تضمين المعرفة الرياضية بالرسائل العلمية والبحوث المنشورة في تعليم وتعلم الرياضيات "دراسة تقييمية"

INCLUSION OF MATHEMATICAL KNOWLEDGE IN SCIENTIFIC THESES AND PUBLISHED RESEARCH IN THE TEACHING AND LEARNING OF MATHEMATICS "EVALUATION STUDY"

د غرم الله مسفر صالح الغامدي
أستاذ تعليم الرياضيات المشارك
كلية التربية - جامعة جدة
galghamdy@uj.edu.sa

تضمين المعرفة الرياضية بالرسائل العلمية والبحوث المنشورة في تعليم وتعلم الرياضيات "دراسة تقييمية"

مستخلص الدراسة:
هدفت الدراسة إلى تقييم مستوى تضمين المعرفة الرياضية بالرسائل العلمية والبحوث المنشورة في تعليم وتعلم الرياضيات في دوريات علمية محكمة باللغة العربية والمطبقة على مناهج الرياضيات في التعليم العام بالمملكة العربية السعودية خلال الفترة من عام (٢٠١٠ - ٢٠١٩م)، واتبع المنهج الوصفي التحليلي، واستخدمت بطاقة لتحليل المحتوى، وتكونت عينة الدراسة من (١١٦) بحثاً ورسالة علمية، منها (٢٦) رسالة ماجستير أو دكتوراه، (٩٠) بحثا منشورا، وتوصلت الدراسة إلى عدة نتائج، أهمها: هناك ثمانية مجالات بحثية في تعليم وتعلم الرياضيات، تباينت من حيث عدد البحوث في كل منها، مرتبة تنازليا كما يلي: تقييم أداء المعلم، والتحصيل في الرياضيات، وتوظيف استراتيجيات ونماذج التدريس، وتحليل محتوى المناهج، وتوظيف التقنيات في المحتوى، ومعالجة المفاهيم الرياضية، وتحسين أداء المعلم، وأخيرا مجال صعوبات تعلم المحتوى، وقد تباينت الأوزان النسبية لمدى تضمين معالجة محتوى الرياضيات في عينة بحوث تعليم وتعلم الرياضيات، وبالنسبة للبحوث والرسائل العلمية التي تضمنت محتوى رياضي يسهم في إثراء المعرفة الرياضية للمعلمين في تعليم وتعلم الرياضيات، فقد تباينت النتائج بشكل كبير، حيث كانت مرتفعة جدا في مجالي التحصيل في الرياضيات وصعوبات التعلم، ومرتفعة في مجالي توظيف استراتيجيات ونماذج التدريس ومعالجة المفاهيم الرياضية، وكانت متوسطة في مجال تحليل محتوى المناهج، ومنخفضة في مجالي تقييم أداء المعلم وتوظيف التقنيات، أما بالنسبة لمجال تحسين أداء المعلم فلم تتضمن البحوث أي محتوى يثري المعرفة الرياضية للمعلمين. كما تباينت نسبة البحوث المتضمنة بمحتوى يسهم في إثراء المعرفة الرياضية للمعلمين في كل مرحلة من المراحل التعليمية الثلاث، حيث كان أكبر عدد من البحوث في المرحلة الابتدائية، يليه عدد البحوث في المرحلة المتوسطة، وأخيرا عدد البحوث في المرحلة الثانوية. وفي ضوء ذلك قدمت الدراسة مجموعة من التوصيات والمقترحات ذات الصلة.

الكلمات المفتاحية: *تعليم وتعلم الرياضيات، المعرفة الرياضية، دراسة تقييمية.*

Inclusion of Mathematical Knowledge in Scientific Research and Theses Published in Learning and Instruction of Math An Assessment Study

Abstract: This study aimed to assess the inclusion level of mathematical knowledge in scientific theses and research published in learning and instruction of math published in peer-reviewed Arabic scientific journals which were applied to the math curricula in general education in the Kingdom of Saudi Arabia during (2010-2019) years. An analytical descriptive method and a content analysis card were used. The study sample consisted of (116) scientific theses and research as (26) M.Sc. theses or Ph.D. theses and (90) published research. The study revealed many results like There are eight research domains in learning and instruction of math. There are variations between study numbers in each domain which were decently ordered as: Assessment of teacher's performance, math achievement, employment of teaching strategies and model, analysis of curricula of content, the using of techniques in content, processing of mathematical concepts, the improvement of teacher's performance and finally, the domain of content learning difficulties. The relative weights of the

inclusion of the processing of math content varied in the sample of studies in learning and instruction of mathematics sample. For the scientific studies and research that included mathematical content contribute to the enrichment of the teachers' math knowledge in learning and instruction of mat, the results highly varied. They were very high in the domains of achievement of mathematics and learning difficulty, high in the domains of using teaching models and strategies and math concepts processing. They were medium in the domain curricula content domain and low in the domains of teacher's performance assessment and using techniques. For the domain of improving teachers' performance, the studies did not include any content that enrich the teachers' mathematical knowledge. The rate of studies that included content that contributes to enriching teachers' knowledge varied in each educational stage of the three educational stages. Most of the studies' number were in the elementary stage then the number of the studies in the middle stage and finally the number of the studies in the secondary stage. According to the previous results, the study presented related recommendations and suggestions.

Keywords: Math learning and instruction, Math knowledge, Assessment study.

مقدمة:

يؤثر فهم المعلمين للمفاهيم التي يقومون بتدريسها على جودة تدريسهم وتعلم طلابهم، ولكن التحدي الأكبر في مجال تعليم المعلمين يتمثل في توليد رؤية مشتركة للمعرفة والمهارات الأساسية اللازمة لمهنة التدريس، وتقديم نموذج يشمل عملية متعددة الأبعاد للمعرفة والمهارات الأساسية للتدريس؛ ومن ثم، فإن مهنية معلم الرياضيات تقوم على عدة مقومات، من أهمها: تمكنه من المحتوى الرياضي المنوط بتدريسه، وامتلاكه للمعرفة الرياضية العميقة المستهدف تنميتها لدى المتعلمين، ولذا تبرز أهمية تعليم الرياضيات المتمركز على المعرفة، والذي يرتبط بمعرفة المعلم واستيعابه لمنهج الرياضيات المدرسي، وكيفية معالجته، والاستراتيجيات التدريسية المناسبة له، وربطها بالأهداف المنشودة من تعليم وتعلم الرياضيات.

في هذا الصدد، يشير(Pupo, Valdes, 2015) إلى أن تصميم تعليم الرياضيات يجب أن يهتم بتوفير المعرفة الرياضية المناسبة وتعميق الفهم وإكساب المهارات الرياضية لمختلف الطلاب، وبهذا المعنى يمكن القول إن تعليم الرياضيات يتطلب نوعا خاصا من التدريس، يتم فيه تخصيص المبادئ الرياضية الأساسية لتلبية احتياجات الطلاب والمعلمين، وهو علم يتطلب عمليتين متكاملتين، أولاهما نظرية تتمثل في بناء المعرفة الرياضية، والأخرى تطبيقية تتمثل في ممارسات المعلم داخل الصف، والمشكلات التي تواجهه، والمهم فيها هو تكوين المعرفة كعملية نشطة ومستمرة لتنظيم وإعادة الهياكل المفاهيمية بدلا من تراكم الحقائق الثابتة دون فهمها.

وتشير دراسة (Superfine, et.al, 2020) إلى أن العديد من البحوث الحديثة التي اهتمت بمعرفة معلمي الرياضيات أكدت حاجتهم المستمرة للمعرفة المتخصصة، والتي تدعم بناء معرفتهم السابقة بالرياضيات، بما يتجاوز المعرفة اللازمة لتعليم طلابهم؛ وأوصت بضرورة تركيز الأبحاث المتعلقة بطبيعة المعرفة الرياضية للمعلمين على ما ينبغي تضمينه في دورات تدريبهم، من حيث: معرفة الرياضيات، ومعرفة طرق التدريس، والمعرفة الرياضية للتدريس؛ حيث أثبتت البحوث أن معلم الرياضيات يظهر كفاءة في الإجراءات الرياضية، ويفتقر إلى الفهم المفاهيمي العميق مما يتطلب تطوير معرفته بالرياضيات.

وتركز الهيئات والمؤسسات المهنية والمنظمات المتخصصة في تطوير أداء المعلمين القائم على المعايير، والمرتبطة باختبارات الرخصة المهنية، ولكن لا يزال هناك نقاش كبير حول الكيفية التي يمكن بها أن تدعم تعليم المعلمين بشكل أفضل لمواجهة تحديات التنمية المستدامة، وفي هذا الصدد تؤكد دراسة (Phelps, et.al, 2020) على أهمية اختبارات رخصة معلم الرياضيات، حيث أوضحت أن معرفة المحتوى للتدريس ومعرفة المحتوى التربوي وجميع أنواع المعرفة الرياضية تمثل محورا

رئيسا في تلك الاختبارات لحصول المعلمين على الرخصة، مما يستلزم ضرورة تقديم أدلة إرشادية لمعلم الرياضيات تسهم في إتقانه للمحتوى الذي سيقوم بتدريسه، وذلك لأن معرفة المحتوى الرياضي هي إحدى الكفاءات الأساسية لتدريس الرياضيات، لما له من تأثير إيجابي على جودة التدريس ومستوى الطلاب.

وعلي الجانب الآخر تعد بحوث تعليم الرياضيات بمثابة دليل إرشادي للمهتمين بتعليم وتعلم الرياضيات، ويؤكد (Vossen, et.al, 2020) على أن معلمي الرياضيات بحاجة لبرامج التطوير المهني تسهم في توسيع معرفتهم حول أهداف تعليم وتعلم الرياضيات؛ بما يؤدي إلى تنمية المعرفة المتخصصة، وإزالة الغموض حول علم أصول تدريس الرياضيات، وربط ذلك بالبحث وعلاقته بالتصميم التدريسي، لفهم حقيقة الممارسة المهنية للمعلم داخل الفصل الدراسي، وتشكيل أنشطة التطوير المهني التي تقدم رؤى متقدمة حول تنمية معرفة معلم الرياضيات بشأن ممارساته المتنوعة.

ويضيف (Wilson, et, al, 2017) أن الدورات التدريبية لمعلمي الرياضيات على كيفية التخطيط وتنفيذ تدريس الرياضيات، وتكييف الممارسات التدريسية تعد إحدى أهم عمليات التنمية المهنية لتطوير أدائهم قبل الخدمة وأثنائها.

ونظرا لأهمية التدريب المستمر لمعلمي الرياضيات القائم على تحليل المحتوى والتطوير المهني، وإجراء البحوث، يؤكد (Bianchini & Gomes, 2019) على أهمية فهم وتنظيم ما تم عمله في مجال بحوث المعرفة الرياضية، وكيفية تطور الإنتاج الأكاديمي تاريخيا، من خلال إقامة علاقات بين الأبحاث المختلفة التي تم إجراؤها، وبالتالي تحديد الموضوعات المتكررة، والإشارة إلى وجهات نظر جديدة ذات الصلة بالمعرفة الرياضية للمعلم، وإجراء البحوث المرتبطة بإعادة هيكلة المبادئ المعرفية الرئيسية بمهنة تدريس الرياضيات، وضرورة قيام أساتذة الجامعات بالتعاون مع المعلمين كباحثين مشاركين في بناء المعرفة المهنية للمعلمين.

ومن الدراسات العديدة التي أجريت في مجال تعليم وتعلم الرياضيات والمرتبطة بكل من الطلاب والمعلمين، دراسة (Gvozdic, & Sander, 2018) التي توصلت إلى أن المعرفة الرياضية للمعلمين تؤثر في فهم الطلاب للعمليات الرياضية الجديدة وحل المشكلات، إضافة إلى أن تلك الدراسات أكدت التباين بين المعلمين حول معرفتهم الرياضية.

ولسد الفجوة بين البحث والممارسة يقوم الباحثون بتطوير فرص التعلم للمعلمين، لإنتاج معرفة قابلة للاستخدام، لتطوير ممارساتهم المهنية بشكل أكبر، من خلال دمج تنفيذ فرص التعلم في أبحاثهم، ولذا يؤكد (Cai, et.al, 2017) على ضرورة أن تقدم البحوث الدعم اللازم للمعلمين حول معرفتهم الرياضية بالمحتوى، وكذلك مساعدتهم على تنفيذ المناهج الدراسية على النحو المنشود، وتوفير فرص التعلم التي تسهم في إثراء فهم الطلاب المفاهيمي للرياضيات.

ويرى كثير من المختصين أن انخفاض مستوى الطلاب في مختلف مجالات المحتوى، عائد بقدر كبير إلى المعلمين، ولذا يؤكد (Morales, Agger, 2017) حاجة المعلمين المستمرة إلى دورات تدريبية على المدى الطويل، وحاجة الطلاب للدعم الدائم من قبل معلميهم؛ لإتقان مهارات الرياضيات الأساسية بشكل مناسب، مع التركيز دائما على الآثار الإيجابية للأداء الأكاديمي للمعلم وارتباط نجاح الطلاب بذلك، وعليه يجب توفير فرص التطوير المهني للمعلمين التي تساعدهم على الأداء الفعال، والتركيز المستمر على ضمان الفهم العميق للمادة الدراسية.

ولمعلم الرياضيات دور رئيس في إكساب المتعلمين المعرفة المفاهيمية وتطوير الفهم الرياضي وبناء المعرفة بشكل سليم، ولهذا يؤكد (Sinay & Nahornick, 2016) على أن توفير الأساس القوي في الرياضيات للطلاب يلعب دورا مهما في تنمية المهارات الرياضية، والتحصيل الأكاديمي في المستقبل، ومن ثم، يجب التركيز على الاستراتيجيات التعليمية القائمة على البحث، والتي يمكن أن توفر إرشادات لممارسات معلمي الرياضيات الفعالة لدعم تطوير أداء طلابهم، وتشير الأدلة المتزايدة إلى أن الطلاب يطورون طلاقة إجرائية "القدرة على تطبيق واستخدام خطوات أو استراتيجيات لحل مشاكل مختلفة في الرياضيات" ولكنهم يواجهون صعوبات في الفهم المفاهيمي "معرفة الأفكار المجردة"، وبناء على ذلك يؤكد الباحثون على أهمية التدريس لفهم المفاهيم الرياضية.

ومن ثم فقد أشار (Cueto, et.al, 2017) إلى تحول اهتمام العديد من الباحثين للمتغيرات المتعلقة بالمعلم لفهم عمليات الفصل الدراسي بشكل أفضل، والتي قد تساعد في زيادة مستويات التعلم بين الطلاب، ومن أهم هذه المتغيرات معرفة المحتوى الرياضي ومعرفة الطلاب، حيث إن تمكن المعلمين منها يساعدهم في التعرف على أخطاء الطلاب، والتنبؤ بما قد يواجههم من مشكلات مستقبلا.

ولتزايد الوعي بأهمية تعليم الرياضيات في التعليم العام، فقد أولت المنظمات المهنية وصانعي السياسات أهمية كبيرة على فعالية تعليمها وتعلمها، ويشير (Leavy,& Hourigan, 2018) إلى أنه من العوامل المؤثرة على ذلك ما يتعلق بتعليم المعلمين، وتحديداً ما يخص معرفة المحتوى الرياضي، وأن هناك إجماع على أن المعلمين بحاجة إلى معرفة أكثر بالرياضيات من أجل التدريس الفعال، وتطوير المعرفة اللازمة لدعم تعليمهم للرياضيات.

ويفتقد مجال المعرفة الرياضية إلى أسس نظرية محددة، وثمة ثلاث أولويات للنهوض بالبحث في مجال المعرفة الرياضية للتدريس، حددها (Hoover, et.al, 2016) في إيجاد أرضية مشتركة للدراسات التي تعمل على تطوير المجال، والابتكار والتفكير في الطرائق المتبعة، ومعرفة الطلاقة الرياضية في التدريس وعلاقتها بتعليم المعلمين.

وبناء على ذلك، فقد انتقل التركيز لتعليم المعلمين في الولايات المتحدة الأمريكية من الاهتمام بتطوير الفهم الشامل للموضوع الرياضي، إلى التركيز على علم أصول التدريس، والربط الوثيق بين إنجازات الطلاب وعمق الفهم لديهم وقوة المعرفة الرياضية لدى معلميهم، وفي السياق الفنلندي تم التأكيد على الحاجة لدورات تدريبية في معرفة المعلمين للمحتوى، وأن المحتوى الرياضي المقدم في دورات تعليم المعلمين يحتاج إلى أن يكون مرتبطاً بإحكام بالرياضيات التي يتم تدريسها، وتضمين الدورات التدريبية المعرفة التربوية في الرياضيات.

كما أن الموقف الإيجابي للمعلمين ومعرفتهم الفعالة بالمحتوى التربوي، له أهمية كبيرة في تطوير التفكير الرياضي لدى الطلاب، وتنمية اتجاهاتهم الإيجابية نحوها، ويؤكد (Das, 2015) على حاجة المعلمين إلى تطوير المعرفة التربوية في الرياضيات على وجه العموم، وذلك من خلال تمكنهم من فهم أصول التدريس، وتركيزهم على المعرفة التربوية، وإعدادهم الجيد المتضمن لمعرفة المحتوى الرياضي.

وعرض (Allsopp, 2015) نتائج مجموعة من الأبحاث المتعلقة بتعليم المعلمين والرياضيات والطلاب العاديين وذوي صعوبات التعلم، حيث ركزت على قضايا مهمة منها؛ الكفاءة في تدريس الرياضيات والكفاءة الذاتية، والمعرفة الرياضية، وتوصل إلى أن أسباب صعوبات تعلم الرياضيات متنوعة، منها: منهج الرياضيات، وعدم استخدام البحث والممارسات التعليمية الفعالة، وأوصى بأنه يجب على الباحثين في مجال تعليم معلمي الرياضيات زيادة عدد واتساع الدراسات في مجال المعرفة الرياضية والتأكيد على كل من الفهم المفاهيمي والإجرائي.

ويعد تدريب المعلمين قبل الخدمة أمراً محورياً في إعدادهم المهني وتكوينهم كمعلمين مؤهلين، ويشير (Hine, 2015) إلى أن العديد من المختصين يؤكدون أن المعلمين يحتاجون إلى تطوير معرفة المحتوى الرياضي، لمساعدة الطلاب على تعميق فهمهم، كما أثبتت الدراسات أن هناك حاجة إلى تحديث وتوحيد معرفة المحتوى الرياضي لمعلم الرياضيات وأن أفضل طرق الدعم للمعلم هي الاهتمام بالمعرفة الرياضية للتدريس أو تدريس كل من المعرفة المفاهيمية والإجرائية والطلاقة الرياضية.

ويتضمن تطوير المعرفة بالرياضيات مزيجا من المعرفة النظرية والعملية، وأن الجامعات والمدارس مسؤولة عن سد الفجوة بين المعرفة التي يتم تدريسها أثناء الدورات الدراسية والتدريب العملي، وفي ذات السياق يؤكد (Livy, Vale, & Herbert, 2016) على أن أهمية معرفة المحتوى الرياضي للمعلمين، وأن من أهم المسؤوليات التي تتولاها مؤسسات الإعداد تنمية الاهتمام والشغف بتعلم وتعليم الرياضيات لدى المعلمين والطلاب، والالتزام بضمان معرفة المعلمين بالموضوع

الرياضي الذي يتم تدريسه، مع القدرة على إظهار هذه المعرفة كجزء من معايير التدريس.

ويعد تطوير المعرفة المهنية لمعلم الرياضيات والتركيز على الكفاءة المعرفية للمحتوى المراد تدريسه هدفا بحثياً ذا أولوية، ويشير (Guala,& Boero, 2017) إلى ضرورة توجيه الجهود البحثية المتعلقة بالدورات المقدمة للمعلمين إلى كيفية تمكينهم من التعامل مع الموضوعات الرياضية بطريقة مستقلة وواعية، والمعرفة المهنية لمعلمي الرياضيات، وتعاملهم الجيد بشأن المحتوى وطرق التدريس، مع ضرورة التفكير في مجال المحتوى الرياضي بمعنى واسع.

إن توفير الفرص لتطوير المعرفة التربوية لمعلمي الرياضيات يمثل إحدى المسؤوليات الهامة لمعلمي المعلمين، حيث إن المعرفة اللازمة تؤهل المعلمين تأهيلاً عالياً ليكونوا محترفين ومعلمي رياضيات فعالين، ويشير (Appova, & Taylor, 2020) إلى أن المعرفة الرياضية تتضمن مجالين رئيسيين "معرفة المادة ومعرفة المحتوى التربوي"؛ فتطوير المعلمين لمحتوى المعرفة التربوية يوفر أساساً قوياً لممارسة معلمي الرياضيات، ويؤكد أن الدراسات أثبتت أن إعداد المعلمين غير كاف فيما يتعلق بالتنمية العميقة لعلم الرياضيات، وإن المعلمين بحاجة إلى المزيد من البرامج التدريبية بهذا الصدد.

ومن ثم، تبدو الحاجة إلى مراجعة برامج التدريب المهني للمعلمين، حيث أشارت دراسة (Iori, 2018) إلى الدور الذي يمكن أن تؤديه برامج التدريب المهني للمعلمين في البناء المعرفي لهم، وتقييم التعلم والمرتبط بمعرفة المعلمين والوعي بهذا البعد، وإعادة التفكير في التدريب الأولي وتدريب معلمي الرياضيات أثناء الخدمة من أجل مساعدتهم على تفسير وإدارة الأنشطة الرياضية بشكل احترافي، واقتراح برامج تدريبية توفر للمعلمين مفتاحاً لتحديد الأسباب العميقة للصعوبات التي يواجهها الطلاب بشكل منهجي في النشاط الرياضي.

ويتم تطوير الصورة النمطية لتعليم الرياضيات في معظم الدول المتقدمة، بالتركيز على الدراسات الصفية، وتأسيس مفهوم جديد لتشكيل إعداد معلمي ما قبل الخدمة، وتطويرهم أثناء الخدمة، ولن يدرك المعلمون الحاجة للمعرفة الرياضية للتدريس إلا من خلال ممارساتهم الفعلية، حيث سيضطرون إلى تطوير معرفتهم الرياضية بعد دخولهم الفصل، وعليه تتضح أهمية البحوث والدراسات المرتبطة بالمعرفة الرياضية في مجال تعليم الرياضيات. وفي هذا أكدت دراسة (Kaur, 2020) على أن بحوث تدريس الرياضيات لها تأثير كبير على تشكيل الاتجاهات الإيجابية للمعلمين نحو المهنة، والتركيز على المهارات الإجرائية للطلاب، والتدريس من أجل الفهم المفاهيمي، وحل المشكلات، واستيعاب المفاهيم الرياضية، وممارسة المهارات، وأهمية إشراك الطلاب في بناء المعرفة المفاهيمية، وتضيف دراسة (Niss, 2020)

أن من أهم ما تقدمه بحوث تعليم وتعلم الرياضيات للباحثين والمختصين الفهم الأفضل لماهية المعرفة الرياضية، والإسهام في تعزيز وتحسين تعلم الطلاب للرياضيات، واكتساب الكفاءات الرياضية.

وركزت دراسة (De Corte, 2020) على ارتباط البحوث بتحسين البناء المعرفي لمعلمي الرياضيات، والحاجة لمبادئ تصميم بيئات تعلمها، وإلى المزيد من الدراسات المستقبلية من قبل الباحثين بالتعاون مع ممارسين خبراء مهتمين، لفهم أفضل وتحليل عميق لعملية تعليم وتعلم الرياضيات وتدريب معلمي الرياضيات. كما تؤكد دراسة (Magajna, 2020) على العلاقة الإيجابية بين تطور البحث العلمي في مجال تدريس الرياضيات والنمو المهني للمعلم ودافعيته نحو المهنة، بما تسهم به في بناء مستويات مرتفعة من الوعي والمعرفة المهنية للمعلم، ومساعدة الطلاب على بناء المعرفة الرياضية وربطها بشكل صحيح بمعتقداتهم وقيمهم وخلفيتهم الثقافية ونشاطهم المهني. وتوصل (McGrath & Kuteeva, 2020) إلى أن مشاركة المعلمين في المقالات البحثية لتدريس الرياضيات تؤثر على تطورهم المهني.

وأكدت دراسة (Wang & Lin, 2020) على علاقة البحوث في مجال تعليم الرياضيات بتشكيل البناء المعرفي المهني لمعلميها في كل من الصين وأمريكا، حيث لوحظ تفوق الطلاب الصينيين على الطلاب الأمريكيين في اختبارات الرياضيات، وذلك للفهم العميق لدى معلمي الرياضيات الصينيين، ولذا حاولت المنظمات المهنية في أمريكا تغيير الطرق التي يعمل بها المعلمون وإشراكهم في تطوير أصول تدريس الرياضيات، والارتقاء بمعايير مناهجها، والتطوير المهني لمعلميها.

وهدفت دراسة (Jaworski, 2020) إلى تقييم ممارسة البحث في تدريس الرياضيات، ودوره في تحسين وتعزيز الأداء المعرفي للمعلم، مع الاهتمام بقضية المعلم كباحث ومشارك في المشروعات البحثية، حيث يقوم المعلمون بالاستكشاف من الداخل وتقدير قيمة الممارسات فيكون المعلم مطلعا وممارسا مع الاهتمام بالمعرفة والتعلم العميق.

ويؤكد (Cai, et al., (2021 على أهمية الرسائل العلمية والبحوث والدراسات السابقة في مجال تدريس الرياضيات فيما تقدمه من تطوير الأداء المهني للمعلم المتعلق بالمعرفة المهنية، حيث إن مستوى إنجاز الطالب يعتمد على قدرات المعلمين.

كما يؤكد (Brown & Clarke, 2021) على دور بحوث تدريس الرياضيات في تعزيز المعرفة المهنية لمعلمي الرياضيات، حيث أدى ذلك إلى تغيير التفكير في أولويات الرياضيات المدرسية، وتأثيرها على مجال أبحاث تعليم الرياضيات، والانتقال إلى الاهتمام بأساليب التدريس وتعليم المعلمين؛ مما يحتم عمل الشراكات البحثية بين الباحثين، ويقع على عاتق أبحاث تعليم الرياضيات مسؤولية تمكين المعلمين، وهذا يفتح آفاقا جديدة للبحث في تعليم الرياضيات.

وقام (Bray, & Tangney, 2021) بتحليل (١٣٩) دراسة حديثة لاستخدام التكنولوجيا في تعليم الرياضيات، وتم التركيز على جوانب أصول التدريس في الرياضيات المعززة بالتكنولوجيا، وتعرف الاتجاهات الحديثة في أبحاث تعليم الرياضيات في هذا الصدد، ودور المعلم، وما تمتلكه التكنولوجيا الرقمية من القدرة على فتح آفاق جديدة للطلاب لبناء وفهم المعرفة الرياضية وتحسين الكفاءة المهنية للمعلم.

وأكدت دراسة (Schoenfeld, 2021) على أن البحوث الوصفية والتطبيقية في مجال تعليم وتعلم الرياضيات تسهم في تطوير الأداء المهني للمعلم، بما تقدمه من وصف واضح لفهم الطلاب والتفكير والتعلم والتدريس، والتركيز على سلوكه، ومراجعة خطط دروسه. كما أشارت دراسة (Artigue, 2021) إلى أهمية الاستفادة من نتائج وتوصيات البحوث والدراسات في مجال تعليم وتعلم الرياضيات، والكفاءة في توظيفها لتحسين الممارسة المهنية للمعلم، وتوضيح الدور الحاسم للدرس المبحوث في تطوير تعليم الرياضيات في العديد من الدول.

وتأسيساً على كل ما سبق، تتضح أهمية تعرف ودراسة معلمي الرياضيات للمحتوى العلمي المستهدف تدريسه، والتمكن منه على المستوى التخصصي، وإتقان استراتيجيات تدريسه، مع مراعاة أوجه التباين بين طبيعة مجالات الرياضيات من ناحية المحتوى، والتباين بين الموضوعات، والتباين في المستوى المعرفي بين المراحل التعليمية المختلفة، كما أن إحدى الافتراضات الأساسية أن زيادة المعرفة الرياضية للمعلم تسهم في تحقيق مكاسب أكبر في معرفة الطالب (لكن الأدلة التجريبية التي تدعم هذا الافتراض نادرة)، ومن ثم تظهر أهمية الدراسة الحالية. ولذا فإن هناك حاجة ماسة لتقييم بحوث تعليم وتعلم الرياضيات في التعليم العام بالمملكة العربية السعودية في ضوء ما توصلت إليه تلك البحوث والدراسات السابقة المهتمة بإثراء المعرفة لدى معلمي الرياضيات، بغية الوصول إلى نتائج دقيقة، وتقديم مجموعة من التوصيات والمقترحات الموضوعية القائمة على دراسة علمية موثوقة.

مشكلة الدراسة وتساؤلاتها:

من خلال خبرة الباحث في مجال المناهج وطرق تدريس الرياضيات، والاطلاع على العديد من البحوث والدراسات المرتبطة بمجال تخصصه، والإشراف على بعض الرسائل العلمية لدرجتي الماجستير والدكتوراه ومناقشتها، لاحظ أن تلك البحوث ركزت بشكل كبير على البحث والممارسة في تعليم وتعلم الرياضيات، حيث كان التطبيق والتنفيذ موضع الاهتمام، وأغفلت الجانب المفاهيمي، وهذا لا يتسق مع ما توصلت إليه بعض البحوث والدراسات (Kaur, 2020; Niss, 2020; Magajna, 2020; Cai; et.al, 2021) والتي أكدت على أن تعميق معرفة المعلمين بالمحتوى

الرياضي، وأن معرفة المعلمين بمحتوى الرياضيات تحدث فروقا في ممارساتهم المهنية وإنجاز طلابهم، وأن البحوث والدراسات لم تهتم بالقدر الكافي بتعميق معرفة المعلم بما يسهم في تنمية ممارساته وإنجاز طلابه.

ويشير (Guala,& Boero, 2017) إلى أن تطوير المعرفة المهنية لمعلم الرياضيات والتركيز على الكفاءة المعرفية للمحتوى المراد تدريسه هدفا بحثياً ذا أولوية. كما يؤكد (De Corte, 2020) على أهمية ارتباط البحوث بتحسين البناء المعرفي لمعلمي الرياضيات، والحاجة لمبادئ تصميم بيئات تعلمها،

وحيث إن معلمي الرياضيات يحتاجون إلى نوع متخصص من المعرفة يطلق عليه "المعرفة الرياضية للتدريس" لدعم ممارساتهم الفعالة في تدريس الرياضيات، ولتعليم الطلاب بشكل جيد، تتضمن تحليل التفاعل بين الممارسات القائمة والمكونات المعرفية الأساسية المرتبطة بالمحتوى الرياضي، مثل: تحليل تفكير الطلاب الذي أدى إلى إجابة غير صحيحة، وتحديد الفهم الرياضي الذي لا يمتلكه الطلاب بعد، وتحديد أفضل طريقة لتقديم الفكرة الرياضية بحيث يمكن فهمها من قبل الطلاب، واتخاذ القرار حيث يقوم المعلمون بتطوير سياق التدريس، فإن ذلك يتطلب التعلم المهني القائم على الممارسة، لاستكشاف المعرفة الرياضية التي تظهر عند المعلمين عندما ينفذون مهام ذات مستوى معرفي عالي مع طلابهم. ولذا فإن هناك حاجة ماسة إلى المزيد من الدراسات المستقبلية من قبل الباحثين بالتعاون مع ممارسين خبراء مهتمين، لفهم أفضل وتحليل عميق لعملية تعليم وتعلم الرياضيات وتدريب المعلمين. ومن ثم، فإن الدراسة تسعى إلى تقييم مستوى تضمين المعرفة الرياضية بالرسائل العلمية والبحوث المنشورة في تعليم وتعلم الرياضيات.

وعليه فقد تم تحديد مشكلة الدراسة في محاولة الإجابة عن السؤال الرئيس التالي: ما مستوى تضمين المعرفة الرياضية بالرسائل العلمية والبحوث المنشورة في تعليم وتعلم الرياضيات؟ يتفرع عنه التساؤلات التالية:

- **السؤال الأول:** ما مجالات المشكلات البحثية في بحوث تعليم وتعلم الرياضيات التي اهتمت بمعالجة عناصر المعرفة الرياضية في محتوى مناهج الرياضيات المدرسية؟
- **السؤال الثاني:** ما نسبة البحوث المتضمنة محتوى يسهم في إثراء المعرفة الرياضية للمعلمين في كل مجال من مجالات بحوث تعليم وتعلم الرياضيات؟
- **السؤال الثالث:** ما نسبة البحوث المتضمنة محتوى يسهم في إثراء المعرفة الرياضية للمعلمين في كل مرحلة من المراحل التعليمية الثلاث: الابتدائية، المتوسطة، والثانوية؟

أهداف الدراسة: هدفت الدراسة الحالية إلى تعرف:

- مجالات المشكلات البحثية في بحوث تعليم وتعلم الرياضيات التي اهتمت بمعالجة عناصر المعرفة الرياضية بمحتوى مناهج الرياضيات.
- نسبة البحوث المتضمنة محتوى يسهم في إثراء المعرفة الرياضية للمعلمين في كل مجال من مجالات بحوث تعليم وتعلم الرياضيات.
- نسبة البحوث المتضمنة محتوى يسهم في إثراء المعرفة الرياضية للمعلمين في كل مرحلة من المراحل التعليمية الثلاث: الابتدائية، المتوسطة، والثانوية.

أهمية الدراسة:

تنبع أهمية الدراسة مما يلي:

(أ) الأهمية المفاهيمية:

- إثراء وتقدم المجال المعرفي في بحوث تعليم وتعلم الرياضيات فيما يتعلق بالمعرفة الرياضية اللازمة لتدريس الرياضيات.
- إثراء معرفة المعلمين بالمحتوى الرياضي؛ وجعل الرياضيات في متناول الطلاب، وزيادة فهمهم لكيفية تعلمهم وفهم الرياضيات.
- فهم المعلمين العميق للمحتوى الرياضي يعد لازما للممارسات التدريسية الفعالة، وأن البحوث والدراسات الميدانية رافدا أساسيا لتطوير المعرفة الرياضية للمعلمين.

(ب) الأهمية التطبيقية:

- توجيه نظر المسؤولين عن برامج الماجستير والدكتوراه نحو كيفية تزويد الطلاب بما يوفر الدعم المهني لمعلمي الرياضيات لتحسين تعليمها وتعلمها.
- استفادة الأقسام الأكاديمية من نتائج الدراسة في وضع خطة بحثية وفق أولويات بحوث تعليم وتعلم الرياضات ذات الصلة الوثيقة بتطوير المعرفة الرياضية للمعلمين.

(ج) الأهمية البحثية:

- تزويد الباحثين بقائمة بمجالات المشكلات البحثية في بحوث تعليم وتعلم الرياضيات التي اهتمت بمعالجة عناصر المعرفة الرياضية بمحتوى مناهج الرياضيات.
- التكامل بين الأبحاث والرسائل العلمية الجامعية في مجال تعليم وتعلم الرياضيات، بما يعزز الهوية المهنية لمعلمي الرياضيات.
- استفادة الباحثين في مجال بحوث تعليم الرياضيات في اختيار مشكلات حقيقية ميدانية والتي تركز على المشكلات المرتبطة بالمحتوى الرياضي باعتباره مجالا رئيساً، يرتبط بالتغلب على العديد من الصعوبات والتحديات، بما يحسن الممارسات التدريسية لمعلمي الرياضيات.

حدود الدراسة:

تقتصر الدراسة الحالية على ما يلي:

- **الحدود الموضوعية المكانية:** البحوث والدراسات المنشورة في دوريات علمية محكمة باللغة العربية والمطبقة على مناهج الرياضيات في التعليم العام بالمملكة العربية السعودية، بالإضافة إلي رسائل الماجستير والدكتوراه في الجامعات السعودية.
- **الحدود الزمنية:** البحوث والدراسات المنشورة في دوريات علمية محكمة، والرسائل العلمية في مجالات تعليم الرياضيات خلال الفترة من عام (٢٠١٠ - ٢٠١٩م).

مصطلحات الدراسة:

لتحديد مصطلحات الدراسة الحالية إجرائياً، تم عرض بعض التعريفات الاصطلاحية لاستقراء التعريف الإجرائي وفقاً لما يلي:

بحوث تعليم وتعلم الرياضيات *Mathematics Education Research*

يعرف تان (Tan, 2017) بحوث تعليم وتعلم الرياضيات بأنها "البحوث التي تركز على مجالات رئيسة في تعلم الرياضيات ترتبط بالطالب والمعلم والخبرات الرياضية وبناء المعرفة الرياضية والتفاعلات بينها، مع التركيز على تعليم الرياضيات كوحدة متكاملة" (p. 233).

وتعرف **بحوث تعليم وتعلم الرياضيات** إجرائيا بأنها: مجموعة البحوث المرتبطة بالرياضيات المدرسية، تعليما وتعلما، وكذا مرتبطة ببرامج تعليم وتعلم الرياضيات، والمناهج في المملكة العربية السعودية، وهي لها غرضان أساسيان؛ فهم طبيعة التفكير والتدريس والتعلم الرياضي بشكل أفضل، واستخدام هذه المعرفة عمليا لتعلم الرياضيات وتدريسها، وتشمل الدراسات والبحوث المنشورة في مجلات علمية داخل وخارج المملكة، والرسائل العلمية (ماجستير ودكتوراه) بالجامعات السعودية.

المعرفة الرياضية:

ويعرف (Das, 2015) المعرفة الرياضية بأنها: "مزيج معقد من الفهم النظري والمهارة العملية، يؤكد على مادة الرياضيات، وطبيعتها، ونظرية المعرفة" (p. 790)

يعرف (Koponen, 2016) المعرفة الرياضية بأنها: "جزء من المحتوى الرياضي الذي تم تصميمه خصيصا لمعلمي المستقبل، وتتضمن معرفة محتوى من الرياضيات البحتة يحتاجها المعلمون ليحدث التكامل بين علم أصول التدريس والرياضيات" (p. 152).

ويعرف (Patterson & Belnap, 2020) "المعرفة الرياضية للتدريس في أبحاث تعليم المعلمين يصف المفاهيم والمهارات التي يستخدمها المعلمون لتسهيل وصول الطلب إليها" (p. 807).

وتعرف هيئة تقويم التعليم والتدريب (٢٠١٩) المعرفة الرياضية، بأنها: "معرفة البنى الرياضية بمفاهيمها وتعميماتها ومهاراتها ومسائلها، وإدراك العلاقات بين تلك العناصر" (ص. ١٦٦). وتؤكد هيئة تقويم التعليم والتدريب في وثيقة معايير معلمي الرياضيات (٢٠٢٠) على ما ينبغي على معلم الرياضيات معرفته، والقدرة على أدائه في التخصص التدريسي وطرق تدريسه، ويتضمن ذلك المعارف والمهارات المرتبطة بالتخصص وما يتصل بها من ممارسات تدريسية فاعلة تشمل تطبيق طرق التدريس الخاصة، فيتوقع منه أن يكون متمكنا -بالحد الأدنى- من الأداء الفني في التدريس والتعلم، ومتمكنًا في إطار أوسع من المعرفة الرياضية المتضمنة في مقررات مراحل التعليم العام.

وتعرف الدراسة المعرفة الرياضية للتدريس إجرائيا بأنها: تمكن المعلم من المحتوى الرياضي المنوط بتدريسه، وامتلاكه للمعرفة الرياضية العميقة المستهدف تنميتها لدى المتعلمين، وترتبط بمعرفة المعلم واستيعابه لمنهج الرياضيات المدرسي، وكيفية معالجته، والاستراتيجيات التدريسية المناسبة له، وربطها بالأهداف المنشودة من تعليم وتعلم الرياضيات.

إجراءات الدراسة:

منهج الدراسة:

اعتمدت الدراسة الحالية علي المنهج الوصفي التحليلي لاستقراء الدارسات والبحوث والسابقة، والرسائل العلمية في مجالات بحوث تعليم وتعلم الرياضيات، بالإضافة إلي استخدام منهج تحليل المضمون لتحليل مضمون تلك البحوث الدراسات السابقة والرسائل العلمية وفق معايير محددة يتم من خلالها تحقيق الهدف الرئيس في الدراسة الحالية والمرتبط بدراسة مستوي تضمين المحتوى العلمي لمناهج الرياضيات في مجالات بحوث تعليم وتعلم الرياضيات في الفترة الزمنية المحددة، ومستوي معالجتها وفقاً لمتغيرات مجالات الرياضيات المدرسية، والمرحلة التعليمية.

مجتمع الدراسة:

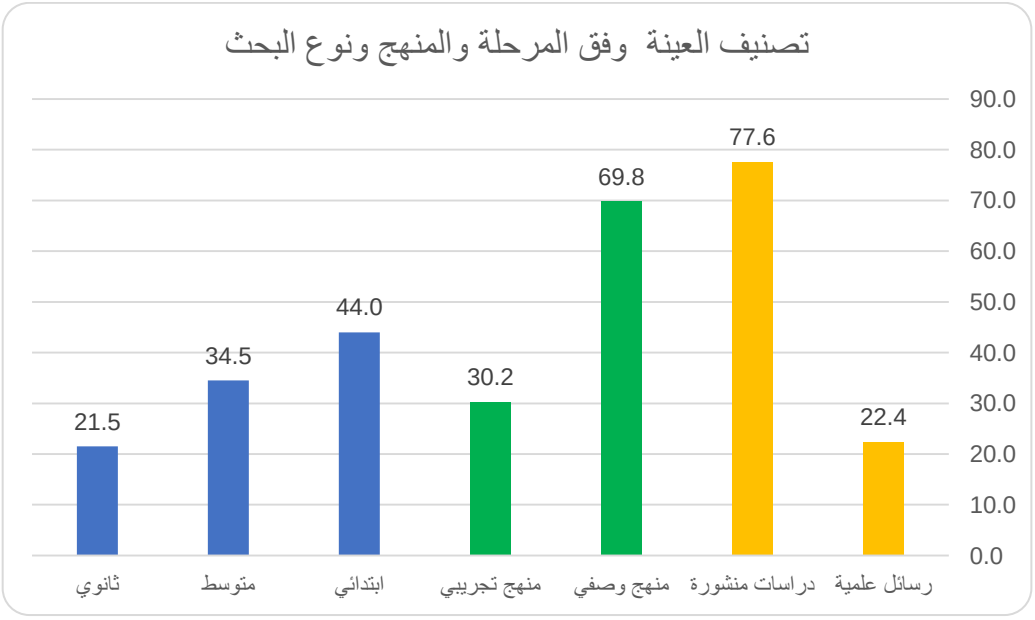
اشتمل المجتمع الأصلي في الدراسة الحالية على الرسائل العلمية والبحوث المنشورة في تعليم وتعلم الرياضيات في دوريات علمية محكمة باللغة العربية والمطبقة على مناهج الرياضيات في التعليم العام بالمملكة العربية السعودية خلال الفترة من عام (٢٠١٠ - ٢٠١٩م).

عينة الدراسة:

تكونت عينة الدراسة من (١١٦) بحثاً ورسالة علمية، منها (٢٦) رسالة ماجستير أو دكتوراه، (٩٠) بحثا منشورا، ويوضح الجدول (٢) والشكل (١) تصنيف عينة الدراسة من حيث المنهج ونوع البحث (بحث منشور - رسالة علمية)، والمرحلة التعليمية.

جدول (٢): عينة الدراسة من بحوث تعليم وتعلم الرياضيات وفقاً للمتغيرات التالية

البيان	نوع الدراسة		متغير منهج البحث		المرحلة		
	ماجستير / دكتوراه	دراسات وبحوث	وصفي	تجريبي	ابتدائي	متوسط	ثانوي
العدد	٢٦	٩٠	٨١	٣٥	٥١	٤٠	٢٥
%	%٢٢,٤	%٧٧,٦	%٦٩,٨	%٣٠,٢	%٤٤	%٣٤,٥	%٢١,٥



شكل (١) تصنيف عينة الدراسة من حيث المنهج والبحث أو الرسالة والمرحلة التعليمية.

أداة الدراسة:

تم استخدام بطاقة تحليل المحتوى في معالجة عينة الدراسة من البحوث والدراسات، وذلك لوصف كل دراسة على حدة، وتحديد الموضوعات الرياضية التي تم معالجتها بالدراسة، وكيفية معالجة المعرفة الرياضية، وتمت عملية تحليل محتوى بحوث تعليم وتعلم الرياضيات في عدة مراحل كما يلي:

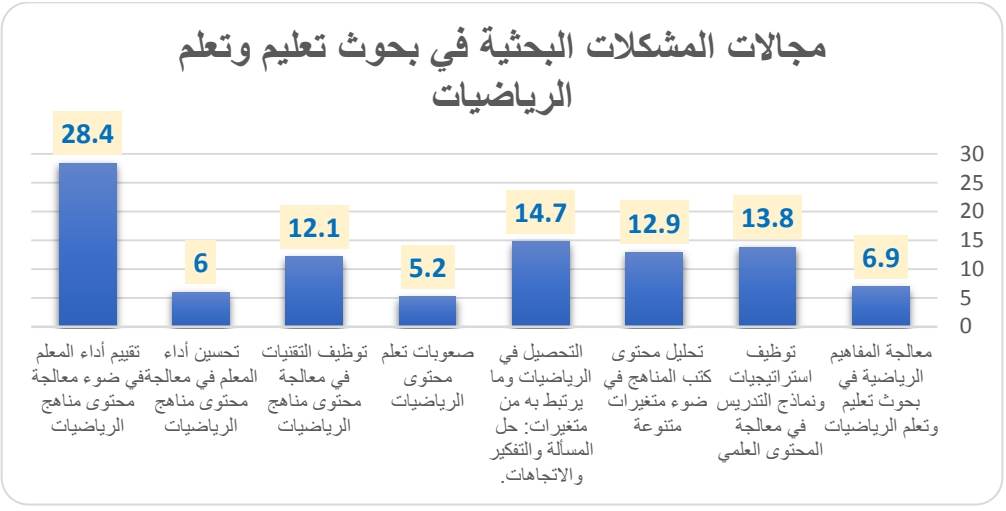
- جمع البيانات حول كل دراسة لتحديد الفئة المستهدفة، وأوجه الاستفادة منها، والمرحلة التعليمية المحددة في محتوي الدراسة أو الرسالة العلمية.
- تحديد المحتوي الرياضي وفقاً للمجال والوحدة الدراسية، والموضوعات التي تم معالجتها داخل الدراسة أو الرسالة العلمية.
- توصيف آليات المعالجة للمحتوى الرياضي، خاصة في البحوث التجريبية، وتوضيح مستوى تمكن المعلم من المعرفة الرياضية المتضمنة، وأوجه الاستفادة منها في بناء رؤية واضحة حول الممارسات التدريسية لمعالجة عناصر المعرفة الرياضية للمحتوي الرياضي المحدد. وفق المحددات التالية:
  - المحتوى الرياضي في الدراسة العلمية: موجود أو غير موجود.
  - مجال المحتوى الرياضي: الأعداد والعمليات عليها، الجبر والدوال، والهندسة والقياس، الإحصاء والاحتمال، (أخرى تحدد).
  - موضوعات المحتوى الرياضي، عنوان: الفصل أو الوحدة أو الموضوعات
  - مواد وأدوات القياس المرتبطة بالمحتوى الرياضي (يمكن اختيار أكثر من عنصر): اختبار، مقياس، بطاقة ملاحظة، بطاقة تحليل محتوى، دليل للمعلم لتدريس المحتوى الرياضي، دليل نشاط للطالب في المحتوى الرياضي، (أخرى تحدد).
  - نمط المعالجة: تطبيق اختبارات ترتبط بالمحتوى الرياضي، تطبيق الاختبارات قبلياً وبعدياً، تطبيق معالجة تدريسية باستخدام دليل المعلم للتدريس، تصور مقترح دون تطبيق ميداني، تطبيق برنامج إثرائي في الرياضيات، تطبيق برنامج علاجي في الرياضيات، برنامج إثرائي رياضي دون تطبيق ميداني، برنامج علاجي في الرياضيات دون تطبيق ميداني. (أخرى تحدد).
  - واستخدم البحث معيار الحكم على درجة توافر المحتوى الرياضي في الدراسة، التالي:
    - متوفر بنسبة مرتفعة: أكثر من ٦٧%.
    - متوفر بنسبة متوسطة: أكثر من ٣٣% إلى أقل من ٦٧%
    - متوفر بنسبة ضعيفة: ٣٣% فأقل
    - غير موجود: صفر%
- استخدمت الدراسة بعض المعالجات الإحصائية، متمثلة في التكرارات، والنسب المئوية؛ لوصف مجالات المشكلات في ضوء معالجة المعرفة الرياضيات، ومستوي المعالجة، والمقارنة وفقا لمتغير المرحلة التعليمية.

عرض نتائج الدراسة:

للإجابة عن السؤال الأول: ما مجالات المشكلات البحثية في بحوث تعليم وتعلم الرياضيات التي اهتمت بمعالجة عناصر المعرفة الرياضية بمحتوى مناهج الرياضيات؟ تم تصنيف البحوث وفق مجالات المتغيرات التي تناولتها، وحساب تكرارها وفق كل متغير، والنسبة المئوية لكل منها، والجداول يوضح التالي (٣) يوضح ذلك:

جدول (٣) مجالات المشكلات البحثية في بحوث تعليم وتعلم الرياضيات وفق مجالات المتغيرات التي تناولتها

م	المجالات	عدد البحوث	الوزن النسبي	الترتيب
١	معالجة المفاهيم الرياضية في بحوث تعليم وتعلم الرياضيات	٨	%٦,٩	٦
٢	توظيف استراتيجيات ونماذج التدريس في معالجة المحتوى العلمي	١٦	%١٣,٨	٣
٣	تحليل محتوى كتب المناهج في ضوء متغيرات متنوعة	١٥	%١٢,٩	٤
٤	التحصيل في الرياضيات وما يرتبط به من متغيرات: حل المسألة والتفكير والاتجاهات.	١٧	%١٤,٧	٢
٥	صعوبات تعلم محتوى الرياضيات	٦	%٥,٢	٨
٦	توظيف التقنيات في معالجة محتوى مناهج الرياضيات	١٤	%١٢,١	٥
٧	تحسين أداء المعلم في معالجة محتوى مناهج الرياضيات	٧	%٦,٠	٧
٨	تقييم أداء المعلم في ضوء معالجة محتوى مناهج الرياضيات	٣٣	%٢٨,٤	١
	إجمالي	١١٦	%٥٤,٦٢	



شكل (٢) مجالات المشكلات البحثية في بحوث تعليم وتعلم الرياضيات

ويتضح من الجدول (٣) والشكل (٢) أن هناك ثمانية مجالات بحثية وفق المتغيرات التي تضمنتها عينة البحث في تعليم وتعلم الرياضيات، تباينت من حيث عدد البحوث في كل منها، والنسبة المئوية لها، وهي مرتبة تنازليا وفق النسبة المئوية كما يلي: جاء مجال تقييم أداء المعلم في ضوء معالجة محتوى مناهج الرياضيات أكثر المجالات تكرارا وبنسبة (٢٨,٤%)، يليه مجال التحصيل في الرياضيات وما يرتبط به من متغيرات وبنسبة (١٤,٧%)، ثم مجال توظيف استراتيجيات ونماذج التدريس في معالجة المحتوى الرياضي وبنسبة (١٣,٨%)، ويليه مجال تحليل محتوى كتب المناهج في ضوء متغيرات متنوعة بنسبة (١٢,٩%)، ثم مجال توظيف التقنيات في معالجة محتوى مناهج الرياضيات بنسبة (١٢,١%)، ومجال معالجة المفاهيم الرياضية في بحوث تعليم وتعلم الرياضيات بنسبة (٦,٩%)، ثم مجال تحسين أداء المعلم في معالجة محتوى مناهج الرياضيات بنسبة (٦,٠%)، وأخيرا مجال صعوبات تعلم محتوى الرياضيات بنسبة (٥,٢%).

وللإجابة عن السؤال الثاني:

ما نسبة البحوث المتضمنة محتوى يسهم في إثراء المعرفة الرياضية للمعلمين في كل مجال من مجالات بحوث تعليم وتعلم الرياضيات؟ تم حساب التكرارات والنسب المئوية للبحوث التي تضمنت محتوى رياضي مرتبط بكل مجال من مجالات تعليم وتعلم الرياضيات التي تم التوصل إليها، والجداول (٤-١١) توضح ذلك.

أولا: مجال تقييم أداء المعلم في ضوء معالجة محتوى مناهج الرياضيات:

جدول (٤) العدد والنسبة المئوية للبحوث التي تضمنت محتوى رياضي في مجال تقييم أداء المعلم

عدد البحوث المهتمة بتقييم أداء المعلم	عدد البحوث المتضمنة محتوى رياضي	عدد البحوث غير المتضمنة محتوى رياضي
٣٣	١٠	٢٣
النسبة المئوية	%٣٠,٣٠	%٦٩,٧٠

يتضح من جدول (٤) أن عدد بحوث مجال تقييم أداء المعلم في ضوء معالجة محتوى مناهج الرياضيات بلغ (٣٣) بحثا، وأن عدد البحوث المتضمنة لمحتوى رياضي يسهم في إثراء المعرفة الرياضية للمعلمين في تعليم وتعلم الرياضيات في هذا المجال (١٠) بحوث، بنسبة مئوية (٣٠,٣%)، وهي نسبة منخفضة، وتبين من تحليل تلك البحوث أنها ركزت على الموضوعات التالية: الهندسة والقياس (الأشكال الرباعية)، والأعداد والعمليات عليها، والهندسة والبرهان (نظرية فيثاغورث)، والجبر والدوال (الجذر التربيعي، وتمثيل الدوال)، ومحتوى المشكلة اللفظية، ومفاهيم التفاضل والتكامل، كما ويلاحظ من الجدول السابق أن الدراسات والبحوث التي لم تتضمن محتوى يثري المعرفة الرياضية للمعلمين في هذا المجال بلغ عددها (٢٣) بحثا، بنسبة (٦٩,٧%).

ثانيا: مجال التحصيل في الرياضيات وما يرتبط به من متغيرات:

جدول (٥) العدد والنسبة المئوية للبحوث التي تضمنت محتوى رياضي في مجال التحصيل

عدد البحوث المهتمة بمجال التحصيل	عدد البحوث المتضمنة محتوى رياضي	عدد البحوث غير المتضمنة محتوى رياضي
١٧	١٧	٠
النسبة المئوية	١٠٠ %	٠

يتضح من جدول (٥) أن عدد بحوث مجال التحصيل في الرياضيات وما يرتبط به من متغيرات بلغ (١٧) بحثا، وأن كل تلك البحوث تضمنت محتوى رياضي يسهم في إثراء المعرفة الرياضية للمعلمين في تعليم وتعلم الرياضيات، بنسبة مئوية (١٠٠%)، وهي نسبة مرتفعة جدا، وتبين من تحليل تلك البحوث أنها ركزت على الموضوعات التالية: وحدة الكسور والعمليات عليها، والهندسة والقياس بالصف الخامس، والضرب والقسمة بالصف الثالث، وتحديد ووصف الأشكال الهندسية بالصف الرابع، والقياس (النقود والزمن)، والزوايا والمضلعات والأشكال الهندسية، وعملية الضرب بالمرحلة الابتدائية، والعلاقة والتطابق، والأعداد الصحيحة، والأعداد النسبية، والتناسب والتشابه، والنسبة المئوية، والهندسة والاستدلال المكاني، والأشكال ثنائية وثلاثية الأبعاد، ورسم المنحنيات، والأشكال الرباعية، واختبار تحصيلي في محتوى الفصل الثاني صف ثان، وكلها موضوعات ذات أهمية بالنسبة لمعلمي الرياضيات.

ثالثا: مجال توظيف استراتيجيات ونماذج التدريس في معالجة المحتوى الرياضي:

جدول (٦) العدد والنسبة المئوية للبحوث التي تضمنت محتوى رياضي في مجال توظيف استراتيجيات ونماذج التدريس

عدد البحوث المهتمة توظيف استراتيجيات ونماذج التدريس	عدد البحوث المتضمنة محتوى رياضي	عدد البحوث غير المتضمنة محتوى رياضي
١٦	١٣	٣
النسبة المئوية	%٨١,٣	%١٨,٧

يتضح من جدول (٦) أن عدد بحوث مجال توظيف استراتيجيات ونماذج التدريس في ضوء معالجة محتوى مناهج الرياضيات بلغ (١٦) بحثا، وأن عدد البحوث المتضمنة لمحتوى رياضي يسهم في إثراء المعرفة الرياضية للمعلمين في تعليم وتعلم الرياضيات في هذا المجال (١٣) بحثا، بنسبة مئوية (٨١,٣%)، وهي نسبة مرتفعة، وتبين من تحليل تلك البحوث أنها ركزت على الموضوعات التالية: النسبة والتناسب، والقواسم والمضاعفات، وجمع وطرح الأعداد الكسرية، والتقريب، والكسور والعمليات عليها، والمفاهيم الجبرية، والأشكال الهندسية والاستدلال المكاني، ووحدة الأعداد الصحيحة، والأعداد الحقيقية ونظرية فيثاغورث، ووحدة المضلعات (هندسة وقياس)، ووحدة المثلثات المتطابقة، والتحويلات الهندسية، كما ويلاحظ من الجدول

السابق أن الدراسات والبحوث التي لم تتضمن محتوى يثري المعرفة الرياضية للمعلمين في هذا المجال بلغ عددها (٣) بحوث، بنسبة (١٨,٧%).

رابعا: مجال تحليل محتوى كتب المناهج في ضوء متغيرات متنوعة:

جدول (٧) بحوث العدد والنسبة المئوية للبحوث التي تضمنت محتوى رياضي في مجال تحليل المحتوى

عدد البحوث المهتمة بتحليل المحتوى	عدد البحوث المتضمنة محتوى رياضي	عدد البحوث غير المتضمنة محتوى رياضي
١٥	٨	٧
النسبة المئوية	%٥٣,٣	%٤٦,٧

يتضح من جدول (٧) أن عدد مجال تحليل محتوى كتب المناهج في ضوء متغيرات متنوعة بلغ (١٥) بحثا، وأن عدد البحوث المتضمنة لمحتوى رياضي يسهم في إثراء المعرفة الرياضية للمعلمين في تعليم وتعلم الرياضيات في هذا المجال (٨) بحوث، بنسبة مئوية (٥٣,٣%)، وهي نسبة متوسطة، وتبين من تحليل تلك البحوث أنها ركزت على: تقويم الكتاب وفق معايير الجودة دون التركيز علي الموضوعات ذاتها، وتحليل وحدات الأعداد والعمليات عليها، وتحليل محتوى الاختبارات، وتحليل محتوى الكتاب في ضوء المقروئية للكتاب ذاته، وكلها موضوعات غير مرتبطة بمعالجة المعرفة الرياضية، ولم تقدم نماذج يمكن الاستفادة منها في تطوير الممارسات التدريسية لمعلمي الرياضيات، كما لم تتناول محتوي كتب الرياضيات وفقاً لمعايير استخدامه من قبل الطالب والمعلم، وبصفة عامة، فإن أوجه الاستفادة من هذا المجال غير مرتبطة بالمعلم، وغير مرتبطة بتقديم ممارسات تدريسية ناجحة لمعالجة عناصر المعرفة الرياضية في كتب الرياضيات. كما ويلاحظ من الجدول السابق أن الدراسات والبحوث التي لم تتضمن محتوى يثري المعرفة الرياضية للمعلمين في هذا المجال بلغ عددها (٧) بحوث، بنسبة (٦٦,٧%).

خامسا: مجال توظيف التقنيات في معالجة محتوى مناهج الرياضيات:

جدول (٨) العدد والنسبة المئوية للبحوث التي تضمنت محتوى رياضي في مجال توظيف التقنيات في معالجة محتوى مناهج الرياضيات

عدد البحوث المهتمة بتوظيف التقنيات	عدد البحوث المتضمنة محتوى رياضي	عدد البحوث غير المتضمنة محتوى رياضي
١٤	٥	٩
النسبة المئوية	%٣٥,٧	%٦٤,٣

يتضح من جدول (٨) أن عدد بحوث مجال توظيف التقنيات في معالجة محتوى مناهج الرياضيات بلغ (١٤) بحثا، وأن عدد البحوث المتضمنة لمحتوى رياضي يسهم في إثراء المعرفة الرياضية للمعلمين في تعليم وتعلم الرياضيات في هذا المجال (٥) بحوث، بنسبة مئوية (٣٥,٧%)، وهي نسبة ضعيفة، وتبين من تحليل تلك البحوث

أنها ركزت على: مهارات القياس، وحل المسائل الرياضية، والتمارين والأنشطة في المحتوى والمرتبطة بتوظيف التقنية، ووحدة المضلعات، لكنها في مجملها لم تقدم رؤية واضحة (عملية/ إجرائية) لمعلمي الرياضيات حول توظيف التقنيات في التدريس ومعالجة عناصر المعرفة الرياضية. كما ويلاحظ من الجدول السابق أن الدراسات والبحوث التي لم تتضمن محتوى يثري المعرفة الرياضية للمعلمين في هذا المجال بلغ عددها (٩) بحوث، بنسبة (٦٤,٣%).

سادسا: مجال معالجة المفاهيم الرياضية في بحوث تعليم وتعلم الرياضيات:

جدول (٩) العدد والنسبة المئوية للبحوث التي تضمنت محتوى رياضي في مجال معالجة المفاهيم الرياضية

عدد البحوث المهتمة بمعالجة المفاهيم	عدد البحوث المتضمنة محتوى رياضي	عدد البحوث غير المتضمنة محتوى رياضي
٨	٦	٢
النسبة المئوية	%٧٥	%٢٥

يتضح من جدول (٩) أن عدد بحوث مجال معالجة المفاهيم الرياضية في معالجة محتوى مناهج الرياضيات بلغ (٨) بحوث، وأن عدد البحوث المتضمنة لمحتوى رياضي يسهم في إثراء المعرفة الرياضية للمعلمين في تعليم وتعلم الرياضيات في هذا المجال (٦) بحوث، بنسبة مئوية (٧٥,٠%)، وهي نسبة مرتفعة، وتبين من تحليل تلك البحوث أنها ركزت على: المفاهيم الهندسية، المفاهيم العددية، ومفاهيم القياس، ودوال كثيرات الحدود، والتفاضل والتكامل، والكسور. كما ويلاحظ من الجدول السابق أن الدراسات والبحوث التي لم تتضمن محتوى يثري المعرفة الرياضية للمعلمين في هذا المجال بلغ عددها (٢) بحوث، بنسبة (٢٥,٠%).

سابعا: مجال تحسين أداء المعلم في معالجة محتوى مناهج الرياضيات:

جدول (١٠) العدد والنسبة المئوية للبحوث التي تضمنت محتوى رياضي في مجال تحسين أداء المعلم

عدد البحوث المهتمة تحسين أداء المعلم	عدد البحوث المتضمنة محتوى رياضي	عدد البحوث غير المتضمنة محتوى رياضي
٧	٠	٧
النسبة المئوية	٠	%١٠٠

يتضح من جدول (١٠) أن عدد بحوث مجال تحسين أداء المعلم في معالجة محتوى مناهج الرياضيات بلغ (٧) بحوث، وأن كل الدراسات والبحوث التي لم تتضمن محتوى يثري المعرفة الرياضية للمعلمين في هذا المجال بلغ عددها (٧) بحوث، بنسبة (١٠٠,٠%). وتبين أن كل الدراسات والبحوث ركزت على برامج في التطوير المهني، وتصميم بيئات افتراضية، وكائنات تعلم رقمية، وتفعيل دور المشرف

التربوي، ولوحظ غياب محتوي الرياضيات، وعناصر المعرفة الرياضية في معظم برامج التطوير المهني.

وتعد هذه من أوجه القصور، حيث يغلب علي برامج التطوير المهني الجانب النظري، وتقديم استراتيجيات تدريسية عامة، وتفتقد إلي المعالجات الحقيقية المرتبطة بنماذج إجرائية في معالجة المحتوي العلمي للرياضيات المدرسية، كما يغلب علي معظم البرامج الجانب التربوي التقليدي، دون استيعاب الترابط بين الجانب التخصصي مع الجانب الأكاديمي، ودون التركيز علي موضوعات محددة في محتوي الرياضيات، وعمل برامج تدريبية، كما يفتقد معظم معلمي الرياضيات إلي مهارة تحديد الاحتياجات المهنية الحقيقية، وتحديد مجالات الصعوبات المرتبطة بتدريس ومعالجة عناصر المحتوي العلمي في الرياضيات في المرحلة التعليمية لصورة دقيقة، لذا تأتي معظم برامج التنمية المهنية عامة، ولا تعالج مشكلة، أو تقدم نموذجاً إجرائيا في الممارسات التدريسية، قائم علي التواصل بين البحوث العلمية، واحتياجات ميدان تعليم الرياضيات الحقيقي.

ثامنا: مجال صعوبات تعلم محتوى الرياضيات:

جدول (١١) العدد والنسبة المئوية للبحوث التي تضمنت محتوى رياضي في مجال صعوبات التعلم

عدد البحوث المهتمة بصعوبات التعلم	عدد البحوث المتضمنة محتوى رياضي	عدد البحوث غير المتضمنة محتوى رياضي
٦	٦	٠
النسبة المئوية	١٠٠ %	%٠

يتضح من جدول (١١) أن عدد بحوث مجال في مجال صعوبات التعلم في معالجة محتوى مناهج الرياضيات بلغ (٦) بحوث، وأن كل البحوث تضمنت محتوى رياضي يسهم في إثراء المعرفة الرياضية للمعلمين في تعليم وتعلم الرياضيات، بنسبة مئوية (١٠٠%)، وهي نسبة مرتفعة جدا، وتبين من تحليل تلك البحوث أنها ركزت على: صعوبات تعلم مفاهيم الخطوط والأشكال والقياسات، ومهارات الجمع والطرح، ومهارات الضرب والقسمة، ومهارات القياس.

مع ملاحظة أن الوزن النسبي لوصف صعوبات معالجة المعرفة الرياضية لدى الطلاب أكبر من الوزن النسبي لتقديم نموذج تدريسي لعلاج هذه الصعوبات بصورة يمكن لمعلمي الرياضيات الاستفادة منها بطريقة عملية. وبالتالي جاءت معظم البحوث لوصف الواقع أكبر من تقديم نموذج لتمكن معلم الرياضيات من المعرفة الرياضية، وكيفية الوقاية من ظهور صعوبات تعلم.

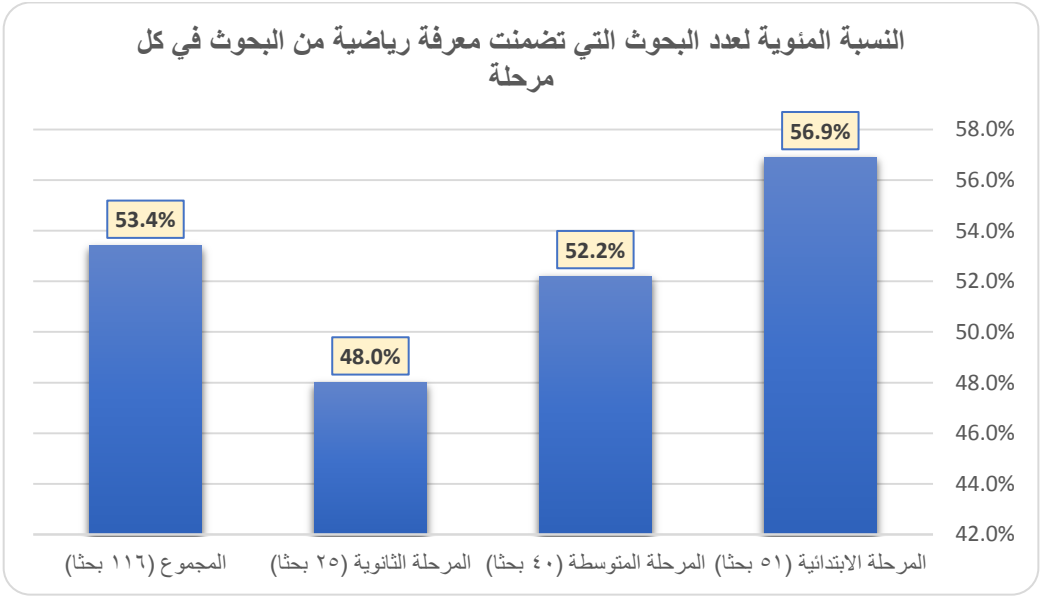
وللإجابة عن السؤال الثالث:

ما نسبة البحوث المتضمنة بمحتوى يسهم في إثراء المعرفة الرياضية للمعلمين في كل مرحلة من المراحل التعليمية الثلاث (الابتدائية، المتوسطة، والثانوية)؟ تم حساب

التكرارات والنسب المئوية للبحوث المتضمنة بمحتوى يسهم في إثراء المعرفة الرياضية للمعلمين في كل مرحلة من المراحل التعليمية الثلاث، والجدول التالي (١٢) يوضح ذلك:

جدول (١٢) عدد ونسبة البحوث المتضمنة بمحتوى يسهم في إثراء المعرفة الرياضية للمعلمين في كل مرحلة من المراحل التعليمية

المرحلة	عدد البحوث	عدد البحوث المتضمنة محتوى رياضي	النسبة المئوية	الترتيب
الابتدائية	٥١	٢٩	٥٦,٩	١
المتوسطة	٤٠	٢١	٥٢,٥	٢
الثانوية	٢٥	١٢	٤٨	٣
المجموع	١١٦	٦٢	٥٣,٤	----



شكل (٣) يوضح النسبة المئوية لعدد البحوث التي تضمنت معرفة رياضية من البحوث في كل مرحلة تعليمية

يتضح من جدول (١٢) والشكل (٣) أن أكبر عدد من البحوث المرتبطة بتعليم وتعلم الرياضيات طبق في المرحلة الابتدائية، حيث بلغ (٥١) بحثا من العينة الكلية (١١٦) بحثا، يليه عدد البحوث في المرحلة المتوسطة حيث بلغ (٤٠) بحثا من العينة، وأخيرا البحوث التي طبقت في المرحلة الثانوية حيث بلغ عددها (٢٥) بحثا من العينة.

كما يتضح من جدول (١٢) والشكل (٣) أن عدد البحوث المرتبطة بمحتوى يسهم في إثراء المعرفة الرياضية للمعلمين بالمرحلة الابتدائية بلغ (٢٩) بحثاً من (٥١) بحثا، بنسبة (٥٦,٩%)، وهي نسبة متوسطة. في حين أن عدد البحوث المرتبطة بمحتوى

يسهم في إثراء المعرفة الرياضية للمعلمين بالمرحلة المتوسطة بلغ (٢١) بحثاً من (٤٠) بحثا، بنسبة (٥٢,٥%)، وهي نسبة متوسطة، إضافة لما سبق يتضح أن عدد البحوث المرتبطة بمحتوى يسهم في إثراء المعرفة الرياضية للمعلمين بالمرحلة الثانوية بلغ (١٢) بحثاً من (٢٥)، بنسبة (٤٨%)، وهي نسبة متوسطة.

مناقشة النتائج وتفسيرها

يمكن إيجاز ما توصل إليه البحث من نتائج فيما يلي:

- تم تصنيف المشكلات البحثية التي اهتمت بمعالجة عناصر المعرفة بمحتوى مناهج الرياضيات، في (٨) مجالات، مرتبة تنازليا حسب عدد البحوث، كما يلي: تقييم أداء المعلم، والتحصيل في الرياضيات وما يرتبط به من متغيرات، وتوظيف استراتيجيات ونماذج التدريس في معالجة المحتوى، وتحليل محتوى كتب المناهج في ضوء متغيرات متنوعة، وتوظيف التقنيات في معالجة المحتوى، ومعالجة المفاهيم الرياضية، وتحسين أداء المعلم، وأخيرا صعوبات تعلم محتوى الرياضيات.
- تباينت الأوزان النسبية لمدى تضمين معالجة محتوى الرياضيات في عينة بحوث تعليم وتعلم الرياضيات، وبالنسبة للبحوث والرسائل العلمية التي تضمنت محتوى رياضي يسهم في إثراء المعرفة الرياضية للمعلمين في تعليم وتعلم الرياضيات، فقد تباينت النتائج بشكل كبير، حيث كانت مرتفعة جدا في مجالي التحصيل في الرياضيات وصعوبات التعلم، ومرتفعة في مجالي توظيف استراتيجيات ونماذج التدريس ومعالجة المفاهيم الرياضية، وكانت متوسطة في مجال تحليل محتوى المناهج، ومنخفضة في مجالي تقييم أداء المعلم وتوظيف التقنيات، أما بالنسبة لمجال تحسين أداء المعلم فلم تتضمن البحوث أي محتوى يثري المعرفة الرياضية للمعلمين.
- كما تباينت نسبة البحوث المتضمنة بمحتوى يسهم في إثراء المعرفة الرياضية للمعلمين في كل مرحلة من المراحل التعليمية الثلاث، حيث كان أكبر عدد من البحوث في المرحلة الابتدائية، يليه عدد البحوث في المرحلة المتوسطة، وأخيرا عدد البحوث في المرحلة الثانوية.

وتتفق نتائج الدراسة مع ما توصل إليه (Adler, 2017) فيما يتعلق بالمرحلة الثانوية، حيث أوضحت قصورا في معالجة محتوي الرياضيات، وأهمية إعدادهم وتنفيذ برامج تدريبية تخصصية لاستيعاب محتوى فروع الرياضيات. كما تتفق مع نتائج دراسة (Broley, 2017)، على أهمية اتقان الباحثين والمعلمين للجانب التخصصي في المرحلة الثانوية، مع ضرورة التأكيد عل الترابط بين الجانب التخصصي في المادة الدراسية، والجانب التقني، والجانب التربوي. كما تتفق نتائج

الدراسة الحالية مع نتائج دراسة (Polly, 2017) والتي بينت على أهمية استيعاب معلمي الرياضيات لمصادر المعرفة الرياضية. وكذا نتائج دراسة كل من (Açikgül& Aslaner, 2019) والتي أكدت على العلاقة بين كفاءة معلم الرياضيات وبين إتقانه للمحتوى العلمي والمعرفة الرياضية.

وكذلك تتفق مع نتائج دراسة (Patterson, Parrott,& Belnap, 2020, 807) والتي بينت ضرورة التركيز على ارتباط بحوث الرياضيات بتقييم وتطوير ممارسات معلمي الرياضيات المرتبطة بالمعرفة الرياضية في مجالات المحتوى العلمي، وكيفية تعلمه ومعالجته لبناء المعرفة الرياضية لدى الطلاب. ونتائج دراسة (Kuennen& Beam, 2020, 772)، ودراسة (Björklund,& Barendregt, 2016) والتي بينت أن مهارات التدريس لدى معلمي الرياضيات تبدأ باستيعاب المعرفة الرياضية في المحتوى العلمي وطبيعتها وكيفية تنظيمها ومبررات تعلمها.

كما تعزو النتائج الحالية – خاصة فيما يرتبط برسائل الماجستير والدكتوراه- إلي البرامج ذاتها، حيث تفتقد هذه البرامج إلي مقررات تخصصية للطالب ترتبط بدراسة محتوى الرياضيات المدرسية، وهذا ما يجب أن تتضمنه برامج الماجستير والدكتوراه، كما تبين من استقراء برامج (Department of Curriculum and Instruction, 2016)، وبرامج الدكتوراه في (Department of Teaching and Learning, Washington state university, 2016) حيث ركزت تلك البرامج على مقررات ترتبط بمحتوى الرياضيات المدرسية في المرحلة الابتدائية والمرحلة الثانوية، بالإضافة إلي حلقات نقاش حول معالجات عناصر المعرفة الرياضية.

توصيات الدراسة:

في ضوء أهمية ونتائج الدراسة أمكن التوصية بما يلي:

- بناء خطة بحثية لأقسام المناهج وطرق التدريس في مسار طرق تدريس الرياضيات، وفق مجموعة من المعايير أهمها: دراسة أولويات البحث في مجال تعليم الرياضيات، والتنسيق مع إدارات التدريب لدراسة المشكلات الحقيقية المرتبطة بالمعرفة الرياضية اللازمة لتدريس الرياضيات.
- توجيه الباحثين في مجال الرسائل الجامعية بدرجتي الماجستير والدكتوراه إلى البحوث التجريبية ذات العلاقة بالمعرفة الرياضية اللازمة لتدريس الرياضيات، مع توجيههم للبحوث الإجرائية مشاركة مع مشرفي ومعلمي الرياضيات بمراحل التعليم العام.
- توجيه بعض البحوث لإثراء قدرات ومهارات معلمي الرياضيات في المعرفة الرياضية للتدريس المرتبطة بمحتوى الرياضيات المدرسية، مع مراعاة

متغيرات عديدة أهمها: التباين بين مجالات الرياضيات المدرسية والتي توصلت إليها الدراسة الحالية.

- تدريب معلمي الرياضيات ومشرفيهم على كيفية تحديد احتياجاتهم الفعلية فيما يخص المعرفية الرياضية اللازمة للتدريس بمختلف مجالاتها.
- التواصل بين أقسام المناهج وطرق التدريس والمعلمين والمشرفين في الميدان التعليمي لتحديد المشكلات الفعلية التي تتطلب دراسات ميدانية لمواجهتها بأسلوب علمي، مع تقليل الفجوة بين الجهات المعنية بالبحث والميدان.
- توجيه الباحثين نحو توظيف المنهج التجريبي والمعالجات التجريبية المتضمنة ما يسهم في إثراء المعرفة الرياضية لدى المعلمين والطلاب، وفي مجالات الرياضيات المتقدمة.
- توجيه الباحثين للمزيد من الدراسات المرتبطة بإثراء المعرفة الرياضية لمعلمي الرياضيات لتطوير أدائهم، وعلاج صعوبات تعلم الطلاب للمحتوى الرياضي.

مقترحات الدراسة:

في ضوء ما تم التوصل إليه من نتائج، أمكن اقتراح البحوث المستقبلية التالية:

- إجراء دراسة حول ارتباط بحوث تعليم وتعلم الرياضيات بمحتوى الرياضيات المدرسية وفق متغير المراحل التعليمية، مع التركيز على المرحلة الثانوية.
- برنامج تدريبي قائم على الاحتياجات التدريبية لمعلمي الرياضيات فيما يخص المعرفية الرياضية اللازمة للتدريس بمختلف مجالاتها.
- دراسة العلاقة بين مستوى تمكن المعلم من المعرفة الرياضية اللازمة لتدريس الرياضيات ومستوى طلابهم في: (التحصيل، أنماط التفكير المختلفة، الاتجاهات، الدافعية للتعلم، ...).
- برنامج مقترح لإثراء المعرفة الرياضية لمعلمي الرياضيات فيما يتعلق بصعوبات تعلم المحتوى الرياضي.

قائمة المراجع:

هيئة تقويم التعليم والتدريب (٢٠١٩). وثيقة معايير مجال تعلم الرياضيات. *https://etec.gov.sa*

هيئة تقويم التعليم والتدريب (٢٠٢٠). معايير معلمي الرياضيات -٢. *https://etec.gov.sa*

Açikgül, K., & Aslaner, R. (2019). Investigation Relations between the Technological Pedagogical Content Knowledge Efficacy Levels and Self-Efficacy Perception Levels of Pre-Service Mathematics Teachers. *Cukurova University Faculty of Education Journal*, *48*(1), 1–31. https://doi.org/10.14812/cufej.409949

Adler Jill (2017). Mathematics in mathematics education. *South African Journal of Science*, 113(3-4), 1-4.

Allsopp David (2015). A Synthesis of Research on Teacher Education, Mathematics, and Students with Learning Disabilities. Learning Disabilities: *A Contemporary Journal*, 13(2), 177–206.

Appova, A., & Taylor, C. (2020). Providing Opportunities to Develop Prospective Teachers' Pedagogical Content Knowledge. *Mathematics Enthusiast*, *17*(2/3), 673–724.

Artigue, M. (2021). Teaching Mathematics: Efficiency of Mathematics Research Findings and Recommendations in Enhancing Teachers' Professional Practice, Proceedings of the 13th International Congress.

Bianchini, B., de Lima, G., & Gomes, E. (2019). Teacher Training: reflections of mathematical education in higher education. *Educação e Realidade*, *44*(1), 1–22. https://doi.org/10.1590/2175-623677732

Björklund, C., & Barendregt, W. (2016). Teachers' Pedagogical Mathematical Awareness in Swedish Early Childhood Education. *Scandinavian Journal of Educational Research*, *60*(3), 359–377. https://doi.org/10.1080/00313831.2015.1066426

Bray, A., & Tangney, B. (2021). An Analysis of Technology Usage in Mathematics Education Research: The Impact on Mathematics Teachers and Students, Computers & Education; 114 (2021) 255e273, *http://dx.doi.org/10.1016/j.compedu.2021.07.004*

Broley, L. (2017). Struggles and Growth in Mathematics Education: Reections by Three Generations of Mathematicians On the Creation of the Computer Game E-Brock Bugs. *Journal of Humanistic Mathematics*, 7(1), 62-86.

Brown, T., & Clarke, D. (2021). Research in Mathematics Education and Their Contribution in Professional Knowledge of Mathematics Teachers, Manchester Metropolitan University: UK. Springer, *https://e-space.mmu.ac.uk*

Cai Jinfa, Anne Morris, Charles Hohensee, Stephen Hwang, Victoria Robison, and James Hiebert (2017). Making Classroom Implementation an Integral Part of Research. *Journal for Research in Mathematics Education*,48(4),342-347.

Cai, J.; Mok, I. A. C.; Reddy, V., & Stacey, K. (2021). Field Studies in Mathematics Teaching: Multiple Visions for Teachers' Professional Performance Development, G. Kaiser (ed.), Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education, ICME-13 Monographs, DOI 10.1007/978-3-319-62597-3_6.

Cueto, S., León, J., Sorto, M., & Miranda, A. (2017). Teachers' pedagogical content knowledge and mathematics achievement of students in Peru. *Educational Studies in Mathematics*, *94*(3), 329–345. https://doi.org/10.1007/s10649-016-9735-2.

Das Gunendra (2015). Pedagogical Knowledge in Mathematics: A Challenge of Mathematics Teachers in Secondary Schools. *International Journal of Information and Education Technology*,5(10),789-803.

De Corte, E. (2020). Fostering cognitive construct for Mathematics Teachers: An Exploration of research on mathematics learning and instruction, Educational Psychologist; 30 (1). [University of Illinois at Urbana-Champaign], On: 10 March 2020, At: *12:00, http://www. tandfonline.com/page/terms-and-conditions*. Publisher: Routledge

Department of Curriculum and Instruction, University of Houston (2016). PhD Program Guide. Department of Curriculum and Instruction College of Education, University of Houston. Available at *https://www.coe.uh.edu/MyAdvisor/login.cfm* (1/2/2017).

Department of Teaching and Learning, Washington state university (2016). Mathematics and Science Education PhD Student Handbook. Department of Teaching and Learning, College of Education, Washington state university, Available at: http://education.wsu.edu/tl/index.html.

Guala, E., & Boero, P. (2017). Cultural analysis of mathematical content in teacher education: the case of Elementary Arithmetic Theorems. *Educational Studies in Mathematics*, *96*(2), 207–227. https://doi.org/10.1007/s10649-017-9767-2

Gvozdic, K., & Sander, E. (2018). When intuitive conceptions overshadow pedagogical content knowledge: Teachers' conceptions of students' arithmetic word problem solving strategies. *Educational Studies in Mathematics*, *98*(2), 157–175. https://doi.org/10.1007/s10649-018-9806-7

Hine, G. (2015). Improving the mathematical content knowledge of pre-service middle school teachers. 2015 Hawaii University International Conferences: S.T.E.A.M & Education.

Hoover, M., Mosvold, R., Ball, D. L., & Lai, Y. (2016). Making Progress on Mathematical Knowledge for Teaching. *Mathematics Enthusiast*, *13*(1/2), 3–34.

Iori, M. (2018). Teachers' awareness of the semio-cognitive dimension of learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *98*(1), 95–113. https://doi.org/10. 1007/s10649-018-9808-5

Jaworski, B. (2020). Research Practice Assessment in Mathematics Teaching: Towards Uncovering Research Role in Teacher's Cognitive Performance Enhancement in Netherlands, Educational Studies in Mathematics; 54: 249–282.

Kaur, B. (2020). Studying Mathematics Teaching Research Effect on Positive Conceptions of Mathematics Teachers, G. Kaiser (ed.), Proceedings of the 13th International Congress on Mathematics

Koponen M., Mervi A. Asikainen, A. and Pekka E.(2016). Teachers and their Educators – Views on Contents and their Development Needs in Mathematics Teacher Education. *The Mathematics Enthusiast*, 13(1-2),149-170.

Kuennen, E.& Beam, J. (2020). Teaching the Mathematics that Teachers Need to Know: Classroom Ideas for Supporting Prospective Elementary Teachers' Development of Mathematical Knowledge for Teaching. *Mathematics Enthusiast*, *17*(2/3), 771–805.

Leavy, A., & Hourigan, M. (2018). Using Lesson Study to Support the Teaching of Early Number Concepts: Examining the Development of Prospective Teachers' Specialized Content

Knowledge. *Early Childhood Education Journal*, *46*(1), 47–60. https://doi.org/10.1007/s10643-016-0834-6

Livy, L., Vale, C., & Herbert, S. (2016). Developing Primary Pre-service Teachers' Mathematical Content Knowledge During Practicum Teaching. *Australian Journal of Teacher Education*, 41(2), 151-173.

McGrath, L., & Kuteeva, M. (2020). Teachers' Engagement in Mathematics Teaching Research Articles and Impact on Their Professional Development: A Case Study, English for Specific Purposes; 31, 161–173, *doi:10.1016/j.esp.2020.11.002*

Morales, J., Agger, C. (2017). The Effects of Teacher Collective Responsibility on the Mathematics Achievement of Students Who Repeat Algebra. *Journal of Urban Mathematics Education*, 10(1),52-73.

Niss, M.; Bruder, R.; Planas, N.; Turner, R., & Villa-Ochoa, J. A. (2020). The Role of Research in the Practice of Mathematics Education in Teachers' Cognitive and Mental Construct. this chapter is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License.To view a copy of this license, visit *http://creativecommons. org/licenses/by/4.0/.*

Patterson, C., Parrott, A., & Belnap, J. (2020). Strategies for Assessing Mathematical Knowledge for Teaching in Mathematics Content Courses. *Mathematics Enthusiast*, *17*(2/3), 807–842.

Phelps, G., Gitomer, D., Iaconangelo, C., Etkina, E., Seeley, L., & Vokos, S. (2020). Developing Assessments of Content Knowledge for Teaching Using Evidence-centered Design. *Educational Assessment*, *25*(2), 91–111. https://doi.org/10.1080/10627197.2020.1756256

Polly, D. (2017). Elementary school teachers' uses of mathematics curricular resources. *Journal of Curriculum Studies*, *49*(2), 132–148. *https://doi.org/10.1080/00220272. 2016. 1154608*

Pupo Mauro, Valdes Juan (2015). A Dialectical invariant for research in mathematics education. *The Mathematics Enthusiast*, 12(1,2,3), 465-479.

Schoenfeld, A. H. (2021). Descriptive Vs. Applied Research: A Comparison of Research Type in Teaching and Learning mathematics on Professional Performance of Teachers,

Mathematical Sciences; 47 (6). Chapter · January 2021. *DOI: 10.1007/0-306-47231-7_22*

Sinay, E., & Nahornick, A. (2016). Teaching and learning mathematics research series l: Effective instructional strategies. (Research Report No. 16/17-08). Toronto, Ontario, Canada: Toronto District School Board.

Superfine, A. C., Prasad, P. V., Welder, R. M., Olanoff, D., & Eubanks-Turner, C. (2020). Exploring Mathematical Knowledge for Teaching Teachers: Supporting Prospective Elementary Teachers' Relearning of Mathematics. *Mathematics Enthusiast, 17*(2/3), 367–402.

Tan Paulo (2017). Toward Inclusive Mathematics Education for "Inferior Students with No Brains:" A Case Study of a Student with Autism and His Peer. *Journal of Ethnographic & Qualitative Research*, 11, 229-242.

Vossen, T. E., Henze, I., De Vries, M. J., & Van Driel, J. H. (2020). Finding the connection between research and design: the knowledge development of STEM teachers in a professional learning community. *International Journal of Technology & Design Education*, *30*(2), 295–320. https://doi.org/10.1007/s10798-019-09507-7

Wang, J., & Lin, E. (2020). Mathematics Education Research Studies in U.S. and China: The Impact on Professional Cognitive Formation of Teachers, Educational Researcher; 34 (5), 3–13, *http://er.aera.net*

Wilson, S., McChesney, J., Brown, L. (2017). Cultural Competencies and Planning for Teaching Mathematics: Preservice Teachers Responding to Expectations, Opportunities, and Resources. *Journal of Urban Mathematics Education*, 10(1),95-112.