تقرير يحمل خبراً واحداً يسمى تقرير بسيط، أما إن كان يحمل خبرين فأكثر تربط بينهما أداة من أدوات الربط المنطقية سمي تقريراً مركباً، وتتمثل أدوات الربط في: رابط الضم (و)، رابط الفصل (أو)، رابط النفي (لا)، رابط التضمن (إذا.....فإن).

– **الثوابت والمتغيرات:** استخدم المنطق الرياضي الثوابت والمتغيرات بصورة تلائم عملياته وقضاياها، فيقصد بالمتغيرات الرموز التي لا يكون له معنى محدد، والثابت هي الرموز التي تحتفظ بمعنى محدد مهما تغير السياق، ففي العملية الرياضية $S + 12 = S$ ، الثوابت هي $+$ ، $=$ ، أما المتغيرات فهما S ، S .

– **جدول الصدق المنطقي:** يُعد المدخل لدراسة المنطق الرياضي، هذا الجدول يمثل نسخاً متتابعاً في صياغته حيث لكل قضية منطقية قيمتان أحدهما للصدق يرمز له بـ (ص)، والأخرى للخطأ يرمز لها بـ (خ)، وقيم الصدق $= (٢)$ عدد القضايا، وبتطبيق معنى الثابت المنطقي نحصل على قيم معينة تحت الثابت الموجود في القائمة، من بينها: صدق القضيتين معاً أو خطأ القضيتين معاً أو صدق إحدهما وخطأ الأخرى.

– **القياس المنطقي وأشكال فن:** يتكون القياس من جزئين، مقدمات ونتائج، وهذه النتائج تنتج بالضرورة عن تلك المقدمات، وأشكال فن الطريقة التي تعبر عن وجهة نظر المنطقة في الاستدلال القياسي.

– **دالة التضمن المنطقي:** التضمن يكون بين عبارات فيها متغيرات ظاهرية وتعبّر عنه بصيغة (إذا فإن ب)، فمثلاً: إذا كان المثلث متساوي الساقين فإن زاويتي القاعدة متساويتان ، أو إذا كان المثلثان متطابقين فإن المثلثين متشابهين.

– **التسوير الكلي والجزئي:** تنقسم القضايا من حيث الكم إلى كلية (تدل على جميع أفراد الموضوع) فيصبح التسوير كلياً، أو جزئياً (تدل على بعض أفراد الموضوع) فيصبح التسوير جزئياً.

■ أهمية المنطق الرياضي:

أوضح كلاً من آدم (٢٠١٧)، حرمل (٢٠٢٠)، عصر والبشلاوي (٢٠٢١)، ماسالوفا (Masalova,2012)، خليل (Kholil,2019) أن أهمية تدريس مبادئ وقواعد المنطق الرياضي في مناهج الرياضيات ترجع إلى:

- تنميته قدرات ومهارات عقلية مهمة، كالقدرة على الاستقراء والاستنباط والربط بين العناصر وإدراك العلاقات القائمة واشتقاق علاقات جديدة، وتوظيف مهارات معرفية وفوق المعرفية.
 - توضيح وتبسيط كثير من العلاقات والتعميمات الرياضية للتلاميذ.
 - صقل مهارات التصنيف، والتخيل، والمقارنة، والتحليل، والتركيب، وفرض الفروض، واختبارها.
 - تطوير وتنمية مهارات التفكير لدى التلاميذ.
 - تشجيع التلاميذ على المناقشات الاستدلالية.
 - مساعدة التلاميذ على فهم أساليب البرهنة وتنظيمها واستخدام لغة رياضية سليمة.
 - استخدام التلاميذ لغة المنطق الرياضي في حل المشكلات الدراسية والحياتية.
 - التدريب على التفكير العلمي وأساليبه الحديثة.
 - زيادة قدرة التلاميذ على استيعاب قوانين الرياضيات وعلاقاتها.
 - مساعدة التلاميذ على فهم أن الاستنتاج الصحيح يجب أن يكون مبنياً على مقدمات صحيحة ويستخدم قواعد صحيحة.
- ومما سبق تتضح العوامل والمبررات التي أدت إلي الاهتمام بتقديم وحدة مقترحة في المنطق الرياضي لتلاميذ الصف السادس الابتدائي، من خلال أنشطة تضمنت بعض مبادئ وقواعد المنطق الرياضي كتوظيف أدوات الربط (الضم، الفصل، التضمن)، وربط التقارير التي تتضمن (بما أن.....إذا) بالمنطق المستخدم في الحياة اليومية، وجداول الصدق للتقارير، وتطبيق المنطق في حل الألغاز والفوازير.

ثانياً: مهارات الجدل الرياضي:

يعتبر الجدل الرياضي ممارسة مهمة يجب تعزيزها في جميع الفصول الدراسية، حيث يلعب الجدل دوراً رئيسياً في تعليم الرياضيات، فتعلم الرياضيات هو تعلم جدلي، وهو ما أكدته مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية الصادرة عن المجلس الوطني الأمريكي لمعلمي الرياضيات (NCTM,2000).

■ مفهوم الجدل الرياضي:

عرف لين (Lin, 2018) الجدل الرياضي بأنه عملية تفاعل اجتماعي تُريد من فهم التلاميذ أثناء توصيل أفكارهم، في محاولة لإقناع بعضهم البعض بصحة إدعائهم، وأوضح رمزي ولانجرال (Rumsey & Langrall, 2016) إنه الجدل الرياضي عملية ديناميكية للخطاب الاجتماعي سواء خلال الوصول إلى أفكار رياضية جديدة،

أو إقناع الآخرين بصحة إدعاء ما، وعرفه هدايت وآخرون (Hidayat et al., 2018) على أنه بيان له مبرر، أو رأي يدعمه استنتاج، كما أكد كربان (Krpan, 2018) على أن الجدل الرياضي نشاط اجتماعي يظهر خلال انخراط التلاميذ في حل مشكلة رياضية مع الآخرين أثناء مشاركة ومناقشة الإدعاءات الرياضية المختلفة المتعلقة بإثبات أو نقد الأفكار الرياضية، وأشار كربان وساهمبي (Krpan & Sahmbi, 2019) الجدل في الرياضيات بأنه فحص تخمين أو إدعاء رياضي، لإثبات ما إذا كان صحيح أم خاطئ.

مما سبق يتضح إنه الجدل الرياضي نشاط اجتماعي ينخرط فيه التلاميذ لاستكشاف الأفكار الرياضية من خلال المناقشات التي قد تتضمن تقديم تخمين، أو اقتراح، أو تبرير أو استنتاج أو إجابة لسؤال؛ لمساعدة التلاميذ على تحليل وتفسير أفكارهم بحيث يمكن فهمها من قبل آخرين، وعليه تم العمل على إتاحة الفرصة للتلاميذ لصياغة إدعاءات والمشاركة في نقاشات تتطلب منهم دعم أفكارهم وتبريرها بالبيانات والأدلة، مع توفير الدعم اللغوي لهم.

وعُرف الجدل الرياضي إجرائيًا في هذا البحث بأنه "قدرة تلميذ الصف السادس الابتدائي على تقديم إدعاء، والتحقق من صحة إدعاء مقدم ودعمه بالأدلة الداعمة لصحته واستخلاص الاستدلالات التي تربط الأدلة بتلك الإدعاءات لتأكيد صدقها حول موقف أو مشكلة رياضية".

■ مكونات الجدل الرياضي:

ارتكزت العديد من الدراسات والبحوث السابقة في الرياضيات على نموذج تولمين Toulmin كدراسة كلاً من: لين (Lin, 2018) ودراسة رويتر (Reuter, 2023) ودراسة ويذرسيون وآخرون (Witherspoon et al., 2022) الذي حدد عناصر الجدل في ستة عناصر:

- **الإدعاء:** ويقصد به الفكرة التي يتم التعبير بها عن الأراء، وتظهر في جملة يتم تطويرها أثناء التعلم، وقد تكون إجابة لمسألة رياضية، أو تخمين، أو استنتاج، أو تنبؤ...، وتطرح بغرض إقناع شخص أو أكثر بها.

- **الأدلة أو البيانات:** تتمثل في الأسباب التي تقدم التلميذ لدعم إدعاء ما أو التي يُظهرها المخالفون لتفنيده، وتستمد من البيانات الناتجة من القياسات والملاحظات، أو ما يتم جمعه من المصادر العلمية الموثوقة، قد تكون الأدلة إحصاءات، أو تقارير، أو نتائج دراسات، وجميعها لا بد أن تتسم بالمصادقية.

– **المبررات:** تُشير إلى الصياغات التقريرية التي تفسر العلاقة بين الدليل والإدعاء، وكيف يمكن للدليل أن يخدم الإدعاء استدلالاً من الأدلة المطروحة، قد تكون إشارة أو تعميم، حيث يقوم التلميذ باستخدام العديد من أساليب الإقناع، والتي أشار إليها تولمن بالسلسلة السببية.

– **المؤهلات:** الظروف التي يتأهل فيها الإدعاء إلى مرتبة الحقيقة، ولا بد أن يتضمن الإدعاء المؤهلات التي توضح درجة وقوة الاحتمالات المرتبطة بالمقدمات.

– **الطعون:** الظروف التي تبطل فيها صحة الإدعاء أو الشروط التي بموجبها نستبعد الإدعاء ويتم الاعتراف بوجود ظروف ومواقف تؤدي إلى ظهور قيود تمنع وصول الإدعاءات لهدفها.

– **الإثراء أو الأدلة المساندة:** وهي عبارة عن أدلة داعمة إضافية للمبررات أو لتعزيز الإدعاء، وتتوقف كفاءة ونوع الدليل المقدم على الإثراء ويعني إضافة مزيد من المبررات.

■ مهارات الجدول الرياضي:

يتطلب الاندماج في الجدول داخل فصول الرياضيات أن يمتلك التلاميذ المهارات التي تمكنهم من ممارسته، وعليه عمل عدد من الباحثين على تحديد مهارات الجدول الرياضي، فحددها حسن (٢٠٠٨) في: تفسير الموقف الرياضي، بناء الحجة الشخصية، صياغة الحجة، التعرف على حجج الطرف الآخر.

وعملت دراسة كلاً من لين (Lin, 2018) ودراسة تريستانتي (Tristani, 2019) ودراسة نيرجارد (Nergard, 2021) على تقديم مهارات الجدول الرياضي توافقاً مع نموذج تولمين في عدد من المهارات هي:

- **الإدعاء:** وهي فكرة تمثل رأى أو نتيجة أو فرض أو إجابة سؤال.
- **الأدلة:** حقائق علمية تُستخدم لتدعيم الإدعاء.
- **التبرير:** يتضمن تفسير العلاقة بين الإدعاء والأدلة.
- **المدعمات:** عبارات ضمنية تعمل على دعم المبررات.
- **التأهيل:** عبارات تقيد قوة الإدعاءات، الشروط التي يكون فيها الإدعاء صحيح.
- **التفنيد:** عبارات تصف الظروف التي تكون فيها الإدعاءات غير صحيحة.

وحدد الزهراني وعيفي (٢٠١٨) ثلاث مهارات رئيسة للجدول العلمي في العلوم والرياضيات هي:

– بناء الحجة: وتتضمن إدعاء مع دليل والربط بين الإدعاء والدليل من خلال التبرير.

– الحجة المضادة: عبارة عن حجة تناقض موقف الحجة الأولى.

– التنفيذ (الدحض): عبارة عن حجة تفند (تنقض) الحجة المضادة. وقد اقتصر البحث الحالي على ثلاث مهارات للجدل الرياضي مناسبة لتلاميذ الصف السادس الابتدائي، وهم مهارة الإدعاء، وإقامة الدليل، والتبرير؛ حتى يتمكن التلاميذ من اكتساب هذه المهارات والتمكن منها للبناء عليها بالسنوات التالية.

■ أهمية الجدل الرياضي في تعليم وتعلم الرياضيات:

أوضحت العديد من الدراسات والبحوث السابقة أهمية تنمية مهارات الجدل الرياضي لدى التلاميذ كدراسة كلاً من (GÖKÇE et al., 2020) ودراسة كربان (Kıran, 2018) ودراسة فان نيس وماهر (Van Ness & Maher, 2019) ودراسة فرانسيكو (Francisco, 2022) في:

- تنمية القدرة على استخدام القوانين والعلاقات الرياضية التي تعلمها لشرح أفكاره.
 - ربط المفاهيم السابقة بالمفاهيم الجديدة، مما ينتج عنه مفاهيم أكثر استدامة.
 - تنمية القدرة على إقناع الآخرين بالأفكار.
 - تشجيع التلاميذ على اتخاذ موقف والدفاع عن الإدعاءات القائمة على الأدلة.
 - تشجيع التلاميذ على استكشاف الأفكار وتطوير الحس الرياضي.
 - دعم مهارات البرهان الرياضي.
 - تحسين فهم التلاميذ للأفكار الرياضية وبناء فهم مشترك معاً.
 - دعم التعلم العميق للوصول لأدلة مقنعة مدعمة بالأسباب والأدلة.
 - توجه التلاميذ لإقامة الدليل على صحة إجابته.
 - تطوير قدرة التلاميذ على تفسير خطوات حل مشكلة أو مسألة رياضية.
 - تعزيز فرص التعلم المتكافئة في الفصول الدراسية.
 - تنمية قدرات التلاميذ على التفسير بطرق سليمة دون تناقضات.
- كما أكد روميسي (Rumesy, 2013) أن استخدام الجدل العلمي في الرياضيات يدعم تلميذ المرحلة الابتدائية بشكل خاص أثناء دراسة الأنماط المتنوعة، كما يطور قدرته على التخمين حول الأفكار الرياضية، والتبرير، والنقد بفهم أعمق، فأثناء المشاركة في أنشطة الرياضيات، يمكن للتلاميذ توضيح أفكارهم وشرحها بناءً على التعليقات

التي يتلقونها من الآخرين، وتنمية وعيهم بتفكيرهم وتفكير الآخرين؛ نظراً لمشاركة التلاميذ في إنتاج إدعاءات رياضية.

إضافة إلى ما أشارت إليه بعض الدراسات والبحوث السابقة من فوائد إشراك التلاميذ في التخمين وتقديم الإدعاءات أثناء تطويرهم لفهم البرهان الرياضي، حيث أشارت دراسة هانا (Hanna, 2020) إلى أن التلاميذ الذين شرعوا في الجدل في الفصل الدراسي كانوا قادرين على الاستمرار في تطوير برهان رياضي صحيح، وإنه يمكن للتلاميذ الاستفادة من الجدل كمقدمه للاستخدام الأكثر صرامة للقواعد والرموز الأساسية في بناء البرهان الرياضي، كما أكدت على أن الجدل في تدريس الرياضيات هو أحد الأشكال التي تقود إلى استنتاج برهان مدعماً بالأدلة، وأن الدور البارز للجدل الرياضي مشتق من إدراك الرياضيات ك مجال للاستدلال الاستنباطي ضمن نظام بديهي، وأوضحت دراسة رويتر (Reuter, 2023) أن الجدل الرياضي يمكن اعتباره شكلاً مبكراً من البرهان الرياضي، وخطوة أولى على طريق إجراء استنتاجي رسمي.

مما سبق يتضح أن الجدل الرياضي أساسي للتعلم العميق في الرياضيات، وأنه يلعب دوراً رئيساً في تعزيز فهم التلاميذ للمفاهيم الرياضية وتكوين المعنى، كما أنه يُعزز القدرة على إجراء مناقشات جماعية لتطوير المعرفة الرياضية وتأسيسها.

■ دور المعلم في تنمية الجدل الرياضي أثناء تدريس الرياضيات:

تتطلب تنمية وتطوير مهارات الجدل بفصول الرياضيات معلم واثق بقدرات تلاميذه، قادر على توفير بيئة صفية محفزة لتبادل الأفكار والمناقشات، يتيح فيها الفرص للتلاميذ لتقديم الإدعاءات وتبريرها.

كما أوضح كلاً من كوسكو وآخرون (Kosko et al., 2014) وأيالون وإيفين (Ayalon & Even, 2016) وفرانسيكو (Francisco, 2022) وسولر وآخرون (Solar et al., 2020) بعض أدوار المعلم التي قد تسهم بشكل إيجابي في تنمية مهارات الجدل الرياضي، وهي:

- حث التلاميذ على إنشاء الإدعاءات، وتقديم المبررات.
- تقييم صحة استراتيجيات التلميذ.
- تزويد جميع التلاميذ بفرص لإنتاج حججهم والدفاع عنها في المناقشات الصفية.
- اختيار استراتيجيات متنوعة لتشجيع جميع التلاميذ على المشاركة في المناقشات.
- استخدام استراتيجيات طرح الأسئلة.

- تضمين اللغة، لتسهيل الحوار، وتوفير الأساس المنطقي لممارسات الجدل.
 - التخطيط للتعامل مع المواقف الطارئة داخل الصف.
 - التنوع في أساليب التغذية الراجعة التي يقدمها للتلاميذ.
 - تشجيعهم على التفكير النقدي في الإدعاءات المختلفة.
 - توجيه تفسيرات التلاميذ وعدم السيطرة على أفكارهم.
 - ضمان المساواة بين جميع التلاميذ، بغض النظر عن مستوى المهارة أو القدرة.
- ومما سبق تتضح أهمية دور المعلم في دعم وتنمية مهارات الجدل الرياضي من خلال تصميم أنشطة تحث التلاميذ على تقديم إدعاءات، مع التأكيد على أهمية المناقشات الصفية وتوظيف استراتيجيات طرح الأسئلة، وتدريب التلاميذ على استخدام كلمات مساعدة كاعتقد، ولاحظت، ويعتبر أثناء تقديمه الإدعاء، وجدت الدليل هو، سببي في ذلك هو أثناء تقديم الأدلة، وأثناء التفسير والتبرير استخدام كلمات مثل: حدث ذلك بسبب.

وفي هذا الصدد، يتضح إنه دور التلاميذ أثناء التدريب على الجدل في فصول الرياضيات، لا يقتصر على بناء إدعاءات وتقديم الأدلة فقط، ولكن يبرز دورهم من خلال:

- المشاركة في المناقشات والحوارات الصفية.
 - الاستجابة لأسئلة المعلم أو لنشاط ما.
 - تقييم الإدعاءات المقدمة لاتخاذ القرار الصحيح.
 - تقديم مبررات للإدعاءات المقدمة.
 - نقد وجهات نظر الآخرين وإدعاءاتهم.
 - طرح الأسئلة أثناء البحث عن التفسيرات والروابط.
- ومما سبق تم تصميم أنشطة يقدم خلالها التلاميذ إدعاءات في سياق حل المشكلات الرياضية، بالإضافة إلى تفعيل مشاركة التلاميذ في المناقشات الصفية سواء لدعم أفكارهم وإدعائهم أو لفحص والحكم على صحة أو خطأ إدعاءات مقدمه.

رابعاً: الثقة الرياضية:

تؤثر الثقة الرياضية على طرق مواجهة التحديات، حيث يستسلم التلاميذ الذين يعانون من ضعف الثقة عند مواجهة تحدٍ ما، في حين ينظر التلاميذ الذين يمتلكون الثقة الرياضية إلى تحدي مسائل الرياضيات بطريقة مختلفة تمامًا، فالإخفاق فرصة للتعلم

والنمو والتفكير في ما الذي يمكن فعله بشكل أفضل في المرة القادمة (Dance & Kaplan, 2018)، وهو ما أشار إليه معيار الممارسة الرياضية "فهم مسائل الرياضيات والمثابرة في حلها" (CCSSO (2010)، فالتلاميذ ذو الثقة في الرياضيات قادرون على المثابرة خلال المشكلات الصعبة وتكرار المحاولة مرة أخرى وصولاً للحل، وهنا تأتي مهمة المعلم في مساعدتهم على اكتساب هذه المثابرة من خلال توفير بيئة التعلم التي تسمح للتلاميذ بالشعور بالثقة في قدراتهم الرياضية، فكما أوضح دنس وكابلان (Dance & Kaplan (2018) إنه لا بد للمعلم أن يعمل على بناء المثابرة، وتفعيل مشاركة التلاميذ في الأنشطة، وتشجيع التلاميذ على تقبل الأخطاء والتعلم منها، وتشجيع التلاميذ على المجازفة وتجربة طرق جديدة ومتنوعة، عندما يمتلك التلاميذ هذه الثقة، فإن القليل يقف في طريق تطورهم الرياضي.

■ مفهوم الثقة الرياضية:

عرف إنجلبريست وآخرون (Engellbrecht et al., 2005) الثقة الرياضية بأنها مجموعة السلوكيات التي تصف خصائص التلميذ عند بناء المعرفة الرياضية، وأثناء توظيفها في حل المشكلات، وتتحدد في: الثقة في المعرفة الرياضية، واختيار المفاهيم والقوانين بدقة، والثقة في قدرة التلميذ على الوصول لحل المسائل والمشكلات الرياضية، وعرفها جاجلس ووالنت (Jagals, Walt, 2013) بالمكونات النفسية التي تؤثر في المستوى الأكاديمي للتلميذ، وتصف سلوكياته خلال تنفيذ أنشطة تعليم وتعلم الرياضيات، وتتحدد في ثقة التلميذ في البناء المعرفي الرياضي، وتوظيفه أثناء حل المشكلات الرياضية، وصولاً للحل الصحيح، وعرفها إيرلينجر وآخرون (Ehrlinger et al., 2016) على أنها القدرة ما وراء المعرفة لتقييم النجاح المحتمل للتلاميذ عند أداء مهمة ما، وأوضح (عبيدة، ٢٠١٧) أن الثقة الرياضية تعكس معتقدات التلميذ حول الرياضيات المدرسية ومبررات تعلمها، ووظيفتها، وتتمثل في: الثقة في القدرات الذاتية، الثقة في البناء المعرفي الرياضي، الثقة في التوصل للحلول والتعميمات، الثقة في وظيفة الرياضيات، كما أشار ستانكوف (Stankov et al., 2017) إلى أهمية تنمية وقياس مكونات الثقة لدى التلاميذ بصفة مستمرة، والتي تتمثل في: الثقة بالنفس، الاعتقاد حول القدرة الذاتية في تعلم الرياضيات، والثقة في الرياضيات وأهميتها في تفسير وحل المشكلات الحياتية، والاعتقاد حول الممارسات التي يقوم بها التلميذ للوصول لحل المسائل الرياضية.

وقد عُرفت الثقة الرياضية في البحث الحالي بأنها: معتقدات تلميذ الصف السادس الابتدائي حول قدراته على تعلم الرياضيات، وتنظيم المفاهيم الرياضية في أوقات تعلمها وأثناء الحل، والوصول لاستنتاجات وتعميمات من معطيات، وعن أهمية

الرياضيات ودورها في مختلف المجالات، وتتمثل أبعاد الثقة الرياضية في: الثقة في القدرات الذاتية، والثقة في البناء المعرفي الرياضي، والثقة في التوصل للحلول والتعميمات، والثقة في وظيفة الرياضيات، وتقاس بالدرجة التي يحصل عليها التلميذ في مقياس الثقة الرياضية المُعد لذلك.

■ أهمية الثقة الرياضية في تعليم وتعلم الرياضيات:

تُعد الثقة الرياضياتية إحدى الأساسيات التي يبني عليها مفهوم القوة الرياضية، فالثقة الرياضية تمثل الجانب الوجداني للقوة الرياضية، ولا تتحقق القوة الرياضية ما لم يصاحبها المكونات النفسية التي تؤثر في المستوى الأكاديمي للتلميذ، وتصف سلوكياته أثناء القيام بأنشطة تعليم وتعلم الرياضيات (صبري، ٢٠١٨).

بالإضافة لدعم الثقة الرياضية لاستمرارية التلاميذ في تعلم الرياضيات، وزيادة دافعيتهم للتعلم وبذل الجهد، وخفض القلق الرياضي، كما تدفع التلميذ إلى المخاطرة المعرفية، وتساعده على اتخاذ القرار المناسب أثناء حل المواقف والمشكلات المتنوعة.

وبناء على ما تقدم عمل البحث الحالي على إتاحة الفرصة للتلاميذ للتفاعل مع أنشطة تدعم تنظيم المفاهيم الرياضية، واكتشاف العلاقات بينها، والتوصل لاستنتاجات مرتبطة بها، وتشجيع التلاميذ على تقبل الأخطاء والتعلم منها، وتوجيه التلاميذ خلال المناقشات لاستيعاب الترابطات بين الرياضيات المدرسية والحياة لاكتشاف الأهمية الوظيفية للرياضيات، والعمل على تنمية المهارات التأملية في الموقف الرياضي لمساعدة التلاميذ للوصول لتبرير لاستنتاجاتهم أو إدعائهم.

إعداد أدوات البحث:

يتناول هذا البعد عرضاً للإجراءات التي تم اتباعها لإعداد أدوات البحث التجريبية وفيما يلي عرضاً تفصيلياً لتلك الإجراءات.

■ أولاً: للإجابة عن السؤال الأول، تم إعداد قائمة بمهارات الجدل الرياضي، وقد مرت عملية إعداد القائمة بالخطوات التالية:

- تحديد الهدف من القائمة: تمثل الهدف من القائمة في تحديد مهارات الجدل الرياضي الواجب توافرها لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي.

- مصادر اشتقاق القائمة: تم الاعتماد في إعداد قائمة الأداءات التدريسية على البحوث والدراسات السابقة التي اهتمت وتناولت تنمية مهارات الجدل الرياضي.

- إعداد الصورة الأولية للقائمة: اشملت الصورة الأولية للقائمة (٦) مهارات، وكل مهارة فرعية أمامها مقياس ثنائي متدرج (مدي مناسبة المهارة، مدي أهمية المهارة)، وهذه المهارات هي: الإدعاء، إقامة الدليل، التبرير، المدعمات، التأهيل، التنفيذ.
- إجراءات ضبط القائمة: للتحقق من موضوعية القائمة، تم اتباع الإجراءات التالية:
- تحديد صدق القائمة: تم عرض القائمة في استطلاع للرأي على مجموعة من المحكمين المتخصصين في طرائق تدريس الرياضيات، وقد استهدف التحكيم علي القائمة: مدى شمولية القائمة لمهارات الجدل الرياضي التي ينبغي أن يتقنها تلاميذ الصف السادس الابتدائي، مدى مناسبة القائمة لخصائص تلاميذ الصف السادس الابتدائي.
- وقد اعتبر صدق المحكمين هو الصدق المنطقي لقائمة مهارات الجدل الرياضي، وأسفرت هذه الخطوة على اقتصار البحث على ثلاث مهارات لتناسب تلاميذ الصف السادس الابتدائي، وهم:
- مهارة الإدعاء: تعني قدرة تلميذ الصف السادس الابتدائي على الوصول إلى استنتاجات من المعطيات الموجودة بالسؤال من خلال تقديم فكرة تمثل رأى أو نتيجة أو فرض أو إجابة سؤال.
- مهارة إقامة الدليل: تعني قدرة تلميذ الصف السادس الابتدائي على استخدام البيانات المقدمة لدعم الإدعاء.
- مهارة التبرير: تعني قدرة تلميذ الصف السادس الابتدائي على تفسير العلاقة بين الإدعاء والأدلة.
- ثبات القائمة: حُسب ثبات القائمة بحساب نسبة الاتفاق بين المحكمين باستخدام معادلة كوبر Cooper، وقد نالت قائمة المهارات مؤشر ثبات (٨٧%).
- الصورة النهائية للقائمة: بعد إجراء التعديلات التي أشار إليها السادة المحكمون، وصلت قائمة المهارات إلي صورتها النهائية، وتمثلت في ثلاث مهارات، وبذلك أصبحت القائمة جاهزة في صورتها النهائية^٢.

^٢ ملحق (٢): قائمة مهارات الجدل الرياضي.

ثانيًا: للإجابة عن السؤال الثاني: تم إعداد الوحدة المقترحة في المنطق الرياضي لتنمية مهارات الجدل الرياضي والثقة الرياضية لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي، حيث سارت عملية إعداد الوحدة وفقًا للخطوات التالية:

- تحديد أسس بناء الوحدة المقترحة لتلاميذ الصف السادس الابتدائي: في ضوء ما تم عرضه في الإطار النظري، تم التوصل إلى مجموعة من الأسس، والتي تم بناء الوحدة في ضوءها، وقد تمثلت هذه الأسس فيما يلي:
- الارتقاء بأداء تلاميذ المرحلة الابتدائية، وتنمية مهارات الجدل الرياضي لديهم.
- التأكيد على تنمية الثقة الرياضية لأهميتها حيث تؤثر في التعلم ودافعية التلاميذ للمشاركة في الأنشطة الرياضية.
- التأكيد على إيجابية التلاميذ عن طريق المشاركة الفاعلة في المناقشات الصفية، وأداء المهام والأنشطة، وحل مشكلات رياضية تتطلب التفكير والتعاون فيما بينهم، والتي من شأنها أن تسهم في بلوغ الهدف النهائي المراد تحقيقه.
- التأكيد على التكنولوجيا الحديثة من خلال الاستعانة بالأدوات التكنولوجية، خلال أنشطة الوحدة.
- توفير بيئة صفية مناسبة تثير الدافعية وتُشعر المتعلم بالأمان، والقدرة على النجاح، والإنجاز بما يُعزز المشاركة الإيجابية ويدعم الثقة.
- التنوع في الأنشطة التي يمارسها التلاميذ بشكل فردي أو جماعي.
- التنوع في الأنشطة والتكليفات لإتاحة الفرصة للتلاميذ لممارسة واكتساب مهارات الجدل الرياضي ورفع الثقة الرياضية لديهم.
- **تحديد الأهداف العامة للوحدة:** تمثلت الأهداف العامة للوحدة في تنمية مهارات الجدل الرياضي والثقة الرياضية لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي.
- **تحديد نواتج التعلم:** تم تحديد الأداءات المتوقعة التي هدفت الوحدة إلى تحقيقها لدى التلاميذ، وهذا موضح بدليل المعلم.
- **تحديد محتوى الوحدة:** في ضوء أهداف الوحدة تم تحديد عدد من الدروس تمثلت في (٨) دروس، والجدول التالي يوضح الخطة الزمنية لتنفيذ الوحدة:

جدول ١
محتوى الوحدة

عدد الحصص	موضوعات الوحدة
٢	القضية المنطقية
٢	نفي القضية المنطقية
٢	أنواع القضايا المنطقية
١	أدوات الربط
١	أداة الربط " و "
١	أداة الربط " أو "
٢	أداة الربط " إذا كان.....فإن "
٣	مقدمة لجدول الصدق
١٤	المجموع

– **تحديد الوسائل والأنشطة التعليمية:** شملت أجهزة كمبيوتر – ألعاب تعليمية- ألعاب تعليمية إلكترونية - أوراق عمل – بطاقات ، كما تم تحديد الأنشطة التعليمية المصاحبة لكل درس في ضوء نواتج التعلم سابقة التحديد وكذلك المحتوى؛ حيث يقوم التلاميذ بإجراء الأنشطة بأنفسهم تحت إشراف المعلم، مع استخدام السقالات من قبل المعلم لتسهيل مشاركة التلاميذ، وتفعيل مناقشات التلاميذ في مجموعات مع بعضهم البعض لبناء الإدعاءات وتقديم التبريرات وتشجيع التلاميذ على طرح الأسئلة والرد عليها، مع مراعاة قدرات التلاميذ وتوفير الإمكانيات المادية للقيام بالنشاط.

– **تحديد استراتيجيات وطرق التدريس المستخدمه لتنفيذ الوحدة:** تم الاستعانة بمجموعة متنوعة من استراتيجيات وطرق التدريس عند تنفيذ دروس الوحدة والتي تهدف إلى تنمية مهارات الجدل الرياضي والثقة الرياضية لدى التلاميذ، ومنها: (فكر- زواج-شارك، الألعاب التعليمية، المحاضرة التفاعلية، الرؤوس المرقمة، محادثات الرياضيات math talk، التفكير بصوت عالٍ، العصف الذهني، المفاهيم الكرتونية، المناقشة والحوار).

– **تحديد أساليب تقويم الوحدة:** تم استخدام التقويم التشخيصي من خلال تطبيق أدوات البحث قبلياً، والتقويم البنائي خلال فترة تنفيذ الوحدة، وتقديم التغذية الراجعة للتلاميذ، والتقويم الختامي من خلال تطبيق أدوات البحث بعدياً.

– إعداد دليل المعلم^٣: تم إعداد دليل للمعلم يسترشد به عند تدريس الوحدة، وتضمن الدليل: مقدمة الدليل، أهداف الدليل، الخطة الزمنية لتدريس موضوعات الوحدة، تدريس محتوى الوحدة.

– إعداد أوراق العمل^٤: وهي عبارة عن الأنشطة التي قام بها التلاميذ تحت إشراف وتوجيه المعلم.

– الصورة النهائية للوحدة: بعد الانتهاء من إعداد دليل المعلم وأوراق العمل الخاصة بالوحدة، تم عرضهم جميعاً على مجموعة من المحكمين المتخصصين في مناهج وطرق تدريس الرياضيات وذلك بهدف التحقق من سلامة التصميم ومناسبة محتواها وأنشطتها، ووسائل التقويم المستخدمه، وقد تم التعديل في ضوء الملاحظات التي أبدتها السادة المحكمين حيث أسفرت هذه الخطوة عن إشادات معظم السادة المحكمين بالوحدة من حيث مجالها، وتنظيم موضوعاتها، وكذلك ما تحتويه من أنشطة وتدريبات، وأكدوا مناسبتها لتلاميذ الصف السادس الابتدائي.

ثالثاً : إعداد اختبار مهارات الجدل الرياضي لتلاميذ الصف السادس الابتدائي.

– تحديد الهدف من الاختبار: هدف الاختبار إلى قياس مهارات الجدل الرياضي لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي.

– تحديد أبعاد الاختبار: تم تحديد مهارات الجدل الرياضي من خلال القائمة السابقة في ثلاثة مهارات، هم: مهارة الإدعاء، مهارة إقامة الدليل، مهارة التبرير.

– صياغة مفردات الاختبار: تم صياغة أسئلة الاختبار في صورة أسئلة اختيار من متعدد، كل سؤال عبارة عن مسألة أو مشكلة رياضية يندرج تحتها أربعة بدائل (أ، ب، ج، د)، بحيث يختار التلميذ منها البديل الصحيح، والجدول التالي يوضح توزيع مفردات اختبار الجدل الرياضي:

^٣ ملحق (٣): دليل المعلم.
^٤ ملحق (٤): أوراق العمل.

جدول ٢

يوضح أبعاد اختبار مهارات الجدل الرياضي، وأرقام المفردات

أرقام المفردات	أبعاد الاختبار
٦،٥،٤،٣،٢،١	مهارة الإدعاء
١٢،١١،١٠،٩،٨،٧	مهارة إقامة الدليل
١٨،١٧،١٦،١٥،١٤،١٣	مهارة التبرير
١٨	المجموع

وعند صياغة الأسئلة تم مراعاة: أن تكون سليمة علمياً ولغوياً، أن تكون واضحة وخالية من اللبس والغموض.

– **تعليمات الاختبار:** الهدف من هذه التعليمات توجيه التلاميذ إلى ما هو مطلوب منهم في الاختبار، وفي هذه التعليمات تم لفت أنظارهم إلى الطريقة التي يجب اتباعها أثناء الإجابة، وكيفية الإجابة بطريقة تحقق الهدف من الاختبار من خلال نموذج إجابة منفصل حيث يضع التلميذ علامة (√) أمام الاستجابة الصحيحة، إلى جانب التنبيه عليهم بتعبئة البيانات الأولية الخاصة بالتلميذ.

– **تقدير درجات الاختبار:** تم تحديد درجة واحدة لكل استجابة صحيحة، وبذلك تكون الدرجة العظمى للاختبار (١٨) درجة، والدرجة الصغرى للاختبار (صفر).

بعد صياغة مفردات الاختبار وتعليماته تم ضبط الاختبار من خلال:

– **التأكد من صدق الاختبار:** تم عرض الاختبار على مجموعة من المحكمين لتعرف آراءهم من حيث: شمول الاختبار لمهارات الجدل الرياضي، مدى مناسبة الأسئلة لمستوى تلاميذ الصف السادس الابتدائي، مدى الصحة العلمية واللغوية لكل سؤال، أية مقترحات أخرى (بالإضافة أو الحذف)، وتم إجراء التعديلات، حيث عدلت صياغة بعض الأسئلة.

– تم إجراء دراسة استطلاعية علي مجموعة من تلاميذ الصف السادس الابتدائي وعددهم (٣٦) في الفصل الدراسي الثاني للعام الدراسي ٢٠٢٢ / ٢٠٢٣م، لتحديد:

– **ثبات الاختبار:** حُسب ثبات الاختبار باستخدام " معامل ألفا – كرونباخ " بلغ معامل الثبات (٠,٧٩) مما يشير إلى أن الاختبار ذو ثبات مناسب.

– زمن الاختبار: تم تسجيل الزمن الذي استغرقه كل تلميذ خلال الإجابة على أسئلة الاختبار، وحساب المتوسط لهذه الأزمنة فكان زمن الاختبار ٩٠ دقيقة تقريباً.

– صدق الاتساق الداخلي للاختبار: تم حساب معامل الارتباط بين درجة كل مهارة من مهارات الجدول الرياضي مع الدرجة الكلية للاختبار، وكانت معاملات الارتباط كالتالي:

جدول ٣

يوضح معاملات الارتباط بين كل مهارة والدرجة الكلية في اختبار مهارات الجدول الرياضي.

م	أبعاد الاختبار	معامل الارتباط
١.	مهارة الإدعاء	**٠,٨٩٢
٢.	مهارة إقامة الدليل	**٠,٩٤٩
٣.	مهارة التعبير	**٠,٧٨٠

(**) تدل على أن المهارة دالة إحصائياً عند ٠,٠١

يتضح من الجدول السابق أن الأبعاد دالة عند مستوى (٠,٠١)، وهذا يعطى دلالة على ارتفاع معاملات الاتساق الداخلي، كما يشير إلى مؤشرات صدق مرتفعة وكافية يمكن الوثوق بها في تطبيق البحث الحالي

ب. الصورة النهائية لاختبار مهارات الجدول الرياضي^٥: بعد التأكد من صلاحية الاختبار وضبطه إحصائياً، أصبح الاختبار في صورته النهائية يتكون من (١٨) سؤال صالح للتطبيق.

ثانياً : مقياس الثقة الرياضية:

– تحديد الهدف من المقياس: هدف المقياس إلى قياس أبعاد الثقة الرياضية لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي.

– أبعاد مقياس الثقة الرياضية: تم تحديد الأبعاد الرئيسية للمقياس بعد الإطلاع على بعض الدراسات والبحوث السابقة: (Jagals,D.& Walt, V., 2013) ؛ (عبيدة،٢٠١٧) ؛ (صبرى، ٢٠١٨) كالتالي:

– الثقة في القدرات الذاتية: معتقدات تلميذ الصف السادس الابتدائي حول قدرته على تأدية المهام المطلوبة، ومرونته على التعامل في المواقف الصعبة، ومدى

^٥ ملحق(٥): اختبار مهارات الجدول الرياضي.

مثارته لتنفيذ المهام المكلف بها، وتحمل المسؤولية دون خوف أو تردد ، وقدرته في الاعتماد على نفسه وإيمانه بإمكاناته خلال حل مسائل ومشكلات رياضية.

– **الثقة في البناء المعرفي الرياضي:** معتقدات تلميذ الصف السادس الابتدائي في قدرته على تنظيم المفاهيم الرياضية في أوقات تعلمها وأثناء حله للمسائل والمشكلات الرياضية.

– **الثقة في التوصل للحلول والتعميم:** معتقدات تلميذ الصف السادس الابتدائي حول قدرته على إيجاد الحلول للمشكلات الرياضية أو التوصل لاستنتاجات وتعميمات من معطيات أو أنماط.

– **الثقة في وظيفة الرياضيات:** معتقدات تلميذ الصف السادس الابتدائي حول فائدة الرياضيات في الحياة اليومية، وفائدتها لغيرها من العلوم، وروابطها المختلفة.

– **صياغة عبارات المقياس:** تمت صياغة مفردات المقياس في صورة عبارات تقريرية للإجابة عليها يختار التلميذ استجابة واحدة من بين ثلاث استجابات (دائمًا – أحيانًا – أبدًا)، وبلغت عبارات المقياس (٣٢) عبارة لكل بعد (٨) عبارات، وقد تم مراعاة أن تكون العبارات مختصرة وواضحة وخالية من الأخطاء اللغوية.

– **تقدير درجات المقياس:** خُصصت ثلاثة درجات لكل عبارة حسب التدرج المستخدم بمقياس ليكرت، وبالتالي تصبح الدرجة الصغرى للمقياس = ٣٢ درجة، والدرجة العظمى للمقياس = ٩٦ درجة.

– **التأكد من صدق المقياس:** تم عرض المقياس على مجموعة من المحكمين وذلك للتعرف على: مدى وضوح العبارات، مدى مناسبة الصياغة اللغوية لمستوى تلاميذ الصف السادس الابتدائي، إضافة أو حذف أو تعديل ما يرونه من مفردات المقياس، وقد أشار المحكمون إلى ما يلي: تعديل صياغة بعض العبارات وُعُدلت الصياغة.

– تم إجراء دراسة استطلاعية علي مجموعة من تلاميذ الصف السادس الابتدائي وعددهم (٣٦) في الفصل الدراسي الثاني للعام الدراسي ٢٠٢٢/٢٠٢٣م، لتحديد:

– **ثبات المقياس:** حُسب ثبات المقياس باستخدام " معامل ألفا – كرونباخ " بلغ معامل الثبات (٠,٧٤) مما يشير إلى أن المقياس ذو ثبات مناسب.

– **زمن المقياس:** تم تسجيل الزمن الذي استغرقه كل تلميذ خلال الاستجابة لعبارات المقياس، وحساب المتوسط لهذه الأزمنة فكان الزمن هو (٣٠) دقيقة تقريبًا.

- صدق الاتساق الداخلي للمقياس: تم حساب معامل الارتباط بين درجة كل بعد من أبعاد المقياس مع الدرجة الكلية للمقياس، وكانت معاملات الارتباط كالتالي:

جدول ٤

يوضح معاملات الارتباط بين كل بعد والدرجة الكلية في مقياس الثقة الرياضية.

م	أبعاد مقياس الثقة الرياضية	معامل الارتباط
١	الثقة في القدرات الذاتية	٠,٨٧٧, **
٢	الثقة في البناء المعرفي الرياضي	٠,٨٣٨, **
٣	الثقة في التوصل للحلول	٠,٧٦٤, **
٤	الثقة في وظيفة الرياضيات	٠,٥٨١, **

(**) تدل على أن المهارة دالة إحصائيًا عند ٠,٠١.

يتضح من الجدول السابق أن الأبعاد دالة عند مستوى (٠,٠١)، وهذا يعطي دلالة على ارتفاع معاملات الاتساق الداخلي، كما يشير إلى مؤشرات صدق مرتفعة وكافية يمكن الوثوق به في تطبيق البحث الحالي.

- **التأكد من وضوح المعاني وتعليمات المقياس:** لوحظ أن معظم التلاميذ لم يكون لديهم استفسارات فيما يتعلق بعبارة المقياس أو تعليماته، مما يبين وضوح وملائمة عبارات المقياس ومناسبتها.

- **الصورة النهائية للمقياس:** أصبح المقياس صالحاً للتطبيق في صورته النهائية^٦، والجدول التالي يوضح توزيع عبارات مقياس الثقة الرياضية.

جدول ٥

أرقام العبارات الموجبة والسالبة لأبعاد مقياس الثقة الرياضية

المجموع	أرقام العبارات السالبة	أرقام العبارات الموجبة	الأبعاد الرئيسية للمقياس
٨	٢٩,٢١,١٣,٥	٢٥,١٧,٩,١	الثقة في القدرات الذاتية
٨	٢٦,١٨,١٠,٢	٣٠,٢٢,١٤,٦	الثقة في البناء المعرفي الرياضي
٨	٣١,٢٣,١٥,٧	٢٧,١٩,١١,٣	الثقة في التوصل للحلول
٨	٣٢,٢٤,١٦,٨	٢٨,٢٠,١٢,٤	الثقة في وظيفة الرياضيات
٣٢	١٦	١٦	مجموع العبارات

^٦ ملحق (٦): مقياس الثقة الرياضية.

■ التصميم التجريبي وإجراءات التجريب الميداني

١- **التصميم التجريبي للبحث:** تم اتباع المنهج التجريبي ذو المجموعتين الضابطة والتجريبية، وبإجراء تطبيق قبلي/ بعدي لكل من المجموعتين التجريبية والضابطة، والمقارنة بين متوسط درجات التطبيقين، للتوصل إلى مدى فاعلية الوحدة المقترحة في تنمية مهارات الجدل الرياضي والثقة الرياضية لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي.

٢- **التطبيق القبلي لأداتي التقويم:** تم تطبيق اختبار مهارات الجدل الرياضي، ومقياس الثقة الرياضية على المجموعتين التجريبية والضابطة قبل تدريس الوحدة؛ وذلك بهدف الحصول على المعلومات القبليّة.

٣- **تدريس الوحدة للمجموعة التجريبية:** بعد الانتهاء من التطبيق القبلي لأداتي التقويم، بدأت عملية التدريس للمجموعة التجريبية وعددهم (٣٤ تلميذ وتلميذه) بمدرسة أم المؤمنين الابتدائية في يوم الأحد الموافق ٢٠٢٣/٦/٤، وقد انتهت عملية التدريس يوم الخميس الموافق ٢٠٢٣/٧/٢٥، وبذلك تكون عملية التدريس استغرقت (١٤) حصة.

٤- **التطبيق البعدي لأداتي التقويم:** بعد الانتهاء من عملية التدريس، تم التطبيق البعدي لأداتي التقويم والتصحيح، ورصد البيانات، ثم معالجتها إحصائياً تمهيداً لتفسيرها وتقديم المقترحات والتوصيات بشأنها.

- بعد التأكد من أن مجموعة البحث يتحقق فيها شرط التوزيع الاعتمالي الطبيعي؛ تم اختيار اختبار "ت"؛ لأنه اختبار معلمي يتبع التوزيع الطبيعي.

نتائج البحث وتفسيرها:

أولاً: نتائج تطبيق اختبار مهارات الجدل الرياضي:

● **لاختبار صحة الفرض الأول والذي ينص على أنه:** " يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى $(\alpha \leq 0,05)$ بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي/البعدي اختبار مهارات الجدل الرياضي لصالح التطبيق البعدي"، وللتحقق من صحة هذا الفرض تم حساب قيمة (ت) للمجموعات المترابطة للكشف عن دلالة الفروق بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي/البعدي لاختبار مهارات الجدل الرياضي ككل وفي كل بعد من أبعاده، كما تم حساب حجم التأثير للتأكد من فاعلية الوحدة، والجدول التالي يوضح ذلك:

جدول ٦

قيم (ت) للفرق بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي/ البعدي
لاختبار مهارات الجدل الرياضي (درجة الحرية = ٣٣)

أبعاد اختبار مهارات الجدل الرياضي	التطبيق القبلي		التطبيق البعدي		قيمة (t) [*] المحسوبة	حجم التأثير η^2	d ^{**}
	١٤	١٤	٢٤	٢٤			
الادعاء	٠,٩٤	٠,٨٨	٤,٤١	١,٦٥	*١٣,٤٧	٠,٨٥	** ٢,٣٨
إقامة الدليل	٠,٧٣	٠,٧٠	٤,٢٩	١,٤٨	* ١٤,٦٣	٠,٨٧	** ٢,٥٩
التبرير	٠,٤١	٠,٤٩	٣,٧٦	١,٧٤	* ١٢,٤٢	٠,٨٢	** ٢,١٣
الاختبار ككل	٢,٠٨	١,٥٦	١٢,٥٨	٤,٦٤	* ١٥,٣٢	٠,٨٨	** ٢,٧١

* قيمة (t) المحسوبة دالة عند مستوي ٠,٠٥ ** حجم التأثير كبير حيث قيمة d أكبر من ٠,٨
يتضح من جدول ٦ ما يلي:

- يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى ($\alpha \leq ٠,٠٥$) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار مهارات الجدل الرياضي ككل وفي كل بعد من أبعاده لصالح التطبيق البعدي.

- حجم تأثير الوحدة على تنمية مهارات الجدل الرياضي كبير، وهذا يدل على فاعلية الوحدة المقترحة في المنطق الرياضي في تنمية مهارات الجدل الرياضي، وبذلك يقبل الفرض الأول.

• **لاختبار صحة الفرض الثاني والذي ينص على أنه:** "يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى ($\alpha \leq ٠,٠٥$) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة الضابطة والمجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لاختبار مهارات الجدل الرياضي لصالح المجموعة التجريبية"، تم حساب قيمة (ت) للمجموعات المستقلة لحساب دلالة الفرق بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة الضابطة والمجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لاختبار مهارات الجدل الرياضي ككل.

جدول ٧

المتوسط الحسابي والانحراف المعياري وقيمة (ت) للمجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار مهارات الجدل الرياضي (درجة الحرية = ٦٤).

اختبار مهارات الجدل	مجموعة البحث	الدرجة	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	قيمة (t) المحسوبة	الدلالة
التجريبية			١٢,٥٨	٤,٦٤		
اختبار مهارات الجدل الرياضي		١٨	٢,٩٧	٢,٦٩	١٠,٢١	دالة
الضابطة						

يتضح من جدول ٧ ما يلي:

– يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى $(\alpha \leq 0,05)$ بين متوسطي درجات المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار مهارات الجدل الرياضي لصالح المجموعة التجريبية، وبذلك يقبل الفرض الثاني.

– تفسير نتائج اختبار مهارات الجدل الرياضي:

أشارت النتائج إلى تفوق تلاميذ المجموعة التجريبية في اختبار مهارات الجدل الرياضي وذلك بعد تدريس الوحدة المقترحة في المنطق الرياضي لصالح التطبيق البعدي حيث يمكن إرجاع ذلك إلى:

– شجعت أنشطة الوحدة للتلاميذ على طرح الأسئلة، والانخراط في المناقشات والتفاعل في محاولة لإثبات أدلتهم المرتبطة بالمشكلات والمسائل الرياضية.

– ساعدت استراتيجيات وطرق التدريس المستخدمة في إتاحة الفرصة للتلاميذ للتفكير بشكل فردي قبل إجراء المناقشات الصفية، مما ساهم وعزز تنمية مهارات الجدل الرياضي.

– ساعدت أنشطة الوحدة في تنمية مهارات الجدل الرياضي من خلال تقديم الإدعاءات مصحوبة بتبريرات لحظها.

– تنوع الأنشطة الفردية والتعاونية، شجعت التلاميذ على التفاعل، والعمل على الوصول للإجابات وتقديم الأدلة التي تدعم صحتها وتبريرها مع كسر الملل أثناء الموقف التعليمي.

– ساهمت الأنشطة في تعزيز قدرة التلاميذ على ربط المقدمات بالنتائج.

• وقد اتفقت نتائج البحث الحالي مع نتائج الدراسات السابقة، والتي أكدت فاعلية المنطق الرياضي وأنشطته في تنمية نواتج تعلم مختلفة مثل دراسة كل من: (آدم، ٢٠١٧)، (حرمل، ٢٠٢٠)، (عبد الدايم، ٢٠٠٣)، (عصر والبشلاوي، ٢٠٢١).

• كما تتفق مع نتائج بعض الدراسات التي بحث في إلى تنمية مهارات الجدل الرياضي من خلال بعض البرامج والنماذج والاستراتيجيات التدريسية ومنها دراسة كلاً من (Fielding -Wells & Makar, 2012); (Doruk & Doruk, 2022); (Rolan et al,2021); (Nergård, 2021).

ثانياً: نتائج مقياس الثقة الرياضية:

• لاختبار صحة الفرض الثالث، والذي ينص على أنه: " يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى $(\alpha \leq 0,05)$ بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي/ البعدي لمقياس الثقة الرياضية لصالح التطبيق البعدي"، وللتحقق من صحة هذا الفرض تم حساب قيمة (ت) للمجموعات المترابطة للكشف عن دلالة الفروق بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي/ البعدي لمقياس الثقة الرياضية ككل وفي كل بعد من أبعاده، والجدول التالي يوضح ذلك:

جدول ٨

قيم (ت) للفرق بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي/ البعدي لمقياس الثقة الرياضية.

أبعاد المقياس	التطبيق القبلي		التطبيق البعدي		قيمة (t) المحسوبة	حجم التأثير η^2	d
	١م	١ع	٢م	٢ع			
الثقة في القدرة الذاتية	١٠,٧٦	٢,٢٨	١٨,٧٩	٣,٩٦	*١٤,٥٦	٠,٨٧	**٢,٦
الثقة في البناء المعرفي الرياضي	١٠,٤٤	٢,٣٥	١٨,٠٥	٣,٧٨	*١٣,٧٥	٠,٨٥	**٢,٤
الثقة في التوصل للحلول والتعميمات	١٠,٠٣	٢,١٥	١٧,٤٧	٣,٦٩	*١٢,٨٤	٠,٨٣	**٢,٢
الثقة في وظيفية الرياضيات	٩,٣٢	١,٥٥	١٦,٠٥	٣,٧١	*١١,٨٨	٠,٨١	**٢,١
المقياس ككل	٤٠,٨٨	٧,٦٦	٧٠,٣٨	١٤,٥١	*١٤,٨٥	٠,٨٧	**٢,٦

* قيمة (t) المحسوبة دالة عند مستوي ٠,٠٥ ** حجم التأثير كبير حيث قيمة d أكبر من ٠,٨ يتضح من جدول ٨ ما يلي:

- يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى $(\alpha \leq 0,05)$ بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لمقياس الثقة الرياضية لصالح التطبيق البعدي.

- حجم تأثير الوحدة على تنمية الثقة الرياضية، وهذا يدل على فاعلية الوحدة المقترحة في المنطق الرياضي في تنمية الثقة الرياضية، وبذلك يقبل الفرض الثالث.

• **لاختبار صحة الفرض الرابع والذي ينص على أنه:** " يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى $(\alpha \leq 0,05)$ بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة الضابطة والمجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لمقياس الثقة الرياضية لصالح المجموعة التجريبية."، تم حساب قيمة (ت) للمجموعات المستقلة لحساب دلالة الفرق بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لمقياس الثقة الرياضية.

جدول ٩

المتوسط الحسابي والانحراف المعياري وقيمة (ت) للمجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لمقياس الثقة الرياضية.

أبعاد المقياس	مجموعة البحث	الدرجة	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	قيمة (t) المحسوبة	الدلالة
	التجريبية		٧٠,٣٨	١٤,٥١		
مقياس الثقة الرياضية		٩٦			٨,١١	دالة
	الضابطة		٤٦,١٨	٨,٨٦		

يتضح من جدول ٩ ما يلي:

- يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى $(\alpha \leq 0,05)$ بين متوسطي درجات المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيقين القبلي والبعدي لمقياس الثقة الرياضية لصالح المجموعة التجريبية وبذلك يقبل الفرض الرابع.

- **تفسير نتائج مقياس الثقة الرياضية:**

أشارت النتائج إلى تفوق تلاميذ المجموعة التجريبية في مقياس الثقة الرياضية وذلك بعد تدريس الوحدة لصالح التطبيق البعدي، حيث يمكن إرجاع ذلك إلى:

- دعمت الأنشطة تنمية قدرات التلاميذ على الحديث ومشاركة زملائهم الحوار والمناقشة مما دعم بشكل قوي ثقتهم في قدراتهم الذاتية وقدراتهم على الوصول لحلول

وتعميمات.

- تفعيل الأنشطة لمشاركة التلاميذ في المناقشة وتقديم الإدعاءات، مما نمى لديهم شعور بقدرتهم على الوصول لحلول، كما نمى ثقتهم في بناءهم المعرفي.
- الثقة التي شعر بها كل تلميذ بعد إقناع زملائه بصحة إدعائه أثناء حل المسائل، ساهم في زيادة ثقة التلاميذ في قدراتهم وفي بنائهم المعرفي الرياضي وفي قدراتهم على التوصل للحلول.
- إتاحة الفرصة للتلاميذ للتعبير عن أفكارهم بحرية والاستماع إلى بقية الحلول من جميع التلاميذ لنفس المسألة المطروحة جعل التلاميذ متقنين للأفكار المتنوعة، مما زاد من ثقتهم في قدراتهم الذاتية وزاد من ثقتهم في بنيتهم المعرفية.
- تنوع الأنشطة وخاصة التي تضمنت تطبيقات حياتية ساهم في رفع ثقة التلاميذ في وظيفية الرياضيات.
- وقد اتفقت نتائج البحث الحالي مع نتائج بعض الدراسات السابقة التي تطرقت إلى تنمية الثقة الرياضية من خلال بعض البرامج والاستراتيجيات التدريسية، ومنها دراسة (حسن، ٢٠١٩)؛ (عبيدة، ٢٠١٧)؛ (عبد الرحيم، ٢٠٢٠)؛ (Ku, O., 2014).

توصيات البحث:

- في ضوء ما توصل إليه البحث من نتائج وفي ضوء حدود البحث ومنهجه، يمكن تقديم التوصيات التالية:
- ١- توجيه نظر القائمين علي تخطيط مناهج الرياضيات بالمرحلة الأولى من التعليم الأساسي إلى تضمين أساسيات وقواعد المنطق الرياضي وتقديمها في شكل أنشطة توفر فرصاً للطلاب لممارسة مهارات الجدل الرياضي وتشجيعهم علي التفكير والتعلم الفاعل، مما يساهم في تنمية الجوانب المعرفية والمهارية والوجدانية.
 - ٢- توجيه نظر القائمين علي بناء وتنفيذ مناهج الرياضيات بالمراحل التعليمية المختلفة إلى التركيز على تنمية مهارات الجدل الرياضي، ورفع الثقة الرياضية.
 - ٣- تضمين مقررات الرياضيات أنشطة توظف قواعد المنطق الرياضي خلال محتوى مقرر الرياضيات بالمراحل المختلفة.
 - ٤- توفير بيئة تعليمية مشجعة على التفاعل خلال المناقشات الصفية، وإبداء آرائهم بحرية ودون تقيد.

- ٥- إثراء المنهج المدرسي بأنشطة تتحدى فكر التلاميذ وتتطلب استخدام مستويات التفكير العليا.
- ٦- تدريب معلمي الرياضيات بمرحلة التعليم الأساسي على كيفية تنمية مهارات الجدل الرياضي لدى تلاميذهم.
- ٧- تدريب معلمي الرياضيات بمرحلة التعليم الأساسي على توظيف أساسيات وقواعد المنطق الرياضي.

بحوث مقترحة:

- كشف البحث الحالي من خلال الإجراءات وما توصل إليه من نتائج عن وجود فجوات لا تزال في حاجة إلى الدراسة والبحث، وقد تمثلت فيما يلي:-
- ١- إجراء بحوث حول فاعلية استخدام قواعد المنطق الرياضي في تنمية متغيرات أخرى مثل (التفكير عالي الرتبة – التفكير الإبداعي).
 - ٢- دراسة فاعلية نماذج واستراتيجيات تدريسية في تنمية مهارات الجدل الرياضي لدى التلاميذ بمراحل تعليمية مختلفة.
 - ٣- دراسة مدى توافر مهارات الجدل الرياضي والثقة الرياضية لدى الطلاب المعلمين بقسم الرياضيات بكليات التربية.
 - ٤- دراسة فاعلية برنامج مقترح لتدريب معلمي الرياضيات على تدريس قواعد المنطق الرياضي.
 - ٥- دراسة فاعلية برامج تدريبية لتنمية مهارات الجدل الرياضي لدى الطلاب المعلمين بقسم الرياضيات بكليات التربية.
 - ٦- دراسة فاعلية برنامج تنمية مهنية لتنمية مهارات الجدل الرياضي لدى معلمي الرياضيات بمرحلة التعليم الأساسي.

المراجع:

آدم، مرفت محمد كمال محمد (٢٠١٧). فاعلية وحدة مقترحة في مبادئ المنطق الرياضي في تنمية التحصيل والتفكير المنطقي الرياضي والاحتفاظ بالتعلم لدى طلاب المرحلة الإعدادية مختلفي المستويات التحصيلية، *مجلة تربويات الرياضيات*، أكتوبر، ١٥٨-١٩٢.

باشيوه، لحسن عبدالله (٢٠١٨). مدخل إلى الرياضيات المالية وتطبيقاتها [كتاب الكتروني]. متاح على الرابط

<https://www.google.com/eg/books/edition/%D9%85%D8%AF%D8%AE%D9%84%D8%A7%D9%84%D9%89%D8%A7%D9%84%D8%B1%D9%8A%D8%A7%D8%B6%D9%8A%D8%A7%D8%AA%D8%A7%D9%84/GRJhDwAAQBAJ?hl=ar&qbpv=0>

بطرس، نضال متى (٢٠١٦). المنطق الرياضي وعلاقته ببعض المتغيرات لدى مدرسي رياضيات المرحلة الثانوية. *مجلة العلوم التربوية والنفسية*، ١٢٦، ١٢١-٦٤.

أبو نعمة، هناء حلمي عبد الحميد وحسن، أمل إبراهيم حمدي (٢٠٢٢). برنامج مقترح في المنطق الرياضي لتتمة الذكاء المنطقي التفكير البصري لدى الطلاب معلمي الفلسفة والرياضيات في كلية التربية، *مجلة كلية التربية، جامعة الاسكندرية*، ٣٢(٤)، ٢٦٤-٢٩٩.

حسن، شيماء محمد على (٢٠٠٨). أثر برنامج متعدد المداخل التدريسية في تنمية التحصيل ومهارات الحجية لدى تلاميذ الحلقة الثانية من التعليم الأساسي. *مجلة كلية التربية، جامعة بورسعيد*، ٢(٣)، يناير، ٢٤٧-٢٧٧.

حرمل، فهد علي حمود (٢٠٢٠). أثر استخدام الإلكترونيات في تدريس المنطق الرياضي على تحصيل طلبة الصف الأول الثانوي. *جامعة نمار - كلية الآداب*، ٨، ١٥٩-١٩٤.

حسن، مها على محمد (٢٠١٩). استراتيجية الأبعاد السداسية PDEODE وتنمية الثقة الرياضياتية والتفكير المتشعب لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. *مجلة تربويات الرياضيات*، ٢٢(٧)، ١٩٤-٢٣٨.

حميدي، لخضير (٢٠١٩). إسهامات علماء الرياضيات في إرساء قواعد المنطق و تطويره : (إسهامات كل من: فريجه-بيانو)، *مجلة جيل العلوم الانسانية والاجتماعية*، ٤٩.

الزهراني، يحيي مزر عطية وعفيفي، محرم يحيي محمد محمد (٢٠١٨). فاعلية استراتيجية مقترحة قائمة على استخدام النماذج الإلكترونية التفاعلية في تنمية مهارات الجدل العلمي لدى طلاب العلوم والرياضيات بالكلية الجامعية بالقنفذة جامعة أم القرى، *مجلة تربويات الرياضيات*، ٢١(١٠)، ٣-٢٧١.

صبري، رشا السيد (٢٠١٨). فاعلية برنامج تدريبي مقترح لتصميم المواقف التدريسية ب أنموذج مكارثي في تنمية بعض متطلبات الكفاءة المهنية لمعلمي الرياضيات وتنمية الثقة الرياضية لتلاميذ المرحلة الابتدائية. *مجلة تربويات الرياضيات*، ٢١(١)، ٢٥-٨٠.

عبد الله، وائل (٢٠١٠). تطوير مناهج الرياضيات في الحلقة الأولى من التعليم الأساسي في ضوء معايير مقترحة تتضمن مفاهيم حقوق الإنسان. *مجلة تربويات الرياضيات*، ١٣.

عبد الدايم، صلاح عبد الحفيظ محمد محمد (٢٠٠٣). القدرة على التفكير المنطقي (القائم على قواعد المنطق الرياضي) وعلاقتها بالبرهان وحل المشكلات الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية (دراسة تحليلية). *مجلة تربويات الرياضيات*، ٦(١)، ١٤-٥٢.

عبدالرحيم، محمد حسن عبدالشافى (٢٠٢٠). استخدام التعلم التوليدي لتنمية عمق المعرفة الرياضياتية والثقة بالقدرة على تعلم الرياضيات لدى طلاب المرحلة الإعدادية. مجلة تربويات الرياضيات، ٢٣، ١٣٠-١٣٧.

عبيده، ناصر السيد عبد الحميد (٢٠١٧). فاعلية نموذج قائم على أنشطة PISA في تنمية مكونات البراعة الرياضية والثقة الرياضية لدى طلبة الصف الأول الثانوى، مجلة دراسات في المناهج وطرق التدريس. الجمعية المصرية للمناهج وطرق التدريس، ١٢٩، ١٦-٧٠. عصر، رضا مسعد السعيد، البشلاوى، محمود هاشم محمد (٢٠٢١). برنامج مقترح قائم على المنطق الرياضي لتنمية مهارات الإثبات الجبري لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. مجلة تربويات الرياضيات، ١٣٢-١٥٩، إبريل.

الفيزاني، عبدالرحمن (٢٠١٢). المنطق وطرق الإثبات، الدار العربية للنشر، ط٢. هذال، تغريد خضير (٢٠٢٢). المنطق الرياضي وعلاقته بالتحصيل والبرهان الرياضي في مادة الرياضيات التوبولوجي لدى طلبة كلية التربية الأساسية. مجلة كلية التربية الأساسية، ٢٨ (١١٥).

Ayalon, M. & Even, R. (2016). Factors shaping students' opportunities to engage in argumentative activity. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14: 575–601.

Ayalon, M. (2019). Exploring changes in mathematics teachers' envisioning of potential argumentation situations in the classroom. *Teaching and Teacher Education*, 85, 190–203.

Cervantes-Barraza, J. A., Moreno, A. H., and Rumsey, C. (2020). Promoting mathematical proof from collective argumentation in primary school. *School Science and Mathematics*, 120, 4–14.

Coppola, C., Mollo, M., Pacelli, T. (2011). An Experience of Social Rising of Logical Tools in a Primary School Classroom: The Role of Language, *International Journal of Mathematics Teaching and Learning*, available online at https://www.researchgate.net/publication/257127472_An_experience_of_social_rising_of_logical_tools_the_role_of_language.

Common Core State Standards Initiative (CCSSI) (2010). Common Core State Standards for Mathematics (CCSSM). Washington, DC: National Governors Association Center for Best Practices and Council of Chief State School Officers. http://www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math_Standards.pdf.

Dance, R. & Kaplan, T. (2018). Thinking Together 9 Beliefs for Building a Mathematical Community HEINEMANN Portsmouth, NH.

Doruk, M. & Doruk, G. (2022) Students' ability to determine the truth value of mathematical propositions in the context of operation

- meanings, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(4), 753-786, DOI: 10.1080/0020739X.2020.1782494.
- Englbrecht, J., Harding, A. & Potgieter, M. (2005). Undergraduate Student Performance and Confidence in Procedural and Conceptual Mathematics.
- Ehrlinger, J., Mitchum, A., & Dweck, C. (2016). Understanding overconfidence: Theories of intelligence, preferential attention and distorted self-assessment. *Journal of Experimental Social Psychology*, 94 - 100.
- Francisco, John M. (2022). Supporting argumentation in mathematics classrooms: The role of teachers' mathematical knowledge. LUMAT Special Issue 2022: Mathematical Thinking and Understanding in Learning of Mathematics LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education Published by the University of Helsinki, Finland / LUMA Centre Finland | CC BY 4.0.
- Ganley, C. M., & Vasilyeva, M. (2011). Sex differences in the relation between math performance, spatial skills, and attitudes. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 32(4), 235-242.
- Ganley, C & Lubinski, S. (2016). Mathematics Confidence, Interest and Performance: Examining Gender Patterns and Reciprocal relations. *Learning Individual Differences*, 47, 182-193.
- GÖKÇE, Semirhan, Arzu AYDOĞAN YENMEZ, Tuğba ÇELİK (2020). Argumentation-Based Learning: An example of mathematical questions through online interactions among prospective teachers, Mehmet Akif Ersoy Universities Eğitim Fakültesi Dergisi e-ISSN:2146-5983 Yıl: 2020 Sayı: 53 Sayfa: 458-487.
- Hanna, G. (2020). Mathematical proof, argumentation, and reasoning. *Encyclopedia of mathematics education*, 561-566.
- Hannula M., Maijala, H., & Pehkonen, E. (2004). Development Of Understanding and Self Confidence in Mathematics; Grade 5-8 Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3, 17-24.
- Hidayat, W., Wahyudin, & Prabawanto, S. (2018). The Mathematical Argumentation Ability and Adversity Quotient (AQ) of Pre-Service Mathematics Teacher. *Journal on Mathematics Education*, 9(2), 239-248.

- Iacobelli, E. (2019). Exploring the Mathematical Confidence and Self-Efficacy of Primary/Junior Pre-Service Teachers. *International Journal of Mathematics Education in Science and technology*, 36(6), 601-712.
- Jagals, D & Walt, V. (2013). Mathematics confidence: reflections on problem solving. Paper presented at the 8th Annual conference of European Research in Mathematics education 6 February to 10 February 2013 in Turkey, Antalya.
- Kholil, M. (2019). Students' creative thinking skills in solving mathematical logic problem with open-ended ICOPAMBS 2019, *Journal of Physics: Conference Series* 1465012044, IOP Publishing, doi:10.1088/1742-6596/1465/1/012044.
- Kosko, K. W., Rougee, A., and Herbst, P. (2014). What actions do teachers envision when asked to facilitate mathematical argumentation in the classroom?. *Mathematics Education Research Journal*, 26, 459–476.
- Krpan, M. (2018). Teaching math with meaning; Cultivating self-efficacy through learning competencies. Toronto: Pearson Education.
- Krpan, M. and Sahmbi, G. (2019). Arguing for access: Teachers' perspectives on the use of argumentation in elementary mathematics and its impact on student success. In: 2019 Conference of the Canadian Society for the Study of Education.
- Ku, O., Chen, S.-Y., Wu, D.-H., Lao, A.-C.-C., & Chan, T.-W. (2014). The Effects of Game-Based Learning on Mathematical Confidence and Performance: High Ability vs. Low Ability. *Educational Technology & Society*, 17 (3), 65–78.
- Lin, P. J. (2018). The development of students' mathematical argumentation in a primary classroom. *Educação & Realidade*, 43, 1171-1192.
- Masalova, S. (2012). Cognitive Rationality and Its Logic-Mathematical Language. *Psychology Research*, ISSN 2159-5542, 2(12), 744-751.
- Nunes, T., Bryant, P., Evans, D., Bell, D., Gardner, S., Gardner, A. and Carraher, J. (2007): The Contribution of Logical Reasoning to the Learning of Mathematics in Primary School. *British Journal of Developmental Psychology*, 25, 147–166.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM.

- Nergård, B. (2021). Preschool children's mathematical arguments in play-based activities. *Mathematics Education Research Journal*, <https://doi.org/10.1007/s13394-021-00395-6>.
- New York State (NYS) (2017). Next Generation Mathematics Learning Standards, <http://www.nysed.gov/curriculum-instruction/new-york-state-next-generation-mathematics-learning-standards>. New York State (NYS) (2017). Preface to the New York.
- New York State (NYS) (2019). New York State Next Generation Mathematics Learning Standards Updated, New York State Next education department, <http://www.nysed.gov/common/nysed/files/programs/curriculum-instruction/nys-next-generation-mathematics-p-12-standards.pdf>
- Rapanta, C. (2019). *Argumentation Strategies in the Classroom*. Delaware: Vernon Press.
- Reuter, F. (2023). Explorative mathematical argumentation: a theoretical framework for identifying and analysing argumentation processes in early mathematics learning. *Educational Studies in Mathematics*, 112, 415–435, <https://doi.org/10.1007/s10649-022-10199-5>.
- Rumsey, C. (2013). A Model to Interpret Elementary-School Students' Mathematical Arguments. In Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.
- Rumsey, C. & Langrall, C. W. (2016). Promoting mathematical argumentation. *Teaching Children Mathematics* 22: 412–419.
- Rolan, Eka Nanda Azer, Darmawijoyo, Indaryanti (2021). Learning Mathematical Modelling: Junior School Student's Argumentative Ability Through a Visual-Formed Problem, *Advances in Social Science, Education and Humanities Research*, volume 550, Proceedings of the 1st International Conference on Mathematics and Mathematics Education (ICMMED).
- Sriraman, B., & Umland, K. (2020). Argumentation in Mathematics Education. In: Lerman, S. (eds) *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_11.
- Solar, H., Ortiz, A., Deulofeu, J., and Ulloa, R. (2020). Teacher support for argumentation and the incorporation of contingencies in mathematics classrooms. *International Journal of Mathematical Education in*

- Science and Technology*, DOI:
<https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1733686>.
- Starkey, M, A. (2010). Using a Structured Instrument to Improve the Mathematical Confidence Levels of Female College Students. *Journal of Mathematics Education*, 3(1),1-14.
- Trisanti, L. B. (2019). The process of thinking by prospective teachers of mathematics in making arguments. *Journal of Education and Learning (EduLearn)*, 13(1), 17- 24.
- Trisanti, L. B., & Nusantara, T. (2022). The influence of infusion learning strategy on students' mathematical argumentation skill. *International Journal of Instruction*, 15(2), 277-292. <https://doi.org/10.29333/iji.2022.15216a>.
- Van Ness, C. & Maher, C. A. (2019). Analysis of the argumentation of nine-year olds engaged in discourse about comparing fraction models. *Journal of Mathematical Behavior*, (53), 13- 41.
- Witherspoon, E., Miller, D., Pinerua, I., and Gerdeman, D. (2022). Mathematical and Scientific Argumentation in PreK-12 A Cross-Disciplinary Synthesis of Recent DRK-12 Projects APRIL 2022 AIR® Headquarters American Institutes for Research.
- Yilmaz, I (2012). A study on prospective Science Teachers Knowledge and Achievement Levels in Mathematical logic in Electricity – Subject. *Journal of International Education Research*, 8(4).
- Zhou, D., Liu, J., & Liu, J. (2021). Mathematical argumentation performance of sixth graders in a Chinese rural class. *International Journal of Education in Mathematics, Science, and Technology (IJEMST)*, 9(2), 213-235. <https://doi.org/10.46328/ijemst>.

