استخدام استراتيجية الحديث الرياضي لتنمية الفهم الرياضي العميق لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية

Using the Math Talk Strategy to Develop Deep Mathematical Understanding Among Primary School Students

إعداد

د. مريم موسى متى عبد الملاك

مدرس بكلية التربية

جامعة الوادي الجديد

الملخص:
هدف البحث إلى دراسة أثر استخدام استراتيجية الحديث الرياضي على تنمية الفهم الرياضي العميق لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية بمدينة الخارجة بالوادي الجديد. تكونت عينة البحث من ٧٤ تلميذا وتلميذة من تلاميذ الصف الثالث الابتدائي، تم تقسيمهم إلى مجموعتين: إحداهما تجريبية درست وحدة الكسور وفقا لاستراتيجية الحديث الرياضي، والأخرى ضابطة درست نفس الوحدة بالطريقة الاعتيادية. وقد تم إعداد دليلا للمعلم وكراسة أنشطة في وحدة الكسور وفقا لاستراتيجية الحديث الرياضي، كما تم بناء أربعة اختبارات في مكونات الفهم الرياضي العميق شملت: اختبار الاستدلال، اختبار حل المشكلات، اختبار الكفاءة الإجرائية، اختبار الفهم المفاهيمي، بالإضافة إلى مقياس عادات العمل الرياضي ومجتمع الرياضيات. بعد تطبيق اختبارات مكونات الفهم الرياضي العميق ومقياس عادات العمل الرياضي ومجتمع الرياضيات، كشفت نتائج البحث فاعلية استراتيجية الحدث الرياضي في تنمية الفهم الرياضي العميق. وفي ضوء ما أسفرت عنه النتائج يوصي البحث بضرورة تدريب المعلمين على استخدام استراتيجية الحديث الرياضي في تدريس موضوعات الرياضيات، وتشجيع المعلمين على تنمية الفهم الرياضي العميق لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية.
الكلمات المفتاحية: الحديث الرياضي، الفهم الرياضي العميق

Abstract:
The research aimed to study the effect of using the math talk strategy to develop deep mathematical understanding among primary school pupils in Kharga city, New Valley. The sample of the study consisted of 74 students from the third primary class, who were divided into two groups: the experimental group studied the unit of fractions according to the math talk strategy, and the control group studied the same unit in the usual way. A guide for the teacher and student activities have been prepared according to the math talk strategy. After carrying out the research experiment, the following study instruments were administered: reasoning test, problem-solving test, procedural competency test, conceptual understanding test, the mathematical work habits and the mathematics community scale. The results of the research found the effectiveness of the math talk strategy in developing deep mathematical understanding. In light of the results of the results, the research recommends the need to train teachers to use the math talk strategy in teaching mathematics, and to encourage teachers to develop deep mathematical understanding of primary school pupils.
Key words: math talk, deep mathematical understanding

المقدمة:

فهم التلاميذ العميق لما يتعلمونه يجب أن يكون الهدف الأساسي لتعليم وتعلم الرياضيات. وذلك لأن مفاهيم الرياضيات تعتبر من المفاهيم المجردة التي ترتبط بعمليات غير مرئية والتي لا يمكن استيعابها دون فهم العلاقات المتبادلة بين تلك العمليات. ولكي يتمكن التلميذ من فهم المفاهيم الرياضية والعمليات المرتبطة بها لابد من بناء الفهم العميق الذي يمكن التلميذ من بناء تصور ونماذج ذهنية تسمح له بتخيل العلاقات غير المرئية. فقد أكد المجلس القومي لمعلمي الرياضيات على ضرورة تعزيز التعلم من خلال فهم التلاميذ العميق الذي يمكنهم من إدراك العلاقات بين الأفكار وإعادة تنظيم المعرفة وتوليد الأفكار والتخمينات الرياضية (NCTM, 2000, 21). الفهم العميق يعني استيعاب المفاهيم والمعاني المرتبطة مع بعضها البعض والتي يمكن استدعاؤها في الحال، وإدراك الاتصالات بين هذه المفاهيم، وتكوين معان جديدة تقوم على ما يمتلكه المتعلم من معارف وخبرات حالية (عبد المجيد، ٢٠١٨، ١٤). يتمثل الفهم العميق في قدرة المتعلم على شرح وتوضيح ما يتعلمه، وربطه مع بعضه البعض بشكل يعمق الفهم لديه، وتحديد الأسباب والتعرف على الشواهد والأدلة، والتوصل إلى النتائج، وتقديم تفسيرات ذات معنى، واستخدام المعرفة بفاعلية في مواقف جديدة وسياقات مختلفة، وتمثيل المشكلة بعدد من الطرائق المختلفة وحلها من زوايا متعددة (عبد اللطيف، مهدي، إبراهيم، ٢٠٢٠، ٣٢١-٣٢٢).

يسهم الفهم الرياضي العميق في جعل معالجة المعلومات الرياضية تسير في اتجاه المقارنة والتفسير وتوليد الأفكار وإثارة الأسئلة والربط بين الأسباب والنتائج مما يدفع المتعلم نحو التعمق في فهم المحتوى الرياضي (زنقور، ٢٠١٨، ١٢٣). من خلال الفهم العميق يصبح المتعلم قادرا على التساؤل والمناقشة واستخدام الأفكار وإدراك العلاقات واستنتاجها وفرض الفروض والتنبؤ واتخاذ القرارات (نصحي، ٢٠١٨، ١٩٩). عندما يتم فهم المعرفة بعمق، يمكن نقلها وتطبيقها في سياقات جديدة ومعالجتها ببراعة لحل المشكلات بطرق مبتكرة (Fenwick, Humphrey, Quinn, & Endicott, 2013, 2). يساعد الفهم العميق التلاميذ على شرح ما يتعلمونه بعباراتهم، وإعطاء أمثلة جديدة تبرهن على المعرفة، وتبرير أفكارهم، وربط المواد المتعلمة بالموضوعات التي سبق تعلمها، واستخدام المعرفة الجديدة في سياقات جديدة، وعمل تعميمات متصلة بهذا الموضوع (آدم، عبد الحميد، ٢٠١٧، ١٥٠). علاوة على ذلك، يسهم الفهم العميق في توظيف أكبر للمجهود العقلي والربط بين المعرفة المتاحة، ويجعل المتعلم مبدعاً في التعامل مع المشكلات الدراسية والحياتية، ويشجع على التعلم طويل المدى (عبد الحسن، ٢٠١٦، ١٧٩). كما أن التلميذ الذي يتبع أسلوب الفهم العميق في التعلم يكون مدفوعا باهتمام داخلي بموضوع التعلم، واثقا

فيما لديه من معلومات، ولديه الرغبة في البحث عن المعنى، واستخدام الأدلة والبراهين في تعلمه، واستخدام التشابه والتمثيل في وصف الأفكار بصورة متكاملة وربط الأفكار الجديدة بالخبرات السابقة (جديد، ٢٠١٠، ١٠٠).

من ناحية أخري، فإن فهم التلاميذ العميق لموضوع الكسور له أهمية كبيرة في تعلم الرياضيات. ترجع أهمية الفهم العميق للكسور إلى أن الفهم الرياضي الضعيف أو غير المكتمل لمفاهيم الكسور والعمليات عليها له تأثير كبير على نجاح التلاميذ في الجبر بعد ذلك حيث يعتمد جزء كبير من فهم الجبر والتفكير الجبري على الفهم الواضح لمفاهيم الكسور والقدرة على معالجة الكسور الشائعة وذلك لأن الكسور توجد في كل الجبر، من المعاملات إلى ميل المعادلات الخطية، ومن المعادلات الخطية إلى إكمال المربع، ومن حل المعادلات الخطية إلى حل معادلات الأعداد النسبية، ومن الاحتمالات البسيطة إلى نظرية ذات الحدين، فالجبر ملئ بالأمثلة التي ترتبط بشكل مباشر أو غير مباشر بالكسور (Reeder, 2017, 82).

يشير (Lamon, 2012, xi) إلى أن الخسائر التي تحدث بسبب الفجوات في الفهم المفاهيمي للكسور والنسب والموضوعات ذات الصلة لا تحصى والتي تؤثر بشكل مباشر أو غير مباشر على الدافعية لتعلم الرياضيات، واختيار مقررات الرياضيات والعلوم، والتحصيل، والمرونة المهنية، وحتى القدرة على التقدير الكامل لبعض أبسط الظواهر في الحياة اليومية.

ونظرا لأهمية الفهم العميق فإن العديد من الدراسات توصي بضرورة تنميته كأحد النواتج المهمة للعملية التعليمية في المواد الدراسية المختلفة وفي المراحل التعليمية المختلفة (آدم، عبد الحميد، ٢٠١٧؛ حسانين، الجندي، فهمي، ٢٠١٩؛ دحلان، ٢٠١٧؛ زنقور، ٢٠١٨؛ عبد الحسن، ٢٠١٦؛ عبد اللطيف، وآخرون، ٢٠٢٠؛ عبد المجيد، ٢٠١٨؛ العتيبي، ٢٠١٦؛ نصحي، ٢٠١٨؛ هاني، الدمرداش، ٢٠١٥). إلا أنه – في حدود علم الباحثة- هناك ندرة في الدراسات (آدم، عبد الحميد، ٢٠١٧؛ زنقور، ٢٠١٨؛ هاني، الدمرداش، ٢٠١٥) التي تناولت تنمية الفهم العميق كنتاج تعليمي في الرياضيات.

يعتمد التدريس من أجل الفهم العميق على طرق التدريس التي تشجع التلاميذ على التساؤل والشرح والتوضيح، ونتيجة لذلك يُظهر التلاميذ اهتمامًا باستكشاف المزيد والتعمق في الموضوع، مع إظهار مستويات أكبر من الفهم (ETFO, 2013, 25). كذلك يتحقق الفهم العميق من خلال الاستفسار العميق deep questioning حيث يشترك التلاميذ في محادثات حقيقية وعميقة حول المحتوى، والتي تتضمن تكوينهم لأسئلة تتطلب مستويات عليا من التفكير تليها مناقشة تعاونية حول تلك الأسئلة (King, 2016, 4). كذلك من خلال جعل التلاميذ يتحدثون عن استراتيجياتهم غير الرسمية، يمكن للمعلمين مساعدتهم على أن يكونوا على دراية

بمعارفهم غير الرسمية الضمنية والبناء عليها، الأمر الذي يسهم في تطوير الطلاقة الإجرائية والفهم المفاهيمي من خلال حل المشكلات والاستدلال والحجج مما يسهم في تنمية الفهم العميق لديهم (NCTM, 2000, 21). علاوة على ذلك، لبناء الفهم العميق، يحتاج التلاميذ إلى البحث، وإنشاء رسومهم البيانية، وقياساتهم، وخطواتهم المنطقية، وتجاربهم البسيطة واستنتاجاتهم (Campbell, Zhang, & Neilson, 2011, 259). إن التعليم والتعلم الذي يشجع التلاميذ التساؤل والاستفسار والشرح والتوضيح من خلال إشراك التلاميذ في محادثات حقيقية وعميقة حول المحتوى هو أساس استراتيجية الحديث الرياضي.

إن استراتيجية الحديث الرياضي Math Talk تختلف عن الصورة التقليدية للحوار Dialogue، حيث يقوم المعلم بطرح الأسئلة ويطلب من التلاميذ إجابات موجزة ثم يقوم بتقييم إجاباتهم. يسمح هذا الشكل من الحوار في الفصل للمعلمين بنقل الحقائق وإدارة مجموعات كبيرة من المتعلمين بشكل فعال. الافتراض الأساسي لهذا الشكل من الحوار هو أن المدرسة هي المكان الذي يتعلم فيه التلاميذ تكرار ما اعتبره الآخرون معرفة مهمة (Resnick, Asterhan, & Clarke, 2018, 14). بدلاً من ذلك، يمكن للمعلم الاستفادة من فرصة الحديث في الفصل الدراسي لتعليم التلاميذ التفكير ولتكوين المعرفة. ويمكن للطلاب تعلم مهارات التفكير من خلال التحدث عن طرقهم في حل المشكلات. هذا النوع من المناقشات المنظمة التي تدعم التعلم والتفكير تعرف بالحديث الرياضي.

الحديث الرياضي هو نوع من الحديث المسئول Accountable Talk الذي يبدأ بتفكير التلاميذ بصوت عالٍ حول مشكلة معقدة تتطلب التعاون لملاحظة شيء ما حول المشكلة، أو التساؤل عن نتيجة مفاجئة، أو التعبير، والشرح، والتفكير في تفكيرهم (Resnick et al., 2018, 14). بتوجيه المعلم، يبني التلاميذ على أفكار زملائهم أو تحديها أو توضيحها، ويطرحون الأسئلة، ويفكرون في الحل المقترح، أو يقدمون أدعاء مضاد أو تفسير بديل. أهم ما يميز الحديث الرياضي: المسئولية عن المعرفة (الوصول إلى حقائق صحيحة)، المسئولية عن التفكير (تقديم مبرر منطقي للادعاء)، والمسئولية عن المجموعة (إظهار الاحترام لأفكار ومشاعر زملاءهم) (Resnick et al., 2018, 14).

في الآونة الأخيرة، نالت استراتيجية الحديث الرياضي الكثير من الاهتمام من قبل الباحثين لأسباب عديدة. يلعب الحديث الرياضي دورًا حاسمًا في تعزيز تعلم وتفكير التلاميذ، فمن خلال التحدث عن الأفكار الرياضية والاستماع إلى الآخرين، لا يفكر التلاميذ بشكل أعمق في الرياضيات فحسب، بل ينخرطون أيضًا في الممارسات الرياضية مثل الاستدلال وتقييم الحجج والتبرير والتعميم والملاحظة وشرح الأنماط (Murata et al., 2017, 291). تتضمن مزايا حديث الفصل الدراسي السماح

للطلاب باختبار الأفكار، والاستماع إلى أفكار الآخرين ودمجها، وترسيخ تفكيرهم من خلال وضع الأفكار في كلمات، وبالتالي بناء فهم أعمق للمفاهيم الرئيسية (Irvine, 2017, 26) .

يساعد حديث الرياضيات التلاميذ على التعلم من بعضهم البعض، ومساعدة الآخرين على التعلم، وبالتالي تعلم استراتيجيات مختلفة من الآخرين، كذلك تساعد مناقشات الرياضيات التلاميذ على تبرير كيف ولماذا تم حل المشكلة بطريقة معينة مما يساعد على فهم أفضل للمفاهيم الرياضية (Wagganer, 2015). عندما تدور مناقشات بين التلاميذ حول المحتوى، فإنهم يقدمون زوايا متعددة للمفهوم الواحد، أو طرق متعددة لحل المشكلات (O'Connor, Michaels, & Chapin, 2015, 13). من خلال التحدث مع الآخرين، يتعلم التلاميذ استخدام لغة رياضية أكثر دقة، وبشكل تدريجي، يستخدمون الرموز التقليدية للتعبير عن أفكارهم الرياضية (NCTM, 2000, 128) .

وعلى وجه الخصوص، فإن لحديث الرياضيات أهمية كبيرة في فصول المرحلة الابتدائية. أكد المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000, 128) على ضرورة أن تتاح للتلاميذ طوال السنوات الأولى فرص يومية للتحدث عن الرياضيات. وذلك لأن عادةً ما تكون قدرات التلاميذ الصغار على التحدث والاستماع أكثر تقدمًا من قدراتهم على القراءة والكتابة، خاصةً في السنوات الأولى (NCTM, 2000, 130). لذلك، يجب أن يحرص المدرسين على تشجيع التلاميذ على "التحدث عن الرياضيات"، وتقديم الخبرات التي تسمح بأشكال متنوعة من التواصل كمكون طبيعي في فصل الرياضيات، ومساعدة التلاميذ على شرح إجاباتهم، ووصف استراتيجياتهم (NCTM, 2000, 128).

في الآونة الأخيرة، أصبح الحديث في الفصول الدراسية ومساهمته في التعلم موضوعًا رئيسيًا في العلوم التربوية. فقد أوضحت الدراسات العلاقة الإيجابية بين حديث الفصل الدراسي Classroom Talk وتحسن انتباه التلاميذ وشعورهم بالكفاءة الذاتية (O'Conner et al., 2015) وزيادة دافعية التلاميذ للتعلم (Kiemer, Gröschner, Pehmer, & Seidel, 2015)، وكفاءة التواصل الشفوي للطلاب والمعرفة بالموضوع (van der Veen, de Mey, van Kruistum, & van Oers, 2017)، وزيادة التحصيل الاكاديمي (Sedova et al., 2019). نتيجة لهذه المزايا للحديث في الفصول الدراسي، توجهت انظار الباحثين للحديث الرياضي. وقد أجريت عدد من الدراسات الأجنبية (Frank, 2013; Gaillard, 2018; Okamoto, 2015; Payan, 2017; Washington, 2015)، وقليل من الدراسات العربية (بشاي، ٢٠١٦) – في حد علم الباحثة- حول استخدام استراتيجية الحديث الرياضي في فصول الرياضيات. أوضحت الأبحاث فعالية استراتيجية الحديث الرياضي في تنمية الحس العددي (Gaillard, 2018; Okamoto, 2015)

والكفاءة الرياضية والنزعة الرياضية المنتجة (Gaillard, 2018)، تنمية تحصيل الرياضيات (Payan, 2017; Washington, 2015)، وتطوير مهارات التفكير الناقد وحل المشكلات (Washington, 2015)، تنمية مهارات الطلاقة الحسابية في عمليتي الجمع والطرح لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية (بشاي، ٢٠١٦). اختلف البحث الحالي عن الأبحاث السابقة في نواتج التعلم التي سعى البحث الحالي إلى تنميتها وهي الفهم العميق في الرياضيات.

وفي ضوء ذلك سعى البحث الحالي إلى التعرف على أثر استخدام استراتيجية الحديث الرياضي لتنمية الفهم الرياضي العميق لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية.

مشكلة البحث:

بالرغم من أهمية الفهم الرياضي العميق، إلا أن هناك ضعف في الفهم العميق في الرياضيات بشكل عام وفي الكسور بشكل خاص لدى التلاميذ ولا سيما تلاميذ المرحلة الابتدائية. قد أشارت الدراسات أن هناك ضعف واضح في الفهم العميق في الرياضيات لدى التلاميذ مثل دراسة (آدم، عبد الحميد، ٢٠١٧)، ودراسة (زنقور، ٢٠١٨)، ودراسة (هاني، الدمرداش، ٢٠١٥). كذلك اشارت الدراسات أن هناك ضعف واضح في فهم التلاميذ للكسور مثل دراسة (حسين، ٢٠١٤)، ودراسة (الرويلي، ٢٠١٧)، ودراسة (الزهراني، ٢٠١٨)، ودراسة (شلش، ٢٠١٨). كذلك اشارت الدراسات (الرويلي، ٢٠١٧؛ الحواس، ٢٠١٦؛ عطيفي، ٢٠٠٨؛ مقدادي، ملكاوي، الزغبي، ٢٠١٣) إلى تدني تحصيل التلاميذ للكسور، مما يعكس ضعف فهم التلاميذ لموضوع الكسور. يظهر تدني فهم الكسور في عدم قدرة التلاميذ على تطبيق المعرفة الكسرية بنجاح في الحياة اليومية (Mills, 2011)، وعدم القدرة على بناء المفاهيم الأساسية للكسور والعمليات الحسابية عليها (الرويلي، ٢٠١٧). يشير (Siegler, Fazio, Bailey, & Zhou., 2013) إلى عدم فهم الطالب المفاهيمي للكسور، حيث ينظر التلاميذ إلى الكسور كأرقام، أو كرموز لا معنى لها تحتاج إلى التعامل معها باستخدام مجموعة متنوعة من الطرق لإنتاج إجابات ترضي المعلم، مع النظر للبسط والمقام كالأرقام منفصلة بدلاً من التفكير في الكسر كرقم واحد، وخلط خصائص الكسور مع تلك الخاصة بالأعداد الصحيحة.

وقد شعرت الباحثة بتلك المشكلة من خلال:

١ـ ملاحظة الباحثة:

لاحظت الباحثة من خلال حضورها لبعض حصص الرياضيات في المرحلة الابتدائية أثناء التدريب الميداني أن التلاميذ قد يعرفون الإجابة على سؤال ما، ولكن إذا ما غُيرت معطياته قليلاً فإنهم يعجزون عن الوصول للحل، فهم لا يعرفون كيفية تطبيق ما تعلموه في مواقف أخرى جديدة، فما لم يقدم المعلم المشكلة بنفس الكيفية ويطلب

منهم الاتيان بالحل بنفس الطريقة فإنهم يعجزون عن الحل. كذلك يجد التلاميذ صعوبة في التعبير عن تفكيرهم وتبريره، ولا يفهمون المعنى العميق لما يتعلمونه ولا يمكنهم تطبيق ما تعلموه.

كذلك لاحظت الباحثة أن المعلم قد يستخدم المناقشات الصفية ولكن هذه المناقشات غالبا ما تكون متمركزة حول المعلم، ولا تنقل قيادة المناقشات إلى التلاميذ. وعلى الرغم من أن طرق التلاميذ في الحل غالبًا ما تختلف من تلميذ إلى أخر، إلا أن المعلمين يميلون إلى اتباع طرق الحل التي يرونها مناسبة لتحقيق أهداف الدرس. ولذلك، قد يتعلم التلاميذ تقديم الإجابات التي يعرفون أن معلميهم يريدونها، تاركين تفكيرهم الأصيل.

٢- الدراسة الاستطلاعية:

لتدعيم الإحساس بالمشكلة، أجرت الباحثة دراسة استطلاعية عن طريق تطبيق اختبار الفهم الرياضي العميق على مجموعة من تلاميذ الصف الثالث الابتدائي وعددهم ٣٠ تلميذا وتلميذة بمدرسة الجغيلي الابتدائية بإدارة الخارجة التعليمية. أظهرت نتائج التطبيق أن (٧٤.٧٪) من التلاميذ حصلوا على أقل من نصف الدرجة في مكون الاستدلال، (٨٣٪) من التلاميذ حصلوا على أقل من نصف الدرجة في مكون حل المشكلات، (٧٨٪) من التلاميذ حصلوا على أقل من نصف الدرجة في مكون الفهم المفاهيمي، (٨١.٣٪) من التلاميذ حصلوا على أقل من نصف الدرجة في مكون الطلاقة الإجرائية، (٨٣٪) من التلاميذ حصلوا على أقل من نصف الدرجة في مقياس عادات العمل الرياضي ومجتمع الرياضيات.

وبذلك تتحدد مشكلة البحث الحالي في تدني مستوى الفهم العميق بمكوناته الستة (الاستدلال، حل المشكلات، الكفاءة الإجرائية، الفهم المفاهيمي، عادات العمل الرياضي، مجتمع الرياضيات) لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية.

أسئلة البحث:

حاول البحث الإجابة عن السؤال الرئيس التالي:

ما أثر استراتيجية الحديث الرياضي على تنمية الفهم الرياضي العميق لدى تلاميذ الصف الثالث الابتدائي؟

ويتفرع من هذا السؤال الأسئلة الفرعية التالية:

١- ما أثر استراتيجية الحديث الرياضي على تنمية مهارة الاستدلال لدى تلاميذ الصف الثالث الابتدائي؟

٢- ما أثر استراتيجية الحديث الرياضي على تنمية مهارة حل المشكلات لدى تلاميذ الصف الثالث الابتدائي؟

٣- ما أثر استراتيجية الحديث الرياضي على تنمية الكفاءة الإجرائية لدى تلاميذ الصف الثالث الابتدائي؟
٤- ما أثر استراتيجية الحديث الرياضي على تنمية الفهم المفاهيمي لدى تلاميذ الصف الثالث الابتدائي؟
٥- ما أثر استراتيجية الحديث الرياضي على تنمية عادات العمل الرياضي ومجتمع الرياضيات لدى تلاميذ الصف الثالث الابتدائي؟

أهداف البحث:

هدف البحث الحالي إلى:
١- التعرف على أثر استخدام استراتيجية الحديث الرياضي على تنمية الفهم الرياضي العميق لدى تلاميذ الصف الثالث الابتدائي.
٢- تنمية الفهم العميق في موضوع الكسور لدى تلاميذ الصف الثالث الابتدائي.

أهمية البحث:

تتمثل أهمية البحث الحالي في أنه قد يفيد:
١- معلمي الرياضيات: من خلال:
- زيادة وعي المعلمين بدور الحديث في تدريس الرياضيات.
- زيادة وعي المعلمين بأهمية تنمية الفهم العميق في الرياضيات.
- تقديم دليل للمعلم يوضح كيفية إعداد وتدريس وحدة الكسور لتلاميذ الصف الثالث الابتدائي باستخدام استراتيجية الحديث الرياضي.

٢- المتعلمين: من خلال:
- مساعدة التلاميذ في تنمية الفهم العميق للكسور.

٣- القائمين على تخطيط وتطوير مناهج الرياضيات المدرسية: من خلال:
- إمدادهم بمجموعة من الأنشطة والأفكار التي يمكن تضمينها بمناهج الرياضيات والتي تسهم في تنمية الفهم العميق في الرياضيات.

٤- الباحثون في تدريس الرياضيات: من خلال:
- فتح المجال أمام الباحثين لإجراء بحوث ودراسات متعلقة باستخدام استراتيجية الحديث الرياضي.
- فتح المجال أمام الباحثين لإجراء بحوث ودراسات متعلقة بالفهم العميق في الرياضيات.

حدود البحث:

اقتصر البحث على الحدود الآتية:
- مجموعة من تلاميذ الصف الثالث الابتدائي بمدرسة الأمل بإدارة الخارجة التعليمية (محل إقامة الباحثة).

- وحدة الكسور المقررة على تلاميذ الصف الثالث الابتدائي للعام الدراسي ٢٠١٩/٢٠٢٠م
- مكونات الفهم الرياضي العميق: الاستدلال، حل المشكلات، الكفاءة الإجرائية، الفهم المفاهيمي، عادات العمل الرياضي، مجتمع الرياضيات.

مصطلحات البحث:

التزمت الباحثة بالتعريفات الإجرائية التالية:

استراتيجية الحديث الرياضي:

الحديث الرياضي هو الخطاب اللفظي بين المعلم والتلاميذ وبين التلاميذ وبعضهم البعض حيث يبني التلاميذ على أفكار زملائهم أو تحديها أو توضيحها، ويطرحون الأسئلة، ويبررون تفكيرهم ويدافعون عنه.

الفهم الرياضي العميق:

يعرف الفهم الرياضي العميق بأنه قدرة التلاميذ على تطوير التخمينات الرياضية والتعميمات الرياضية، والتمييز بين المعلومات الكافية وغير الكافية لحل المشكلات، والقدرة على حل المشكلات، وفهم المفاهيم الرياضية والعلاقات بينها، وتنفيذ الإجراءات بمرونة ودقة، وتقدير عادات العمل الرياضي، والاندماج في مجتمع الرياضيات، ويتضمن ستة مكونات هي: الاستدلال، حل المشكلات، الكفاءة الرياضية، الفهم المفاهيمي، عادات العمل الرياضي، مجتمع الرياضيات.

منهج البحث والتصميم التجريبي:

اعتمد البحث على المنهج التجريبي ذو التصميم شبه التجريبي القائم على اختيار مجموعتين إحداهما تجريبية تدرس وحدة الكسور باستخدام استراتيجية الحديث الرياضي، والأخرى ضابطة تدرس نفس الوحدة بالكتاب بالطريقة الاعتيادية، وتم تطبيق أدوات البحث على المجموعتين قبليا وبعديا.

مواد وأدوات البحث:

تم إعداد واستخدام المواد التجريبية التالية:

- دليل المعلم لتدريس الكسور وفقا لاستراتيجية الحديث الرياضي.
- كراسة أنشطة التلميذ لوحدة الكسور وفقا لاستراتيجية الحديث الرياضي.

كما تم إعداد واستخدام أدوات القياس التالية:

- اختبار الاستدلال في وحدة الكسور لتلاميذ الصف الثالث الابتدائي. (من إعداد الباحثة)
- اختبار حل المشكلات في وحدة الكسور لتلاميذ الصف الثالث الابتدائي. (من إعداد الباحثة)

- اختبار الكفاءة الإجرائية في وحدة الكسور لتلاميذ الصف الثالث الابتدائي. (من إعداد الباحثة)
- اختبار الفهم المفاهيمي في وحدة الكسور لتلاميذ الصف الثالث الابتدائي. (من إعداد الباحثة)
- مقياس عادات العمل الرياضي ومجتمع الرياضيات. (من إعداد الباحثة)

خطوات البحث وإجراءاته:

- الاطلاع على البحوث والدراسات والأدبيات التي تناولت استراتيجية الحديث الرياضي، والفهم العميق.
- تحليل محتوى وحدة الكسور بمقرر الرياضيات للصف الثالث الابتدائي، وتحديد جوانب التعلم فيها من (مفاهيم، تعميمات، مهارات).
- إعداد دليل المعلم في وحدة الكسور وفقا لاستراتيجية الحديث الرياضي.
- إعداد كراسة أنشطة التلميذ في وحدة الكسور متضمنا مجموعة من الأنشطة والمهام التي تشجع التلميذ على الوصول إلى مستويات عليا من الفهم العميق.
- إعداد اختبار الفهم الرياضي العميق بمكوناته الستة، وضبطه علميا.
- اختيار مجموعة البحث وتقسيمها إلى مجموعتين تجريبية وضابطة.
- تطبيق أدوات البحث والمتمثلة في اختبار الفهم الرياضي العميق تطبيقا قبليا.
- تدريس موضوعات وحدة الكسور وفقا لاستراتيجية الحديث الرياضي للمجموعة التجريبية، وتدريس نفس الوحدة بالطريقة الاعتيادية للمجموعة الضابطة.
- تطبيق أدوات البحث (اختبار الفهم الرياضي العميق بمكوناته الستة) تطبيقا بعديا.
- رصد النتائج ومعالجتها إحصائيا.
- تفسير النتائج، وتقديم مجموعة من التوصيات والمقترحات.

الإطار النظري:

المحور الأول: استراتيجية الحديث الرياضي:

المقصود بالحديث الرياضي:

يعرف (Irvine, 2017, 26) الحديث الرياضي بأنه مجتمع الفصل الدراسي حيث يستخدم المعلم والتلاميذ الحديث لدعم تعلم الرياضيات لجميع التلاميذ والذي هدفه الأساسي هو فهم وتوسيع تفكير التلميذ وتفكير التلاميذ الآخرين في الفصل.

الحديث الرياضي هو ما يطلق عليه (Resnick et al., 2018, 17) الحديث المسئول: المسئول عن المعرفة، المسئول عن التفكير، والمسئول عن تعلم الآخرين.

ويعرف (Wagganer, 2015, 250) الحديث الرياضي بأنه مناقشات رياضية هادفة تبني المعرفة وتدعم التعلم الرياضي لجميع التلاميذ، حيث يوجه المعلمون

ويوسعون تفكير التلاميذ بينما يستمع الفصل ويتعلم قبول أفكار التلاميذ الآخرين ويتحملون مسؤولية تبرير تفكيرهم.

خصائص استراتيجية الحديث الرياضي:

أوضح (Irvine, 2017, 26-28) الخصائص التالية للحديث الرياضي:

الحديث الاستكشافي Exploratory Talk

يتطلب الحديث الرياضي من التلاميذ المشاركة في حديث استكشافي حيث يشارك التلاميذ بأفكارهم مع بعضهم البعض بشكل نقدي وبناء، ويقوموا بالبحث عن المعلومات والاقتراحات وعرضها للنظر فيها بشكل مشترك. قد يتم تحدي الاقتراحات والأفكار، ولكن هذه التحديات لها ما يبررها، وقد يتم تقديم فرضيات بديلة. يقوم الحديث الاستكشافي على عدد من المبادئ: تتم مشاركة جميع المعلومات ذات الصلة، وتسعى المجموعة للتوصل إلى اتفاق، وتتحمل المجموعة المسؤولية عن القرارات، ويتم توضيح الأسباب، وتقبل التحديات، ويتم مناقشة البدائل قبل اتخاذ القرار.

الحجج الجماعية: Collective Argumentation

يرتبط الحديث الرياضي بالحجج الجماعية ارتباطًا وثيقًا. هناك خمسة مبادئ للحجج الجماعية: (١) القابلية للتعميم وتعني أن التلاميذ ينقلون أفكارهم بشكل يمكن للآخرين تحليله نقديًا، (٢) الموضوعية أي أنه لا يمكن رفض الأفكار إلا بناءً على المنطق أو الخبرة السابقة، (٣) الاتساق أي أن المواقف المتناقضة أو المتنافرة يجب حلها من خلال حجة منطقية جماعية، (٤) الإجماع أي أن يساهم جميع أعضاء المجموعة في البناء المشترك لاستراتيجية الحل، (٥) إعادة السياق أي تقديم الحجة المُنظّمة بشكل مشترك لأعضاء المجموعة الآخرين للتحقق من صحتها.

القواعد والمهارات الاجتماعية: Norms and Social Skills

الشرط المسبق لنجاح الحديث الرياضي هو وضع المعايير، وتعليم المهارات الاجتماعية. إذا كان على التلاميذ المشاركة بشكل مناسب في الحديث الاستكشافي والحجج الجماعية، فإنهم بحاجة إلى امتلاك المهارات الاجتماعية، ويجب أن يكونوا على دراية بالمعايير الجماعية ويتوافقون معها. الهدف الأساسي من إنشاء المعايير هو إنشاء مساحة آمنة في الفصل الدراسي حتى يشعر التلاميذ بحرية المشاركة. يجب أن يتم تعليم التلاميذ كيفية الرد على حجج التلاميذ الآخرين والأفكار النقدية وحل النزاعات في وقت مبكر من العام الدراسي.

كذلك قدم (Garcia, 2013, 2-3) خمس ممارسات تدريسية للحديث الرياضي:

ممارسات التحدث التي تشرك التلاميذ في الحديث:

هناك خمسة ممارسات تحدث مثمرة يمكن أن تجعل الحديث مستمرًا في فصل دراسي صامت:

(١) إعادة التعبير: وهو أن يكرر المعلم بعض أو كل ما يقوله التلميذ ثم يسأل المعلم

التلميذ ليؤكد ما إذا كان ما يقوله المعلم هو ما قصده . مثال على ذلك، "إذا أنت تقول أن. . . " يسمح إعادة التعبير للمعلم بالتحقق من التلميذ ما إذا كان ما قاله قد سمعه أو فسره المعلم أو تلميذ آخر بشكل صحيح. (٢) إعادة التعبير بواسطة التلاميذ: حيث يطلب المعلم من التلميذ أن يكرر أو يعيد صياغة ما قاله تلميذ آخر مستخدما كلماته وتعبيراته. مثال على ذلك، "هل يمكنك تكرار ما قاله زميلك في كلماتك؟"

(٣) التفكير وهو أن يطلب المعلم من التلاميذ تطبيق أساليبهم في التفكير على تفكير زملائهم. مثال على ذلك، "ما رأيك في ذلك؟"، "هل توافق أم لا توافق؟ لماذا ا؟" يساعد ذلك على تقوية الروابط بين الأفكار.

(٤) الإضافة: وهو أن يطلب المعلم من التلاميذ مذيد من التعليقات مثل "هل يرغب أحد في الإضافة؟"

(٥) وقت الانتظار: وهو أن ينتظر المعلم خمسة ثوان بعد طرح السؤال وقبل اختيار من سيجيب عليه لإعطاء التلاميذ الفرصة للتفكير.

الاستفسار:

يُعد طرح الأسئلة من قبل المعلم ومن قبل التلاميذ لبعضهم البعض مكونًا هامًا آخر في تشجيع التلاميذ على الانخراط في الحديث الرياضي. يتمثل الدور الأول للأسئلة في مساعدة التلاميذ على العمل معًا لفهم الرياضيات كما وهو واضح في ممارسات التحدث السابقة. الدور الثاني، وهو مساعدة التلاميذ على الاعتماد بشكل أكبر على أنفسهم لتحديد ما إذا كان ما توصلوا إليه صحيحًا رياضيا. مثال على ذلك، "كيف وصلت إلى هذا الاستنتاج؟ هل هذا منطقي؟ هل يمكنك إنشاء نموذج؟ " أسئلة مثل، "هل هذا يعمل دائمًا؟ هل هذا صحيح لجميع الحالات؟ هل يمكنك التفكير في مثال مضاد؟ كيف يمكنك إثبات ذلك؟ " يمكن استخدامها لمساعدة التلاميذ على تعلم التفكير الرياضي. لمساعدة التلاميذ على تعلم التخمين والابتكار وحل المشكلات، قد يسأل المعلم، "ماذا سيحدث إذا؟ هل تشاهد النمط؟ هل يمكنك التنبؤ بما سيحدث؟ " وأخيرًا، يستخدم المعلمون الأسئلة لمساعدة التلاميذ على ربط الرياضيات وأفكارها وتطبيقاتها عن طريق طرح سؤال "كيف يرتبط هذا. ؟ ما الأفكار التي سبق تعلمها والتي يمكن أن تكون مفيدة في حل هذه المشكلة؟ "

استخدام تفكير التلاميذ لدفع المناقشات:

استخدام تفكير التلاميذ هو عنصر أساسي في الحديث الرياضي. عندما يساعد المعلمون التلاميذ على التحدث عن تفكيرهم تصبح المفاهيم الخاطئة أكثر وضوحًا لكل من المعلم والتلميذ، وفي نفس الوقت، تتعمق المعرفة المفاهيمية والإجرائية. عند القيام بذلك، يجب أن يكون المعلم مستمع جيد حتى يتمكن من اتخاذ قرارات تسهل هذا الحديث. على سبيل المثال، عندما يقدم التلميذ استراتيجية غير صحيحة، يمكن للمعلم

أن يسأل الفصل بأكمله، "ما رأيك في ذلك؟" أو يمكنه أن يطلب من بقية الفصل إثبات ما إذا كانت الاستراتيجية تعمل أم لا. من خلال المحادثة، يظهر الفهم الخاطئ للصف.

تهيئة بيئة داعمة:

عند إنشاء بيئة غنية بحديث التلاميذ، يجب مراعاة البيئة المادية والنفسية. من الأفضل جلوس التلاميذ بحيث يواجه بعضهم البعض، أو الجلوس في دائرة أو نصف دائرة، مما يشجعهم على توجيه تعليقاتهم إلى بعضهم البعض. علاوة على ذلك، يجب أن يشعر التلاميذ أن الفصل مكان آمن للتعبير عن أفكارهم. لن يستطيع المعلم تطبيق الحديث الرياضي ما لم يؤسس ثقافة في الفصل تقوم على احترام أفكار الآخرين. إذا خشي التلاميذ من سخرية أقارنهم من أفكارهم، لن يشاركوا في الحديث مهما كان نوع الإغراءات التي يقدمها المعلم لهم. لذلك فإن الخطوة الأولى لخلق بيئة مشجعة على الحديث الرياضي هي وضع قواعد واضحة للتفاعل بين الطلبة.

خطوات استخدام استراتيجية الحديث الرياضي:

التدريس وفق استراتيجية الحديث الرياضي يتم خلال الخطوات التالية (Gaillard, 2018; Payan, 2017).

أولا: تقديم المشكلة:

بعد أن يشرح المعلم المعارف الأساسية للموضوع الدراسي، يقدم للتلاميذ مهام مفتوحة (تتضمن إجابات متعددة)، مما يوفر للتلاميذ فرصًا للمساهمة والتعاون من أجل حل المشكلات.

ثانيا: العمل في مجموعات صغيرة لحل المشكلة:

يقوم المعلم بتقسيم التلاميذ إلى مجموعات صغيرة من ٢ إلى ٣ تلاميذ، ويطُلب منهم حل المشكلة باستخدام العديد من الاستراتيجيات التي قد يفكرون فيها. يقوم التلاميذ بشرح تفكيرهم لبعضهم البعض، ويطرحون الأسئلة على بعضهم البعض، ويبررون تفكيرهم لبعضهم البعض، ويتنقل المعلم بين مجموعات التلاميذ؛ يلاحظ ويتدخل عند الضرورة ولكن لا يتحكم في سير المناقشة. وهذه بعض الأسئلة التي يمكن أن يطرحها التلاميذ على بعضهم:

-أنا أتفق/لا أتفق معك لأن.....
- كيف وصلت إلى هذا الاستنتاج؟
- هل يمكنك عمل نموذج؟
- هل يمكنك حلها بطريقة مختلفة؟
- ما الطريقة التي استخدمتها ولماذا؟
- ما هو دليلك؟
- ما الأفكار التي سبق تعلمناها والتي يمكن أن تكون مفيدة في حل هذه المشكلة؟

ثالثا: مشاركة التلاميذ لتفكيرهم مع الفصل:

عندما تنتهي مجموعات التلاميذ من الحل، يشارك التلاميذ حلولهم للمشكلة مع الفصل ويقوم المعلم بتسجيل جميع الحلول، الصحيحة وغير الصحيحة، على السبورة. يقوم المعلم والتلاميذ بطرح الأسئلة على المجموعات ويقوم عضو من المجموعة بتبرير إجاباتهم. يقوم التلاميذ من المجموعات الأخرى بالاستفسار عن حلول رفاقهم. يشجع المعلم التلاميذ أن يطبقوا أساليبهم في التفكير على تفكير زميلهم. وذلك بسؤال التلاميذ ما إذا كانوا يتفقوا أو يختلفوا مع حل زميلهم، أيضا مطالبتهم بتوضيح السبب. فيسأل المعلم التلاميذ:

- من يتفق أو يختلف مع هذا الحل؟ ولماذا؟
- من توصل إلى نفس الحل؟ ومن توصل إلى حل مختلف؟
- هل هذا صحيح لجميع الحالات؟ هل يمكنك التفكير في مثال مضاد؟
- كيف يمكنك إثبات ذلك؟
- ماذا سيحدث إذا...؟

مميزات استراتيجية الحديث الرياضي:

- يساعد الحديث الرياضي □□□ على تطوير الحس العددي لدى التلاميذ، ورؤية الأنماط بطرق مختلفة، وممارسة مهارات الاستدلال ومهارات حل المشكلات والعمليات الأساسية لحل المشكلات. تساعد محادثات الرياضيات أيضًا التلاميذ على التعبير عن تفكيرهم أثناء إجراء محادثات رياضية مع أقرانهم وتحسين التواصل بين الطلاب (Israel, 2020, 3) .
- تتمثل الفائدة الرئيسة من محادثات الرياضيات في مساعدة التلاميذ على بناء ثقتهم الرياضية. ونتيجة لذلك، يمكن أن تخلق الاستراتيجية بيئة تعليمية آمنة لمشاركة الأفكار الرياضية (Israel, 2020, 5).
- الحديث الرياضي ضروري لدعم وتطوير تعلم التلاميذ حيث يعطي التلاميذ فرصا للتفكير بعمق في الأفكار الرياضية والتعبير عن تفكيرهم، وطرح الأسئلة والاستماع عن كثب إلى أفكار الآخرين، وتوسيع فهمهم، والشعور بالثقة كمتعلمين نشطين (Murata et al., 2017, 290).
- يؤدي الحديث الرياضي إلى تعاون التلاميذ، وتحمل المسؤولية، والمثابرة في مواجهة الشدائد، واحترام أفكار الآخرين، وتحمل مسؤولية تعلم بعضهم البعض (Irvine, 2017, 26).
- التفاعلات اللفظية بين المعلم والتلاميذ وبين التلاميذ وبعضهم البعض أساسية لبناء المعنى. كذلك استفسار المعلم واستخدامه للأسئلة المفتوحة يساعد التلاميذ

على الاكتشاف والتعبير عن فهمهم ويشجعهم على المشاركة في حديث الفصل (Kiemer et al., 2015).

- وجد (Kiemer et al., 2015) أن تركيز المعلم على استخدام الحديث في الفصل دعم حاجة التلاميذ للاستقلال والكفاءة والارتباط الاجتماعي مما أثر إيجابيا في زيادة اهتمام التلاميذ بتعلم الرياضيات.
- يزداد إحساس التلاميذ بالكفاءة الذاتية في التفكير والتواصل أثناء المناقشات لفهم تفكيرهم والتعبير عنه والتعامل مع تفكير الآخرين. قد يزداد هذا الشعور بالكفاءة الذاتية عندما يتلقى التلاميذ ردودًا إيجابية من الآخرين الذين يشاركونهم نفس النشاط (O'Connor et al., 2015, 12).
- من خلال الاستخدام اليومي للحديث في الفصل الدراسي لتقديم الأفكار والإجراءات الرياضية وممارستها، فإن المهارات المعرفية واللغوية وما وراء المعرفية ستتحسن. كذلك من خلال الاستدلال والتوضيح والتبرير والوصف الذي يتطلبه الحديث الرياضي، فإن تفكير الطالب وذاكرته وقدرته على الجدل والتواصل رياضيًا ستتحسن (O'Connor et al., 2015, 13).
- شرح التلاميذ لأفكارهم له فوائد للتلميذ نفسه. إن محاولة تفسير التلميذ لفهمه لظاهرة معينة يتطلب منه تنظيم تفكيره وصياغته بطريقة يمكن أن تكون منطقية لشخص آخر. خلال هذه العملية، قد يتعرف التلميذ على الثغرات والأخطاء في تفكيره. كذلك محاولة الشرح، بحد ذاتها، تعمل على تحسين معالجة المعلومات ودمج المعرفة. بالنسبة للمعلمين، فإن جعل تفكير التلاميذ مرئيًا أمرًا محوريًا في تحديد وفهم ما يعرفه التلاميذ بالفعل، وفي تحديد المفاهيم الخاطئة والأخطاء التي يمكن أن تعرقل فهم المواد الجديدة(Resnick et al., 2018, 22) .

دور المعلم في استراتيجية الحديث الرياضي:

يوضح (Resnick et al., 2018, 18-24) أن دور المعلم في استراتيجية الحديث الرياضي يتمثل في الآتي:

- يقوم بصياغة معايير للحديث ومناقشتها مع التلاميذ، مثل تبادل الأدوار بشكل منظم، والاستماع المحترم، والانتظار باحترام إلى أن ينتهي التلميذ من الإجابة على السؤال أو حل المشكلة.
- يقوم بتنظيم مشاركة التلاميذ من خلال تحديد أدوار للتلاميذ في الحديث. على سبيل المثال، في مناقشات المجموعات الصغيرة، يمكن تكليف التلاميذ بأدوار مثل الملخص، المقيم، الكاتب، وهكذا. تحديد الأدوار يساعد على تركيز انتباه التلاميذ وتمكينهم من تحمل المسؤولية. من المهم استبدال هذه الأدوار المعرفية حتى يكتسب التلاميذ خبرة في التعامل مع كل الأدوار.

- يطرح أسئلة تدفع التلاميذ إلى التفكير في تفكير بعضهم البعض، مثل "هل يمكنك أن تعيد قول ما قاله جمال؟ ما رأيك في ذلك؟" تشجع المتعلمين على التواصل مع أفكار بعضهم البعض يدفع المناقشة نحو بناء الفهم.
- يشجع التلاميذ على شرح وتفسير تفكيرهم. "ماذا تقصد بالتحديد؟ هل يمكنك اعطائنا مثال؟" وأثناء أنشطة حل المشكلات، يطلب من التلاميذ أن يوضحوا كيف توصلوا إلى حل معين، والخطوات التي اتبعوها، ولماذا اختاروا حلها بهذه الطريقة. ويشجع التلاميذ على التفكير في وجهة نظر مختلفة: "هل يمكنك التفكير في حل مختلف أو إجابة أخرى؟"
- يقوم بتطوير مهام المناقشة التي تتطلب من التلاميذ التفكير والشرح والتوضيح للعمليات المعرفية التي تدعم بناء المعرفة.

الدراسات السابقة المتعلقة باستخدام استراتيجية الحديث الرياضي في تدريس الرياضيات:

قد أجريت عدد من الدراسات الأجنبية حول استخدام استراتيجية الحديث الرياضي في تدريس الرياضيات، ولكن يوجد عدد قليل من الدراسات العربية –في حد علم الباحثة- تناولت استراتيجية الحديث الرياضي، من بين هذه الدراسات:

دراسة (بشاي، ٢٠١٦) والتي هدفت إلى دراسة أثر محادثات الأعداد في تدريس وحدة مقترحة في الحساب الذهني على تنمية مهارات الطلاقة الحسابية لدى تلاميذ الصف الثاني الابتدائي. تم استخدام المنهج التجريبي بمجموعتيه الضابطة والتجريبية. أظهرت النتائج عن وجود أثر ذو دلالة إحصائية لاستخدام محادثات الأعداد في تنمية مهارات الطلاقة الحسابية في عمليتي الجمع والطرح.

دراسة (Frank, 2013) هدفت إلى بحث أثر استخدام الحديث الرياضي لتحسين جودة تعليم الرياضيات في فصل الروضة. تم استخدام التصميم النوعي. تكونت عينة الدراسة من ٧٧ طالبا وأربعة مدرسين. تمثلت أدوات جمع البيانات في استبيان للمعلم، واستبيان للتلاميذ، وسجلات تأملية للمعلم. أظهرت النتائج أن الحديث الرياضي حسن وجهة نظر المعلم نحو تدريس الرياضيات والمناهج الدراسية، وشجع سلوكيات التلاميذ الإيجابية بما في ذلك المشاركة والتعبير عن التفكير والاستدلال.

دراسة (Gaillard, 2018):

هدفت الدراسة إلى التعرف على تأثير حديث الأرقام على تطور الحس العددي والكفاءة الرياضية والنزعة الرياضية المنتجة لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية. تكونت عينة الدراسة من ٢٠ تلميذا من تلاميذ الصف الثالث الابتدائي. تم استخدام تصميم البحث المختلط؛ حيث تم استخدام المنهج التجريبي ذو المجموعة التجريبية الواحدة، وكذلك إجراء مقابلات مقننة مع عينة الدراسة. تمثلت أدوات الدراسة في اختبار

الحس العددي، واختبار الكفاءة الرياضية، ومقابلات مقننة مع التلاميذ موضع الدراسة. أظهرت النتائج الكمية فعالية حديث الأرقام في تنمية الحس العددي والكفاءة الرياضية لدى التلاميذ. أظهرت النتائج النوعية أن التلاميذ أظهروا ميلًا أكثر إنتاجية تجاه الرياضيات بعد تدخل حديث الأرقام.

دراسة (Okamoto, 2015) والتي هدفت إلى دراسة أثر حديث الأرقام على تنمية الحس العددي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية. تكونت عينة الدراسة من ٢٢ تلميذا من تلاميذ الصف السادس الابتدائي. تم استخدام المنهج التجريبي ذو المجموعة التجريبية الوحدة، كما تم استخدام التصميم النوعي والذي تضمن تسجيلات الفيديو للمحادثات التي دارت في الفصل، وأوراق إجابات التلاميذ، وسجلات تأمل المعلم فيما يتعلق بالحديث الرياضي. أوضحت النتائج فعالية حديث الأرقام في تنمية الحس العددي لدى التلاميذ.

دراسة (Payan, 2017)هدفت إلى قياس أثر محادثات الرياضيات على تحصيل تلاميذ رياض الأطفال. تم استخدام تصميم البحث المختلط؛ حيث تم استخدام المنهج التجريبي، وكذلك إجراء مقابلات مقننة مع عينة الدراسة تكونت عينة الدراسة من ٣٠ تلميذا تم تقسيمهم إلى مجموعتين أحدهما تجريبية والأخرى ضابطة. تمثلت أدوات جمع البيانات في: اختبار تحصيلي ومقابلات فردية مع ستة تلاميذ من مستويات تحصيلية مختلفة لحل سلسلة من المهام لفهم فهمهم الرياضي. أظهرت النتائج أن التلاميذ في المجموعة التجريبية حققوا نموًا كبيرًا في الاختبار التحصيلي مقارنة بالمجموعة الضابطة.

دراسة (Washington, 2015) هدفت إلى التعرف على أثر استراتيجية محادثات الأرقام على تحصيل تلاميذ الصفوف (٣-٨)، وكذلك التعرف على اتجاهات ومعتقدات المعلمين وإدارة المدرسة نحو استراتيجية محادثات الأرقام. أظهرت النتائج فعالية استراتيجية محادثات الأعداد في رفع مستوى تحصيل التلاميذ. كما أظهرت أراء المعلمين وإدارة المدرسة أن استراتيجية محادثات الأرقام ساعدت على تطوير مهارات التفكير الناقد والحس العددي وحل المشكلات لدى التلاميذ.

يتضح مما سبق أن اغلب الدراسات التي حصلت عليها الباحثة هي دراسات أجنبية مما يشير إلى قلة الدراسات العربية التي تناولت استراتيجية الحديث الرياضي. اختلف البحث الحالي عن الأبحاث السابقة في نواتج التعلم التي سعى البحث الحالي إلى تنميتها وهي الفهم الرياضي العميق.

المحور الثاني: الفهم الرياضي العميق:

مفهوم الفهم العميق:

يعرف (عبد اللطيف، وآخرون، ٢٠٢٠، ٣١٤) الفهم العميق بأنه العمليات العقلية التي تمكن المتعلم من شرح وتفسير وتطبيق المفاهيم العلمية وتحليل وجهات النظر

المختلفة تحليلا نقديا والتعاطف مع مشاعر الآخرين والوعي الذاتي لتحديد ما يفهمه وما لا يفهمه من موضوعات وأفكار.

ويعرف (آدم، عبد الحميد، ٢٠١٧، ١٣٦) الفهم العميق في الرياضيات بأنه قدرة المتعلم على فهم الأفكار الرياضية وحل المشكلات حلا إبداعيا وتطبيق الخبرات الرياضية المكتسبة في مواقف جديدة.

يعرف (زنقور، ٢٠١٨، ٨٤) الفهم العميق في الرياضيات بأنه قدرة المتعلم على عمل ترابطات بين المعلومات الجديدة وبين المعلومات والمعارف الموجودة بالفعل في بنيته المعرفية بما يساعد على الوصول إلى حلول منطقية.

يتضمن الفهم العميق: (King, 2016, 3)

- ربط الأفكار الجديدة بالمعرفة والخبرة السابقة.
- البحث عن الأنماط والمبادئ الأساسية.
- التحقق من الأدلة وربطها بالنتائج.
- فحص المنطق والحجج بحذر وانتقاد.

كما يذكر (عبد المجيد، ٢٠١٨، ٣٥) أن الفهم العميق يتضمن:

- الاستخدام الفعال للمعرفة في المواقف المختلفة.
- اتقان المادة.
- إدراك العلاقات والترابطات بين المعارف والمعلومات الجديدة والمعارف والمعلومات السابقة.
- طرح أسئلة عميقة أثناء التعلم.
- القدرة على اتخاذ القرار.
- القدرة على النقد البناء للآراء ووجهات النظر.

أهمية تنمية الفهم العميق في الرياضيات:

- التلاميذ الذين يطورون فهما عميقا للمحتوى يمكنهم معالجة التفاصيل داخل مستويات مختلفة من الأطر المفاهيمية وعمل ترابطات تمكنهم من تطبيق المهارات بفاعلية ومرونة (Fenwick et al., 2013, 2).
- يساعد الفهم العميق على زيادة دافعية التلاميذ للتعلم مما يؤثر إيجابيا على الجهد المبزول في عملية التعلم (عبد المجيد، ٢٠١٨، ٣٩).
- يساعد الفهم العميق التلاميذ على عمل ترابطات بين المعرفة الجديدة والمعارف السابقة بشكل يساعدهم على تصحيح التصورات الخاطئة للمفاهيم والأفكار وتنمية القدرة على التمييز والمقارنة (عبد المجيد، ٢٠١٨، ٣٩).
- يساعد الفهم العميق على الوصول إلى حلول منطقية ومعقولة لكل المواقف الرياضية وتطبيق المعارف في مواقف متنوعة وجديدة (زنقور، ٢٠١٨، ٨٤).

- يساعد الفهم العميق في الرياضيات على معالجة فاعلة للمعرفة المتاحة وإدراك لعلاقة المعرفة المتاحة بالبنية المعرفية للفرد مما يساعد المتعلم على الوصول إلى بدائل جديدة في مواقف التعلم المختلفة (زنقور، ٢٠١٨، ١٢٣).
- يمكن الفهم العميق المتعلمين من التعامل مع التناقضات في المسائل العلمية والفكرية والخلقية بطريقة ناضجة وواضحة (عبد اللطيف، وآخرون، ٢٠٢٠، ٣١١).
- الفهم العميق في الرياضيات يساعد المتعلمين على استنتاج العلاقات وتبصر خطوات حل المشكلات الرياضية وتوسيع مدارك المتعلمين وزيادة قدرتهم الاستيعابية وتنمي مهاراتهم في توظيف هذه المعرفة الجديدة المكتسبة في مواقف مستقبلية (آدم، عبد الحميد، ٢٠١٧، ١٥٠).

تنمية الفهم العميق في الرياضيات:

يأتي الفهم العميق من الانغماس في موضوع ما لفترة طويلة من الزمن، حيث لا تساعد التغطية السطحية للعديد من المواضيع على تطوير الفهم العميق لأنه لا يسمح للمتعلمين برؤية الروابط بين ما يتعلمونه (Friesen & Scott, 2013, 12). فمجرد اخبار التلاميذ، سواء عن طريق القراءة أو المحاضرة، أو مشاهدة عرض توضيحي، أو باتباع إجراء معين، لا يكفي لتطوير أكثر من مجرد فهم سطحي. لتطوير الفهم العميق للمفاهيم والعمليات، يحتاج التلاميذ إلى خبرات تسمح لهم بإجراء الملاحظات، وطرح الأسئلة، وفحص الكتب ومصادر المعلومات الأخرى لمراجعة ما هو معروف بالفعل في ضوء الأدلة التجريبية، واستخدام الأدوات لجمع البيانات وتحليلها وتفسيرها، واقتراح إجابات وتفسيرات وتنبؤات، والتوصل إلى النتائج (Campbell et al., 2011, 259).

يؤكد (Fenwick et al., 2013, 3) على أهمية تصميم مهام التعلم، بما في ذلك المهام التي تتم داخل الفصول الدراسية والمهام المستخدمة للتقييم، لدعم تطوير الفهم العميق لدى التلاميذ، بحيث يتم تصميم المهام التي تدفع التلاميذ إلى ما وراء التعلم السطحي للحقائق والعمليات وذلك لأن فهم التلاميذ سيتعمق إذا كانت المهام تتطلب منهم إقامة روابط بين جوانب المعرفة المختلفة، وربط المعرفة الواقعية بالمفاهيم الأوسع، وإنشاء روابط مع التعلم السابق وإعادة تنظيم المواد لإنشاء نماذج متماسكة جديدة.

وجد (عبد المجيد، ٢٠١٨، ٦٣) أن الأنشطة التالية ساعدت على تنمية الفهم العميق لدى التلاميذ:

- تشجيع التلاميذ على طرح الأسئلة عن موضوع الدرس مما يساعد على تنمية مهارة طرح التساؤلات لديهم.

- تشجيع التلاميذ على استنتاج الأفكار من الدرس وإشراكهم في مناقشات حول هذه الأفكار مما يساعد على تنمية مهارة تقديم تفسيرات منطقية.
- تشجيع التلاميذ على عمل روابط بين الأفكار الجديدة وتلك الموجودة في مخططهم العقلي.
- تشجيع التلاميذ على مراجعة خبراتهم ومعارفهم السابقة مما يساعد على اكتشاف أنماط سوء الفهم لديهم.

وجد (Paideya & Sookrajh, 2010) أن الأنشطة التالية تعزز الفهم العميق لدى التلاميذ:

- التعليم القائم على البحث والاستقصاء.
- الأسئلة الاستقصائية تساعد التلاميذ على معالجة المعلومات بشكل أعمق من المستوى السطحي لتقديم الإجابة "الصحيحة". من المفترض أن يحدث هذا عندما يبدأ التلاميذ في التفاعل مع المادة عن طريق التوضيح والتفكير النقدي وشرحها بكلماتهم.
- حل المشكلات في أزواج أو مجموعات صغيرة. التعاون الفعال لديه القدرة على مساعدة المشاركين على تحسين تفكيرهم النقدي وكذلك مهاراتهم في حل المشكلات، والعمل الجماعي، والتفاوض، وصنع القرار الجماعي. يمكن أن تساعد الأنشطة التعاونية أيضًا على تعزيز مستويات أعمق لتوليد المعرفة.
- الممارسة والتغذية الراجعة المستمرة.
- الانخراط في أنشطة تتطلب استخدام المهارات العليا للتفكير مثل نقد عبارة أو تقييم إجابة.

مكونات الفهم الرياضي العميق:

يتكون الفهم الرياضي العميق من ستة مكونات متداخلة ومترابطة وهي: الاستدلال، حل المشكلات، الكفاءة الإجرائية، الفهم المفاهيمي، عادات العمل الرياضي، مجتمع الرياضيات(Metz, Preciado, & Marcotte, 2014, 48-49).

أولا: الاستدلال: **Reasoning ويتضمن**:

(١) تطوير وتقييم تخمينات رياضية.

(٢) تطوير وتقييم تعميمات رياضية.

(٣) التمييز بين المعلومات الكافية وغير الكافية لحل المشكلات.

ثانيا: حل المشكلات: **Problem Solving** وتتضمن:

(١) تحديد نقاط القوة والضعف في الاستراتيجيات المختلفة

(٢) تحديد المشكلات الفرعية والتي تساعد في حل المشكلة الأصلية.

(٣) توليد مشكلة جديدة أو إعادة صياغة مشكلة من مواقف أو مشاكل معينة.

ثالثا: الكفاءة الإجرائية: **Procedural Competence** وتتضمن:
(١) تقييم معقولية الإجابات.
(٢) استخدام إجراءات فعالة بشكل مناسب وبدقة.
رابعا: الفهم المفاهيمي: Conceptual Understanding ويتضمن:
(١) فهم العلاقات بين المفاهيم والموضوعات الرياضية.
(٢) استكشاف المعاني المختلفة لمفهوم معين.
خامسا: عادات العمل الرياضي:Mathematical Work Habits ويتضمن:
(١) الأخذ في الاعتبار الأفكار البديلة.
(٢) تجريب التلاميذ لأفكارهم قبل طلب المساعدة.
(٣) الاندماج في فترات طويلة من التفكير العميق.
(٤) السعي لتوصيل الأفكار إلى المعلم أو التلاميذ الآخرين.
(٥) التوصل إلى حجج بسيطة وقوية تساعد في حل المشكلات أو فهم المفاهيم الرياضية.
سادسا: مجتمع الرياضيات: Mathematical Community وتتضمن:
(١) الاشتراك في الحل التعاوني للمشكلات.
(٢) البناء على أفكار الآخرين.
(٣) احترام الزملاء وأفكارهم.
(٤) السعي لإعادة تطوير أفكار الأخرين
(٥) طرح أسئلة على الآخرين لفهم أفكارهم.

فروض البحث:

حاول البحث التحقق من الفروض التالية:
١- لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في اختبار الاستدلال في التطبيق البعدي.
٢- لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في اختبار حل المشكلات في التطبيق البعدي.
٣- لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في اختبار الكفاءة الإجرائية في التطبيق البعدي.
٤- لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في اختبار الفهم المفاهيمي في التطبيق البعدي.
٥- لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في مقياس عادات العمل الرياضي ومجتمع الرياضيات في التطبيق البعدي.

إعداد مواد البحث وأدواته:

أولا: اختيار وحدة الدراسة:

تم اختيار وحدة الكسور للأسباب الآتية:

١- أن كثير من تلاميذ المرحلة الابتدائية يجدون صعوبة في التعامل مع الكسور وإجراء العمليات عليها.

٢- احتواء الوحدة على مجموعة من المفاهيم والتعميمات والمهارات التي تعد أساسية لتعلم موضوعات الرياضيات الأخرى.

٣- موضوعات هذه الوحدة تتيح استخدام العديد من الأنشطة والمواقف المناسبة لاستخدام الحديث في فصل الرياضيات.

ثانيا: تحليل محتوى الوحدة:

تم تحليل محتوى وحدة الكسور لتحديد موضوعاتها المختلفة، وكذلك جوانب التعلم المتضمنة بها من (مفاهيم، تعميمات، مهارات) وقد تم التحقق من صدق التحليل من خلال عرضه على مجموعة من أساتذة المناهج وطرق تدريس الرياضيات ومعلمي وموجهي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية، وكذلك تم التحقق من ثبات التحليل من خلال قيام الباحثة بالتحليل، وقيام أحد الزملاء بالتحليل، ثم حساب معامل الثبات للتحليل باستخدام معادلة هولستي. وقد وجد أن معامل الثبات يساوي (٠.٩٢).

ثالثا: إعداد دليل المعلم:

وقد تضمن الدليل ما يلي:

١- مقدمة: تعطي فكرة مختصرة للمعلم عن استراتيجية الحديث الرياضي.

٢- الخطوات الإجرائية لاستخدام استراتيجية الحديث الرياضي.

٣- تحليل محتوى وحدة الكسور المتضمنة بمقرر الرياضيات للصف الثالث الابتدائي.

٤- الأهداف العامة لوحدة الكسور.

٥- الخطة الزمنية لتدريس موضوعات الوحدة.

٦- عرض موضوعات الوحدة في صورة دروس. يحتوي كل درس على عنوان الدرس ومجموعة من الأهداف السلوكية، خطة السير في الدرس وفقا لاستراتيجية الحديث الرياضي.

ضبط الدليل:

تم عرض الدليل على السادة المحكمين وتم إجراء التعديلات المقترحة من قبلهم وأصبح الدليل في صورته النهائية جاهزا للتجريب الميداني.

رابعا: إعداد كراسة أنشطة التلميذ:

تم إعداد كراسة أنشطة التلميذ وفقا لاستراتيجية الحديث الرياضي لمحتوى وحدة الكسور المقررة على تلاميذ الصف الثالث الابتدائي. حيث احتوت على مجموعة

متنوعة من الأنشطة والتدريبات التي تساعد على تنمية الفهم العميق لموضوع الكسور لدى التلاميذ.

خامسا: إعداد اختبار الفهم الرياضي العميق:

هدف الاختبار إلى قياس قدرة تلاميذ الصف الثالث الابتدائي على الفهم العميق للكسور والمتضمنة في كتاب الرياضيات للصف الثالث الابتدائي. لتحقيق هذا الهدف تم صياغة مفردات الاختبار في قسمين. يشتمل القسم الأول على أربعة اختبارات لقياس المكونات الأربعة الأولى للفهم الرياضي العميق (الاستدلال، حل المشكلات، الكفاءة الإجرائية، الفهم المفاهيمي)، أما القسم الثاني فيتضمن مقياس عادات العمل الرياضي ومجتمع الرياضيات. يوضح جدول (١) توصيف مكونات الفهم الرياضي العميق.

جدول (١) يوضح توصيف مكونات الفهم الرياضي العميق

م	مكونات الفهم الرياضي العميق	المهارات الفرعية
١	الاستدلال	تطوير وتقييم تخمينات رياضية
		تطوير وتقييم تعميمات رياضية
		التمييز بين المعلومات الكافية وغير الكافية لحل المشكلات
٢	حل المشكلات	تحديد نقاط القوة والضعف في الاستراتيجيات المختلفة
		تحديد المشكلات الفرعية والتي تساعد في حل المشكلة الأصلية
		إعادة صياغة مشكلة من مواقف أو مشاكل معينة
٣	الكفاءة الإجرائية	تقييم مدى معقولية الإجابات
		استخدام إجراءات فعالة بشكل مناسب وبدقة
٤	الفهم المفاهيمي	فهم العلاقات بين الموضوعات والمفاهيم الرياضية.
		استكشاف المعاني المختلفة لمفهوم معين
٥	عادات العمل الرياضي	الأخذ في الاعتبار الأفكار البديلة.
		تجريب التلاميذ لأفكارهم قبل طلب المساعدة.
		الاندماج في فترات طويلة من التفكير العميق.
		السعي لتوصيل الأفكار إلى المعلم أو التلاميذ الآخرين
		التوصل إلى حجج بسيطة وقوية تساعد في حل المشكلات أو فهم المفاهيم الرياضية.
٦	مجتمع الرياضيات	الاشتراك في الحل التعاوني للمشكلات
		البناء على أفكار الآخرين.
		احترام الزملاء وأفكارهم.
		السعي لإعادة تطوير أفكار الآخرين
		طرح أسئلة على الآخرين لفهم أفكارهم.

(أ) إعداد اختبارات لقياس المكونات الأربعة الأولى للفهم الرياضي العميق:

تم بناء أربعة اختبارات لقياس الاستدلال، وحل المشكلات، والكفاءة الإجرائية، والفهم المفاهيمي لتلاميذ الصف الثالث الابتدائي وفقا للخطوات التالية:

١- تحديد الهدف من الاختبارات: هدفت الاختبارات إلى قياس المكونات الأربعة الأولى للفهم الرياضي العميق (الاستدلال، وحل المشكلات، والكفاءة الإجرائية، والفهم المفاهيمي) لدى تلاميذ الصف الثالث الابتدائي في محتوى وحدة الكسور.

٢- صياغة مفردات كل اختبار: تم بناء مفردات اختبار الاستدلال بحيث تتكون كل مفردة من خطوتين: تضمنت الخطوة الأولى نمط الاختيار من متعدد حيث يبدأ كل تمرين بعبارة رياضية يعقبها ثلاث مفردات مرتبطة بتلك العبارة الرياضية، وتضمنت الخطوة الثانية كتابة الدليل على صحة الاختيار. تم بناء مفردات اختبار حل المشكلات من نوع الاختيار من متعدد. تم بناء مفردات اختبار الكفاءة الإجرائية بحيث يكون بعضها من نوع الاختيار من متعدد (٣ مفردات) وبعضها من نوع أسئلة حل المشكلات (٣ مفردات). تم بناء مفردات اختبار الفهم المفاهيمي من نوع الاختيار من متعدد.

٣- صدق الاختبارات: للتأكد من صدق الاختبارات، تم عرضها في صورته الأولية على مجموعة من أساتذة المناهج وطرق تدريس الرياضيات، وموجهي ومدرسي الرياضيات، لإبداء آرائهم في الأسئلة من حيث مدى صحتها من الناحية العلمية واللغوية، ومدى مناسبة الأسئلة لمستوى تلاميذ الصف الثالث الابتدائي. وقد تم إجراء التعديلات في ضوء أراء المحكمين.

٤- التجربة الاستطلاعية للاختبارات: تم تطبيق الاختبارات على ٣٥ تلميذا وتلميذة من تلاميذ الصف الثالث الابتدائي بمدرسة الجغيلي بإدارة الخارجة التعليمية، حيث تم تطبيق اختبار الاستدلال واختبار حل المشكلات في يوم وتطبيق اختبار الكفاءة الإجرائية والفهم المفاهيمي في يوم آخر، وذلك بهدف:

- **حساب زمن الاختبار**: تم حساب زمن الاختبار برصد الزمن الذي استغرقه كل تلميذ ثم حساب متوسط الزمن، زمن اختباري الاستدلال وحل المشكلات (٤٥) دقيقة، وزمن اختباري الكفاءة الإجرائية والفهم المفاهيمي (٤٥) دقيقة.

- **التحقق من صدق الاتساق الداخلي للاختبار**: تم استخدام معامل الاتساق الداخلي من خلال حساب معامل الارتباط بين الدرجة الكلية لاختبار الفهم الرياضي العميق وبين كل مكون من المكونات الأربعة للفهم الرياضي العميق. وكانت معاملات الارتباط كما يوضحها الجدول التالي:

جدول (٢): معاملات الارتباط بين الدرجة الكلية للفهم الرياضي العميق وبين كل مكون من مكوناته الأربعة الأولى

مكونات الفهم الرياضي العميق	معامل الارتباط	مستوى الدلالة
الاستدلال	٠.٧٣	دال عند ٠.٠١
حل المشكلات	٠.٧٣	دال عند ٠.٠١
الكفاءة الإجرائية	٠.٦٧	دال عند ٠.٠١
الفهم المفاهيمي	٠.٧٥	دال عند ٠.٠١

تدل القيم السابقة لمعاملات الارتباط الدالة عند مستوى (٠.٠١) على أن الاختبار يتمتع بدرجة مناسبة من الصدق في قياس مكونات الفهم الرياضي العميق.

حساب ثبات الاختبارات: تم حساب ثبات اختبار الفهم الرياضي العميق بمكوناته الأربعة الأولى عن طرق معادلة الفا كرونباخ، ووجد أن معامل الثبات يساوى ٠.٧٦.

طريقة تصحيح الاختبار:

بالنسبة لأسئلة الاختيار من متعدد تم وضع درجة واحدة لكل إجابة صحيحة، صفر لكل إجابة خطأ أو متروكة. بالنسبة لأسئلة حل المشكلات، تم إعطاء درجتين لكل مفردة تكون إجابة التلميذ عليها صحيحة، ودرجة واحدة لكل إجابة صحيحة جزئيا، صفر لكل مفردة متروكة أو أجاب عليها التلميذ إجابة خاطئة. بالنسبة للأسئلة التي تتطلب دليل تم وضع درجة واحدة لكل إجابة صحيحة، صفر لكل إجابة خطأ أو متروكة.

بلغت النهاية العظمى لدرجات اختبار الفهم الرياضي العميق بمكوناته الأربعة الأولى (٤٥) درجة. يوضح جدول (٣) عدد مفردات كل اختبار من اختبارات الفهم الرياضي العميق ونوع مفردات كل اختبار والدرجة الكلية لكل اختبار.

جدول (٣): توصيف كل اختبار من المكونات الأربعة الأولى للفهم الرياضي العميق

المكونات الأربعة الأولى للفهم الرياضي العميق	عدد مفردات كل اختبار	نوع المفردات	الدرجة الكلية لكل اختبار
الاستدلال	٩	اختيار من متعدد+ دليل	١٨ (درجة واحدة للاختيار من متعدد+ درجة واحدة للدليل)
حل المشكلات	٩	اختيار من متعدد	٩ (درجة واحدة للاختيار من متعدد)
الكفاءة الإجرائية	٦	٣ مفردات اختيار من متعدد+٣ مفردات أسئلة حل المشكلات	٩ (درجة واحدة للاختيار من متعدد+ درجتين لكل سؤال من أسئلة حل المشكلات)
الفهم المفاهيمي	٦	٣ مفردات اختيار من متعدد تتضمن البدائل إجابة واحدة صحيحة+٣ مفردات اختيار من متعدد تتضمن البدائل إجابتين صحيحتين	٩ (درجة واحدة للاختيار من متعدد ذو الإجابة الواحدة الصحيحة+ درجتين لكل اختيار من متعدد ذي الإجابتين الصحيحتين)

(ب) بناء مقياس عادات العمل الرياضي ومجتمع الرياضيات:

قد أتخذ بناء المقياس عدة خطوات تمثلت فيما يلي:

١- تحديد الهدف من المقياس: هدف المقياس إلى قياس عادات العمل الرياضي ومجتمع الرياضيات لدى تلاميذ الصف الثالث الابتدائي.

٢- بناء ووصف المقياس: اعتمدت الباحثة في بناء المقياس على مقياس (Metz et al., 2014) لعادات العمل الرياضي ومجتمع الرياضيات، ويوضح الجدول (٤) وصف المقياس:

جدول (٤): وصف مقياس عادات العمل الرياضي ومجتمع الرياضيات

م	البعد	عدد المفردات
١	عادات العمل الرياضي	٥
٢	مجتمع الرياضيات	٥
إجمالي عدد المفردات		١٠

٣- صدق المقياس: للتأكد من صدق المقياس، تم عرضه في صورته الأولية على مجموعة من أساتذة علم النفس التربوي والصحة النفسية، بهدف التأكد من صلاحيته وصدقه لقياس عادات العمل الرياضي ومجتمع الرياضيات، وإبداء ملاحظاتهم حول مدي وضوح صياغة مفردات المقياس، ومدى مناسبتها لمستوى تلاميذ الصف الثالث الابتدائي. وقد تم إجراء التعديلات في ضوء أراء المحكمين، وأصبح المقياس في صورته النهائية يتكون من (١٠) مفردات.

٤- التجربة الاستطلاعية للاختبار: تم تطبيق المقياس على ٣٥ تلميذا من تلاميذ الصف الثالث الابتدائي بمدرسة الجغيلي بإدارة الخارجة التعليمية، وذلك بهدف:

التحقق من صدق الاتساق الداخلي للاختبار: تم استخدام معامل الاتساق الداخلي من خلال حساب معامل الارتباط بين الدرجة الكلية للفهم الرياضي العميق وبين الدرجة الكلية لكل بعد من أبعاد المقياس. وكانت معاملات الارتباط كما يوضحها الجدول التالي:

جدول (٥): معاملات الارتباط بين الدرجة الكلية للفهم الرياضي العميق وبين الدرجة الكلية لكل بعد من ابعاد مقياس عادات العمل ومجتمع الرياضيات

ابعاد مقياس عادات العمل الرياضي ومجتمع الرياضيات	معامل الارتباط	مستوى الدلالة
عادات العمل الرياضي	٠.٧٠	دال عند ٠.٠١
مجتمع الرياضيات	٠.٧٢	دال عند ٠.٠١

يتضح من الجدول السابق أن معاملات ارتباط الدرجة الكلية للفهم الرياضي العميق وبين الدرجة الكلية لكل بعد من ابعاد المقياس دالة عند مستوى دلالة (٠.٠١) مما يدل على صدق الاتساق الداخلي للمقياس.

- **حساب ثبات المقياس**: تم حساب ثبات الاختبار عن طرق معادلة الفا كرونباخ، ووجد أن معامل الثبات (٠.٧٨) وهي قيمة مقبولة لمعامل الثبات.

- **طريقة تصحيح المقياس**: تم تصحيح المقياس وفق تدريج ليكرت الثلاثي، وكانت بدائل الإجابة هي: دائما، أحيانا، ابدا، وقد أعطيت الدرجات لكل بديل (٣، ٢، ١)، وبذلك تكون الدرجة العليا للمقياس (٣٠) درجة.

إجراءات تجربة البحث:

أولا: اختيار مجموعة البحث:

تم اختيار مجموعة البحث من تلاميذ الصف الثالث الابتدائي بمدرسة الأمل الابتدائية، إدارة الخارجة التعليمية. تكونت مجموعة البحث من ٧٤ تلميذا وتلميذة من فصلين،

تم تقسيمهم إلى مجموعتين إحداهما تجريبية والأخرى ضابطة، كل منها تكون من ٣٧ تلميذا وتلميذة.

ثانيا: التطبيق القبلي لأدوات البحث:

تم تطبيق اختبار الفهم الرياضي العميق بمكوناته الأربعة ومقياس عادات العمل الرياضي ومجتمع الرياضيات قبليا على كل من تلاميذ المجموعة التجريبية والضابطة، وتم حساب قيمة المتوسط الحسابي والانحراف المعياري، وقيمة (ت) لحساب الفرق بين متوسط درجات تلاميذ المجموعتين وذلك باستخدام برنامج SPSS كما هو مبين في الجدول التالي:

جدول (٦): دلالة الفرق بين متوسطي درجات المجموعتين التجريبية والضابطة في اختبار الفهم الرياضي العميق القبلي

ابعاد الفهم الرياضي العميق		المجموعة	عدد التلاميذ	المتوسط م	الانحراف المعياري ع	قيمة "ت"	مستوى الدلالة
الاستدلال	تطوير وتقييم تخمينات رياضية	تجريبية	٣٧	١.٤٩	٠.١٨	٠.١١	غير دالة
		ضابطة		١.٤٦	٠.١٧		
	تطوير وتقييم تعميمات رياضية	تجريبية	٣٧	١.٧٨	٠.٩٥	٠.٢٦	غير دالة
		ضابطة		١.٧٣	٠.٨٧		
	التمييز بين المعلومات الكافية وغير الكافية لحل المشكلات	تجريبية	٣٧	١.٩٧	٠.٨٧	١.١٢	غير دالة
		ضابطة		١.٧٦	٠.٨٠		
الاستدلال ككل		تجريبية	٣٧	٥.٢٤	١.٨٣	٠.٧٦	غير دالة
		ضابطة		٤.٩٥	١.٥٢		
حل المشكلات	تحديد نقاط القوة والضعف في الاستراتيجيات المختلفة	تجريبية	٣٧	١.٥	٠.٥٥٩	٠.٦٣	غير دالة
		ضابطة		١.٥٩	٠.٥٥١		
	تحديد المشكلات الفرعية والتي تساعد في حل المشكلة الأصلية	تجريبية	٣٧	١.٦٢	٠.٦٣٩	٠.١٨	غير دالة
		ضابطة		١.٦٥	٠.٦٣٣		
	إعادة صياغة مشكلة من مواقف أو مشكلات معينة	تجريبية	٣٧	١.٦٨	٠.٦٣	٠.١٩	غير دالة
		ضابطة		١.٦٥	٠.٥٩		
حل المشكلات ككل		تجريبية	٣٧	٤.٨	١.١	٠.٣٤	غير دالة
		ضابطة		٤.٨٩	٠.٩٧		
الكفاءة الإجرائية	تقييم مدى معقولية الإجابات	تجريبية	٣٧	١.٤	٠.٨٠	٠.٩٦	غير دالة
		ضابطة		١.٥٧	٠.٦٥		
	استخدام إجراءات فعالة بشكل مناسب وبدقة	تجريبية	٣٧	٠.٤٩	٠.٥١	٠.٩٣	غير دالة
		ضابطة		٠.٥٩	٠.٥٠		
الكفاءة الإجرائية ككل		تجريبية	٣٧	١.٨٩	١.١	١.٢٧	غير دالة
		ضابطة		٢.٢	٠.٩٤		
الفهم المفاهيمي	فهم العلاقات بين الموضوعات والمفاهيم الرياضية.	تجريبية	٣٧	١.١	٠.٧٧	٠.٤٨	غير دالة
		ضابطة		١.٠٢	٠.٦٩		
	استكشاف المعاني المختلفة لمفهوم معين	تجريبية	٣٧	٠.٨٤	٠.٦	٠.٧٤	غير دالة
		ضابطة		٠.٧٣	٠.٦٥		

الفهم المفاهيمي ككل	تجريبية	٣٧	١.٩٤	١.١	٠.٧٦	غير دالة
	ضابطة		١.٧٦	١.١		
الاختبارات الأربعة ككل	تجريبية	٣٧	١٤.٢	٢.٧	٠.٩٠	غير دالة
	ضابطة		١٧.٨	٢٥.٢		
عادات العمل الرياضي	تجريبية	٣٧	٥.٩	٠.٨٣	٠.٢٩	غير دالة
	ضابطة		٥.٨	٠.٧٥		
مجتمع الرياضيات	تجريبية	٣٧	٥.٨	٠.٨	٠.٢٨	غير دالة
	ضابطة		٥.٧	٠.٨٢		
مقياس عادات العمل الرياضي ومجتمع الرياضيات ككل	تجريبية	٣٧	١١.٨	١.٣	٠.٤٦	غير دالة
	ضابطة		١١.٦	١.٢		
اختبار الفهم الرياضي العميق ككل	تجريبية	٣٧	٢٥.٦	٣.٢	٠.١٧	غير دالة
	ضابطة		٢٥.٤	٣		

يتضح من الجدول السابق أن قيمة (ت) لدلالة الفروق غير دالة عند أي مستوى من مستويات الدلالة بالنسبة لنتائج اختبار الفهم الرياضي العميق القبلي، مما يدل على عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية، وبالتالي تكافؤ المجموعتين التجريبية والضابطة في اختبار الفهم الرياضي العميق القبلي.

ثالثا: التدريس لمجموعتي البحث:

تم تدريس وحدة "الكسور" في الفصل الدراسي الأول من العام الدراسي ٢٠٢٠/٢٠١٩ بواقع ١٠ حصص. حيث تم التدريس باستخدام استراتيجية الحديث الرياضي للمجموعة التجريبية، بينما تم تدريس المجموعة الضابطة بالطريقة المعتادة. قام بالتدريس للمجموعة التجريبية معلم بالمدرسة وذلك بعد توضيح الهدف من البحث وكيفية تطبيق استراتيجية الحديث الرياضي، كما قام بالتدريس للمجموعة الضابطة معلم آخر بالمدرسة له نفس الخبرة.

رابعا: التطبيق البعدي لأدوات البحث:

بعد الانتهاء من تدريس الوحدة، تم تطبيق اختبار الفهم الرياضي العميق بمكوناته الأربعة الأولى، ومقياس عادات العمل الرياضي ومجتمع الرياضيات على تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة، بواقع فترة دراسية (٩٠ دقيقة) لاختبار الفهم الرياضي العميق بمكوناته الأربعة الأولى، وحصة واحدة (٤٥ دقيقة) لمقياس عادات العمل الرياضي ومجتمع الرياضيات.

نتائج البحث وتفسيرها:

اختبار صحة الفرض الأول والإجابة عن السؤال الأول من أسئلة البحث:

للإجابة عن السؤال الأول من أسئلة البحث ونصه: ما أثر استراتيجية الحديث الرياضي على تنمية الاستدلال لدى تلاميذ الصف الثالث الابتدائي؟

ولاختبار صحة الفرض الأول للبحث والذي ينص على: لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في اختبار الاستدلال في التطبيق البعدي.

بعد التطبيق البعدي لاختبار الاستدلال على المجموعتين الضابطة والتجريبية، تم تصحيح الاختبار ورصد الدرجات، ومعالجة هذه البيانات إحصائيا باستخدام البرنامج الإحصائي SPSS، وحساب قيمة حجم الأثر (بمعامل إيتا^2) لاستخدام استراتيجية الحديث الرياضي في التدريس مقارنة بالطريقة الاعتيادية. جدول (٧) يوضح النتائج.

جدول (٧): دلالة الفرق بين متوسطي درجات المجموعتين التجريبية والضابطة وحجم الأثر في التطبيق البعدي لاختبار الاستدلال.

الاستدلال	المجموعة التجريبية		المجموعة الضابطة		قيمة (ت)	الدلالة عند ٠.٠١	η^2
	م١	ع١	م٢	ع٢			
تطوير وتقييم تخمينات رياضية	٥	١.٤	٣.٧	١.٤	٤	دال	٠.١٩
تطوير وتقييم تعميمات رياضية	٥	١.٤	٣.٦	١.٣٢	٤.٧	دال	٠.٢٣
التمييز بين المعلومات الكافية وغير الكافية لحل المشكلات	٥	١.٤٥	٣.٦	١.٣	٤.١٢	دال	٠.١٩
اختبار الاستدلال ككل	١٥	٢.٤٥	١١.٥	٢.٤	٦.٢	دال	٠.٣٥

يتضح من الجدول السابق وجود فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات مجموعتي البحث في اختبار الاستدلال ككل وفي كل بعد من ابعاد الاستدلال لصالح المجموعة التجريبية عند مستوى (٠.٠١). كما يتضح أيضا من نتائج الجدول أن قيمة معامل إيتا^2 أكبر من (٠.١٤) في اختبار الاستدلال ككل وفي كل بعد من ابعاد الاستدلال، مما يعني أن حجم الأثر كبير، وبالتالي وجود أثر كبير لاستخدام استراتيجية الحديث الرياضي في تنمية الاستدلال لدى تلاميذ المجموعة التجريبية. وبذلك يتم رفض الفرض الأول من فروض البحث والقول بأنه يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في الاستدلال لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية.

تتفق هذه النتيجة مع نتائج الدراسات السابقة (Hiltunen et al., 2016; Iqbal & Mahmood, 2020; Webb & Treagust, 2006; Webb, Whitlow Jr,

(Venter, 2017 & التي أوضحت فعالية حديث الفصل في تنمية الاستدلال لدى التلاميذ.

تفسر الباحثة الأثر الإيجابي لاستراتيجية الحديث الرياضي على تنمية الاستدلال إلى ما يلي:

- اعتماد الحديث الرياضي على اشتراك التلاميذ في حديث استكشافي حيث شارك التلاميذ بأفكارهم مع بعضهم البعض بشكل نقدي وبناء مما ساعد التلاميذ على تطوير التخمينات الرياضية والتحقق من صحتها مما ساهم في تنمية الاستدلال الرياضي للتلاميذ.
- طرح المعلم على التلاميذ أسئلة مثل "ماذا سيحدث إذا؟ هل تشاهد النمط؟ هل يمكنك التنبؤ بما سيحدث؟ " ساعد التلاميذ على تطوير تخمينات وتعميمات رياضية.
- طرح الأسئلة الاستقصائية من قبل المعلم ومن قبل التلاميذ لبعضهم البعض ساعدهم في معالجة المعلومات بشكل أعمق من المستوى السطحي لتقديم الإجابة "الصحيحة"، وتطوير تعميمات رياضية وتقييمها مما ساهم في تنمية الاستدلال الرياضي للتلاميذ.
- مناقشة التلاميذ لتفكيرهم مع المعلم ومع بعضهم البعض ساعد التلاميذ على التفاعل مع المادة عن طريق التوضيح والشرح بكلماتهم، والتمييز بين المعلومات الكافية وغير الكافية لحل المشكلات والتي ساهمت في تنمية الاستدلال لدى التلاميذ.

اختبار صحة الفرض الثاني والإجابة عن السؤال الثاني من أسئلة البحث:

للإجابة عن السؤال الثاني من أسئلة البحث ونصه: ما أثر استراتيجية الحديث الرياضي على تنمية حل المشكلات لدى تلاميذ الصف الثالث الابتدائي؟

ولاختبار صحة الفرض الثاني للبحث والذي ينص على: لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في اختبار حل المشكلات في التطبيق البعدي.

بعد التطبيق البعدي لاختبار حل المشكلات على المجموعتين الضابطة والتجريبية، تم تصحيح الاختبار ورصد الدرجات، ومعالجة هذه البيانات إحصائيا باستخدام البرنامج الإحصائي SPSS، وحساب قيمة حجم الأثر (بمعامل إيتا^{2}) لاستخدام استراتيجية الحديث الرياضي في التدريس مقارنة بالطريقة الاعتيادية. جدول (٨) يوضح النتائج.

جدول (٨): دلالة الفرق بين متوسطي درجات المجموعتين التجريبية والضابطة وحجم الأثر في التطبيق البعدي لاختبار حل المشكلات.

حل المشكلات	المجموعة التجريبية		المجموعة الضابطة		قيمة (ت)	الدلالة عند ٠.٠١	η^2
	م١	ع١	م٢	ع٢			
تحديد نقاط القوة والضعف في الاستراتيجيات المختلفة	٢.٥٧	٠.٥	١.٩٥	٠.٨٠	٤	دال	٠.١٨
تحديد المشكلات الفرعية والتي تساعد في حل المشكلة الأصلية	٢.٦٨	٠.٤٧	١.٨	٠.٦٦	٦.٥	دال	٠.٣٧
توليد مشكلة جديدة أو إعادة صياغة المشكلة	٢.٧	٠.٤٥	١.٦	٠.٥٥	٩.٥	دال	٠.٥٦
اختبار حل المشكلات ككل	٨	٠.٧٦	٥.٤	١.٣	١٠.٤	دال	٠.٦٠

يتضح من الجدول السابق وجود فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات مجموعتي البحث في اختبار حل المشكلات ككل وفي كل بعد من ابعاد مهارة حل المشكلات لصالح المجموعة التجريبية عند مستوى (٠.٠١). كما يتضح أيضا من نتائج الجدول أن قيمة معامل إيتا^2 أكبر من (٠.١٤) في اختبار حل المشكلات ككل وفي كل بعد من ابعاد حل المشكلات، مما يعني أن حجم الأثر كبير، وبالتالي وجود أثر كبير لاستخدام استراتيجية الحديث الرياضي في تنمية حل المشكلات لدى تلاميذ المجموعة التجريبية. وبذلك يتم رفض الفرض الثاني من فروض البحث والقول بأنه يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في حل المشكلات لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية.

تتفق هذه النتيجة مع نتائج الدراسات السابقة (Felisilda & Roble, 2020; Wandi, Arnawa, & Ermanto, 2018; Webb & Treagust, 2006) التي أوضحت فعالية حديث الفصل في تنمية حل المشكلات لدى التلاميذ.

تفسر الباحثة الأثر الإيجابي لاستراتيجية الحديث الرياضي على تنمية حل المشكلات إلى ما يلي:

- تعاون التلاميذ لحل المشكلات في مجموعات صغيرة ساعد على تحسين مهارات التلاميذ في حل المشكلات، وصنع القرار الجماعي، وتعزيز مستويات أعمق لتوليد المعرفة.
- قيام التلاميذ بشرح وتوضيح تفكيرهم واستراتيجياتهم في الحل ونقد التلاميذ لحلول بعضهم البعض ساعد التلاميذ على فحص تفكيرهم وتحديد نقاط القوة والضعف في استراتيجياتهم وفي استراتيجيات رفاقهم مما ساهم في تنمية مهارة حل المشكلات لديهم.
- مناقشات التلاميذ مع بعضهم البعض حول المهمة المطلوبة ساعدهم في تحديد المشكلة الاصلية والمشكلات الفرعية المطلوبة لحل المشكلة الأصلية مما ساهم

في تنمية حل المشكلات لديهم.

- قيام التلاميذ بطرح الأسئلة على بعضهم البعض أثناء العمل مع المشكلات ساعدهم في إعادة صياغة المشكلة المطروحة تيسيرا لحلها الأمر الذي ساهم في تنمية حل المشكلات لديهم.

اختبار صحة الفرض الثالث والإجابة عن السؤال الثالث من أسئلة البحث:

للإجابة عن السؤال الثالث من أسئلة البحث ونصه: ما أثر استراتيجية الحديث الرياضي على تنمية الكفاءة الإجرائية لدى تلاميذ الصف الثالث الابتدائي؟

ولاختبار صحة الفرض الثالث للبحث والذي ينص على: لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في اختبار الكفاءة الإجرائية في التطبيق البعدي.

بعد التطبيق البعدي لاختبار الكفاءة الإجرائية على المجموعتين الضابطة والتجريبية، تم تصحيح الاختبار ورصد الدرجات، ومعالجة هذه البيانات إحصائيا باستخدام البرنامج الإحصائي SPSS، وحساب قيمة حجم الأثر (بمعامل إيتا^{٢}) لاستخدام استراتيجية الحديث الرياضي في التدريس مقارنة بالطريقة الاعتيادية وجدول (٩) يوضح النتائج.

جدول (٩): دلالة الفرق بين متوسطي درجات المجموعتين التجريبية والضابطة وحجم الأثر في التطبيق البعدي لاختبار الكفاءة الإجرائية.

الكفاءة الإجرائية	المجموعة التجريبية		المجموعة الضابطة		قيمة (ت)	الدلالة عند ٠.٠١	η^2
	م١	ع١	م٢	ع٢			
تقييم مدى معقولية الإجابات	٢.٥	٠.٥١	١.٨	٠.٨٤	٤.٢	دال	٠.٢١
استخدام إجراءات فعالة بشكل مناسب وبدقة	٤.٨	٠.٩٨	٤	٠.٨	٣.٨	دال	٠،١٦
اختبار الكفاءة الإجرائية ككل	٧.٢	١.١٤	٥.٨	١.٣٤	٥	دال	٠.٢٧

يتضح من الجدول السابق وجود فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات مجموعتي البحث في اختبار الكفاءة الإجرائية ككل وفي كل بعد من ابعاد الكفاءة الإجرائية لصالح المجموعة التجريبية عند مستوى (٠.٠١). كما يتضح أيضا من نتائج الجدول أن قيمة معامل إيتا^{٢} أكبر من (٠.١٤) في اختبار الكفاءة الإجرائية ككل وفي كل بعد من ابعاد الكفاءة الإجرائية، مما يعني أن حجم الأثر كبير، وبالتالي وجود أثر كبير لاستخدام استراتيجية الحديث الرياضي في تنمية الكفاءة الإجرائية لدى تلاميذ المجموعة التجريبية. وبذلك يتم رفض الفرض الثالث من فروض البحث والقول بأنه يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة

التجريبية والمجموعة الضابطة في الكفاءة الإجرائية لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية.

تتفق هذه النتيجة مع نتائج الدراسات السابقة التي توصلت إلى فعالية الحديث الرياضي في تنمية الكفاءة الرياضية ومهارات الطلاقة الحسابية والتي ترتبط بالكفاءة الإجرائية مثل دراسة (بشاي، ٢٠١٦)، دراسة (Gaillard, 2018).

تفسر الباحثة الأثر الإيجابي لاستراتيجية الحديث الرياضي على تنمية الكفاءة الإجرائية إلى ما يلي:

- اعتماد الحديث الرياضي على الحجج الجماعية والتي تتطلب قيام التلاميذ بشرح وتبرير تفكيرهم واستراتيجياتهم في الحل وتقييم مدى معقولية حلولهم وحلول رفاقهم ساهم في تنمية الكفاءة الإجرائية للتلاميذ.
- قيام التلاميذ بتحمل مسئولية البحث عن المعلومات والاقتراحات واستخدام الإجراءات بفاعلية وبدقة ساهم في تنمية الكفاءة الإجرائية لديهم.
- اعتماد استراتيجية الحديث الرياضي على قيام المعلم والتلاميذ بطرح الأسئلة على بعضهم البعض مما يجعل التلاميذ حريصين على أن تكون الاجراءات التي يستخدمونها في الحل واضحة ودقيقة لأنهم يدركون أن غيرهم من التلاميذ سوف يطرحون أسئلة عليهم مما ساهم في تنمية الكفاءة الإجرائية لديهم.

اختبار صحة الفرض الرابع والإجابة عن السؤال الرابع من أسئلة البحث:

للإجابة عن السؤال الرابع من أسئلة البحث ونصه: ما أثر استراتيجية الحديث الرياضي على تنمية الفهم المفاهيمي لدى تلاميذ الصف الثالث الابتدائي؟

ولاختبار صحة الفرض الرابع للبحث والذي ينص على: لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في اختبار الفهم المفاهيمي في التطبيق البعدي.

بعد التطبيق البعدي لاختبار الفهم المفاهيمي على المجموعتين الضابطة والتجريبية، تم تصحيح الاختبار ورصد الدرجات، ومعالجة هذه البيانات إحصائيا باستخدام البرنامج الإحصائي SPSS، وحساب قيمة حجم الأثر (بمعامل إيتا^{2}) لاستخدام استراتيجية الحديث الرياضي في التدريس مقارنة بالطريقة الاعتيادية. جدول (١٠) يوضح النتائج.

جدول (١٠): دلالة الفرق بين متوسطي درجات المجموعتين التجريبية والضابطة وحجم الأثر في التطبيق البعدي لاختبار الفهم المفاهيمي.

الفهم المفاهيمي	المجموعة التجريبية		المجموعة الضابطة		قيمة (ت)	الدلالة عند ٠.٠١	η^2
	م١	ع١	م٢	ع٢			
فهم العلاقات بين الموضوعات والمفاهيم الرياضية.	٢.٥	٠.٥١	١.٧	٠.٦٣	٦.٣	دال	٠.٣٦
استكشاف المعاني المختلفة لمفهوم معين	٥	١.٤٥	٣.٦	١.٢٥	٤.١٢	دال	٠.١٩
اختبار الفهم المفاهيمي ككل	٧.٤٦	١.٤٦	٥.٣	١.٣	٦.٦	دال	٠.٣٨

يتضح من الجدول السابق وجود فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات مجموعتي البحث في اختبار الفهم المفاهيمي ككل وفي كل بعد من ابعاد الفهم المفاهيمي لصالح المجموعة التجريبية عند مستوى (٠.٠١). كما يتضح أيضا من نتائج الجدول أن قيمة معامل إيتا^2 أكبر من (٠.١٤) في اختبار الفهم المفاهيمي ككل وفي كل بعد من ابعاد الفهم المفاهيمي، مما يعني أن حجم الأثر كبير، وبالتالي وجود أثر كبير لاستخدام استراتيجية الحديث الرياضي في تنمية الفهم المفاهيمي لدى تلاميذ المجموعة التجريبية. وبذلك يتم رفض الفرض الرابع من فروض البحث والقول بأنه يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في الفهم المفاهيمي لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية.

تتفق هذه النتيجة مع نتائج الدراسات السابقة (Payan, 2017; Washington, 2015) التي أوضحت فعالية الحديث الرياضي في تنمية التحصيل لدى التلاميذ، والدراسات السابقة (Murphy et al., 2018; Rincke, 2010) التي أوضحت فعالية حديث الفصل في تنمية الفهم المفاهيمي لدى التلاميذ.

تفسر الباحثة الأثر الإيجابي لاستراتيجية الحديث الرياضي على تنمية الفهم المفاهيمي إلى ما يلي:

- تطلب الحديث الرياضي قيام التلاميذ بتطبيق أساليبهم في التفكير على تفكير زملائهم. كأن يسأل المعلم التلاميذ: "ما رأيك في ذلك؟"، "هل توافق أم لا توافق؟ لماذا ا؟"، "كيف يرتبط هذا .؟" ما الأفكار التي سبق تعلمها والتي يمكن أن تكون مفيدة في حل هذه المشكلة؟"، ساعد ذلك التلاميذ على فهم العلاقات بين الموضوعات والمفاهيم الرياضية.
- التفاعلات اللفظية بين المعلم والتلاميذ وبين التلاميذ وبعضهم البعض ساعد التلاميذ على استكشاف المعاني المختلفة للمفهوم الواحد مما ساهم في تنمية الفهم المفاهيمي لديهم.
- اعتماد الحديث الرياضي على تحدث التلاميذ مع بعضهم البعض ومع المعلم

ساعد في جعل المفاهيم الخاطئة أكثر وضوحًا لكل من المعلم والتلميذ، وفي نفس الوقت، ساعد على تعمق الفهم المفاهيمي لديهم.

- تصميم مهام وأنشطة التعلم بحيث تتطلب من التلاميذ إقامة روابط بين جوانب المعرفة المختلفة، وربط المعرفة الحالية بالمفاهيم الأوسع، وإنشاء روابط مع التعلم السابق ساهم في تنمية الفهم المفاهيمي لدى التلاميذ.

اختبار صحة الفرض الخامس والإجابة عن السؤال الخامس من أسئلة البحث:

للإجابة عن السؤال الخامس من أسئلة البحث ونصه: ما أثر استراتيجية الحديث الرياضي على تنمية عادات العمل الرياضي ومجتمع الرياضيات لدى تلاميذ الصف الثالث الابتدائي؟

ولاختبار صحة الفرض الخامس ونصه: لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في مقياس عادات العمل الرياضي ومجتمع الرياضيات في التطبيق البعدي.

بعد التطبيق البعدي لمقياس عادات العمل الرياضي ومجتمع الرياضيات على المجموعتين الضابطة والتجريبية، تم تصحيح الاختبار ورصد الدرجات، ومعالجة هذه البيانات إحصائيا باستخدام البرنامج الإحصائي SPSS، وحساب قيمة حجم الأثر (بمعامل إيتا^2). جدول (١١) يوضح النتائج.

جدول (١١): دلالة الفرق بين متوسطي درجات المجموعتين التجريبية والضابطة وحجم الأثر في التطبيق البعدي لمقياس عادات العمل الرياضي ومجتمع الرياضيات.

	المجموعة التجريبية ن= ٣٧		المجموعة الضابطة ن= ٣٧		قيمة (ت)	الدلالة عند ٠.٠١	η^2
	م١	ع١	م٢	ع٢			
عادات العمل الرياضي	١٣.٧	٠.٨٨	١٢.٥	٠.٩٦	٥.٦	دال	٠.٣١
مجتمع الرياضيات	١٣.٨	٠.٧٤	١٢	٠.٨٨	٩	دال	٠.٥٣
المقياس ككل	٢٧.٧	١.١٣	٢٤.٦	١.٢٦	١١	دال	٠.٦٢

يتضح من الجدول السابق أنه يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى (٠.٠١) لصالح المجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لمقياس عادات العمل الرياضي ومجتمع الرياضيات، كما أن قيم معامل إيتا^2 أكبر من (٠.١٤)، مما يدل على وجود أثر كبير لاستخدام استراتيجية الحديث الرياضي في تنمية عادات العمل الرياضي ومجتمع الرياضيات لتلاميذ المجموعة التجريبية مقارنة بتلاميذ المجموعة الضابطة. وبذلك يتم رفض الفرض الخامس من فروض البحث والقول بأنه يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في مقياس عادات العمل الرياضي ومجتمع الرياضيات لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية.

تتفق هذه النتيجة مع نتائج بعض الدراسات (Ardasheva, Howell, & Magana, 2016; Brevig, 2009; Sullivan, 2012) التي أوضحت فعالية حديث الفصل في بناء مجتمع للتعلم وتحسين عادات التعلم لدى التلاميذ.

تفسر الباحثة الأثر الإيجابي لاستراتيجية الحديث الرياضي على تنمية عادات العمل الرياضي ومجتمع الرياضيات إلى ما يلي:

- اعتماد الحديث الرياضي على قيام المعلم بوضع قواعد واضحة للتفاعل بين الطلبة تقوم على احترام أفكار الآخرين ساعد في إنشاء مساحة آمنة في الفصل لاشتراك التلاميذ في مناقشات الفصل والمجموعات الصغيرة من خلال إعادة تطوير الأفكار والحل التعاوني للمشكلات.
- اعتماد الحديث الرياضي على مشاركة التلاميذ في حديث استكشافي حيث يشارك التلاميذ بأفكارهم مع بعضهم البعض مما يشجع التلاميذ على الأخذ في الاعتبار الأفكار البديلة والبناء على أفكار الآخرين والسعي لفهم أفكار الأخرين من خلال طرح أسئلة على الآخرين لفهم أفكارهم.
- يقوم الحديث الرياضي على مساعدة التلاميذ على الاعتماد بشكل أكبر على أنفسهم للتوصل إلى الحل وتحديد ما إذا كان ما توصلوا إليه صحيحًا رياضيا ومن ثم يتعود التلاميذ على تجريب أفكارهم قبل طلب المساعدة من الآخرين والاندماج في فترات طويلة من التفكير العميق.
- يرتبط الحديث الرياضي بالحجج الجماعية مما ساعد التلاميذ على التوصل إلى حجج بسيطة وقوية تساعد في حل المشكلات أو فهم المفاهيم الرياضية.
- اعتماد الحديث الرياضي على بناء التلاميذ على أفكار زملائهم أو تحديها أو توضيحها، وتبريرهم لتفكيرهم ساعد التلاميذ في تحسين قدرتهم على توصيل أفكارهم إلى المعلم و زملائهم.

ولكي تكتمل المقارنة بين المجموعتين التجريبية والضابطة، تم المقارنة بين متوسطات درجات تلاميذ المجموعتين في التطبيق البعدي لاختبار الفهم الرياضي العميق ككل، وجدول (١٢) يوضح ذلك:

جدول (١٢): دلالة الفرق بين متوسطي درجات المجموعتين التجريبية والضابطة وحجم الأثر في التطبيق البعدي لاختبار الفهم الرياضي العميق ككل.

المجموعة	ن	م	ع	قيمة (ت)	الدلالة عند ٠.٠١	η٢
التجريبية	٣٧	٦٥	٤.٤	١٢.٤	دال	٠.٧٢
الضابطة	٣٧	٥٢.٥	٤.٢			

يتضح من الجدول السابق أنه يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى (٠.٠١) لصالح المجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لاختبار الفهم الرياضي العميق ككل، كما أن قيم معامل إيتا^{2} أكبر من (٠.١٤)، مما يدل على وجود أثر كبير لاستخدام

استراتيجية الحديث الرياضي في تنمية الفهم الرياضي العميق ككل لتلاميذ المجموعة التجريبية مقارنة بتلاميذ المجموعة الضابطة.

توصيات البحث:

في ضوء النتائج، يوصي البحث بما يلي:

- أن تقوم وزارة التربية والتعليم بالتعاون مع كليات التربية بتدريب المعلمين القائمين بالخدمة على التدريس باستخدام استراتيجية الحديث الرياضي.
- تدريب طلاب كليات التربية على استخدام استراتيجية الحديث الرياضي من خلال برامج التربية العملية والتدريس المصغر.
- التأكيد على واضعي المناهج ومطوريها بضرورة تصميم بعض الوحدات وفقا لاستراتيجية الحديث الرياضي وإدخالها في مناهج الرياضيات في المراحل التعليمية المختلفة.
- ضرورة اهتمام خبراء المنهج بالتخطيط الجيد لناء برامج خاصة بتنمية الفهم الرياضي العميق وإعداد أدلة مرشدة وموجهه للمعلم لتحقيق هذا الهدف.

البحوث المقترحة:

في ضوء نتائج البحث الحالي، يقترح إجراء البحوث التالية:

- دراسة فاعلية استراتيجية الحديث الرياضي في تنمية الفهم الرياضي لدى الطلاب ذوي صعوبات التعلم.
- مقارنة أثر استخدام استراتيجية الحديث الرياضي في تنمية الفهم الرياضي العميق لدى الطلاب من ذوي المستويات التحصيلية المختلفة.
- إجراء دراسة تجريبية لدراسة فاعلية استراتيجية الحديث الرياضي على اتجاه التلاميذ نحو الراضيات.
- دراسة فاعلية استراتيجية الحديث الرياضي في تنمية أنماط التفكير مثل التفكير الناقد والتفكير الابتكاري.
- إجراء دراسة نوعية عن تطور الفهم الرياضي العميق لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية.

المراجع:

أولا: المراجع العربية:

آدم، مرفت محمد كمال، عبد الحميد، رشا هاشم (٢٠١٧). توظيف التعليم المتمايز من خلال الكتاب الإلكتروني في تدريس الهندسة لتنمية المستويات التحصيلية العليا ومهارات التواصل الرياضي والفهم العميق لدى طلاب الصف الثاني الإعدادي. *مجلة تربويات الرياضيات، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات*، ٢٠(٤)، ١٢٩-١٧٦.

بشاي، زكريا جابر حناوي (٢٠١٦). أثر استخدام استراتيجية محادثات الأعداد في تدريس وحدة مقترحة في الحساب الذهني على تنمية مهارات الطلاقة الحسابية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية. *مجلة تربويات الرياضيات، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات*، ١٩(١٣)، ٢٢٢-٢٦٢.

جديد، لبنى (٢٠١٠). العلاقة بين أساليب التعلم كنمط من أنماط معالجة المعلومات وقلق الامتحان وأثرهما على التحصيل الدراسي (دراسة ميدانية على عينة من طلاب الصف الثاني الثانوي في محافظة دمشق)، *مجلة جامعة دمشق للعلوم التربوية والنفسية، جامعة دمشق*، ٢٦، ٩٣-١٢٣.

حسانين، السيد إبراهيم محمد، الجندي، أمنية السيد، فهمي، نوال عبد الفتاح، الخطيب، منى فيصل (٢٠١٩). برنامج قائم على المعمل الافتراضي لتنمية الفهم العميق في مادة العلوم لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. *مجلة البحث العلمي في التربية، جامعة عين شمس، كلية البنات للآداب والعلوم والتربية*، ١١(٢٠)، ٤٨٩-٥٠٢.

حسين، عبد الله أحمد (٢٠١٤). فاعلية استخدام الألعاب التعليمية في تعليم حل المسائل الحسابية الكلامية المرتبطة بالأشكال الهندسية والكسور لطالبات الصف الرابع من ذوات صعوبات تعلم الحساب. *مجلة البحث العلمي في التربية، جامعة عين شمس، كلية البنات للآداب والعلوم والتربية*، ٣(١٥)، ٦٤١-٦٥٤.

الحواس، محمد أحمد (٢٠١٦). أثر استخدام الوسائل التعليمية في تدريس الكسور والعمليات عليها على تحصيل طلاب الصف الخامس في محافظة القريات في الرياضيات وعلى اتجاهاتهم نحوها. *المجلة التربوية الدولية المتخصصة، الأردن*، ٥(٣)، ٤٤٧-٤٦٧.

دحلان، سميرة محمد عبد الهادي (٢٠١٧). *فاعلية استراتيجية القبعات الست في تنمية مهارات الفهم العميق لدى طالبات الصف التاسع الأساسي في مادة التربية الإسلامية بغزة واتجاهاتهم نحوها*. (رسالة ماجستير، الجامعة الإسلامية، غزة). تم الاسترجاع من موقع https://library.iugaza.edu.ps/thesis/121068.pdf

الرويلي، ماجد ونيس رغيان، الشايب، معاز (٢٠١٧). *أثر استراتيجية النماذج في تنمية الفهم المفاهيمي للكسور المتكافئة لطلبة الصف الرابع الابتدائي في محافظة طريف*. (رسالة ماجستير، جامعة اليرموك، الأردن). تم الاسترجاع من موقع http://repository.yu.edu.jo/jspui/bitstream/123456789/14082/1/670961.pdf

زنقور، ماهر محمد صالح (٢٠١٨). التفاعل بين تجزيل المعرفة الرياضاتية والنمط المعرفي (لفظي/تخيلي) والسعة العقلية لتنمية الفهم العميق في الرياضيات لدى طلاب

الصف الأول الثانوي. *مجلة تربويات الرياضيات، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات*، ٢١(١)، ٨١-١٦٩.

الزهراني، عبد العزيز بن عثمان معيص (٢٠١٨). فعالية برنامج تعليمي قائم على الوسائل المتعددة في علاج صعوبات العمليات على الكسور لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية. *دراسات تربوية ونفسية، جامعة الزقازيق، كلية التربية*، ١٠٠، ١-٤٥.

شلش، لميس باسم محمد (٢٠١٨). أثر استخدام أنشطة إلكترونية تفاعلية في تعديل المفاهيم البديلة في موضوع الكسور العادية لدى طلبة الصف الخامس الأساسي. *مجلة دراسات العلوم التربوية، الجامعة الأردنية*، ٤٥(٣)، ٢٨٧- ٣٠٠.

عبد الحسن، رشا عبد الحسيب (٢٠١٦). أثر استراتيجية اسكامبر في تنمية الفهم العميق والرضا عن التعلم في مادة الفيزياء لدى طالبات الصف الثاني المتوسط. *مجلة أبحاث ميسان، جامعة ميسان، العراق*، ٢٤(١٢)، ١٧١- ٢١٤.

عبد اللطيف، أسامة جبريل أحمد، مهدي، ياسر سيد حسن، إبراهيم، سالي كمال (٢٠٢٠). فاعلية نظام تدريس قائم على الذكاء الاصطناعي لتنمية الفهم العميق للتفاعلات النووية والقابلية للتعلم الذاتي لدى طلاب المرحلة الثانوية. *مجلة البحث العلمي في التربية، جامعة عين شمس، كلية البنات للآداب والعلوم والتربية*، ٢١، ٣٠٧-٣٤٩.

عبد المجيد، عبد الله إبراهيم يوسف (٢٠١٨). استخدام نظرية المخططات العقلية في تدريس الفلسفة لتنمية أبعاد التنظيم الذاتي ومهارات الفهم العميق لدى طلاب المرحلة الثانوية. *مجلة الجمعية التربوية للدراسات الاجتماعية، الجمعية التربوية للدراسات الاجتماعية*، ١٠٥، ١-٨٢.

العتيبي، نايف بن عضيب فالح (٢٠١٦). فاعلية نموذج التدريس المعرفي في تنمية أبعاد الفهم العميق في منهج التوحيد لدى طلاب المرحلة الثانوية. *مجلة الجامعة الإسلامية للدراسات التربوية والنفسية، فلسطين*،٢٤(٢)، ١-٢٣.

عطيفي، زينب محمود محمد كامل (٢٠٠٨). أثر استخدام التعلم التعاوني كأحد استراتيجيات التعلم النشط في تدريس وحدة الكسور لتلاميذ المرحلة الابتدائية على التحصيل والتفكير الابتكاري. *مجلة كلية التربية، جامعة أسيوط*، ٢٤(١)، ٤٢٩-٤٦٥.

مقدادي، ربي محمد فخري، ملكاوي، آمال رضا حسن، الزغبي، علي محمد علي (٢٠١٣). المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية المتعلقة بالكسور وعلاقتهما بقلق الرياضيات لدى الطلبة/ المعلمين، *دراسات، العلوم التربوية، الأردن*، ٤٠(٢)، ١٥٥٥-١٥٧٠.

نصحي، شيري مجدي (٢٠١٨). فاعلية نموذج الاستقصاء الجدلي في تنمية الفهم العميق والاتجاه نحو الفيزياء لدى طلاب المرحلة الثانوية. *المجلة المصرية للتربية العلمية، الجمعية المصرية للتربية العلمية*، ٢١(١١)، ١٩٣-٢٢٩.

هاني، مرفت حامد محمد، الدمرداش، محمد السيد أحمد (٢٠١٥). فاعلية وحدة مقترحة في الرياضيات البيولوجية في تنمية مهارات الفهم العميق لدى طلاب المرحلة الثانوية. *المجلة المصرية للتربية العلمية، الجمعية المصرية للتربية العلمية*، ١٨(٦)، ٨٩-١٥٦.

ثانيا: المراجع الأجنبية:

Ardasheva, Y., Howell, P. B., & Magaña, M. V. (2016). Accessing the classroom discourse community through accountable talk: English learners' voices. *TESOL Journal*, 7, 667–699.

Brevig, L. (2009). *The fishbowl and the flies: A classroom study of the relationships between book clubs, talk, reflection and community*. (Dissertation. Hofstra University). Retrieved from https://search.proquest.com/openview/0449756088412ca67ddf47e40befada0/1?pq-origsite=gscholar&cbl=18750&diss=y

Campbell, T., Zhang, D., Neilson, D. (2011). Model based inquiry in the high school physics classroom: An exploratory study of implementation and outcomes. *Journal Science Education Technology*, 20, 258–269.

Elementary Teachers' Federation of Ontario (ETFO). (2013). *Teaching for deep understanding*. Toronto: ETFO.

Fenwick, L., Humphrey, S., Quinn, M. & Endicott, M. (2014). Developing deep understanding about language in undergraduate pre-service teacher programs through the application of knowledge. *Australian Journal of Teacher Education*, 39(1), 1- 38

Felisilda, A., & Roble, D. (2020). Students' problem solving skills using rough draft talk strategy in mathematics classroom. *European Journal of Education studies*, 7(2), 83-91.

Frank, J. (2013). *The effects of using math talks to improve instruction in a kindergarten classroom*. (Thesis. St. Catherine University). Retrieved from http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.966.5368&rep=rep1&type=pdf

Friesen, S., & Scott, D. (2013). *Inquiry-based learning: A review of the research literature.* Paper prepared for the Alberta Ministry of Education. Retrieved from https://www.galileo.org/focus-on-inquiry-lit-review.pdf

Gaillard, N. (2018). *The impact of number talks on third-grade students' number sense development and mathematical proficiency*. (Doctoral dissertation, University of South Carolina). Retrieved from https://search.proquest.com/docview/2132481819

Garcia, L. (2013). How to get students talking! Generating math talk that supports math learning. Retrieved from

https://www.uab.edu/amsti/images/Math_resources/How_to_Get_Students_Talking7.pdf

Hiltunen, J., Ha□hkio□niemi, M., Jokiranta, K., Lehesvuori, S., Nieminen, P., & Viiri, J. (2017). *Recognizing Articulated Reasoning in Students' Argumentative Talk in Mathematics Lessons*. In Proceedings of the annual FMSERA symposium 2016 (pp. 1-11). Finnish Mathematics and Science Education Research Association (FMSERA). Retrieved from https://journal.fi/fmsera/article/view/60950/27028

Iqbal, Z., & Mahmood, N. (2020). Patterns of class talk supportive to prompt reasoning among students. *Journal of Education & Social Sciences*, 8(1), 60-77.

Irvine, J. (2017). A whole-school implementation of math-talk learning communities. *Journal of Math Studies*, 4, 25-39.

Israel, S. (2020). *The impact of math talk and flexible grouping strategies on elementary students' mathematical achievement*. (Thesis. Goucher College). Retrieved from https://mdsoar.org/bitstream/handle/11603/18487/IsraelSari_paper.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Kiemer, K., Gröschner, A., Pehmer, A.-K., & Seidel, T. (2015). Effects of a classroom discourse intervention on teachers' practice and students' motivation to learn mathematics and science. *Learning and Instruction*, 35, 94–103.

King, C. (2016). Fostering deep understanding through the use of geoscience investigations, models and thought experiments: The earth science education unit and Earthlearningidea Experiences. In C. Vasconcelos (ed). *Geoscience Education indoor and outdoor* (pp. 3-23). America: Springer International Publishing Switzerland.

Mills, J. (2011). Body fractions: A physical approach to fraction learning. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 16(2), 17-22.

Murata, A., Siker, J., Kang, B., Baldinger, E., Kim, H.-J., Scott, M., & Lanouette, K. (2017). Math talk and student strategies trajectories: The case of two first grade classrooms. *Cognition and Instruction*, 35, 290–316.

Murphy, P., Greene, J., Allen, E., Baszczewski, S., Swearingen, A., Wei, L., & Butler, A. (2018). Fostering high school students' conceptual understanding and argumentation performance in

science through quality talk discussion. *Science Education*, 102, 1239-1264.

Metz, M., Preciado-Babb, A. P., & Marcotte, C. (2014). Designing for deep mathematical understanding: reflections on the design and implementation of a framework for teachers In A. P. Preciado-Babb, A. Solares Rojas, & K. Francis (Eds.), *What, how and why: An international conversation on mathematics teacher learning* (pp.43-67). Mexico City: Universidad Pedagógica Nacional.

National council of teacher of mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA, NCTM. O'Connor, C., Michaels, S., & Chapin, S. (2015). "Scaling down" to explore the role of talk in learning: From di study. In L. B. Resnick, C. S. C. Asterhan, & S. N. Clarke (Eds.). *Socializing intelligence through academic talk and Dialogue* (pp. 1-15). Washington DC: American Educational Research Association.

Okamoto, Y. (2015). *The implementation process and impact of a six-week number talk intervention with sixth grade middle school students in a large urban middle school*. (Dissertation, University of California). Retrieved from https://escholarship.org/content/qt28x558qx/qt28x558qx.pdf

Paideya, V. & Sookraj, R. (2011). Exploring the use of supplemental instruction: supporting deep understanding and higher-order thinking in chemistry. *South African Journal of Higher Education*, 24(5), 758–770.

Payan, E. (2017). The impact of math talks on student achievement in kindergarten. (Theses. Hamline University). Retrieved from https://digitalcommons.hamline.edu/hse_all/4351/

Resnick, L. B., Asterhan, C., & Clarke, S. (2018). *Accountable talk: Instructional dialogue that builds the mind.* The International Academy of Education (IAE) and the International Bureau of Education (IBE) of the United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization (UNESCO)

Rincke, K. (2010). It's rather like Learning a Language: Development of talk and conceptual understanding in mechanics lessons. *International Journal of Science Education*, 33(2), 229-258.

Sedova, K., Sedlacek, M., Svaricek, R., Majcik, M., Navratilova, J., Drexlerova, A., Kychler, J., & Salamounova, Z. (2019). Do those who talk more learn more? The relationship between student classroom talk and student achievement. *Learning and Instruction*, 63, 1-11.

Siegler, R.S., Fazio, L.K., Bailey, D.H. & Zhou, X. (2013) Fractions: The new frontier for theories of numerical development. *Trends in Cognitive Sciences*, 17 (1), 13-19.

Sullivan, S. (2012). *Classroom talk in a fourth-grade inclusive rural learning community.* (Dissertation. State University of New York). Retrieved from https://search.proquest.com/openview/cc6e281c2e502815f441c48ce94b66d8/1?pq-origsite=gscholar&cbl=18750&diss=y

van der Veen, C., de Mey, L., van Kruistum, C., & van Oers, B. (2017). The effect of productive classroom talk and metacommunication on young children's oral com- judicative competence and subject matter knowledge: An intervention study in early childhood education. *Learning and Instruction*, 48, 14–22.

Wagganer, E. (2015). Creating math talk communities. *Teaching Children Mathematics*, 22(4), 248-254.

Wandi, S., Arnawa, I., & Ermanto (2018). Improving the students' learning activities and mathematics problem solving ability in class VII Of SMP Negeri 5 Kerinci by using think-talk-write method. *International Conferences on Educational, Social Sciences and Technology*.

Washington, E. (2015). *The impact of the number talks strategy on student performance and attitudes of teachers and administrators in grades 3-8*. (Dissertation. Baptist University). Retrieved from https://search.proquest.com/openview/eb248137ba4e512872f1ffabb1e4c758/1?pq-origsite=gscholar&cbl=18750&diss=y

Webb, p. & Treagust, D. (2006). Using exploratory talk to enhance problem-solving and reasoning skills in grade-7 Science Classrooms. *Research in Science Education*, 36, 381-401.

Webb, P., Whitlow Jr, J., & Venter, D. (2017). From exploratory talk to abstract reasoning: A case for far transfer? *Educational Psychology Review*, 29, 565–581.